



Δέσκειο ὁν Μπαλάνος σοφὸς ὑιὲα
 γείνατο Κωσμάν, ἀρχιεπισβύτηςος
 τὸν μέγαν Οἰκονόμον.

α ψ 4 5.

ΚΟΣΜΑΪ ΓΕΡΕΩΣ,
ΜΠΑΛΑΝΟΥ ΓΕΡΕΩΣ
ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ.

Τῇ αἰδεσιμωτάτῃ , ἡ ἐπισημονικωτάτῃ μεγάλῃ
Οἰκονόμῃ καὶ διδασκάλῃ Ἰωαννίνων

ἙΚΘΕΣΙΣ ΣΤΥΝΟΠΤΙΚΗ

Ἀριθμητικῆς , Ἀλγεβρας , καὶ
Χρονολογίας.

Συντεθεῖσα μὲν ὑπ' αὐτῇ πρὸς χάριν τῶν γνησίων
αὐτῇ φοιτητῶν , ἡ λοιπῶν φιλομαθῶν.

Προσφωνηθεῖσα δὲ τῇ φιλομύσῃ , φιλογενεῖ , ἡ φιλο-
πάτρειδι Εὐγενεστάτῃ ἀδελφότητι τῶν
Κυρίων

Α: ΖΩΣΙΜΑΔΩΝ Λ:

ἥς καὶ ἀναλώμασι

νῦν πρῶτον τύποις ἐκδίδοται.

Ἐν Βιέννῃ, 1798.
Παρά ΜΑΡΚ. ΠΟΤΛΙΟΥ

ΤΟΓΣ

ΤΙΜΙΩΤΑΤΟΙΣ ΚΑΙ' ΕΤΓΕΝΕΣΤΑΤΟΙΣ
 ΚΤΡΙΟΙΣ, ΚΤΡΙΩ ΑΝΑΣΤΑΣΙΩ, ΚΤΡΙΩ
 ΝΙΚΟΛΑΩ, ΚΤΡΙΩ ΖΩΗ, ΚΤΡΙΩ ΜΙΧΑΗΛ
 ΖΩΣΙΜΑ, ΤΟΙΣ ΕΝ ΧΡΙΣΤΩ ΜΟΙ ΑΤΑΠΙ-
 ΤΟΓΣ ΚΑΓ ΠΕΡΙΠΟΘΗΤΟΙΣ, ΕΤ ΠΑΤΡΙΔΑΙΣ
 ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΩΝ ΟΦΕΙΛΟΜΕΝΩΝ ΕΤΧΕ-
 ΤΙΚΩΝ ΑΣΠΑΣΜΩΝ ΑΠΟΝΕΜΩ, ΠΑΝ
 ΑΓΑΘΩΝ ΚΑΓ ΣΩΤΗΡΙΩΝ ΘΕΟΘΕΝ
 ΑΥΤΟΓΣ ΕΒΑΙΤΟΥΜΕΝΟΣ.

Οἱ περισσότεροι ἀπὸ ἐκείνης ὅπῃ δίδαν εἰς τύπον βιβλία. Ἀνεκδότα συνηθίζουν νὰ τὰ ἀφιερώνουν δι' ἐπίση-
 λων, εἰς ἐκεῖνο τὸ πρόσωπον, ὅπῃ ἤ-
 θελε φανῇ εἰς αὐτὴν ἀρμόδιον καὶ ἀρε-
 σόν· πλὴν ὅτι δὲν κινῶνται ὅλοι εἰς τὸ
 ἐκ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς αἰτίας· ἐπει-
 δὴ μερικοὶ κάμνουν τῶν βιβλίων τὴν ἀ-

φίερωσιν , διὰ τὰ παραστήσαν τὴν εὐ-
γνωμοσύνην ἐπὶ τὸ χρέος , ὅπῃ ἔχον
εἰς ἐκείνους , ἀπὸ τῆς ὁποίας εὐεργε-
τήθησαν , καὶ ἄλλοι διὰ τὰ δώσαν ὑπό-
ληψιν τῷ συγγράμματος , ἐπὶ τὰ ἀπο-
φύγαν τὰ βέλη τῷ Μώμῃ ὅπῃ κατὰ
πάντων ὁμοίως τοξεύονται· ἤξεύσαν οἱ
τοιῆτοι πόσον ἰσχύει μία πρόληψις ,
σοχάζονται ἀκολούθως , ἂν καλὰ ὅχι
μὲν ὁρῶν ἐπὶ ἀλάνθασον σοχασμὸν , ὅτι
ἤθελε φανῇ εἰς ὅλους δεκτὸν , ἐπαινετὸν
ἐπὶ ἄξιον ἐκεῖνο τὸ βιβλίον , ὅπῃ τὰ ἀ-
φιερωθῇ εἰς κανένα ὑποκείμενον ἀξιο-
ματικόν , περιφανές , ἐπὶ ὑπερκείμενον,
ὑπολαμβάνον ὅτι τὸ βιβλίον εὐρισκό-
μενον ὑπὸ τὴν πρῶτασίαν ἑνὸς τοιούτου
ὑποκειμένου δὲν φοβεῖται ἐκείνους , ὅπῃ
ἀπλῶς , ἐπὶ ὡς ἔτυχε φέρονται ἐναντίον
εἰς τὰ τῶν ἄλλων συγγράμματα , ἀ-

γωνιζόμενοι νὰ ἀποδείξῃν τὰς πόνους ἐ-
 κείνων ματαίως ἔτι ἀνωφελεῖς· εὐρίσκον-
 ται ἔτι εἰς τὰς καίρας μας, ἔτι Μῶμοι,
 ἔτι Ζῶιλοι ἔτι Ἀρείσραχοι, οἱ ὅποιοι ἔχον-
 τες βαμμένα μὲ τὸ φαρμάκι τῷ φθό-
 νου τὰ σφαλέρᾳ αὐτῶν ὀδόντια, ὁρμῶν
 νὰ καταξερχίσῃν τῷ ἐνὸς ἔτι τῷ ἄλλου
 τὰ συγγράμματα, κατηγοροῦντες πολ-
 λάκις ἔτι τὸ ἀκατηγόρητον· ἐγὼ ὅμως
 ἀποδεχόμενος μᾶλλον ἐκείνους, ὅπῃ κάμ-
 νουν τὴν ἀφίερωσιν διὰ εὐγνωμοσύνην,
 παρὰ ἐκείνους ὅπῃ τὴν κάμνουν διὰ προ-
 φύλαξιν, ἢ φήμην τῷ συγγράμματος,
 ἔτι τῆτο ἐκ ἀλόγως, ἐδὲ ὡς ἔτυχε,
 (ἐπεὶ δὴ τὸ σύγγραμμα, ὅποιον ἔτι ἂν
 εἶναι, δὲν ἤμπορεῖ νὰ ἀποφύγῃ ποτὲ
 τὸ ζύγι τῶν κριτικῶν, ἢ τὸ φαρμάκι
 τῶν φθονερῶν.) ἔτι ἐπιθυμῶντας νὰ ἰδῶ
 τυπωμένα δύο φιλοπονήματα, τὸ μὲν

Ἀγγεβρικόν, τὸ δὲ Χρονολογικόν, διὰ
 νὰ σηκώσω τὸν κόπον τῆς ἀντιγραφῆς
 ἀπὸ τῆς μαθητῶν, ἔτι νὰ τὴν κάμω
 προθυμοτέρους εἰς τὴν παράδοσιν, πρὸς
 χάριν τῶν ὁποίων τὰ ἐτύνθεσα, ἐρασι-
 σάμενος τὰ κυριώτερα ἀπὸ τῆς ἀρ-
 χαιοτέρης, καὶ νεωτέρας συγγραφῆς,
 λογιάζων πῶς ἤρα τὴν ποδομένην εὐ-
 καιρίαν, ὥστε νὰ παραστήσω τὴν εὐγνω-
 μοσύνην ὅπῃ ἔχω εἰς τὴν ἀγάπην σας,
 ἔτι νὰ κοινολογήσω τὸ χρέος μου, με-
 τὸ ὁποῖον εἶμαι ὑποχρεωμένος εἰς τὴν
 εὐεργετικὴν σας διάθεσιν· τίνι τρόπῳ;
 προσφέρωντας δηλονότι αὐτὰ μετὰ τὴν
 χρεωσικὴν μου ταύτην ἀφιέρωσιν εἰς τὴν
 κατὰ τε αἷμα ἔτι πνεῦμα ἀρίσως ἠνωμέ-
 νην ὑμετέραν ἀδελφότητα, μετὰ τῆς ὁ-
 ποίας τὰ ἔξοδα θέλουν τυπωθῆ, καὶ
 θέλουν εὐγὴ εἰς φῶς, ἐκεῖνα ὅπῃ ἕως

τῶρα ἦτον Ἀνέκδοτα· ἀλλὰ τί; ἐκα-
 τόρθωσα ἐκεῖνο ὅπῃ ἤθελα; ἔτελείωσα
 ἐκεῖνο ὅπῃ ἔπρεπε; ἀπέδωκα ἐκεῖνο ὅπῃ
 ἐχρεωσῆσα; ὄχι, δὲν ἀποκοτῶ, ἢ νὰ
 εἰπῶ, ἢ νὰ γράψω καίνενα τέτοιον·
 ἀλλ' ὁμολογῶ ὅτι πάντοτε εἶμαι χρεώ-
 σης νὰ γνωρίζω τὴν χάριν, νὰ ἐπαινῶ
 καὶ νὰ κηρύττω εἰς ὅλους τὰ ἀξίεπαινά-
 σας προτερήματα, τὴν πρὸς Θεὸν λέ-
 γω εὐτέβειαν, τὴν πρὸς ἀλλήλους Φι-
 λαδελφίαν, τὴν ὑπὲρ τῶν συγγενῶν
 πρόνοιαν, τὴν πρὸς τὰς συμπολίτας
 συνδρομὴν, τὴν πρὸς τὰς ὁμοφύλους
 φιλανθρωπίαν, τὴν πρὸς τὰς δεομένους
 ἐπίσκεψιν, τὴν πρὸς τὰ καλὰ σύμ-
 πνοιαν, καὶ λοιπὰς ἀρετὰς, ἀπὸ τὰς
 ὁποίας πηγάζει ὁ ἐνθουσιασμός, ὅ-
 πως ἔχετε διὰ τὴν ἀνόρθωσιν τῆ ἐλλη-
 νικῆς γένους, διὰ τὴν καλλονὴν τῆς πα-

τρεῖδος, διὰ τὴν αὐξήσιν τῆς μαθήσεως,
 διὰ τὴν προκοπὴν τῶν φιλομαθῶν, διὰ
 παρηγορίαν τῶν δεομένων· αὐτὰ σὰς
 ἐπαρακίνησαν νὰ ἐξαπλώσῃτε δαψιλῶς
 τὰς χάριτάς σας, ἔς εἰς διδάσκοντας,
 ἔς εἰς διδασκομένους, ἔχοντες ἓνα ἔς μό-
 νον σκοπὸν τὴν ἐπίδοσιν τῶν μαθητιῶντων
 ἔς τὴν ἀνόρθωσιν ἔς βελτίωσιν τῆ ἀρ-
 χαίου ἔς πρώτου Ἑλληνικῆ σχολείου τῆς
 πατρίδος μας· περὶ τῆ ὁποίου ἴσως δὲν
 εἶναι ἀνάρμοσον νὰ σημειώσω μερικά κα-
 τὰ παρέκβασιν· εἰς αὐτὸ τὸ Σχολεῖον,
 ἀφ' ἧ οἰκοδομήθη ὑπὸ τῆ ποτὲ Πάνου
 Καραϊωάννου διὰ δαπάνης τῆ ἀειμνήστ
 Μάνου Γυγιέμα, ἐχρημάτισαν διδάσκα-
 λοι οἱ ἐφεξῆς· Βησσαρίων Ἱερομόναχος
 ὁ Μακεδὼν ὁ ὁποῖος ἐσύνθεσε τὴν ἐπωφε-
 λεσάτην διὰ τὰς ἀρχαίους Γραμματι-
 κὴν, ἔς τὴν Ὁρθόδοξον ὁμολογίαν· Γε-

ὤργιος Ἱερεὺς ὁ Σουγδουρῆς ὅπῃ συνέ-
 γραψε τὴν Εἰσαγωγικὴν λογικὴν, τὴν
 Συμφωνίαν παλαιᾶς Διαθήκης ἔς Καινῆς,
 ἔς ἐγχειρίδιον τῆς Γραμματικῆς · Ἀ-
 ναστάσιος Ἱερεὺς παπᾶ βασιλείου, ὅπῃ
 μετέφρασε τὴν Μαθηματικὴν Εἰσαγω-
 γὴν, ἔς τὴν Λευχειμονῆσταν Ῥητορικὴν ·
 Μεθόδιος Ἱερομόναχος ὁ Ἀνθρακίτης ὅ-
 πῃ συνέγραψε τὸ ἐπωφελὲς ἐκεῖνο βι-
 βλίον, ὃ ἡ ἐπίγραφη Βασκὸς λογικῶν
 προβάτων, ἔς τὰς χριστιανικὰς διδασκα-
 λίας, ὁ ὁποῖος μετεκόμισεν ἀπὸ τὰ
 δυτικὰ μέρη εἰς τὴν ἐλλάδα τὰς Μα-
 θηματικὰς ἐπισήμας, ἔς μετέφρασεν,
 ὅπῃ πρὸ χρόνων εἶχον λείψη ἀπὸ αὐτὴν,
 φέρωντας ὥσάν μίαν μυριοφόρον ὁλκὰς
 διάφορα εἶδη ἐμπορίας · αὐτὰς ὁ ἐν Μα-
 καρίᾳ τῇ λήξει γενόμενος Μπαλάνος
 Ἱερεὺς Βασιλόπουλος, ὁ ἐμὸς πατὴρ

ὁ δὲ διδάσκαλος Μετέφρασεν εἰς τὸ Ἑλληνικώτερον, ἀνέθρεψεν, ἠύξησεν, ἀνεπλήρωσεν, εἰς τύπον ἐξέδωκε, ὁ παρῆδωκε φιλοπόνως εἰς τὰς ἐργασίας τῆς μαθήσεως ἐν αὐτῷ τῷ Σχολείῳ σχεδὸν τεσσαράκοντα χρόνους χρηματίσας μετὰ τὸν Μεθόδιον διδάσκαλος, μὲ μεγάλην ὠφέλειαν τῶν διδασκομένων· ἀφίνω νὰ λέγω τὰ λοιπάτου φιλοπονήματα, τὰ ὅποια δὲν τὸ ἀπαιτεῖ ὁ παρὼν καιρὸς, διὰ νὰ εὔγουν εἰς φῶς· ἀπὸ αὐτὸ τὸ Σχολεῖον προῆλθε Μελέτιος, ὁ πρότερον μὲν Ἀΐτης, ὕστερον δὲ Ἀθηνῶν ἀρχιεπίσκοπος ὅπῃ συνέγραψε τὴν Ἱστορικὴν Γεωγραφίαν, τὴν Ἐκκλησιαστικὴν Ἱστορίαν, ὁ γὰρ Ἀστρονομικὸν σύγγραμμάδιον, γὰρ ὅποιον σώζεται εἰς τὴν βιβλιοθήκην τῆς αὐτῆς Σχολείου Ἀνέκδοτον· Παρθένιος Ἱερομόναχος ὁ Καλ-

ζέλης, τῷ ὁποίου φιλοπονήματα εἶναι
τὸ Ἀποφθεγματάριον, ἔτι τὸ Πεζὸν
παροιμιασάριον· Θεόφιλος ὁ Καμπανίας
ἐπίσκοπος, ὁ ὁποῖος μὲν γὰρ νομικὰ, ἔτι
φιλολογικάτου συγγράμματα ὠφελεῖ
ὅχι ὀλίγον ἐκείνους ὅπῃ τὰ μελαχειρί-
ζονται· Γεώργιος Κωνσταντίνου, τῷ ὁποίου
τὸ Λεξικὸν εἶναι τοῖς πᾶσι γνωστὸν, ἔτι
εἰς κάθε ἐλληνικὸν σπουδασήριον εὐρί-
σκεται εἰς χρῆσιν ἐκείνων ὅπῃ γυμνά-
ζονται τὴν Ἑλληνικὴν διάλεκτον· καὶ
τὸ θαυμαστὸν ὅλοι αὐτόχθονες ἔτι βλα-
σοὶ τῆς πατρίδος μας, ἔτι ἐκ τῷ Ἱεροῦ
καταλόγου, ἔξω ἀπὸ τὸν λεξικοποιὸν
Γεώργιον, ἔτι ἄλλοι πολλοί, τὲς ὁποίους
δὲν ἀπαριθμῶ, ἐπειδὴ εἶναι χρεῖα νὰ
συντέμω τὸν λόγον, μαθηταὶ τρυφί-
μοι τῷ αὐτῷ Σχολεῖου, τῶν ὁποίων ἂν
ἔτι δὲν ἐφάνηκαν μέχρι τῆδε συγγράμ-

ματα, ὅμως κάθε ἓνας μετέδωκε ἐκεῖ
 ὅπῃ εὑρίσκεται, ἔκ μελαδίδει ἀφθόνως
 ἐκεῖνο ὅπῃ ἔμαθε, πολλαπλασιάζοντας
 τὸ κατὰ δύναμιν τὸ τάλαντον ὅπῃ ἔλα-
 βεν· εἰς αὐτὸ τὸ Σχολεῖον ἤδη εἰς ἓνα
 ὁλόκληρον αἰῶνα, λέγω, εἰς μίαν ἑκα-
 τονταετηρίδα συνεχῶς ἔκ ἀδιακόπως δι-
 δάσκεται πᾶν εἶδος μαθήσεως, ἔκ ἡ
 ὑεθότης τῶν δογμάτων, ἔκ ἡ κοσμιό-
 τος τῶν ἡθῶν· αὐτὸ τὸ Σχολεῖον περισ-
 σότερον ἀπὸ κάθε ἄλλο προτέρημα ἔ-
 δειξε τὴν πατρίδα μας ἐξάκουσον, ζη-
 λωτὴν, ἔκ περίφημον· αὐτὸ τὴν ἔκα-
 με νὰ ἀμιλλᾶται μὲ τὰς Ἀ'θῆνας, ἔκ
 νὰ ὀνομαζοῦν ἀπὸ ἐκείνους ὅπῃ διακρί-
 νουν τὰ τοιαῦτα ἄλλαι, ἢ νέαι Ἀ'θῆναι
 τὰ Ἰωάννινα· αὐτὸ ἐνὶ λόγῳ εἶναι τὸ
 μόνον καλὸν ὅπῃ ἔμεινεν ἀπαράτρεπ-
 τον εἰς τὸν τόπον μας· ἀλλὰ τί; αὐτὸ

τὸ Σχολεῖον ὅπῃ ἐσάθη τέσους χρόνους
κατοικητήριον τῶν Μουσῶν, πηγὴ δαψιλε-
σάτη, ἔδιδου γασάτη τῆς διδασκαλίας,
ὅπῃ ἐπότισε πολλὰς μὲ τὰ καθαράτης
νάματα, ἔδιδου τοῖς ἔδειξεν ὡτὰν κάποια
δένδρα εὐθαλῇ διὰ νὰ προβάλλουν εὐ-
δέστα ἀνθῆ, ἔδιδου γλυκυτάτους καρπούς,
αὐτὸ λέγω, ἀφ' ἧ ἀπαρξφανίσθη ἀπὸ
τῆς γονεῖς του, ἀφ' ἧ ἔχασε τοῖς πρε-
σάτας του, ἀφ' οὗ ὑπερήθη τοὺς κηδε-
μόνας του, ἐκινδύνευσεν νὰ χάσῃ ἔδιδου τὴν
προτέραν κατάστασιν· ὥστε μετὰ τὴν ἀ-
ποβίωσίν μου, καθὼς πρεσσότερα ὅχι
ὀρθῶς ἐπρομάντευα, νὰ γένῃ ἄλλο τι
πρεσσότερον, παρὰ Σχολεῖον ἔδιδου σπου-
δασήριον· ὅθεν βλέπωντάς το εἰς τέτοιον
τρόπον ἡμελημένον, καταφρονεμένον,
ἔδιδου διὰ νὰ μὴ εἰπῶ ἄλλο κἀνένα φορετι-
κόν, ἀπρεσάτευτον, ὥρμησα πολλάκις

νὰ τὸ ἀφήσω μὴ δυνάμενος νὰ τὸ φυ-
 λάττω εἰς τὴν προσήκεσαν αὐτῷ καλ-
 λονὴν καὶ ἐπίδοσιν· ὅμως ἐπειδὴ αὐτὸ
 τὸ Σχολεῖον μὲ ἀνέθρεψε, μὲ ἐπαί-
 δευσε, καί μοι ἔδωκε νὰ ἦμαι ἐκεῖνο ὅπου
 εἶμαι, μάλιστα ἐπειδὴ διὰ αὐτὸ τὸ Σχο-
 λεῖον ἔλαβον καὶ κάποιας παραγγε-
 λίας, ἧς ὑποχρεώσεις πατρικᾶς, τὰς
 ὁποίας νὰ παρέβω, δὲν ἦγον ἀσφαλές,
 ἔμενα εἰς αὐτὸ ὑπὲρ τὰς τεσσαρά-
 κοντα ἥδη χρόνους, ἀκολουθῶντας τὰ
 ἔχνη τῶν εἰσημένων αἰοιδίμων διδασκά-
 λων, ἧς παραδίδοντας τὰ συνήθη μα-
 θήματα, μὲ ἔλειψιν τὸν περισσότε-
 ρον καιρὸν καὶ αὐτῶν τῶν πρὸς τὸ ζῆν
 ἀναγκαίων, καί μοι ζῶν μὲ ἄκραν λιγό-
 τητα· ἔλαβον πολλάκις ἧς ἀπὸ πολ-
 λὰς ἀχαριστίας αὐτ' εὐχαριστίας· ἤκεσα
 ἀφθόγους τὰς ψόγους ἀπὸ τὰς φθό-

νες , ἔκ ἀπὸ ἐκείνης ὅπῃ προχείρως
 προχειρίζονται τὸ μὴ αἷγιον ὡς αἷγιον·
 μίαν καὶ μόνην παρηγορίαν εἶχον , τὴν
 εἰς Θεὸν ἐλπίδα , τῇ ὁποίᾳ ἡ δύναμις
 κατὰ τὸν ἔξαναβάμονα Παῦλον , ἐν
 ἀδυνεΐᾳ ῥηλεῖται· ὅμως ῥῶρα ἐγνώρισα
 φανερά , ὅτι ἐκ ἀμελεῖται φιλόσοφος
 Ἰερωμένος , ὡς ὁ σοφὸς Συνέσιος , τῶ-
 ρα ἐπληροφορήθη , ὅτι ὁ Θεὸς κήδεται
 καὶ τότε τῷ Σχολεῖου , τῶρα ἐκατάλα-
 βα καλλίτερα , ὅτι ἡ εἰς Θεὸν ἐλπίς
 εἶναι ἀλάττας καὶ ἀκαταίχυντος , τῶ-
 ρα ἐβεβαιώθη ὅτι ἡ δεησίς μου ἔφθα-
 σεν εἰς τὰ ὦτα Κυρίου Σαββαώθ· ἔπει-
 δὴ νεύοντας ἡ χάρις τοῦ εἰς τὰς Καρδίας
 σὰς ἠγείρε τὸν ζῆλον ἔκ τὴν προθυμίαν
 σὰς εἰς τέτοιον τρόπον , ὥστε νὰ σοχα-
 σθῇτε καὶ νὰ καταρθώσετε πρᾶγματα
 κοινωφελῇ ἔκ Θεάρετα , ἔκ ὅ,τι λογῆς

καίνενας ἀπὸ τῆς ὁμογενεῖς, ὅτε γὰρ ἐ-
 σοχάσθῃ, πῶς ἤμπορῶ νὰ εἰπῶ ὅτι τὰ
 ἐκατόρθευσε· τὰ πτωχὰ παῖδιά ἔχον-
 τα ἔ ἐνδύματα, ἔ βιβλία, ἔ συν-
 δρομὴν διὰ νὰ μάθῃν τὰ πρῶτα γράμ-
 ματα, μὲ ἐλπίδα νὰ προχωρήσῃν καὶ
 εἰς ἀνώτερα Μαθήματα, ὁμολογῶν τὴν
 χάριν καὶ τοι ψελλίζοντα· οἱ ἐνδεεῖς Μα-
 θηταὶ τῷ Σχολεῖς ὅπῃ καρπῶνται τῆς
 ἐτησίης μισθῆς, καὶ παρηγορῶν τὴν ἐν-
 δειαν, ἀπὸ τὴν ὁποῖαν οἱ περισσότεροι
 ἀναγκαζόμενοι ἔμενον ἀγέλεῖς εἰς τὴν
 μάθησιν, κηρύττον λαμπρὰ τῇ φωνῇ
 τὰς εὐεργεσίας σας· οἱ ἐν αὐτῷ ὑποδι-
 δάσκαλοι θαυμάζον τὴν καλοσύνην σας,
 καὶ ἐνὶ λόγῳ οἱ ἐρασαὶ τῆς σοφίας, καὶ
 συνδρομηταὶ τῷ Σχολείῳ τὸ ὅποῖον ἀ-
 πολαμβάνει δαψιλῶς τὰς πλεονεξίας σας
 Χάριτας, καὶ κατ' ὀλίγον ὀλίγον προ-

χωρεῖ εἰς καλλιτέραν μορφήν καὶ σύστα-
 σιν, διὰ τῆς καλῆς σας συνδρομῆς καὶ
 ἐπιανορθώσεως, καὶ τῶν ἐξόδων, ὅπῃ
 κάνετε διὰ τὴν προκοπὴν τῶν φιλομα-
 θῶν καὶ τὴν ἐπίδοσιν, σὰς πλέκων τῶν
 ἐγκωμίων τὸν Στέφανον· ἐγὼ δὲ καὶ
 μ' ὅλον ὅπῃ εἶμαι ἓνας καὶ πρῶτος ἀπὸ
 αὐτῆς, καὶ ἐπιθυμῶ νὰ εἶχον περισσο-
 τέραν δύναμιν διὰ νὰ ἐκφράσω μὲ καλ-
 λίτερον τρόπον τὰ πράγματα, ἀποβλέ-
 πωντας εἰς τὴν ὑμετέραν ταπεινοφροσύ-
 νην καὶ μετριοφύνητα δὲν ὑπερβαίνω τὰς
 ὅσας τῶν ἐπαίνων, ὅτι δὲν εἶναι αὐτὸς
 κατὰ τὸ παρὸν ὁ σκοπός μου, ἀλλὰ διὰ
 νὰ παραστήσω εἰς ὅλους τὸ χρέος μου,
 δὲν ὑποδοκιμάζω πάλιν τὸ μέτριον ἀπὸ
 τὸ ὅποῖον κινέμενος προσφέρω μὲ ὅλην
 τὴν ὀφειλομένην εὐγνωσύνην εἰς τὴν ἀγά-
 πην σας τὰ δύο ταῦτα φιλοπονήματα,

καὶ παρακαλῶ νὰ γὰ δεχθῇτε φιλο-
φρόνως καὶ εὐμενῆς, καὶ νὰ γὰ περι-
θάλψῃτε ὡς βλασήματα, ἡ καὶ πρὸς
τῷ Σχολεῖου ὁπῶ συσαίνετε· διὰ δὲ τὴν
γῆτον σύσασιν καὶ περιποίησιν ἔχετε μὲν
παρὰ τῶν ἀνθρώπων γόν ἔπανον, καὶ
αἰώνιον γὸ Μνημόσυνον, παρὰ δὲ τῷ μι-
δαποδότου Θεῷ καὶ ἀντιβραβεύοντος ἀ-
ξίως τὰς οἰκειωμένους αὐτῷ διὰ τῆς μι-
μήσεως γὰς προσηκῶσας καὶ ἀπεκδεχο-
μένας ὑμᾶς ἀντιμιμῆσας καὶ ἀμοιβὰς,
ἐντὶ τῷ νῦν αἰῶνι καὶ ἐν τῷ μέλλοντι.

α ψ υ ε. Ματθ. κα'.

Τῆς ὑμετέρας εὐεργετικωτάτης
εὐγενείας πρὸς Θεὸν εὐχέ-
της διαπρύσιος.

Κοσμᾶς Ἱερεὺς
Βασιλόπουλος ὁ Οἰκονό-
μος Ἰωαννίνων καὶ Διδά-
σκαλος.



ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

Αἱ ἀπλῆς εἶναι καὶ σοιχειώδεις πασῶν τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν, ἀριθμητικῇ, ἢ γεωμετρίας ὑπάρχουσιν· ἐνασχολεῖται δὲ, ἢ μὲν περὶ τὸ διωρισμένον, ἢ δὲ περὶ τὸ συνεχές ποσόν, δι' ἀρχῶν αὐτοπίστων τὰ ἴδια πάθη κατὰ τῆς οἰκείας ἐπιστητῆς ἑκατέρωθεν συνάγασα· αἷς περ, οἷον ἐν δυοῖν πτέρυξι, κατὰ τὸν θεῖον Πλάτωνα ὁ ἀνθρώπινος νῦν πρὸς τὴν ἀλήθειαν φέρεται· ὅς δὲ καὶ διάτοι τῆτο τὸν ἀνθρώπου σοφώτατον εἶναι τῶν ἄλλων ζώων ἔλεγεν, ὅτι οἶδεν ἀριθμεῖν. τῶν εὐρετὰς οἱ πάλαι κοινότερον παραδιδόασιν Αἰγυπτίους, ἢ Φοίνικας· τοῖς μὲν γὰρ Αἰγυπτίοις διὰ τὴν ἀνοδὸν τῆς Νείλου, τὴν γῆν αὐτῶν πελαγίζοντο, ἢ τῆς τῶν χωρίων ὄρεος ἀφανίζοντος, γεωμετρίας ἢ γεωδαισίας πρὸ τῶν ἄλλων ἐδέρχετο· τοῖς δ' αὖ Φοινίκῃν ἀριθμητικῆς διὰ τὰς ἐμπορίας, ἢ τὰ συναλλάγματα· εἰρήνη τις εἶπεν τῆτους τε κἀκεινους ἐκδιδάσκειν ταύτας ὑπὸ τῆς Πατριάρχου Ἀβραάμ, ἐκ γῆς Χαλδαίων ἐκεῖσε μεταναστεύσαντος, ὡς ἰσορεῖ ὁ Παμφίλος Εὐσέβιος· ἐξ Αἰγύπτου δὲ, ἢ Φοινίκης διὰ Θαλῆν, ἢ Πυθαγόραν διέβησαν ἢ εἰς Ἑλλήνας· ἀλλ' ἔτι πολλῶν τῶν μετρω ἐκεῖ-

νης ὑπερηκόντισαν, καὶ σὺν πολλῷ τόκῳ τὸ δάνειον ἀποδεδώκασιν· ταῦτ' ἄρα εἰκότως τοῖς πλείοσι πατέρες τέτων, καθὰ δὴ καὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν, καὶ ἐνομιώθησαν, καὶ ὠνομάσθησαν· οἱ μὲν ἔν' ἀρχαῖοι καὶ τὰ ἀναλυτικῆς μεθόδου ἐχόμενα, ἧς πατέρας οἱ πλείοσι Πυθαγόραν, καὶ Πλάτωνα ἀνακηρύττουσιν, ἀριθμητικὰ προσηγόρευον, ὡς δηλοῖ τὰ τῷ Διοφάντῃ, ὅσα σώζεται, τὰ λοιπὰ μετὰ καὶ ἄλλων πολλῶν τῆς πικρᾶς τυραννίδος, καὶ τῷ τῆς δουλείας ζυγῷ, οἰμοί, ἐξαφανίσαντος, ἢ τῷ Φθόνῳ ἐν παραβύθῳ περὶ κῆρας παρὰ σπινθάρων· οἱ δὲ νεώτεροι τῶν ἐσπερίων γενῶν, οἱς τῆς μεθόδου ταύτης ἐμέλησε, καίτοι τῷ τῆς ἀναλύσεως ὀνόματι ἐπιλαθέσθαι ἔκχοντες, ἀλλ' ὅταν δεῖ, καὶ τότε χρώμενοι, κοινότερον μὲν τοι ἐκφύλῳ ὀνόματι ἠξιώσαν ἀποκαλεῖν Ἀλγγεβραν. Φασὶ γάρ περὶ ἀπιδεῖν σφᾶς εἰς τὰ τῷ Διοφάντῃ, ἐκ τῶν Ἀράβων παραλαβεῖν ταύτην τὴν μέθοδον, ἥναι ἐγκρατεῖς ἐκείνοι τῆς Ἰσπανίας ἐγένοντο, καὶ ὡς πολὺ παραλλάττεσαν τῆς τῶν ἐλλήνων ἀναλυτικῆς μεθόδου, τὸ ἀραβικὸν ἐκεῖνο διατηρησθαι ὄνομα· ὃ σημαίνει μέθοδον ἀναγωγικὴν. διὰ τῶν γὰρ ἰσώσεων, καὶ προδιαφαιρέσεων ἀνάγει τὰς μετιόντας αὐτὴν εἰς εὐρεσιν τῷ ζητούμενῃ, καὶ θύραν τῷ ἀληθοῦς, καὶ περὶ τὸ διωρισμένον μόνον καταγινομένη ποσὸν, ὡς περὶ ἢ ἀριθμητικῇ· ἀλλὰ περὶ τὸ ἀπλῶς ποσόν, καὶ ὅσα ὑπὸ τὸ ποσὸν ὑπάγεται, οἷον εἰπεῖν γεωμετρίας, ἐπιφανείας, διαστήματα, καὶ συνελόντα φῆναι, ὅσα αὖξῃσι, καὶ μείωσιν ἐπιδέχεται. ἦν δὲ καὶ λίαν ἐξείρεσιν οἱ πλείοι αὐτῶν, θείαν ἐπονομάζοντες, καὶ κολοφῶνα τῆς ἀνθρωπίνης μαθήσεως.

Τέως μὲν ἔν τὰς πράξεις διὰ τῶν ἀριθμητικῶν
 χαρακτήρων ἐπέβαινον· ἕως Φραγγίσκος Βιέτης κελ-
 τὸς τὸ γένος ἀντὶ τούτων τοῖς τῷ ἀλφαβήτῳ σοιχείοις
 ἐχρήσατο, διὰ τὸ γίνεσθαι ἐν αὐτῇ τὰς πράξεις διὰ τῶν
 σοιχείων εὐχερέστερόν τε καὶ ἀπονώτερον. Περὶ ταύ-
 της τοίνυν τῆς ἐπισήμης, ὥς ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς ἔχει
 χρόνοις, καὶ μοὶ πρόκειται, βραχεία τινὰ περὶ ἀριθ-
 μῶν προανακησαμένῳ, σοιχειώδη τινὰ τοῖς μαθη-
 τιῷσι παραδόναι διδασκαλίαν, ὥς ἐνι, συντετμημένως
 καὶ σαφῶς, καὶ εἰσαγωγικοῖς μᾶλλον προσήκυσαν. τοῖς
 δ' ἀκορέτως ἔχουσι περὶ τὰ τοιαῦτα ἔξουσι τὰ πλείω
 ἀναλέξασθαι παρ' ἄλλων, πλατύτερον, καὶ τελειώτερον
 περὶ τῆς ἐπισήμης ταύτης διαληφόντων.

Ὅσον δὲ τὸ χρήσιμον, ὃ χαλεπὸν ἐστὶ κατιδεῖν.
 Εἰ γὰρ ἀπλῶς ἡ ἀριθμητικὴ πρὸς τὰς λοιπὰς ἐπισή-
 μας ὑπάρχει λυσιτελής· πρὸς πάσας γὰρ ἡ κατ' αὐ-
 τὴν χρῆσις ἐκκέχυται· ἐτι δὲ καὶ πρωτίτη ἀπασῶν, δι'
 ὃ καὶ α'. εἰς διδασκαλίαν προτίθεται. ἔθεν ἦττον, εἰ-
 μὴ καὶ μᾶλλον τοιαύτῃ ἐστὶ, περὶ ἧς ὁ λόγος ἐνταῦθα,
 ὅτε δὴ ὃ μόνον, ὅσα καὶ ἡ ἀριθμητικὴ, χορηγῶσα ἡ-
 μῖν, ἀλλὰ καὶ ὧν ἐκ ἐξικνεῖται αὕτη, καὶ ἐπ' ἐκεῖνα εὐ-
 χερῶς ποδηγετῶσα, καὶ ἀναβιβάζουσα.

Μοιάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται·

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

Περὶ τῆς κατ' εἶδος σημασίας.

Διχῶς σημαίνονται οἱ ἀριθμοί, ὀνόμασι δηλοιοῦσι,

καὶ χαρακτηῖσι· ἢ ὀνόματα μὲν εἰσι τὸ ἐν, δύο, τρία, ἢ τὰ λοιπὰ ἀριθμητικὰ ὀνόματα. χαρακτηῖς δὲ ὁ 1, ὁ 2, ὁ 3, ἢ οἱ λοιποὶ, δέκα οἷτις οἱ πάντες, ἢ κοινότερον Κύφραι καλούμεναι· ἰδίᾳ δὲ ὁ α'. Ζῆρος, ὡς ἐξᾶς, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9· ὧν ὁ μὲν 0, ἡδυνός ἐστι σημαντικός, εἰ καὶ προσκείμενος τοῖς ἄλλοις, συσημαστικὸς γίνεται· ὁ 1, τῆς μονάδος, ἢ τῆς ἐνός, ὁ 2, τῶν δύο, ὁ 3, τῶν τριῶν, ἢ ἑτερός τις ἄλλῃ τινὸς μέχρι τῆς ἐννέα, τῆς δὲ δέκα ὁ 1, μετὰ τῆς 0, τῆς εἰκοσι ὁ 2, τῆς τριάκοντα ὁ 3, ἢ ἄλλῃ ἄλλος, τὸν αὐτὸν 0, ἔχοντες αὐτοῖς προσκείμενον· τῆς ἑκατὸν ὁ αὐτὸς 1, δις τὸν 0, ἔχων προσκείμενον, τῆς χίλια, τρεῖς, καὶ ἑτέρος τινὸς, πλεονάκις. Ἐπεὶ οὖν τάτε πρῶτα ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν, ἢ αἱ κύφραι, ἔχοντες ὑπερβαίνειν τὸν δέκα· τὰ γὰρ ἑξήδεκα, ἡδὲν ἄλλο εἰσὶν, ἢ δέκα ἢ ἐν, τὰ δώδεκα δέκα ἢ δύο, ἢ ἐπὶ τῶν ἐξῆς τὸ τοιοῦτον σαφέστερον· ὡσαύτως τὰ εἰκοσι δεκάδες δύο, τὰ τριάκοντα τρεῖς, τὰ ἑκατὸν δεκάδες δέκα, τὰ χίλια ἑκατὸν, διὰ τοιούτου δοκεῖ τοῖς πλείοσι, ὅτι οἱ πρῶτοι ἀνθρώποι τοῖς δακτύλοις τῶν χειρῶν ἐπὶ τῆς ἀριθμήσεως ἐχρήσαντο· τεκμήριον δὲ τούτου, ὅτι πάντα τὰ ἔθνη μέχρι τῆς δέκα δέκατα, οἱ ἐπαναλήψεως ἀριθμοῖς ἐφεξῆς.

ὑποσημείωσις ἢ Σχόλιον.

Τὰς κύφρας ταύτας εἰδήματα τῶν Ἰνδῶν οἱ πλείους εἶναι ἐθέλουσι, παραλαβεῖν τε ἐξ αὐτῶν τὸς Ἀραβας, ἢ ἀγαγεῖν εἰς τὴν Ἰσπανίαν· περὶ οὗ τοῦ

ἐννακοσιοςὸν ἐννενηκοσὸν ἑνατον ἔτος τὸ σωτήριον εἰσαχθῆναι α'. εἰς τὰς Γαλλίας διά τινος μοναχῆ, Γελβέρτου καλεμένου, τῷ ὕστερον εἰς τὸν Παπικὸν ἀναχθέντος θρόνον, καὶ δι' αὐτὸ τῆτο κατὰ τι ἐπικρατήσαν ἔθος Σιλβέρτου μετονομασθέντος, καὶ κεῖθεν ἀφικέσθαι εἰς τὴν Ἰταλίαν ὑπ' ἄλλων, ἔσχατον δὲ καὶ εἰς ἡμᾶς· ὥς πάντες ἡσπάσαντο, ἀφέντες τὰς πατρίδας ἑκάστοι χαρακτῆρας τῶν ἀριθμῶν, διὰ τὸ εὐχερέστερ εἶναι περὶ τὰς πράξεις τὰς ἀριθμητικάς.

Περὶ τῆς κατὰ ποσότητα σημασίας τῶν Κυφρῶν.

Ἄλλ' εἰ καὶ ἡ κατ' εἶδος σημασία τῶν κυφρῶν κατὰ τὰ πρόωθεν εἰρημένα ὤρεται· ἀόριστος μὲν τοι τυγχάνει ἡ κατὰ ποσότητα σημασία τῶν αὐτῶν· ἥτις λαμβάνεται ἀπὸ τῆς τάξεως, καὶ τῆς κατὰ τόπον θέσεως· ὃ γὰρ τὸ αὐτὸ καὶ ἴσον σημαίνει, τῇδε κεῖσε κεκμένη ἐκάστη τῶν κυφρῶν· ἀλλ' ἡνίκα ἦτο· καὶ ἑαυτὴν κεῖται, ἡ τὸν α'. κατέχει τόπον, δεξιόθεν γινομένης τῆς ἀρχῆς, μονάδων ἐπὶ σημαντικῇ, τὸν β'. δὲ, δεκάδων, τὸν δὲ γ'. ἑκατοντάδων, τὸν δὲ δ'. χιλιάδων, καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως. οἷον κ' αὖθις ἡ β'. κύφρα, σιγῆδὸν προϊούσα δωδεκάκις. καὶ εἶναι κατὰ συνθήκην τῶν ταξαμένων αὐτὰς, ἐν μὲν τῷ πρώτῳ τόπῳ μονάδος σημαντικῇ, ἐν δὲ τῷ β'. δεκάδος, ἐν δὲ τῷ γ'. ἑκατοντάδος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἄλλε τινὸς μέγεθι τῷ ἐσχάτῳ, ἐν ᾧ ἑκατοντάδος χιλιάδος τῶν χιλιάκις χιλίων, ἢ ὡς ἕτεροι, ἑκατοντάδος χιλιάδος τῷ μιλιο-

νία εὐρίσκεται σημαντική, ὡς ἐπὶ τῷ ἰπ' ὄψιν καθο-
 ρᾶται σχηματισμῷ, ἢ ὡς ἐπὶ τῆς παρῆσης καθορᾶ-
 ται τάξεως. τινὲς δὲ προϊόντες διλλιόνια, ἢ τριλλιό-
 νια ἀριθμῶσιν· ἡμεῖς δὲ τῇ ἄξει τῷ δώδεκα ἀρκεοθη-
 σόμεθα προῦδω, μηδ' ὅλως τὰ περαιτέρω πολυπραγμο-
 νοῦντες.

μονάς.	Η	τατ	2	δύο
δεκάς.		της γ	3	τρία
ἐκατοντάς.		κ	·	·
μονάς χιλιάδος.		·	·	·
δεκάς χιλιάδος.		·	·	·
ἐκατοντάς χιλιάδος.		·	·	·
μονάς τῶν χιλιάδων.		·	·	·
δεκάς τῶν χιλιάδων.		·	·	·
ἐκατοντάς τῶν χιλιάδων.		·	·	·
μονάς χιλιάδος τῶν χιλιάδων.		·	·	·
δεκάς χιλιάδος τῶν χιλιάδων.		·	·	·
ἐκατοντάς χιλιάδος τῶν χιλιάδων.		·	·	·

Η καὶ ὕτω.
 ταπτομένης
 τῆς γ. καὶ δ.
 κύφρας.
 2 3 2 2 2 3
 τρία
 εἴκοσι.
 . . . διακόσια.
 . . δύο χιλιάδες.
 . τριάκοντα χιλιάδες.
 διακόσιαι χιλιάδες.

Τῶτων τοίνυν ἔτω κειμένων, ῥάδιον τὰς κατὰ πο-
σότητα σημασίας τῶν κυφῶν εὐρεῖν, καὶ τὸν δοθέν-
τα ἐρμηνεύσαι ἀριθμόν. ἐπὶ γὰρ τῇ προεκτεθέντος
ἀριθμοῦ ἐρεῖς συγκεῖσθαι αὐτὸν ἐκ διακοσίων τριάκοντα
δύω χιλιάδων, καὶ διακοσίων εἴκοσι τριῶν μονάδων.

Περὶ συνάψεως ἀριθμητικῆς.

Σύναψις ἀριθμητικὴ ἐστὶ δύω, ἢ πλειόνων ἀριθ-
μῶν εἰς ἓνα ἀριθμὸν ἔνωσις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'.

Δύω, ἢ πλειόνων δοθέντων ἀριθμῶν, τὸν ἐξ αὐ-
τῶν συγκεῖμενον εὐρεῖν.

Ἔωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ὁ α, καὶ β, καὶ
γεγραφήτωσαν εἰς ἑκάστην, ὥς τε τὰς ταυτοσημάντους κύ-
φους συσσειχέτω· ἀλλήλαις, λέγω τὰς σημαντικὰς τῶν
μονάδων ταῖς τῶν μονάδων σημαντικαῖς, τὰς τῶν δε-
κάδων ταῖς τῶν δεκάδων, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.
εἴτα συναπτέσθωσαν αἱ μονάδες ταῖς μονάσι, αἱ δε-
κάδες ταῖς δεκάσι, καὶ ἔτις ἐξῆς. καὶ μὲν τὸ συμπο-
σούμενον ἐκ τῶν μονάδων ἔχῃ ὑπερεκπίπτῃ τῇ δέκα,
καὶ τὸ ἐκ τῶν δεκάδων τοῦ ἑκατὸν, καὶ τῶν ἄλλων
ἕκαστον τῇ πρὸ αὐτῆς, ὡς ἐπὶ τῇ α'. ὑποδείγματι. .
Γεγραφήτωσαν αἱ μὲν μονάδες ὑπὸ τῷ εἰχῶ τῶν μο-
νάδων, αἱ δὲ δεκάδες ὑπὸ τῷ τῶν δεκάδων, καὶ αἱ ἑκα-
τοντάδες ὑπὸ τῷ τῶν ἑκατοντάδων. εἰδὲ ὑπερεκπίπτει,
ὡς ἐπὶ τῇ β', ἢ μὲν ὑπεροχὴ γεγραφήτω ἐν τῷ οἰκείῳ
τόπῳ, τὸ δὲ λοιπὸν συναφθήτω τῷ πρὸ αὐτοῦ,

οἶον ἐπεὶ 2, καὶ 6, ποιῶσιν 8, γρα- ὑπόδειγμα α'.
 φήτω ἐν τῷ α'. εἰχῶ ὁ 8· αὐθις 4356. α.
 ἐπεὶ 1, καὶ 5, ποιῶσιν 6, γραφήτω 3312. β.
 ἐν τῷ β'. ὁ 6, διὰ τὸν αὐτὸν λόγον 7068. γ.
 ἐτι ἐν τῷ γ'. ὁ 6, καὶ ἐν τῷ δ'. ὁ 7, ἵνα γένηται ὁ
 γ. ἑπτὰ χιλιάδων, καὶ ἑξακοσίων ἑξήκοντα ὀκτὼ σημαν-
 τικὲς, ὑπὸ τῶν α.β., συγκεείμενος.

Αὐθις ἐπὶ τῇ β'. ὑποδείγματος ἐπεὶ 4, καὶ 9,
 ποιῶσι τὸν 13, ὁ δὲ 13, ὑπερεκπίπτει τῇ 10, ἡ μὲν
 ὑπεροχὴ ὁ 3, γραφήτω ὑπὸ τὰς μονάδας, ὁ δὲ δέκα,
 ὁ αὐτὸς ὢν μιᾷ δεκάδι, συναφθήτω ταῖς δεκάσι, καὶ
 ἐπεὶ 1, καὶ πέντε καὶ 8, ποιῶσι δεκατέσσαρας δεκάδας,
 γραφήτω ὁ 4, ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὁ δὲ 10, ἦτοι αἱ
 δέκα δεκάδες, ἴσαι ὕσαι μιᾷ ἑκατοντάδι, συναφθή-
 τωσαν ταῖς ἑκατοντάσι, ἐξ ὧν συμ- ὑπόδειγμα β'.
 ποσούμενων 15, ἑκατοντάδων, αἱ μὲν 4689. δ.
 πέντε ἑκατοντάδες τεθήτωσαν ὑπὸ 3854. ε.
 ταῖς ἑκατοντάσι, αἱ δὲ δέκα, τῆτέσι
 χιλιάς μία συναφθήτω ταῖς χιλιά- 8543. ζ'.
 σι, καὶ γενήσεται ὁ ζ'. ἀριθμὸς, ὀκτὼ χιλιάδων, καὶ πεν-
 τακοσίων τεσσαράκοντα τριῶν μονάδων περιεκτικός.

Ἐὰν δὲ τὸ συμποσέμενον ᾗτε ἐλλείπει, ᾗτε ὑπε-
 ρέχει τῇ 10, τεθήτω ζῆρος, ἡ δὲ μονὰς συναφθή-
 τω ταῖς πρὸ αὐτῆς, οἶον ἐπὶ τῇ γ'. ὑπο- ὑπόδειγμα γ'.
 δείγματος. ἐπεὶ 5, καὶ 5, ἀποτελῶσι 1545. η'.
 τὸν δέκα, γραφήτω ζῆρος ὑπὸ τὰς μο- 8455. θ'.
 νάδας· τὰς γὰρ συμποσωθείσας δέκα, 10000. κ.

ὡς ἴσας ἔσας· μιᾷ δεκάδι, δεόν ἐς συνάπτειν ταῖς δεκάσι, τότε αὐτῇ συμβάντος ἐπίτε τῶν δεκάδων, ἑκατοντάδων, καὶ χιλιάδων, τέθειται ἐν ἅπασιν ζῆρες πλὴν τῇ ἐσχάτῃ, ἐν ᾗ ὁλόκληρος γέγραπται ὁ 10, διὰ τὸ μὴ ἔχειν τὴν χιλιάδος σημαντικὴν κύφραν ἑτέρας πρὸ αὐτῆς κύφρας χιλιάδων σημαντικὰς, ὥστε συναφθῆναι αὐταῖς, καὶ γέγονεν ὁ κ, ἀριθμὸς μυριάδος σημαντικός.

Περὶ Α' Φαιρέσεως.

Α' Φαίρεσις ἐστὶν εὐρεσις διαφορᾶς δύο ἀριθμῶν, ἥ διαφέρει ὁμείζων τῇ ἐλάττονος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'.

Δύο ἀνίστων δοθέντων ἀριθμῶν, ἀπὸ τῇ μείζονος τὴν ἐλάττω ἀφελεῖν.

Κεῖσθωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ α, β, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς συνάψεως, ὁ ἐλάττων μέντοι ὑπὸ τὸν μείζονα, καὶ ἀφαιρεθῇτωσαν α'. αἱ μονάδες ἀπὸ τῶν μονάδων, ἦτοι ὁ 4, ἀπὸ τῇ 7, καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος 3, ταχθῇτω ὑπὸ τὰς μονάδας. εἴτα ἐφεξῆς αἱ δεκάδες ἀπὸ τῶν δεκάδων, καὶ αἱ ἑκατοντάδες ἀπὸ τῶν ἑκατοντάδων, καὶ οἱ ἐναπολειπόμενοι ἀριθμοὶ ταχθῇτωσαν καταλλήλως, ὡς ἐνταῦθα ὁ 2, καὶ 4, ὁ μὲν ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὁ δὲ ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας. ὁ δὲ ἐξ ἀπάν-

των συγκείμενος, οἷος ὁ γ, διαφο- ὑπόδειγμα α'.
 ρὰ ἔσαι τῷ α, πρὸς τὸν β, τετρακο- 737. α.
 σίων, εἴκοσι κ, τριῶν ὑπάρχων σημαν- 314. β.
 τικός. κ, τῷ το μὲν ἡνίκα αἱ τῷ ἀφαι- 423. γ.
 ρεμένῃ ἀριθμῷ κύφραι ἐλάττονος ὥσι

σηματικά τῶν κυφρῶν τῷ, ἢ ἀφαιρεῖται. ὁπῆνίκα
 δέ τινες ὥσι πλείονος σημαντικά. ἔδε ποτε γὰρ πα-
 οαι, ὅτι ἔδε ποτε τὸ μείζον ἀπὸ τῷ ἐλάττονος ἀφαι-
 ρεῖται. προσήκει ἀφαιρεῖν ἀπὸ τῆς προσεχῶς κύφρας
 τῇ ἐπινοίᾳ μονάδα, καὶ προσιδέναι ταύτην δυνάμει
 τῇ ἐλάττονι κύφρᾳ τῷ μείζονος τῶν ἀριθμῶν, καὶ
 ἔτω ποιεῖν τὴν ἀφαίρεσιν. ἐχομένως δὲ τὸ ἀφαιρε-
 θέν προσιδέναι τῇ β' κύφρᾳ τῷ ἐλάττονος, τὴν ἀφαί-
 ρεσιν συνεχίζοντας. καὶ ἔκ ἐγγωσῇ κ, ἐπὶ ταύτης
 τῆς κύφρας γενέσθαι ἀφαίρεσιν, τὸ αὐτὸ ποιεῖν, ὃ κ,
 πρότερον. οἷον δεδόσθωσαν οἱ δ, ε, ὑπόδειγμα β'.
 ἀριθμοί. καὶ ἐπεὶ ἐν τῇ χώρᾳ τῶν 472. δ.
 μονάδων ἐπὶ μὲν τῷ δ, κεῖνται δύο, 146. ε.
 ἐπὶ δὲ τῷ ε, ἕξ, καὶ ἔκ ἂν ἀφαιρε-
 θεῖν ε 6, ἀπὸ τῷ 2, ἐλάττονος, ἀφαι- 326. ζ.

ρεθῆτω τῇ ἐπινοίᾳ ἀπὸ τῷ 7, μονάς, καὶ προσεθῆτω
 τῷ 2, ἵνα γένηται ὁ 12, ἕξ ἢ ἀφαιρουμένου τῷ 6,
 ἑναπολείπει) ὁμοίως 6, ὅς γε φηῖτω ὑπὸ τὰς μονά-
 δας. ἀφαιρεθῆτωσαν δὲ κ, αἱ δεκάδες ἀπὸ τῶν δε-
 κάδων, ἦτοι ὁ 4, ἀπὸ τῷ 6, ἔχι δὲ ἀπὸ τῷ 7, διὰ
 τὴν ἀφαιρεθεῖσαν πρότερον μονάδα, κ, προσεθεῖσαν
 τῷ 2. ἀλλ' ἐπεὶ ἡ τοιαύτη ἀφαίρεσις τῇ ἐπινοίᾳ ἐγέ-
 νετο, διὸ κ, ἡ ἀφαιρεθεῖσα μονάς μένει ἐνεργεία,
 ἕξ ἂν ἀφαιρεθεῖν κύφρας. τῷ το δὲ ὁμοδίως διεκφεύ-

γει τὴν μνήμην ἐπὶ τῆς πράξεως, διά τοι τῷτο προσε-
 θήτω τῷ 4, ἡ ἀφαιρεθεῖσα μονάς, ἵνα γένηται ὁ
 5, ὃς καὶ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ 7, καὶ ὁ λειπόμενος
 δύο ταχθήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. τινὲς δὲ ἄλλως ποιῶ-
 σι τὴν πράξιν. εἰγμὴν γὰρ ἐπιτιθέντες τῇ κύφρᾳ, οἷον
 τῷ 7, καὶ ἡλαττωμένον αὐτὸν λογιζόμενοι μονάδι
 διὰ τὴν ἀφαιρεθεῖσαν μονάδα, ἀφαιρῶσι τὸν 4, ἀπὸ
 τῆ 6. ἀλλὰ τὸ αὐτὸ ἐναπολειφθήσεται, εἴτε ὁ 4,
 ἀπὸ τῆ 6, εἴτε ὁ 5, ἀπὸ τῆ 7, ἀφαιρεθῇ. τελευ-
 ταῖον ἀφαιρεθείσης καὶ τῆς ἑκατοντάδος ἀπὸ τῶν
 ἑκατοντάδων, ἐναπολειφθήσεται ὁ ζ, ἀριθμὸς τῶν
 δ, ε ἀριθμῶν διαφορά.

Εἰς τρανωτέραν δὲ τῶν εἰρημένων κατάληψιν
 κείθωσαν ἔτι οἱ η, θ, ἀριθμοί, καὶ ἐπεὶ τὸν ἐν τῷ
 θ, 2. ἔκ ἐνὶ ἀφελεῖν ἀπὸ τῆ ἐν τῷ ὑπόδειγμα γ'.
 η, ζήρ, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ προ- 2340. η.
 σεχῶς 4, μονάς καὶ προσεθήτω τῷ 1582. θ.
 ζήρ, ἵνα γένηται ὁ 10, ἀπὸ δὲ τοῦ 0758. κ.
 10, ἀφαιρεθήτω ὁ 2, καὶ ὁ λειπόμε-
 νος 8, ταχθήτω ὑπὸ τὰς μονάδας· προσεθήτω δὲ
 τῷ 8, μονάς, ἵνα γένηται ὁ 9, καὶ ἐπεὶ πάλιν ἔκ ἐν
 τῷτον ἀφελεῖν ἀπὸ τῆ 4, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ 3,
 μονάς, ἥτις ἰσοδυναμεῖ μιᾷ ἑκατοντάδι, διὰ τὸ εἶναι
 τὸν 3, ἑκατοντάδων σημαντικὸν, ἥτις προσκειμένη τῷ
 4, ποιήσει τὸν 14, ἀφ' οὗ ἀφαιρεθήτω ὁ 9, καὶ ὁ λει-
 πόμενος 5, γραφήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. τῷτο γενο-
 μένου καὶ ἐπὶ τῶν ἑκατοντάδων, ἐναπολειφθήσεται ὁ
 7, ἐπὶ δὲ τῶν χιλιάδων ἐπεὶ ἴσαι εἶσιν ἐν ἑκατέρῳ.

ἢ ὑδέντι ἐξαπολειφθήσεται, κείσεται
 ζῆρος ὑπ' αὐτάς, ἢ ἔσαι διαφορά τῶν
 ρ, θ, ὁ κ, ἀριθμός.

314.	β.
423.	γ.
737.	α.

Βάσανος.

Βατανίζεται δὲ ἡ μὲν ἀφαίρεσις 7668. γ.
 διὰ τῆς συνάψεως, ἡ δὲ σύναψις ἀν- 3312. β.
 τιστρόφως διὰ τῆς ἀφαιρέσεως. ἐπὶ γδ 4356. α.
 τῆ ἀνωτέρω ὑποδείγματος εἰς συνα-
 φῶσιν οἱ β, γ, ἀριθμοί, ἢ γένηται ὁ α, εὐδὴλον ὅτι
 ἡ πρῶξις ὑγιῆς ἐστὶ ἐπὶ τῆς ἀφαιρέσεως. ὁ γδ ἐλάττω
 ἀριθμὸς μετὰ τῆς διαφοράς ἴσος ἐστὶ τῷ μείζονι. ἐπὶ
 δὲ τῆς συνάψεως εἰς ἀφαιρέθῃ ἀπὸ τῆ ὕλη ὅποιο-
 ῦν τῶν μερῶν, ἢ ἡ διαφορά ἴση ἢ τῷ λοιπῷ. οἷον
 ἐπὶ τῆ α'. ὑποδείγματος τῆς συνάψεως ἐπεὶ ἀφαιρε-
 θέντος τῆ β, ἀπὸ τῆ γ, ἐναπελείφθῃ ὁ α, ὁρῶν
 ἐγένετο ἡ πρῶξις. εἰ γὰρ ὁ γ, ἴσος ἐστὶ τοῖς β, καὶ
 α, ὅσισθ' ἑκτῶν ἀπὸ τῆ γ, ἀφαιρέθῃ, ὁ ἕτερος πάν-
 τως ἐξαπολειφθήσεται.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων δὴλον, πῶς ἄν τις συνάψειεν, ἢ ἀφέ-
 λοι ἀπ' ἀλλήλων ἢ τὰ ἑτεροειδῆ. ὁ γὰρ λόγος εἰς
 ἄρτι ἐγένετο περὶ τῶν ὁμοειδῶν. Εἴγε ἐπὶ μὲν τῆς
 συνάψεως ἀναγάγῃ τὰ ἐλάττω ἐπὶ τὰ μείζω. ἐπὶ
 δὲ τῆς ἀφαιρέσεως ἀφαιρῶν τι ἐκ τῶν μειζόνων τῇ
 ἐπινοίᾳ, ἥνικα ἢ ἐγγωρεῖ γίνεσθαι ἀφαιρέσειν, προσθῇ
 τῷ τοῖς ἐλάττωσιν. Ἐστὶ γδ τρία εἴδη νομισμάτων,
 οὓς εἰπεῖν μιᾷ, ὁραγμαί, ὁβολοί, ὧν ἡ μὲν μιᾷ

ἐκατονταπλασίῳ ὑπέκειται τῆς δραχμῆς, αὕτη δὲ δεκαπλασίῳ τῆς ὀβολῆς. ταῦτα συναφθῆσονται, καὶ ἀφαιρεθῆσονται παραπλησίως τοῖς ἄλλοις, ὥς ἔστιν ἰδεῖν ἐπὶ τῶν ὑποκειμένων ὑποδειγμάτων.

ὑπόδειγμα συνάφειας.

μνᾶ, δραχμῆ, ὀβολῆ.

6, 7, 8,

5, 6, 4,

12, 4, 2,

ὑπόδειγμα ἀφαιρέσεως.

μνᾶ, δραχμῆ, ὀβολῆ.

7, 3, 2,

6, 5, 4,

0, 7, 8,

Περὶ Πολλαπλασιάσεως.

Πολλαπλασιάσις ἐστὶ λήψις ἀριθμῶν, ὅσους ἐν ἑτέρῳ ἀριθμῷ περιέχεται ἡ μονάς. τέσσαρες γὰρ ὅροι ἐφ' ἑκάστης εὐρίσκονται πολλαπλασιάσεως, ἡ μονάς, ὁ πολλαπλασιάζων, ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν παραγόμενος, ὅς καὶ γινόμενος καλεῖται, ἔχω πρὸς τὸν πολλαπλασιαζόμενον, ὡς ὁ πολλαπλασιάζων πρὸς τὴν μονάδα. ἀλλ' ἵνα εὐχερῶς ὁ τυχὼν ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν τυχόντα πολλαπλασιάζεται, προκείμενός ἐστι πνυθαγύρεος πίναξ, ἐν ᾧ περὶ οἱ γινόμενοι ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος μέχρι τοῦ ἐννέα ἀριθμῶν, πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζομένων.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, πρὸς ἀλλήλους τέτους
πολλαπλασιάσαι.

Εἶγε ἑκάτερος τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ὑπὸ μιᾶς
σημαίνεται κύφρα, ἑδεμίας χρεία πράξεως. ὁ γὰρ
ὑπ' αὐτῶν γινόμενος ῥαδίως εὐρεθήσεται ἐν τῷ πυθα-
γορείῳ πίνακι, εἴθ' ἂν συντρέχοιεν οἱ δοθέντες
ἀριθμοί. εἶδ' ὁ μὲν ὑπὸ μιᾶς, ὁ δὲ ὑπὸ δύο, ἢ ἑκά-
τερος ὑπὸ δύο, ἢ καὶ πλειόνων, τάττειν προσήκει τὸν
ἐλάττω ὑπὸ τὸν μείζονα, πολλαπλασιάζειν τε ἑκά-
στην κύφραν ἐφ' ἑκάστην, τὰς δὲ γινομένης καταλλή-
λως γράφειν, καὶ τελευταῖον συνάπτειν, ὅπως γε χρεία
συνάγ' εως.

Α'.

Δοθέντων οἱ α, β. πολλαπλα-
σιασάτω τοῖον ὁ 3, τὸν 5, καὶ ἐπει-
γνεται ὁ 15, αἱ μὲν πέντε μοιᾶδες
ταχθέντων ὑπὸ τὸν 3. μονάδων 75

$$\begin{array}{r} 25. \quad \alpha. \\ 3. \quad \beta. \\ \hline 75. \quad \gamma. \end{array}$$

ὁ 3. σημαντικός· αἱ δὲ δέκα, τῆς ἐς μία δέκας τηρη-
θήτω, ἵνα συναφθῇ ταῖς δεκάσιν. αὐθις ὁ αὐτὸς 3,
πολλαπλασιασάτω καὶ τὴν β' κύφραν τῆ α καὶ ἐπει-
γνεται ὁ 6, ἥτοι δεκάδες 6, συναφθήτω ταύταις
ἢ τηρεμένη μονὰς, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν συμποσέμενος ὁ 7,
ταχθέντω ὑπὸ τὴν β' κύφραν τῆ α· δεκάδων γὰρ
ἐς παραστατικὴ καὶ ὁ γενόμενος γ, ἐστὶν ὁ ἐκ τῆ
πολλαπλασιασμῆ τῶν δοθέντων ἀριθμῶν παρεχόμε-
τος. δείκνυται. κείθω γὰρ α'. 1, 3, 25, 75, εἴτα

ὁ 3, μεθ' ὃν ὁ 25, ἐφεξῆς δὲ τέττα ὁ 75. καὶ ἐπεὶ ὁ ὑπὸ τῶν ἀκρῶν ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἔτι ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται κατὰ τὴν ιδ'. τῷ ζ'. τῷ σοικειωτῷ. ἔσιν ἄρα ὡς 1, πρὸς 3, ὁ 25, πρὸς 75, καὶ ἀνάπαλιν.

Β'.

Δοθήτωσαν οἱ δ, ε, ἐκ δύο κυφῶν συνιστάμενοι, καὶ ἐπεὶ ἡ μονὰς τὸν 3, πολλαπλασιάζουσα, αὐτὸν δὴ τὸν 3, ποιεῖ, ταχθήτω ὁ 3, ὑπὸ τὰς μονάδας, ὁμοίως καὶ τὸν 4, ἐπεὶ ποιεῖ τέσσαρα, ταχθήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὡς δεκάδων σημαντικός. ὁ δὲ 2, ἦτοι ἡ β'. κύφρα τῷ ε, ἐπεὶ πολλαπλασιάζων τὸν 3, ποιεῖ τὸν 6, ταχθήτω τέως ὁ 6, ὑπὸ τὰς δεκάδας, συναφθῆσόμενος ἐτύξερον ταῖς ἐν τῷ ζ, δεκάσι, ὡς δεκάδων σημαντικός. καὶ

43.	δ.
21.	ε.
43.	ζ.
86.	η.
903.	θ.

καὶ ὁ 3, εἰκοσάνικς λαμβανόμενος, ποιεῖ τὸν ἐξήκοντα, ὃ δὴ ἀναλογεῖ ὁ 6. ὁ αὐτὸς δὲ 2, ἐπεὶ πολλαπλασιάζων τὸν 4, ποιεῖ τὸν 8, ταχθήτω ὁ 8, ἐφεξῆς τῷ 6, πρὸς τὰ ἀριστερά. τελευταῖον συναφθήτωσαν οἱ ζ, η, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν συμπεσόμενος θ, ἐστὶν ὁ ὑπὸ τῶν δ, ε, γινόμενος.

Τὸν αὐτὸν τρόπον γειήσεται ἡ πολλαπλασίασις καὶ ἐπὶ τῶν ἐκ πλειόνων, ἢ δύο κυφῶν συνισταμένων ἀριθμῶν.

Γ'.

Κείθωσαν γὰρ οἱ κ, λ, ἀριθμοὶ, καὶ ταχθήτωσαν

ἑκάλληλοι. ὥστε συστοιχεῖν τὰ ὁμοειδῆ, δηλοιοῦσι τὰς
 μονάδας ταῖς μονάσι, τὰς δεκάδας
 ταῖς δεκάσι, καὶ τὰ λοιπὰ ὡσάυτως τοῖς
 ὁμοειδέσιν. ἐὰν γὰρ πολλαπλασια-
 σθῇ ἐκάστη κύφρα τοῦ κ, ἐφ' ἐκάστην
 κύφραν τοῦ λ, γειήσονται οἱ μ, ν,
 ξ. τούτων δὲ συναπτομένων, παρα-
 χθήσεται ὁ π.

$$\begin{array}{r}
 1432. \kappa. \\
 123. \lambda. \\
 \hline
 4296. \mu. \\
 2864. \nu. \\
 1432. \xi. \\
 \hline
 176136. \pi.
 \end{array}$$

Ὅπηνίκα δὲ ὁ διὰ τῆς πολλαπλασιάσεως γινό-
 μενος δεκαδικὸς ἢ ἀξιθμὸς, προσήκει ὑπὸ τὸν συστοι-
 χῆντα τάττειν ζῆξον, τῆτον δὲ συνάπτειν τῷ προσε-
 χῶς γινομένῳ.

Δ.

Ἐσωσχυ γὰρ οἱ ρ, π. καὶ ἐπεὶ ὁ
 2, ὁ ἐν τῷ π. πολλαπλασιάζων τὸν
 2, τὸν ἐν τῷ ρ, ποιεῖ τὸν 4, γράφῃτω
 ὑπὸ τὸν 2, ὁ 4. αἰθίς ὁ 2, πολλα-
 πλασιάζων τὸν 5, ἐπεὶ παρέχει 10.
 τεθήτω ὑπὸ τὸν 5, ζῆξος, ἡ δὲ δεκάς
 συναφθήτω τῷ 4, πολλαπλασιασθέντι ἐπὶ τὸν 2, ἦτοι
 τῷ 8, ἵνα γένηται ὁ 9, ὅς τεχθήτω ὑπὸ τὸν 4. ὁ-
 μοίως ἐπεὶ ὁ 4, πολλαπλασιάζων τὸν 2, ποιεῖ τὸν 8,
 τεθήτω ὑπὸ τὸν 4, 8, ἐπεὶ δὲ πολλαπλασιάζων καὶ
 τὸν 5, ποιεῖ τὸν εἴκοσι, τεθήτω ὑπὸ τὸν 9, ζῆξος,
 ἡ δὲ εἰκοσὰς συναφθήτω τῷ 4, ἐπὶ τὸν 4, πολλα-
 πλασιασθέντι, ἦτοι τῷ 16, ἵνα γένηται ὁ 18, ὅς καὶ
 γράφῃτω προσεχῶς. οἱ δὲ γεγόμενοι σ, τ. συνα-
 φθήτωσαν

$$\begin{array}{r}
 452. \rho. \\
 42. \pi. \\
 \hline
 904. \sigma. \\
 1808. \tau. \\
 \hline
 18984. \phi.
 \end{array}$$

Φθῆτωσαν εἰς ἓνα τὸν ϕ , καὶ αὐτὸς ἔσαι ὁ ὑπὸ τῶν
 ξ , καὶ π , γινόμενος.

Καὶ ὁτος μὲν ἐστὶν ὁ κοιότερος, καὶ ἐν χεῖρεσσι
 τῶν πολλῶν τῆς Πολλαπλασιάσεως τρόπος, εἰσι δὲ
 παρὰ τῆτον καὶ ἄλλοι, ὅς διὰ τὸ συντομώτερον παρέ-
 λικον. προσθήσω μέντοι ἐκ πάντων τὸν εὐχερέστερον,
 ὅς μάλιστα ἐπὶ τῶν δεκαδικῶν μεθοδεύεται ἀριθμῶν.

Ε.

Ληφθήτωσαν γὰρ δύο δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ, ὁ 10,
 καὶ 20. ἐν τέτοις τοίνυν ἀπόχρη τὰς κύφρας πολλα-
 πλασιάσαντας προσθεῖναι τῷ ὑπ' αὐτῶν γινομένῳ δύο
 ζήρεσ, ἐπεὶ δύο κεῖν) ἐν αὐτοῖς, ἵνα σχῶμεν τὸν ὑπ'
 αὐτῶν γινόμενον· τὸ αὐτὸ ἔσαι καὶ ἐπὶ πάντων τῶν
 δεκαδικῶν ἀριθμῶν, οἷον 100, καὶ 1000, 2000, καὶ
 20000, καὶ τῶν ὁμοίων· τὸ αὐτὸ καὶ ἂν γένοιτο, εἴτε
 ἐκάστην κύφραν τῆ πολλαπλασιαζομένης ἐφ' ἐκάστην τῆ
 πολλαπλασιάζοντος, εἴτε τὰς ζήρεσ παριδόντες, τὰς
 κύφρας μόνας πολλαπλασιάσωμεν. καὶ τῷ Γινομένῳ
 τὰς ζήρεσ προσθῶμεν, ὅπερ ἔασι ἄντις κατίδοι ἐπὶ
 τῆ 10, καὶ 20. κείδωσαν γὰρ ὅτοι ὑπάλλη-
 λοι, καὶ ἐπεὶ ζῆρος ζῆρον, ἢ κύφραν πολ-
 λαπλασιάζων, ζῆρον ποιεῖ, εὐδὴλον ὅτι ὁ ἐν
 τῷ 10, ζῆρος, τὸν ἐν τῷ 20, καὶ τὴν ἐν
 αὐτῷ κύφραν πολλαπλασιάσας, παρέξει
 ζήρεσ· Γραφήτωσαν ὑπὸ τὸν 10, δύο 200.
 ζῆροι, ἐπεὶ δὲ ἡ ἐν τῷ 10, κύφρα, πολλαπλασιάζου-
 σα τὸν ἐν τῷ 20, ζῆρον καὶ κύφραν, δίδωσι ζῆρον καὶ
 κύφραν τὸν 2, ταχθήτωσαν καὶ ταῦτα καταλλήλως.

ὧν συναπτομένων γενήσεται ὁ 200, ὥς ἂν γένοιτο, καὶ εἶγε τὸν 2, πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὴν 1, προσώμεν δύο ζήεις.

Τῷ αὐτὸ ποιητέον καὶ μὴ ὥσιν οἱ ἀριθμοὶ δεκαδικοί, τύχωσι δὲ ζήεις ἐν αὐτοῖς μεταξὺ τῶν κυφρῶν· ἦτοι παροπτεύον τὰς ζήεις, καὶ μόνας τὰς κύφρας πολλαπλασιασέον· ὡς ἐπὶ τῶν α, β, παροφθέντων τῶν ζήων, πεπολλαπλασιάσαι ἐκάστη κύφρα τῷ α, ἐπὶ τὰς ἐν τῷ β, 2, καὶ 3, καὶ παρῆκται ὁ γ, ὥς ἂν παραχθῇ, εἶγε καὶ ἐκάστη κύφρα καὶ ζήεις τῷ β, πολλαπλασιάσῃ ἐκάστην κύφραν τῷ α, καὶ γίνονται οἱ δ, ε, ζ, η, καὶ ἐξ αὐτῶν ὁ θ, ὁ αὐτὸς ὧν τῷ γ.

3122	α.
2003	β.
6253366	γ.
9366	δ.
0000	ε.
0000	ζ.
6244	η.
6253366.	θ.

Περὶ Διαίρεσεως.

Διαίρεσις ἀριθμητικὴ ἐστὶν εὗρεσις πηλικότητος τῷ ἐν ἀριθμοῖς λόγῳ· ἢ εὗρεσις ἀριθμοῦ περιζώντος διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ποσάκις ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα ἦτοι καταμετρεῖ, ἢ μετρεῖ· λέγεται δὲ ὁ μὲν ἐλάττων Διαιρέτης, ὁ δὲ μείζων Διαιρέμενος, ὁ δὲ παραγόμενος διὰ τῆς διαίρεσεως Πηλικότης, ἢ Πηλίκον· οἷον διαιρεμένος τῷ 15, ἐπὶ τὸν 3, παράγεται ὁ 5, ὥς καὶ παρῆκται διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ὅτι ὁ 3, καταμετρεῖ πεντάκις τὸν 15. ὁθεν ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ Πηλίκον, ὡς ὁ Διαιρέτης πρὸς τὸν Διαιρέμενον.

εἶγε ἰσάκεις μετρεῖ ἢ τε μονὰς τὸ πηλίκον, ἢ ὁ διαιρέτης τὸν διαιρέμενον, καὶ ἀνάπαλιν, ἢ ἐναλλάξ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ'.

Δύω δοθέντων ἀριθμῶν τὸν μείζονα ἐπὶ τὸν ἐλάττω διελεῖν, διὰ τὸ ἐπὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν ὑδέποτε τὸν ἐλάττω ἐπὶ τὸν μείζονα διαιρεῖσθαι.

Α'.

* Ἐσωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ὁ α, ἢ β. ἀφορισθῆτω ὁ β, ἐκατέρωθεν γραμμαῖς, ἵνα μὴ συναφθῇ τῷ α, ἐγγύς αὐτῷ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς καμένῳ· ἢ εὗρεθῆτω ποσάκεις ὁ 2, τὸν 13, μετρεῖ (ὅς ἢ ἀφορισθῆτω διὰ τὸ ἀσύγχυτον ἀπὸ τῶν ἄλλων κυφῶν ὑποδιασολῇ,) ἐπεὶ τὸ διὰ τῆς πρώτης κύφρας τῷ β, σημαινόμενον, ὁ 2, ὃ μετρεῖ, καὶ ἐπεὶ εὕρεσκειται ἐξάκεις, γραφῆτω ἐφεξῆς τῷ β, ἐν τοῖς δεξιοῖς ὁ 6, πρώτη κύφρα ὧν τῷ ζητούμενῳ πηλίκῳ· εἴτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ 6, ἐπὶ τὸν 2, ἢ ὁ ἐξ αὐτῶν 12, ταχθῆτω ὑπὸ τὸν 13, ἢ ἀφαιρεθῆτω ἀπ' αὐτῷ, ἢ τὸ λειπόμενον γραμμῆς ἀχθείσης, γραφῆτω ὑπ' αὐτὴν· προσιδεμένῳ δὲ τῷ λειπομένῳ τῷ 5, ἢ συνισαμένῳ ἐξ αὐτῶν τῷ 15, ζητηθῆτω ποσάκεις ὁ 2, μετρεῖ τὸν 15, ἢ ἐπεὶ εὕρεσκειται δις, ταχθῆτω ἐφεξῆς τῷ 6, ὁ 7, ὡς δευτέρα τῷ Πηλίκῳ κύφρα. πολλαπλασιασθῆτω τε ἐπὶ τὸν 2, ἢ ὁ ὑπ' αὐτῶν 14 τεθῆτω ὑπὸ τὸν 15, ἢ ἀφαιρεθῆτω ἀπ' αὐτῷ, ἢ τὸ λειπόμενον γραφῆτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν. τῷτο ποιῶντες ἢ ἐπὶ τῆς λοιπῆς κύφρας τῷ β, ἦτοι

προσιθύντες αὐτὴν τῷ ἑναπο-
λειφθέντι ἐκ τῆς Ἀφαιρέσεως
τῆ 14, εὐρέσομεν τρίτην τῆ Πη-
λίκης κύφραν τὸν 6. πολλα-
πλασιάσαντες δὲ αὐτὸν ἐπὶ τὸν
2, καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆ
12, ἀφελόντες, ἐπεὶ ἔδεντι
ἑναπολείπεται, γινώσκομεν ὅτι

$$2\alpha(13,5,2)\beta, 676\gamma.$$

$$\begin{array}{r} 12. \\ \hline 15. \\ 14. \\ \hline 12. \\ 12. \\ \hline 0. \end{array}$$

ὁ α, καταμετρεῖ τὸν β, κατὰ τὸν γ, καὶ ἔστιν ὁ γ,
Πηλίκον τῆ β. Διαιρεμένον ἐπὶ τὸν α.

Β'.

Ἐὰν δὲ ἐπίτινος Ἀφαιρέσεως ἔδεν ἑναπολείπεται,
ὑπαχθῆτω διαιρεθσομένη ἡ ἐφεξῆς κύφρα, καὶ
καὶ αὕτη ἐλάττων εἴη τῆς τῆ Διαιρέσεως, ἐν μὲν τῷ Πη-
λίκῳ ταχθῆτω ζῆρος, αὐτῇ δὲ προσεθῆτω ἡ ἐξῆς τῆ
Διαιρεμένον κύφρα, καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθω ὡς πρότερον.
οἷον ἐπὶ τῆ δ, καὶ ε, ἐπεὶ ὁ δ, δ2 (813) ε, 406½ ζ.
τετράκις μετρεῖ τὸν ἐν τῷ ε,
8, ταχθῆτω ἐνθα τὸ ζ, ὁ 4,
πρώτη κύφρα τῆ Πηλίκης· ἐπεὶ δὲ
ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασιαζόμε-
να, καὶ τῆ Γινόμενον, ἀπὸ τῆ

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 013 \\ 12 \\ \hline 1. \end{array}$$

8, ἀφαιρεμένου, ἔδεντι ἑναπολείπεται, τακτέον ὑπὸ
τὸν 8, ζῆρον· ὑπαγομένης δὲ τῆς δευτέρας κύφρας τῆ ε,
ἐπεὶ ἔμετρεῖ ταύτην ὁ 2, τεθῆτω ἐφεξῆς τῆ 4,
ζῆρος. προσκειμένης δὲ αὐτῇ καὶ τῆς λοιπῆς κύφρας
τῆ ε, καὶ συνεχασμένης ἐξ αὐτῶν τῆ 13, ἐπεὶ μετρεῖ
αὐτὸν ὁ 2, ἐξάκις, ταχθῆτω ἐν τῷ Πηλίκῳ ὁ 6, τῆ-

τα πολλαπλασιαζομένους ἐπὶ τὸν 2, ἢ τῷ Γινομένῳ 12, ἀφαιρεμένου ἀπὸ τῷ 13, ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονάς, ἥτις ἐλάττων ἐστὶ τῷ 2, ὁ 2, ἀριθμὸς μετὰ τῷ προσκειμένῳ αὐτῷ κλάσματος, περὶ ὧν ἐν τοῖς ἑπειτα ἐρῶμεν, ἐστὶ Πηλίκον τῷ 2, ἐπὶ τὸν 8, διαιρεμένους.

Τὸν αὐτὸν τρόπον διέλοι τις ἂν τὰς προσεκτε-
θέντας, ἢ ἄλλον τινὰ τῶν ἀριθμῶν ἐπὶ ἀριθμὸν ἐκ
πλειόνων, ἢ μίαν συνισάμενον κύφρας· κειμένων γὰρ
ὡς ἢ πρότερον τῶν διδομένων ἀριθμῶν, ἀφορισέον πρῶτον
ἀρισερόθεν ἀπὸ τῷ Διαιρεμένῳ κύφρας ἰσοπληθεῖς
ταῖς τῷ Διαιρέτῃ, ἢ τῷτο ἥλικα τὸ ἀφοριζόμενον μέ-
ρος μείζον ἢ τῷ Διαιρέτῃ, ἄλλως γὰρ ἔκ ἐγχωρεῖ
γενέσθαι τὴν Διαίρεσιν· ἀνθ' ὅτε ὅταν ἐλάττων ἢ,
πλείους τῶν τῷ Διαιρέτῃ ἀφορισέον· εἴτα ἰτέον ἐπὶ τὴν
πρᾶξιν ὡς πρότερον.

Γ'.

Δεδόσθω γὰρ Διαιρέτης ὁ α, Διαιρέμενος ὁ β'.
ἢ ἐπεὶ ἀφορισθῆισῶν ἀπὸ τῷ β, δύο κυφρῶν, ὅ-
σαι δηλονότι εἰσὶ ἢ ἐν τῷ α, ἐλάττων ἐστὶ ὁ 12, τῷ
15, ἢ ἐκ ἐγχωρεῖ γενέσθαι Διαίρεσιν, ἀφορισέον ἀπὸ
τῷ β, τὸν 121. 15, α (1212060)β, 80804. γ.
ἢ ἐπεὶ μετρεῖ αὐ-
τὸν ὁ 15, ὀκτά-
κισ, γραφῆτω, ἐν-
θα τὸ γ, ὁ 8.
πολλαπλασιαζομέ-
νη δὲ ἐπ' αὐτὸν τῷ
15, ἢ τῷ Γινο-

$$\begin{array}{r}
 120 \\
 \hline
 120 \\
 120 \\
 \hline
 60 \\
 60 \\
 \hline
 0.
 \end{array}$$

μένε 120, γραφομένε ὑπὸ τὸν 121, καὶ ἀφαιρου-
 μένε ἀπ' αὐτῆ, καὶ τῆ λειπομένε προσιδεμένε τῆ
 2, τῆ ἐν τῷ β, ἐπεὶ συνίσταται ὁ 12, ὅς ἐλάττων
 ἐστὶ τῆ διαιρέτε λέγω τῆ 15, καὶ διὰ τῆτο ἔκ ἐγχω-
 ρεῖ παλιν γενέσθαι Διαίρεσιν, γραφήτω ἔνθα τὸ γ,
 ἐφεξῆς τῆ 8, ζῆρος, ὑπαχθήτω δὲ καὶ ὁ ἐν τῷ β,
 ἵνα γένηται ὁ 120, τῆτον δὲ τῆ 15, καταμετρεῦν-
 τος ὀκτάκις, γραφήτω αὐδὶς, ἔνθα τὸ γ, 8, εἴτα
 πολλαπλασιαζομένε τῆ 15, ἐπὶ τὸν 8, καὶ τῆ γε-
 νομένε, ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆ 120, ἀφαιρουμένε, ἐπεὶ
 ἔδεντι ἐναπολείπεται, ὑπαχθήτω καὶ ὁ 6, ἀλλὰ διὰ
 τὸ μηδὲ ἀπαξ τῆτον μετρεῖν τὸν 15, ὡς ἐλάττω-
 να, γραφήτω αὐδὶς ἐν τῷ γ, ζῆρος, καὶ προσεθήτω τῷ
 αὐτῷ 6, ὁ ἐν τῷ β, ζῆρος, ἵνα γένηται ὁ 60. τε-
 τράκις δὲ τῆτον καταμετρεῦντος τῆ 15, τιθήτω ἐν
 τῷ γ, ὁ 4, ἐπὶ τὸν 4, δὲ τῆ 15, πολλαπλασιαζομένε, καὶ
 τῆ ὑπ' αὐτῶν ἀφαιρουμένε ἀπὸ τῆ 60, ἐπεὶ τελευ-
 ταῖον ἔδεν ἐναπολείπεται, ὁ γ, ἐστὶ Πηλίκον τῆ β,
 διαιρουμένε ἐπὶ τὸν α.

Μεθοδευθήσεται ἔμπης ἡ πρᾶξις καὶ ἀπονώτερον, ἐὰν
 τύχωσι εἷς, ἢ δύο, ἢ καὶ πλείους ζῆροι προσκειμένοι ἐν ἐ-
 κατέρῳ, ἢ ἐν θατέρῳ μόνον τῶν διδομένων ἀριθμῶν, ἥτοι
 τῷ Διαιρέτῃ. εἰμὲν ἔν τῆτο συμβῇ, ἀποβλητέον τῆς ζῆ-
 ρος, καὶ διαιρετέον ἐπὶ τὸ λειπόμενον τὸν προσκειμένον ἀ-
 ριθμόν· εἴτα ἐκ τῆ δοθέντος Πηλίκης ἀφαιρετέον κύ-
 φρας Ἰσαρίθμους τοῖς ἀποβληθεῖσι ζήροις, ὥς τακτέον
 ὑπεράνω τῆς μονάδος ἐχέσεως προσκειμένους αὐτῇ ἰσο-
 πληθεῖς ζήρος τοῖς ἀφαιρεθεῖσιν. οἷον διδόσθω ὁ 8,

ἀριθμὸς διαιρέμενος ἐπὶ τὸν δ. Ἀποβληθέντων τοίνυν τῶν ζήρων ἀπὸ τῆ δ, ἐπεὶ λείπεται ὁ 4, διαιρεθήτω ὁ ε, ἐπὶ τὸν 4, τὸ δὲ Πηλίκον τέττις ὁ 321, γραφήτω ἔτι, ὥς τὰς δύο αὐτῆς κύφρας, ὡς ἐνταῦθα τὸν 21, κείσθαι ὑπεράνω τῆς μονάδος καὶ δύο ζήρων, τὸν δὲ 3, μεταξὺ αὐτῶν ὅπου τὸ η, καὶ ὁ 3τ'ε', ὡδὶ γραφόμενος ἔσαι Πηλίκον τῆ ε, διαιρεμένον ἐπὶ τὸν δ. δ. 400. ε. (1284) η. 3τ'ε' καὶ τὸ ἐξαχθεῖν

πηλίκον διὰ τῆς δ. 400. ς. (1285) λ. 3τ'ε' ἡ διαιρέσεως προ-

σπεύμενον αὐτῷ ἔχη κλάσμα, τῶν ἀφαιρεθειῶν κυφρῶν ἢ δευτέρᾳ, καὶ τὸ κλάσμα ἀντὶ μιᾶς λογιζονται κύφρας· διαιρεμένον γὰρ τῆ ς, ἐπὶ τὸν αὐτὸν δ, καὶ ἐξαγομένον Πηλίκον τῆ λ, τὸ ἡ, μετὰ τῆ 1, ἢ δύο, ἀλλὰ μία λογισθήσονται κύφρα. ὁ δὲ λόγος τῆς ἐπιτομωτέρας ταύτης πράξεως τὸ πῖσόν ἐξ αὐτῆς ὁμοίᾳ δὲ ἐπαγωγῆς ἐπὶ τῶν κατ' ἑκάστα ἀριθμῶν· τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσαι εἴτε ὁλόκληρον τινὰ ἀριθμὸν διέλωμεν ἐφ' ἑτερον ἀριθμὸν, ὅς εἴπῃ τὸν 24, ἐπὶ τὸν 6, εἴτε διαλύσαντες πρῶτον τὸν διαιρέτην εἰς τῆς ὑφ' ὧν πολλαπλασιαζομένων πρὸς ἀλλήλους γίνεται ἀριθμὸς, ὡς τὸν 6, εἰς τὸν 2, καὶ 3, διέλωμεν ὑπερον ἐφ' ἑνα αὐτῶν, ὅς εἴπῃ τὸν 2, τόν τε 24, καὶ αὖθις τὸ ἐξαχθεῖν Πηλίκον τὸν 12, ἐπὶ τὸν ἑτερον οἷος ὁ 3. ἔσαι γὰρ ἑκατέρωθεν τὸ αὐτὸ Πηλίκον ὁ 4, ὅπερ καὶ ἀνωτέρω ἐπὶ τῶν δ, καὶ ε, ἐγένετο· διαλυθέντος γὰρ τῆ δ, ἐπὶ τὸν 4, καὶ 100, διήρηται πρῶτον ὁ ε, ἐπὶ τὸν δ, εἴτα τὸ ἐκ τῆς Διαιρέσεως Πη-

λίκον ἐπὶ τὸν 100, πλὴν ὅτι ἀκαιρεωθέντος τῆ κλάσματος, γεγραπται ἀντὶ τῆ $\frac{1}{3} \frac{3}{8}$ τὸ $3 \frac{1}{8}$.

Ἄλλως.

Αὐτὸ δὲ τῷτο καὶ κατ' ἕτερον τρόπον γενήσεται, ἂν ἀφελόντες ἢ ἀπὸ τῆ Διαριζμένη κύφρας ἰσαριθμῶς τοῖς ζήροις τῆ Διαρίετης, διέλωμεν ἐχομένως ἐπὶ τὰς ἐναπολειφθείσας κύφρας, τὰς ἀφαιρεθείσας πρότερον κύφρας ἀπὸ τῆ Διαριζμένη· τότε γὰρ γενομένη, εἰ μετὰ τὴν Διαίρεσιν ἐναπολειφθήτι, προσθέντες τῷ τῶ τὰς ἀφαιρεθείσας κύφρας, ἢ ὑπὸ τὸν ἑξ αὐτῶν συνισάμενον, εἰ β, ἔθεν ἐναπολειφθή, ἢ ὑπὸ τὰς α, κύφρας μόνας, τιθέντες τὸν Διαρίετην, ἔχομεν τὸ ζητούμενον Πηλίκον· οἷον διαριζομένου τῆ 1384, ἐπὶ τὸν 400, γενομένης τῆς Α' Φαιρέσεως ἑκατέρωθεν, ἐναπολειφθήσεται ὁ 4, ἢ 13, τότε διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 4, ἔσαι Πηλίκον μὲν ὁ 3, ἐναπολειφθήσεται δὲ 1, ταύτῃ προσκειμένη τῆ 84, συσάθῃσεται ὁ 184, ὑφ' ὃν κειμένου τῆ 500, γενήσεται ὁ $3 \frac{1}{3} \frac{4}{8}$, τὸ ζητούμενον Πηλίκον· αὐθις διαριζομένου ἐπὶ τὸν αὐτὸν 400 τῆ 1284, ἐπεὶ διαριζομένη τοῦ 12, ἐπὶ τὸν 4, ἔκ ἐναπολείπεται, Πηλίκον ἔσαι ὁ $3 \frac{1}{3} \frac{4}{8}$.

Εἰ δὲ ἐν ἑκατέρῳ τῶν δοθέντων ἀριθμῶν εὔρεθῶσι προσκειμένοι ζήροι, ἔτι ἀπονώτερον τῆ Πηλίκου τευξόμεθα, ἀφαιρῶντες πρῶτον ἑκατέρωθεν ζήρους ἰσοπληθεῖς, εἴτα διαριζῶντες τὸ λειπόμενον ἐπὶ τὸ λει-

πόμενον, ὅσον Διαιρουμένου τῷ 12000, ἐπὶ τὸν 400, εἰάν ἀφέληται ἀπὸ τε τῷ 400, καὶ ἀπὸ τῷ 12000, δύο ζήρεας, καὶ τὸ λειπόμενον ἦτοι τὸν 120, διέλη ἐπὶ τὸ λειπόμενον τὸν 4, ἔξει Πηλίκον τὸν 30, ὅς ἂν παραχθεῖται, εἶγε καὶ ὁλόκληρος ὁ 12000, ἐφ' ὁλόκληρον τὸν 400, διαίρεσθῃ.

Βάσανος.

Βασανιθῆσεται δὲ ἡ Διαίρεσις Πολλαπλασιάσει, καὶ αὕτη ἀντιστρόφως διαίρεσει· ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ μὲν τῆς Πολλαπλασιάσεως ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Πολλαπλασιάζοντα, ὅπως ὁ Πολλαπλασιαζόμενος πρὸς τὸν Γινόμενον, ἐπὶ δὲ τῆς Διαίρεσεως ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ Πηλίκον, ὅπως ὁ διαιρέτης πρὸς τὸν διαιρέμενον, εὐδὴλον ἐστὶ κατὰ τὴν ιθ'. τῷ ζ'. τῷ σοικειωτῷ, ὅτι εἰάν μετὰ τὴν Πολλαπλασίαν διελόντες τὸν γινόμενον ἐπὶ τὸν πολλαπλασιαστα, εὕρωμεν τὸν πολλαπλασιασθέντα, ἢ καὶ ἀνὰ πάλιν· μετὰ δὲ τὴν Διαίρεσιν, εἰάν πολλαπλασιασθέντος τῷ Διαιρέτῃ ἐπὶ τὸ Πηλίκον, γένηται ὁ Διαιρέμενος, ὅδε μὲν πάντως ἀπάτη περὶ τὴν πρᾶξιν συμβέβηκεν. Ἐσὼ γὰρ Πολλαπλασιάζων ὁ α, Πολλαπλασιαζόμενος ὁ β, Γινόμενος ὁ γ· ἔσὼ δ' αὖθις Διαιρέτης ὁ ε, Διαιρέμενος ὁ ζ, Πηλίκον ὁ η, ἐπεὶ διαιρεμένος τῷ γ, ἐπὶ τὸν α, πρόεισιν ὁ β, πολλαπλασιαζόμενος δὲ τῷ ε, ἐπὶ τὸν η, γίνεται ὁ ζ, ὁρῶν

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 4 \quad 12 \\ \alpha \quad \beta \quad \gamma \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 5 \quad 15 \\ \eta \quad \epsilon \quad \zeta \end{array}$$

ἔχει τὰ τῶν πράξεων· ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν αβ, ἴσος τῷ γ, καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ηε, ἴσος, τῷ ζ.

Ἐπιστάσεως δὲ ἄξιον ὅτι οἱ πλεῖστοι βασανίζουσι τήν τε Συναψιν καὶ τὴν Πολλαπλασίαν δι' ἀποβολῆς τῆ θ, ἀλλ' ἀδόκιμος ἢ τοιαύτε βάσανος ὡς ἀπάτης παρεκτικῆς, καί τοι ἐν πολλοῖς ἀληθεύουσα, ὡς δῆλον ἐκ τῆδε τῆ ὑποδείγματος. δειδόμεθα οἱ α,β, ἀριθμοὶ συναφθιμένοι· Φανερὸν τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι ὅτι συναφθέντων τούτων, γενήσεται ὁ 592, ἀριθμός· ἀλλ' εἰ τις σφαλὲς ἐπὶ τῆς πράξεως, ἄλλας κύφρας γράψῃ ὑπὸ τῆς α,β. καὶ γένηται ὁ γ, εἴτα βασανίσῃ τὴν πρᾶξιν διὰ τῆς ἀποβολῆς τῆ θ, εὕρησκει ἐκατέρωθεν ἦτοι καὶ ἀπὸ τῶν α,β, ἦτοι καὶ ἀπὸ τῆ γ, λειπόμενον τὸν 7, καὶ οἴησεται μὲν τὸν ὑπὸ τῶν α,β συμποσόμενον εἶναι τὸν 835, ἀπατηθήσεται δὲ διὰ τὸν ὡς ἀληθῶς ὑπ' αὐτῶν συμποσόμενον ὑπάρχειν τὸν 592. ὁ δὲ ἐφ' ἐνὸς συμβέβηκε, δυνατόν συμβῆναι καὶ ἐπὶ ἄλλων πολλῶν· ταῦτ' ἄρα τὸν τρόπον τούτον ἀποδοκιμάσαντες, τῇ δὲ ἀντιστοφῇ βασάνῳ ἐπὶ πασῶν χρησόμεθα.

358 α.

234 β.

835 γ.



Περὶ Ἀναλογιῶν.

Ο Λόγος τῶν πλεοναχῶς ἐστὶ λεγομένων, παρὰ δὲ τοῖς ἀριθμητικοῖς σχέσιν δηλοῖ μεταξὺ δυοῖν ἀριθμῶν, ἢ ὅλως ποσῶν· ἣν ὀρίζομενος ὁ εἰσχυρωτὴς ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ, ἐν ᾧ περὶ μεγεθῶν αὐτῷ ἡ διάσκαψις φησί.

Λόγος ἐστὶν δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικιότητα ποιά σχέσις πρὸς ἄλληλα. Ἐκ δύο δὲ Λόγων, ἡ ἐκ πλειόνων ὁμοίων ἀναφύεται ἡ Ἀναλογία, διὸ ἐκ ὀρίζεται ταύτην λέγων. Ἀναλογία δὲ ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης· ἧς τρεῖς τὰ εἶδη, Γεωμετρικὴ, Ἀριθμητικὴ, Ἀρμονικὴ.

Ἡ μὲν οὖν Γεωμετρικὴ, περὶ ἧς μάλιστα ἐπὶ τῷ παρόντος ὁ λόγος, διαιρεῖται εἰς συνεχῆ, ἐκ διεzeugμένην· ἡ δὲ διεzeugμένη ὑποδιαιρεμένη εἰς ἀπλὴν ἐκ σύνθετον, ἐπιδιαιρεῖται εἰς ὀρθὴν καὶ πλαγίαν.

Συνεχῆς ἀναλογία ἐστὶν ἐν ᾗ οἱ ὅροι ἀδιασάτως κεῖνται. Διεzeugμένη, ἐν ᾗ κατὰ διάσασιν.

Ἀπλῇ ἀναλογία ἐστὶν ἡ ἐκ ἐκ πλειόνων ἢ τριῶν συνισαμένη ὄρων.

Ὁ ρθὴ ἐν ἡ διδομένων ὄρων τινῶν, τελάχισον,
 δὲ τριῶν δυνάμει, ἡ ενεργεία, ζητεῖται δ'. πρὸς ὃν
 ἔξει ὁ γ'. ὡς ἔχει ὁ α', πρὸς τὸν
 β'. δυνάμει μὲν ὡς ἐπὶ τῶν α, β,
 ἀριθμῶν, ὧν δοθέντων, ζητεῖται
 ἀριθμὸς πρὸς ὃν ἔξει ὁ β, ὡς
 ἔχει ὁ α, πρὸς τὸν αὐτὸν β. ἐ-
 ενεργεία δὲ ὡς ἐπὶ τῶν γ, δ, ε,
 ὧν δοθέντων, ζητεῖται ἀριθμὸς
 πρὸς ὃν ἔξει ὁ ε, ὡς ἔχει ὁ γ,
 πρὸς τὸν δ.

$$\begin{array}{r}
 16 \\
 \kappa \\
 2, 4, 8. \\
 \alpha \quad \beta \quad \vartheta. \\
 24 \\
 \lambda \\
 3, 6 = 4, 8. \\
 \gamma \quad \delta \quad \epsilon \quad \zeta.
 \end{array}$$

Εἰς εὐρεσιν τέτων ἐπὶ μὲν τῷ α'. ὑποδείγματι
 πολλαπλασιασίων τὸν β, πρὸς ἑαυτὸν, τὸν δ' ἀπ'
 αὐτῷ ἦτοι τὸν κ, διαιρετέον ἐπὶ τὸν α, καὶ ὁ ἐξαχ-
 θείς ϑ, διὰ τῆς Διαιρέσεως ἐστὶν ὁ ζητούμενος.

Ἐπὶ δὲ τῷ β'. πολλαπλασιασίων τὸν δ, ἐπὶ τὸν
 ε, τὸν δὲ ἐκ αὐτῶν λ, διαιρετέον ἐπὶ τὸν γ, καὶ
 ἔξομεν τὸν ζητούμενον ζ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπεὶ ὁ β, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας πεποίηκε
 τὸν κ, ὅν περ καὶ ὁ α, ποιήσει πολλαπλασιάσας τὸν
 ϑ, κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ περὶ Διαιρέσεως, ἐστὶν ὁ
 ὑπὸ τῶν ἀκρῶν ἴσος τῷ ἀπὸ τῷ μέσῳ.

Αὐθις ὁ δ, τὸν ε, πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὸν λ, τῷτον δὲ ποιήσει καὶ ὁ γ, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ζ. ἔσι τοίνυν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, καὶ ἐπομένως ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β, ὁ β, πρὸς τὸν θ. Ἔτι δὲ καὶ ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, κατὰ τὴν κ. τῇ ζ. τῇ σοιχειωτῇ.

Πλαγία εἰν, ἐν ἣ τριῶν δοθέντων ἀριθμῶν, ζητεῖται τέταρτος ἔξων πρὸς τὸν πρῶτον, ὡς ἔχει ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον· ἢ πρὸς τὸν γ. ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β.

Ἔωσαν εἰς ὑπόδειγμα τῇ α'. τρόποι οἱ α, β, γ. ἀριθμοί, καὶ ζητηθῇτω ὅσις ἔξει πρὸς τὸν α, ὡς ὁ β, πρὸς τὸν γ. πολλαπλα-
 σιασθῇτω ὁ α, ἐπὶ τὸν β, ὁ δὲ $\begin{matrix} 3 & 8 & 4 & 6. \\ & \alpha, & \beta, & \gamma, & \delta. \end{matrix}$
 ὑπ' αὐτῶν διαιρεθῇτω ἐπὶ τὸν γ.
 καὶ ὁ ἐκ τῆς διαιρέσεως ἦτοι ὁ δ, ἔξει πρὸς τὸν α,
 ὡς ὁ β, πρὸς τὸν γ, ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν ἄκρων δ, γ,
 κἀνταῦθα ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων.

Ἔωσαν ἔτι εἰς ὑπόδειγμα τῇ β'. τρόποι τῆς πλαγίας τῶν τριῶν ἀναλογίας, οἱ α, β, γ, ἀριθμοί, καὶ ζητηθῇτω ἀριθμὸς ὅς ἔξει πρὸς τὸν γ, ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β. πολλαπλασιασθέντος τῇ α, ἐπὶ τὸν γ, ὁ ὑπ' αὐτῶν διαιρεθῇτω ἐπὶ τὸν β, καὶ ὁ
 ἔξαχθεὶς δ, εἰν ὁ ζητέ-
 μενος· ἢ δεῖξις ἢ αὐτὴ τῇ $\begin{matrix} 5, & 10, & = & 20, & 40. \\ & \alpha, & \beta, & & \delta, & \gamma. \end{matrix}$
 προτέρα.

Σύνθετος ἀναλογία ἐστίν, ἐν ᾗ πέντε ἀριθμῶν
δοθέντων ζητεῖται ὁ ἕκτος· ἢ ἐπτά, ἢ ζητεῖται ὁ
ὀγδοος· πᾶν μὲν οἱ ἀριθμοὶ εὐτάκτως χωρῶσιν, ὁρᾷ,
εἰδ' ὅ, πλαγία καλεῖται ἡ Ἀναλογία· ἀλλὰ περὶ τού-
των εἰσέπειτα.

Σχόλιον.

Τὰ εἶδη ταῦτα τῶν ἀναλογιῶν, μεθόδους οἱ ἀ-
ριθμητικοὶ κοινότερον καλῶσιν, ἀμέλει τὸ μὲν μέ-
θοδον τῶν τριῶν, τὸ δὲ, τῶν πέντε, τὸ δὲ, τῶν
ἐπτά· ἀλλ' ἐν μὲν ταῖς ἀπλῶς ἀναλογίαις ἀπλῶς ἢ
οἱ ἀριθμοὶ λαμβάνονται, ἢ εἰσὶν ἀριθμῶντες ἀριθ-
μοί, ἐν δὲ ταῖς μεθόδοις τοῖς αἰωθητοῖς ἢ καδέκα-
τα ἐφαρμοστούμενοι, ἀριθμοὶ ἀριθμητοὶ καθίστανται.
Ταῦτ' ἄρα ἵνα καταλλήλως λαμβάνωνται, ἢ ἐκτὸς
ἀπάτης ἢ πρᾶξις χωρῇ, σκεπτέον πρὸ πάντων τίνας
τίσι τούτων ἀνάγκη εἶναι ὁμοειδεῖς, ὅπερ ὄντων ἡμῶν
γενήσεται λαβῶσιν, ὅτι ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν,
ἣτις ἢ κατ' ἀντωνομασίαν, διὰ τὸ πάσας τὰς ἄλλας
ἀναλογίας ἐπ' αὐτὴν, ὡς πρωτίστην ἀνάγεσθαι, ἀναλογία
καλεῖται, ἢ χρυσῆς κανὼν ὑπὸ τῶν νεωτέρων
διὰ τὸ χρέσιμον, ἥτοι πάντες εἰσὶν ὁμοειδεῖς, ἢ ἀνὰ
δύο· ἀλλὰ καὶ τούτο πάλιν διχῶς κατὰ συζυγίαν φη-
μι ἢ κατὰ διάσασιν· κατὰ μὲν συζυγίαν, ἥνικα ὁ-
μοειδῆς ὄντος τῷ α'. τῷ β'. ἐξ ἀνάγκης εἶναι καὶ
ὁ γ'. ὁμοειδῆς τῷ δ'. κατὰ διάσασιν δὲ, ὅταν τῷ α'.
ὁμοειδῆς ὄντος τῷ γ'. ἐξ ἀνάγκης ἢ ὁ β'. τῷ δ'.
εἶναι γὰρ τούτο μὴ ἤ, ἀσύστατος εἶναι ἡ ἀναλογία, ἢ

ἡ ἀπάτη ἐγγύς· ὁ μὲντοι τρόπος τῆς πράξεως ἐπὶ πάντων ὁ αὐτός.

Υποδείγματα ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν
τρεῶν καὶ πρῶτον ἐπὶ τῆς ὀρθῆς.

Ἐπεὶ ὁ δειγμα Α'.

Ἐν ᾧ πάντες οἱ ἀριθμοὶ ὁμοειδῆς.

Τοκιστὴς ἕνεκα 500 ἀργυρίων εἴληφε τόκον ἀργύρια 50, ἕνεκα δὲ 800 ἀργυρίων, πόσα ἂν ἀργύρια λήψαιτο.

Ἐπεὶ ὁ δειγμα Β'.

Ἐν ᾧ ὁ α'. τῷ β'. καὶ ὁ γ'. τῷ δ'. ὁμοειδεῖς.

Τῷ αὐτῷ τοκιστῇ 600 ἀργυρίων παρασχόντων τόκον ἀργύρια 60, 800 ὀβολοί, πόσους ἂν ὀβολὸς παρασχοῖντο.

Ἐπεὶ ὁ δειγμα Γ'.

Ἐν ᾧ εἰς ὁμοειδῆς ὁ α'. τῷ γ'. καὶ ὁ β'. τῷ δ'.

Ἐῖγε τῷ μεγίστῃ τῆς γῆς κύκλῳ δύο μοῖραι ἴσαι εἰσὶν ὀκτωσαδίοις ὀκτὼ πρὸς τοῖς τεσσαράκοντα, αἱ τριακόσιαι ἐξήκοντα, ἥτοι ὁ ὅλος κύκλος, πόσοις ἂν εἶεν ὀκτωσαδίοις ἴσαι.

Ἐπὶ τέττων καὶ τῶν ὁμοίων πολλαπλασιαστέον τὸν β'. ἐπὶ τὸν γ'. τὸν δὲ ὑπὸ αὐτῶν διαιρετέον ἐπὶ τὸν α'. καὶ εὐρεθήσεται ὁ δ', ὁ ἐκ τῆς διαιρέσεως

παραγόμενος· τῆτον τὸν τρόπον εὐρηται ἐπὶ μὲν τῷ
 α'. ὑποδείγματος δ'. ὁρος ὁ 80, ἀργυρίων σημαντι-
 κός, καὶ ὁμοειδῆς τοῖς πρὸ αὐτῶ πασι· ἐπὶ δὲ τῷ β'.
 ὁ αὐτὸς 80, καὶ ἐπὶ ἀργυρίων, ἀλλ' ὀβολῶν σημαντι-
 κός, ὡς ὁμοειδῆς τῷ γ'. ἐπὶ δὲ τῷ γ'. ὁ 8640, ὀκ-
 τωσαδίων δηλωτικός, καὶ ὁμοειδῆς τῷ β'. ἀλλ' ἵνα κα-
 ταφανὲς γένηται τὸ δεῖν τὰς ἀριθμὺς, κατὰ τὰς προ-
 εκτεθέντας διορισμὺς, ὑπάρχειν ὁμοειδεῖς, κείσθω
 ἐπὶ τῷ β'. ὑποδείγματος, μὴ ὁμοειδῆ εἶναι τὸν γ'. τῷ
 δ'. καὶ λογιζέσθω τις ἔτω· εἰ 600, ἀργύρια παρέ-
 σχον 60, ἀργύρια 800, πόσα ἂν λεπτὰ παρὰ-
 σχοῖντο, ἀσύστατος ἔσται ἡ ἀναλογία, ἑτερολογία
 τις μᾶλλον ἔσται, ἢ ἀναλογία· καὶ γὰρ εἰσὶν ἐν τῷ αὐ-
 τῷ λόγῳ τὰ ἀργύρια, τοῖς ὀβολοῖς καὶ λεπτοῖς·
 τὰ γὰρ ἀργύρια τῶν ἀργυρίων δεκαπλάσια, οἱ δὲ ὀ-
 βολοὶ τῶν λεπτῶν καὶ ἐπὶ, εἰ καὶ ἀπλῶς ὁ 800 ἀριθ-
 μὸς τῷ 80, εὐρίσκεται δεκαπλάσιος.

Ἐπὶ δὲ τῷ γ'. ὑποδείγματος, ἐπεὶ ἑκάστη μοῖρα
 διαιρεῖται εἰς 60. ξ'. ὑποκείσθω τὸν 360, καὶ μοιρῶν,
 ἀλλ' ἐξηκοσῶν εἶναι σημαντικόν, τῆτέσι μὴ εἶναι τὸν
 γ'. τῷ α'. ὁμοειδῆ· καὶ δ' ἔτῳ συσαθήσεται ἡ ἀνα-
 λογία· καὶ γὰρ ἐστὶ λογίσασθαι ὡς μοῖραι πρὸς ὀκτω-
 σάδια, ἔτω ἐξηκοσὰ πρὸς ὀκτωσάδια· εἰ γὰρ τῆτο
 δυνατόν, ἐπεὶ ὁ αὐτὸς παράγεται ἀριθμὸς, ἦτοι ὁ
 8640, τὰ 360, ἐξηκοσὰ, ταῦτόν δ' εἶπεῖν αἱ 6,
 μοῖραι ἔσονται περιεκτικαὶ 8640, ὀκτωσαδίων, ὅπερ
 ἄτοπον· αἱ γὰρ 6, μοῖραι τριπλάσιαι ἔσται τῶν
 2, μοιρῶν, περιέχουσιν ὀκτωσάδια 144, εἴγε αἱ 2,
 εἰσι

εἰσι περιεκτικά 48, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ὁ γὰρ 144
ἀριθμὸς τῷ 48, ἐστὶ τριπλάσιος, ἔκκει δὲ ὁ 8640.

Τ' π ό δ ε ι γ μ α π ρ ῶ τ ο ν ἐ π ι τ ῆ ς π λ α γ ί α ς
μ ε θ ό δ ο τ ῶ ν τ ρ ι ῶ ν.

Ἐν ᾧ ζητεῖται τέταρτος ἔχων πρὸς τὸν τρίτον, ὡς
ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, κατὰ τὸν δεύτερον
τρόπον τῆς αὐτῆς.

Εἰ τοκισῆς τις εἴληφεν ἐξ ἀργυρίων 500 τόκον
ἀργύρια 50, τὰ 80, ἀργύρια ἐκ πύσων ἀργυρίων ἔλα-
βεν; Εἰς λύσιν τῆς ἢ τῶν ὁμοίων πολλαπλασιασίου τὸν
πρῶτον ἐπὶ τὸν τρίτον, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον
ἐπὶ τὸν δεύτερον, ἢ εὐρεθήσεται ὁ ζητούμενος κατὰ
τὰ πρόσθεν εἰρημένα.

Τ π ό δ ε ι γ μ α Β'.

Ἐν ᾧ ζητεῖται τέταρτος ἔχων πρὸς τὸν πρῶτον, ὡς
ἔχει ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον.

Ταχυδρόμος τινὸς βαδίσαντος καθ' ἑκάστην ὀκ-
τωσάδια 24, ἢ διανύσαντος τὴν ἀφ' ἐῖος τόπου εἰς
ἑτέραν ὁδοιπορίαν ἐν ἡμέραις ὀκτὼ, ζητεῖται, πόσα ἂν
ὀκτωσάδια αὐτοῖς βαδίξεν καθ' ἑκάστην ἡμέραν, ἵνα
τὴν αὐτὴν ὁδοιπορίαν ἐν ἑξ ἡμέραις διανίσχῃ.

Εἰς λύσιν τέττα καὶ τῶν ὁμοίων τακτέον πρῶτον
 τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν, δεύτερον, τῶν ὀκτωσαδίων,
 τρίτον τὸν τῶν ἄλλων ἡμερῶν, εἴτα πολλαπλασιασέον
 τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν δεύτερον, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαι-
 ρετέον ἐπὶ τὸν τρίτον, καὶ ὁ διὰ τῆς διαιρέσεως πα-
 ραχθεὶς, ἔσαι ὁ ζητούμενος ἀ- ἡ. ὁκ. ἡ.
 ριθμὸς τῶν ὀκτωσαδίων, C^{C} 32: 8 = 24: 6
 ἐπὶ τῇ παρόντος ὁ 32.

Ἔ τ π ό δ ε ι γ μ α Β'.

Εἵπερ ἐν ἡμέραις 10, οἰκοδόμοι 20, συνέπηξαν
 τοιαύτην οἰκίαν, ἐν ἡμέραις 5, πόσοι αὐτοὶ οἰκοδόμοι συμπή-
 ξαιεν ἑτέραν οἰκίαν ἴσην τῇ πρώτῃ;

Πολλαπλασιασέον τὸν
 πρῶτον ἐπὶ τὸν δεύτερον, $40: 20 = 10: 5$.
 διαιρετέον τε τὸν ὑπ' αὐτῶν
 ἐπὶ τὸν τρίτον, καὶ ἐξαχθήσεται ὁ ζητούμενος, ὅς
 ἐστὶν ὁ 40.

Ἡ δειξίς τῶν καὶ τῶν τοιούτων ἐρῆρσαι τῇ
 εἰκοσῇ τῇ ἐβδόμῃ τῇ σιγχειωτῇ, ἔξει μόντοι καὶ ἄλ-
 λως συνιδεῖν ὅπως ἔχουσιν τὴν ἀναλογίαν. διὰ μὲν
 γὰρ τῇ πολλαπλασιασμῇ τῇ πρώτῃ ἐπὶ τὸν δεύτε-
 ρον, ἀποτελεῖται ὁ ἀριθμὸς πάντων τῶν ὀκτωσαδίων,
 ἅπερ ἐβάδισεν ὁ ταχυδρόμος κατὰ τὸ πρῶτον ὑπό-
 δειγμα, ἢ πᾶσαι αἱ ἡμερησῖαι ἐργασίαι τῶν οἰκοδό-
 μων κατὰ τὸ δεύτερον, διὰ δὲ τῆς διαιρέσεως συι-ά-

γεται, ὅποσα ὀκτωσάδια βαδίζειν χρεὼν καθ' ἑκάστην ἡμέραν τῷ διανύσονται ἐν ἑξ ἡμέραις τὴν ὁδόν, ἢ πόσαι ἐργασίαι ἀρκέσουσι καθ' ἑκάστην εἰς σύμπληξιν τῆς οἰκίας ἐν ἡμέραις πέντε.

Σχόλιον.

Ἐπισάσεως δὲ ἄξιον, ὅτι ἐπὶ τῶν τοιούτων προβλημάτων οἱ χρόνοι ἀντιπεπόντασι τοῖς πράγμασιν· ὥς περ ἐνταῦθα αἱ ἡμέραι τοῖς τε ὀκτωσαδίοις, καὶ τοῖς οἰκοδόμοις. καὶ γὰρ μετρίως τὰ χρόνους αὐξεται ὁ ἀριθμὸς τῶν αὐτῶν, καὶ ἀνάπαλιν. ταῦτ' ἀρα καὶ ῥαδίως ἀνάγεται ἡ πλαγία αὕτη μέθοδος ἐπὶ τὴν ὁρθήν, εἴτις ἔτῳσίπως λογίζεται. ὥς ἡμέραι 6, πρὸς ἡμέρας 8, ἤτοι ὁ ὑσέρος χρόνος πρὸς τὸν πρότερον, ἔτῳς ὀκτωσάδια 24, τὰ κατὰ τὴν πρώτην ὁδοιοργίαν, πρὸς ὀκτωσάδια τὰ κατὰ τὴν δευτέραν. καὶ αὖθις ὥς ἡμέραι 5, πρὸς ἡμέρας 10, ἔτῳς 20, οἰκοδόμοι οἱ πρότεροι δηλονότι πρὸς τοὺς ὑσέρους. εὐρεθήσονται γὰρ ὥς καὶ πρότερον οἱ αὐτοὶ ἀριθμοὶ ὁ 32, φημι καὶ 40.

Ἐὰν δὲ δοθέντος τῷ ἀριθμῷ τῶν οἰκοδόμων, ζητηθῇ ὁ τῶν ἡμερῶν, οἷον εἰπεῖν, εἰ 20, οἰκοδόμοι ἐν ἡμέραις 10, συνέπηξαν τὴν οἰκίαν, 40, οἰκοδόμοι ἐν πόσαις τὴν ἴσην αὐτῇ συμπήξαιεν οἰκίαν; εὐρεθῆσεται τὸν αὐτὸν τρόπον ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν διὰ πολλαπλασιασμῷ τῷ πρώτῳ ἐπὶ τὸν δεύτερον, καὶ διαι-

ρίσεως τῆ ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸν τρίτον, ἐπ' ἡδενός γὰρ τῶν τοιούτων προβλημάτων εὐρεθείη ἂν διὰ πολλαπλασιασμῶ τῆ πρώτης ἐπὶ τὸν τρίτον, ἢ διαιρέσεως ἐπὶ τὸν δεύτερον, κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον τῆς πλαγίας μεθόδου τῶν τριῶν, περὶ ἧς τὸν λόγον ποιούμεθα, εἰ καὶ ἐπὶ τῶν μὴ ἀντιπεπονθότων εὕρισκε). ὥς ἐσιν ἰδεῖν ἐπὶ τῆ ἀνωτέρω ἐκτεθέντος ὑποδείγματος πρώτῃ ἐπὶ τῆς αὐτῆς· ἐκεῖ γὰρ διὰ τὸ μὴ ἀντιπεπονθέναι τὰ ἀργύρια τοῖς ἀργυρίοις συνίστατο ἡ ἀναλογία· ἐνταῦθα δὲ ἐκ ἂν ποτε συσταῖ τῷ ἀντιπεπονθέναι τῆς χρόνης τοῖς πράγμασιν· ἔ γὰρ πρόεισιν ὁρῶς τὸ ἔτω λογίζεσθαι εἰ 10, ἡμέραι διήρκεσαν τοῖς 20, οἰκοδόμοις, τοῖς 40, πόσοι διαρκέσουσιν. ἀλλ' ὥς οἰκοδόμοι οἱ ὑπεροὶ πρὸς οἰκοδόμους τῆς προτέρας, ἔτως αἱ ἡμέραι τῶν προτέρων πρὸς τὰς ἡμέρας τῶν ὑτέρων, αἵτινες εἰσὶν αἱ ζητούμεναι· ἦτοι ὥς 40, πρὸς 20, 10, πρὸς 5. ἔτω γὰρ πολλαπλασιαζομένη τῆ πρώτῃ ὥς ἐσὶν ὁ 20, ἐπὶ τὸν δεύτερον ἦτοι τὸν 10, διαιρεῖται ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸν 40 τρίτον ὄντα τῶν δοθέντων, πρῶτον δὲ τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας, καὶ παράγεται ὁ ζητούμενος κατὰ τὴν ὁρῶν, ὅπερ ἦν τὸ ἐξ ἀρχῆς, ἐν οἷς ἐλέγετο δεῖν πολλαπλασιάζειν τὸν πρῶτον τῶν δεδομένων ἐπὶ τὸν δεύτερον, ἢ τὸν ὑπ' αὐτῶν διαιρεῖν ἐπὶ τὸν τρίτον.

Περὶ Ἑταιρείας.

Διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν λύονται ἢ πάντα τὰ περὶ ἀπλῆς Ἑταιρείας ὁρῶνς τε καὶ πλαγίας προβαλλόμενα, ἥτις ἔδεν ἄλλο ἐστὶ, ὡς ἐπὶ τῇ παρόντος λαμβάνει, ἢ συμφωνία πλειόνων διαφορῶν καταθεμένων ποσότητος, καὶ ἐμπορευσαμένων ἐπὶ τινα χρόνον, εἴτα βελομένων διανεῖμαι τὸ ἐξ αὐτῶν κέρδος, ἢ ζημίαν ἀναλόγως ταῖς καταβληθείσαις ποσότησιν, ὥστε ἔχεν τὸ ἐξ ἀπάντων τῶν ποσοτήτων συγκείμενον πρὸς τὴν ποσότητα ἐκάστου, ὡς τὸ ὅλον κέρδος πρὸς τὸ ἀνήκον κέρδος ἐκάστη ποσότητι.

Ἐπὶ τῆς ἀπλῆς καὶ ὁρῶνς
Ἑταιρείας.

Δεδόθω συνεμπόρος τρεῖς ἑταιρείαν ποιησαμένους καταθέσθαι τὸν μὲν ἀργύρια 24, τὸν δὲ 30, τὸν δὲ, 48, ἢ κερδήσαντας ἀργύρια 200, ζητεῖν τὸ ἀνήκον ἐκάσῳ κέρδος.

Εἰς εὐρεσιν τῆς πολλαπλασιασέον τὸν 200, ἥτοι τὸ δοθὲν κέρδος ἐπὶ τὸν 24, τὴν ποσότητα λέγω τῇ ἐνός, τὸν δὲ ὑπὸ αὐτῶν διαιρετέον ἀπὸ τὸν 100, δηλονότι τὴν ὅλην ποσότητα. ὁ γὰρ ἐκ τῆς διαιρέσεως παραγόμενος τῇ ἀνήκοντος αὐτῷ κέρδους, εἶναι παρασατικός. τῷτ' αὐτὸ ποιητέον καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. εἶναι γὰρ,

ὥς	100:	πρὸς 24	= ἔτω	200:	πρὸς 48.
	100:	30		200:	60.
	100:	46		200:	92.

ἔτσι ὥς ἡ ὅλη ποσότης πρὸς τὰς ἐν μέρει ποσότητας
τὸ ὅλον κέρδος πρὸς τὰ ἐν μέρει κέρδη.

Τὸ αὐτὸ ὑπόδειγμα κατὰ τὴν πλα- γίαν μέθοδον τῆς ἐταιρείας.

Ἐὰν δὲ δοθείης τῆς ὅλης ποσότητος, ἢ τῆς
ὅλης κέρδους, ἢ τῶν τῆς μερῶν, ζητηθῇ δὲ ἡ ἐκά-
στη ποσότης, πολλαπλασιαστέον τὸν 200, ἐπὶ τὸν 100,
τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον δὸς εἴπῃ ἐπὶ τὸν 24.
ἐπὶ τὸν 30, ἐπὶ τὸν 46, ἐν μέρει κατὰ τὸν β'. τρέ-
πον τῆς πλαγίας τῶν τριῶν. ἔσαι γάρ.

ὥς	100:	πρὸς 200	= ἔτω	48:	24.
	100:	200		60:	30.
	100:	200		92:	46.

ἔτσι ὥς ἡ ὅλη ποσότης πρὸς τὸ ὅλον κέρδος, αἱ ἐν
μέρει ποσότητες πρὸς τὰ ἐν μέρει κέρδη.

Λήμμα.

Τὸ κινητικὸν πολλαπλασιασθήσε) ἡ ὑποπολλα-
πλασιασθήσε) τῷ λόγῳ τῆς κινητῆς, ἢ τῷ λόγῳ τῆς
ταχύτητος· εἶον ἔσω κινητικὸν σῶμα τὸ α, κινητὸν
δὲ τὸ β, καὶ κινεῖτω τῆτο ἐκεῖνο κατὰ τὴν τυχῆσαν
ταχύτητα· διπλασιασθήτω τὸ β, ἀνάγκη ἢ τὸ κι-
νητικὸν διπλασιασθῆναι, εἰ μέλλει κινεῖν τὸ β, κατὰ

τὴν αὐτὴν ταχύτητα. καὶ δὲ κινεῖν αὐτὸ ἐν διπλασίονι τῆς προτέρας ταχύτητι, δεῖν τὸ αὐτὸ τετραπλασιασθῆναι· ἐὰν δὲ τὸ μὲν κινητὸν διπλασιασθῇ, ἡ δὲ ταχύτης τριπλασιασθῇ, τὸ κινήτικόν εξαπλασιασθῆναι χρεὼν, καὶ ἀπλῶς πολλαπλασιασθῆναι, ἢ ὑποπολλαπλασιασθῆναι κατὰ τὸν λόγον τῆς κινήτης πρὸς τὸ κινητὸν, καὶ τῆς ταχύτητος πρὸς τὴν ταχύτητα· ἦτοι ἔχειν λόγον τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς λόγου τῶν τε κινήτων καὶ τῶν ταχυτήτων.

Ἦ ποκείσθω γὰρ τὸ κινητὸν διτάλαντον, καὶ κείσθω ἀντ' αὐτῆς ὁ 2, ἀντὶ δὲ τῆς διπλασίας αὐτῆς ὁ 4, ἀντὶ δὲ τῆς ταχύτητος κατ' ἣν ἐκίνα τὸ α, τὸ β, ὁ 3, καὶ ἀντὶ τῆς διπλασίας ταύτης ὁ 6, τούτων κειμένων, πρόδηλον τῷ καὶ μικρὸν ἐπιείσαντι, ὅτι ὁ λόγος τῶν κινήτικων σύγκεται ἐκ τῆς λόγου τῆς 2, πρὸς τὸν 4, καὶ τῆς 3, πρὸς τὸν 6.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων συνάγεται, ὅτι ὁ λόγος τῶν κινήτικων ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ λόγῳ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ τῆς πολλαπλασιασμοῦ τῆς 3, ἐπὶ τὸν 2, καὶ τῆς 4, ἐπὶ τὸν 6, οἵτινες ἐνταῦθα εἰσὶν ὁ 6, καὶ 24. ἐπεὶ γὰρ ἦτοι ἔχουσι λόγον τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν κατὰ τὴν ε. τῆς η'. τῆς σοικειωτῆς, ἔχουσιν ἄρα λόγον τὸν ἐκ τῆς 2, πρὸς τὸν 4, καὶ τῆς 3, πρὸς τὸν 6, συγκείμενον· ἀλλὰ καὶ ὁ τῶν κινήτικων λόγος ἐκ τῶν

αὐτῶν λόγων ἐστὶ συγκείμενος, κατὰ τὴν ια'. ἄρα
 $\tau\bar{\epsilon}$ ε'. $\tau\bar{\epsilon}$ αὐτῆς ὁ λόγος τῶν κινήτικῶν ἐστὶν ὁ αὐτὸς
 τῷ λόγῳ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ $\tau\bar{\epsilon}$ πολλαπλα-
 σιασμῆς $\tau\bar{\epsilon}$ 3, ἐπὶ τὸν 2, καὶ $\tau\bar{\epsilon}$ 4, ἐπὶ τὸν 6.

Περὶ Οὐδῆς Μεθόδου τῶν 5.

Ἡ τῶν 5 Μέθοδος σύνθετός ἐστιν ἀναλογία,
 ἐφ' ἧς διδομένων πέντε ἀριθμῶν ζητᾶται ὁ ἕκτος.

Τ' πόδειγμα.

Ἐὰν πρὸς τροφήν 20, ἀνδρῶν ἐν ἡμέραις 2,
 ἱκανοὶ ἄρτοι 80, πρὸς τροφήν 30, ἀνδρῶν ἐν ἡμέραις
 6, πόσοι ἄρτοι εἰσονται ἱκανοί;

Ἐπεὶ αἱ τροφαὶ ἔχουσι λόγον τὸν συγκείμενον
 ἐκ $\tau\bar{\epsilon}$ λόγου τῶν ἀνδρῶν, καὶ $\tau\bar{\epsilon}$ λόγου τῶν ἡμερῶν,
 ὃν ἔχουσι καὶ οἱ γινόμενοι ἀριθμοὶ ἐκ $\tau\bar{\epsilon}$ πολλαπλασιασ-
 μῆς τῶν ἀριθμῶν τῶν παραστατικῶν τῶν ἀνδρῶν καὶ
 ἡμερῶν. πολλαπλασιασθήτω ὁ 20, ἐπὶ τὸν 2, καὶ ὁ
 30, ἐπὶ τὸν 6, ἵνα γένωνται ὁ 40, καὶ 180. ἔστι γάρ.
 $\text{ὡς } 40:180 = 80:360$ ἥτοι 360.

Περὶ Συνθέτης Ἑταιρείας.

Τ' πόδειγμα.

Τῇ αὐτῇ μεθόδῳ λύσθη καὶ πάντα τὰ κατὰ τὴν σύν-
 θετον Ἑταιρείαν προβαλλόμενα. οἷον συνέμποροι τρεῖς

20. πρὸ μνημόν. 3.

24. 6.

Ἰηρεὶ δὲ ἐκαστος ἀνὴν τὸ ἀνῆλθεν ἀνὴν ἐκ τῆς ὁδοῦ
κέκοιτο.

60.09

44. γ.

284.8

200:

200:

2021.03.02

Εἴτις ἀκαταγείς δὲ καὶ ἐν ἡμέραις ταύταις διήκε-
σαν πλεονάζοντες ἐν αὐτοῖς, ποιοῦντες ἀκαταγείς

ἐν ἡμέραις ἐξ πρὸς σκαφὴν ἐτέρη εἴκοσιν ὀργυιῶν διαρκέσαιεν ;

Ἐπὶ τῇ παρόντος καὶ τῶν ὁμοίων, ἐπεὶ οἱ χρόνοι ἀντιπεπόνθασιν τοῖς σκαπανεῦσιν, ἀντισρεπτέον τὰς χρόνους, ἵνα Γίνωνται οἱ σκαπανεῖς ἐν τῷ λόγῳ τῶν γινόμενων ἀριθμῶν ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀργυιῶν, καὶ τῶν χρόνων. καὶ τὰ λοιπὰ ποιητέον ὡς πρότερον ἐπὶ τῆς ὀρθῆς.

σκ. ὀρ. ἢ οἱ ὄροι εὐτάκτως κείμενοι.

10. 20. 6.

5. 20. 3. ἔσαι γὰρ ὡς 120: πρὸς 60 = 10: πρὸς 5.

Περὶ τῆς μεθόδου τῶν 7.

Εἰδῆσαι κοινότερον τοῖς ἀριθμητικοῖς μετὰ τὴν μέθοδον τῶν πέντε ποιῆσθαι τὸν λόγον, καὶ περὶ τῆς τῶν ἑπτὰ λεγόμενης μεθόδου· διῆς διδομένων ἑπτὰ ἀριθμῶν θηρεῦε) ὁ ὄγδοος. ἀλλὰ παραληπτέα αὕτη ὡς βραχύτι τῆς τῶν πέντε παραλλάττουσα, καὶ διὰ τῆτο εἰσδίδως ἐπ' αὐτὴν ἀναγομένη ἵνα δὲ σαφέστερα γένηται τὰ λεγόμενα, ἐκθετέον ὑπόδειγμα τι τῶν κατ' αὐτὴν προβαλλομένων. Ἄνδρες 4, μετὰ ἀργυρίων 160, ἐν μηνσὶν 6, ἐκέρδησαν ἀργύρια 32, ἄνδρες 7, μετὰ ἀργυρίων 210, ἐν μηνσὶν 4, πόσα κερδήσασιν ἀργύρια. σημαίνει δὲ τὸ ἄνδρες 4. μετὰ ἀργυρίων 160, τὸ καταθεῖναι ἑκάστων τῶν τεσσάρων ἀνὰ 160, ἀργύρια· ὁμοίως καὶ ἑκάστων τῶν ἑπτὰ ἀνὰ

120, ὅπερ ταῦτόν ἐστι τῷ καταδεῖναι τινα 640, ἢ 1470, ἕτερον. εἶγε λαμβανόμενος ὁ 160, τετράκις καὶ ὁ 220, ἐπτάκις ποῖσσι τὸν 640, καὶ 1470, ταῦτ' ἄρα λαμβανομένον ἀντὶ πρώτου τῷ 640. Δευτέρου δὲ τῷ 6. καὶ Τρίτου τῷ 32. ἀντὶ Τετάρτου 1470, καὶ Πέμπτου τῷ 4. πραγματευθήσεται ὡσέτων 5. δι' ὃ καὶ ἔμακρηγορητέον:

Περὶ ἀριθμητικῆς Ἀναλογίας.

Ἀριθμητικὴ ἀναλογία ἐστίν, ἐν ᾗ πλείονων ἐκκαμένων προσῶν δὲ εἶπεν ἀριθμῶν, ἀλλὰ τελάχισον ἦτοι τριῶν, ἢ τεσσάρων ἢ αὐτὴ μεταξὺ αὐτῶν εὐρίσκεται διαφορά. καὶ ἔστι διττὴ συνεχῆς καὶ διεzeugμένη· συνεχῆς μὲν ὅταν ὡσι τρεῖς τελάχισον οἱ ἀριθμοί, διεzeugμένη δὲ ὅταν τέσσαρες. ὡς ἐπὶ τῶν α, β, γ, καὶ δ, ε, ζ, η, ἀριθμῶν. ἴδιον δὲ ταύτης τὸν ἐκ τῶν ἄκρων συγκείμενον ἴσον εἶναι τῷ ἐκ τῶν μέσων ἐπὶ τῆς διεzeugμένης, καὶ διπλάσιον τῷ μέσῳ ἐπὶ τῆς συνεχῆς.

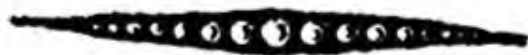
Περὶ ἁρμονικῆς ἀναλογίας.

Ἀρμονικὴ ἀναλογία ἐστὶ καὶ ἡν αἱ τῶν καμένων προσῶν διαφοραὶ ἔχουσι λόγον, ὃν ἔχει τὸ πρῶτον αὐτῶν πρὸς τὸ ἔσχατον, καὶ μὲν ἡ συνεχῆς ἢ ἀναλογία· ἐστὶ δὲ τοιαύτη ἡ νῖκα οἱ διδόμενοι ὅσοι ὡσι

τρεις, ἔξαι ἡ διαφορὰ τῆ πρώτης παρὰ τὸν δεύτερον
 πρὸς τὴν διαφορὰν τῆ δευτέρας παρὰ τὸν τρίτον,
 ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον. Εἰ δὲ τέσσαρες, ὡς
 ἡ διαφορὰ τῆ πρώτης παρὰ τὸν δεύτερον, πρὸς τὴν
 διαφορὰν τῆ τρίτης παρὰ τὸν τέταρτον, ὥτως ὁ πρῶ-
 τος πρὸς τὸν τέταρτον. ὡς ἐπὶ τῶν η, θ, κ, λ, ζ,
 η, μ, ν. ἀριθμῶν.

15, 5, 3. 6, 8, 12, 18.

θ κ ζ η μ ν.



Π Ε Ρ Ι

ΑΛΓΕΒΡΑΣ.

Εἰς τὴν Ἀλγγεβραν.
Εὔγεραμμα Ἡρώελεγεῖον.

Ἀλγγεβρα Ἑλλάδα τὴν ἀγκλειτὴν ἐκπρολιπῆσα
ἄμμιγα μέσησιν, τῶνεκα δελοσύνης
ὅθι δ' ἴμεν Ἑσπερίην τῆς Ἑλλάδος ἀνδιχα πρέσθεν,
πάντεσι θαυμασίῃ, πάντεσι θεσπεσίῃ,
ἣ δὲ νῦν Παλιμάγρετος εἰς πατρώϊα βαίνει,
Σοῖσι πόνοις, Κοσμά, δώματα ἱπταμένη.

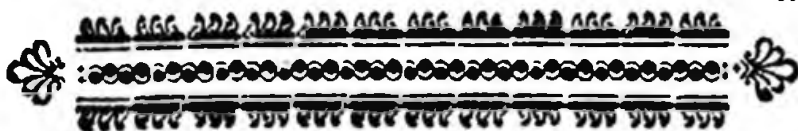
Ἄλλο

Ἑλλὰς μεσάων εἰκημα, σοφῶν τε σὺ μήτερ
δέξαι Ἀλγγεβραν, ἣν παρέχουσι τύποι.
Εὔγεραμμα Ἀνασασίς Μπαλανίδος αὐταδέλφου
τῷ συγγραφέως Ἡρώελεγεῖον.

Ἑλλὰς εἰδαίμων πρὶν ζηλωτὴ ὅσα χρεῖος.
Εὔπλετο τάνβίω, σέμμα γὰρ οἱ σοφίης.
Ταύτης δεινὸς ἔα φθόνος εἴλετο πᾶν κλέος ὦκα,
οὐνεκα παντλήμων, ἣ δ' ἄχαρις προέβη.
Ἀτὰρ αὐθις γάννυται σοβαρὸν τ' ὄμα αἶρει,
Ἡ δ' Ἀλγγέβρας νῦν σύγγραμμα δεξαμένη.

Ἐτερον.

Ἑλλὰς ἀθλία περίπυσέποτ' αἶρε σὸν ὄμμα,
Εὖχος γ' Ἀλγγέβρας σῶν ἀπο νῦν καμάτων.



ΑΛΓΓΕΒΡΑΣ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Ορισμός.

Ἡ καλυμένη Ἀλγγεβερα, ἐπισήμη ἐστὶ περὶ τὸ ποσὸν καταγνομένη, τῶν ἀλγγεβερικῶς προβαλλομένων θηρωμένη τὴν λύσιν διὰ τῶν οἰκείων αὐτῆς ἀρχῶν.

Περὶ Συμβόλων.

Καθάπερ ἐπὶ τῆς ἀριθμητικῆς αἱ πράξεις διὰ χαρακτήρων, ὅτως ἐνταῦθα διὰ σοιχείων περαίνονται· ἀλλ' ἐκείνων μὲν ἡ σημασία ὠρισμένη τις ἐστὶ, ὅχ ὅτω δὲ καὶ τῶν σοιχείων. ὁ γὰρ 3, ὃς εἰπεῖν μονάδων, ἢ δεκάδων, ἢ ἑκατοντάδων, ἢ ἄλλου τινὸς ὑπὸ τῆ 3, παρονομαζομένου ἀριθμοῦ ἂν γίνεταί σημαντικός· τὸ δὲ α, ἢ β, ἢ ἄλλο ὅτιον τῶν σοιχείων ὅχ ὠρίζαι, ἀλλ' ἐξέσι τῆ τυχόντος ἀριθμοῦ, καὶ ἀπλῶς παντὸς ποσῶ λαβεῖν ταῦτα κατὰ συνθήκην παραστατικά, ὡς ἐπὶ τῶν ἀναλυτικῶν πράξεων τρανώτερον δηλωθήσεθ'. Ἐπεὶ δὲ κοινότερον εἶδισαι, τοῖς μὲν πρώτοις τῶν σοιχείων τὰ ἐγνωσμένα, ἢ διδόμενα, τοῖς

δὲ τελευταίοις τὰ ἀδηλα, ἢ ζητούμενα παρίστανται. κείδω ἢ ἡμῶν, διὰ τῆ α, β, γ, ἢ ἢ ἄλλῃ τινὸς τὰ διδόμενα, διὰ δὲ τῆ υ, φ, χ, τὰ ζητούμενα παρίστανται, καί τοι πολλάκις διὰ τὸ εὐμνημόνευτον τὰ ἀρκτικὰ γράμματα τῶν ἰνομάτων εἰς δῆλωσιν τῶν ὑπ' αὐτῶν σημεινομένων πραγμάτων παραλαμβάνεται, εἶδον αἰτι χρόνις τὸ χ, ἀντὶ διαφορᾶς τὸ δ, ἀντὶ μεγέθους τὸ μ, ἀντὶ κινήσεως τὸ κ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Παρεὰ τὰ σοιχεῖα χρώμεθα ἐπὶ ταύτης τῆς ἐπισήμης ἢ συμβόλοις τισιν, οἷα εἰσὶ τοδὶ = , ἢ τοδὶ +, ὧν τὸ μὲν σημαντικὸν ἐστὶν ἰσότητος· δηλοῖ γὰρ ἴσα εἶναι, ὧν μεταξύ εὐρίσκεται. οἷον $\alpha = \beta$. τὸ δὲ προδήκῃς. δηλοῖ γὰρ τὸ β, τῷ α προσκεῖσθαι. ὑπάρξεως ἀντις εἶποι κατὰ Διόφαντον. ὥστε εἰ τὸ α ἀντὶ τῆ 3, ὑπτεδῇ, τὸ δὲ β ἀντὶ τῆ 2, ἔσαι τὸ ὅλον $\alpha + \beta = \tau\omega 5$. τὸ δὲ — ἐλλείψεως ἢ λείψεως κατὰ Διόφαντον, ὡς $\alpha - \beta$, σημαῖνον ἐλλείπειν τὸ α, τῆ β, ὡ ὅτῃ β τοδὶ τὸ σύμβολον πρόσκειται. ἔθεν κατὰ τὴν προεκτεθεῖσαν ὑπόθεσιν τὸ ὅλον $\alpha - \beta = \tau\eta 1$. ὧν δὲ μεταξύ τῆτι Χ παρὲμπίπτει, σύμβολον ὑπάρχον πολλαπλασιασέως, πρὸς ἄλληλα πολλαπλασιαζόμενα τὰ σοιχεῖα παρίστανται. ἑτεροὶ δὲ αὐτὸ τῆτο παρὰστῆσαι βελόμειοι ἢ χεῶνται τῷ συμβόλῳ τῆτω, ἀλλὰ σιγμὴν μεταξύ τῶν σοιχείων τιθέασιν, οἷον α. β. κοινότερον μέντοι ἢ ἀνευ τῆτων, τῆ συμβόλου λέγω καὶ τῆς σιγμῆς, μόνη δὲ τῇ συμπλοκῇ τῶν σοιχείων ὁ πολλαπλασιασμός τῆτων σημαίνεται.

οἷον $\alpha \beta$, ἢ 2α , ἥνικα σοιχεῖον ἐπὶ χαρακτηρα πολλαπλασιάζεται. ὅπως δὲ ποτὲν μέντοι γένηται, κειμένης τῆς ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως, τὸ $\alpha \times \beta$, ἢ $\alpha \cdot \beta$, ἢ $\alpha \beta =$ ἐς τῷ β , εἴγε ὁ 3 , ἐπὶ τὸν 2 , πολλαπλασιάζομενος τὸν β , ποιεῖ. τὸ δὲ $2 \times \alpha$, ἢ $2 \cdot \alpha$, ἢ $2\alpha =$ τῷ $\alpha \alpha$.

Διαρίσεις δὲ σύμβολα δύο, Γραμμὴ ὑπερκειμένη τῇ διαιρέτῃ, καὶ ὑποκειμένη τῷ διαιρουμένῳ ἀριθμῷ. ἢ συγμαινέτω ὡς ἄλλοις ἀρέσκει μεταξὺ αὐτῶν. οἷον ἐπὶ τῇ $\frac{\alpha}{\beta}$ κατὰ τὸν πρῶτον τρόπον, ἢ $\alpha:\beta$ κατὰ τὸν δεύτερον, καὶ $(\alpha + \beta) : (\gamma - \delta)$ ἀνθένους ὅς τε ἑκατέρω τούτων λαμβανομένων. ἀνθ' ὅτι καὶ γραμμαῖς ἀπ' ἀλλήλων χωρίζονται. παρὰ ταῦτα εἰσὶ καὶ ἄλλα σύμβολα, ὧν τὸ μὲν $>$ ἔτωσι μεταξὺ τῶν $\alpha > \beta$, γραφόμενον, σημαίνει μείζον εἶναι τὸ α , τῇ β . ἀνάπαλιν δὲ οἷον $\beta < \alpha$, τὸ β , ἐλάττω εἶναι τῇ α . ταῦτ' ἄρα, ὅτε μὲν ὑπεροχῇ, ὅτε δὲ μειώσεως ἐστὶ σύμβολον. τὸ δὲ ∞ , ἀπειρίας ὑπάρχει σημαντικόν, ἀπείρου ποσὸν σημαῖνον, εἰθα ἂν τελεθῇ. οἷον τὸ $\alpha = \infty$, ὡς ἂν εἴποις τὸ α , ἴσον ὑποτίθεται ἀπείρῳ. καὶ τελευταῖον τὸ 0 , ὅπερ ὅδεν σημαίνει. πάντα δὲ ταῦτα εἰεργεῖα δεῖον προσκεῖσθαι, οἷς παρέχεται πλὴν τῇ $+$. τῆτο γὰρ μόνον δυνάμει παντὶ σοιχεῖω, ἐν ἀρχῇ μέντοι κειμένῳ πρόσθεσιν, ἥτε μόνῳ ὅτι, εἴτε καὶ ἕτερον ἔχοντι προσκείμενοι. οἷα τὰ $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$, ἢ $\alpha \beta$, ἢ $\alpha \cdot \beta$, ἢ $\alpha \beta =$ ἐς τῷ β , εἴγε ὁ 3 , ἐπὶ τὸν 2 , πολλαπλασιάζομενος τὸν β , ποιεῖ. τὸ δὲ $2 \times \alpha$, ἢ $2 \cdot \alpha$, ἢ $2\alpha =$ τῷ $\alpha \alpha$.

σύμβολον ενεργεία, χρεὼν τῷ προσκειῖσθαι ὡς ἐπὶ
 $\tau\bar{\alpha} - \alpha + \beta$. Φωνοῦνται δὲ ἔτι $\alpha = \beta$, τὸ α , ἴσον ἐστὶ
 $\tau\bar{\omega} \beta$, $\alpha + \beta$, τὸ α , μετὰ $\tau\bar{\alpha} \beta$. $\alpha - \beta$, τὸ α , διχα
 $\tau\bar{\alpha} \beta$. $\alpha \times \beta$. ἢ $\alpha \cdot \beta$, ἢ γὰρ $\alpha\beta$, τὸ α , πολλαπλα-
 σιασθῆσόμενον ἐπὶ τὸ β . $\frac{\alpha}{\beta}$ ἢ $\alpha:\beta$, τὸ α , μερισθῆσό-
 μενον ἐπὶ τὸ β .

Οὐ παντάπασι μέντοι τοὺς ἀριθμητικοὺς χα-
 ρακτῆρας ἐκκλίνουσιν οἱ ἀναλυτικοί, ἀλλὰ χρεῶνται καὶ
 τῷτοις πολλάκις, τοῖς σοιχείοις συντάττοντες· τριχῶς
 δὲ τῷτο ποιεῖσιν. ἢ γὰρ τὸν χαρακτῆρα μετὰ τι. Θ
 σοιχείᾳ, ἢ σοιχείων τιθέασιν, παρενείροντες τῷτοις καὶ
 σύμβολον, οἷον τὸ $\alpha \times 3$, τὸ $\alpha - 3$, τὸ $\alpha \times \beta$
 $- \gamma \times 2$. ἢ ἐν τοῖς ἀξίσεροῖς μετὰ τὸ σύμβολον
 τὸν χαρακτῆρα τοῖς σοιχείοις συντάττουσιν, οἷον τὸ
 $\times 3 \alpha \beta$, καὶ τὸ $- 4 \gamma \delta$, οὗς δὲ καὶ συζίγους καλῶ,
 σημαίνοντας διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων, ποσάκις τὰ
 συντάττα αὐτοῖς σοιχεῖα λαμβάνεται. δοκεῖ δὲ συν-
 τομίας χάριν τῷτο ἐπισηθῆναι ὑπὸ τῶν πρῶτον εὐρη-
 κίων τὰ τοιαῦτα. ταῦτον γὰρ ἐστὶ τὸ $3 \alpha \beta$, τῷ
 $\alpha \beta + \alpha \beta + \alpha \beta$. εἶδα δὲ ὅδεῖς χαρακτῆρς συζυ-
 γεῖ, ἢ μονὰς δυνάμει πρίσσειν. ὅθεν γὰρ διενήνοχε
 τὸ $\alpha \beta$ τῷ $1 \alpha \beta$. ἢ τελευταῖον ὁ χαρακτῆρς τίθεται
 ἐν τοῖς δεξιοῖς ὑπεράνω τῶν σοιχείων, οἷον α^2 , α^3 ,
 ὅς ἐπὶ τινῶν μὲν λογάριθμος λέγεται, κοινότερον δὲ
 ἐκθετὴς, ἐξελληνίζοντων τῶν πλείων τὸ ἐξπόμενος λα-
 τινικόν· ἡμῖν δὲ καλεῖσθαι βαθμοδείκτης, ὡς τῷ βαθ-
 μῷ παραστατικὸς τῶν βαθμῶν κατὰ Γεωμετρικὴν
 ἀναλογίαν χωρίτων ἀριθμῶν, ὡς ἐν ἐκείνῳ πληρέ-

σερον ῥηθῆσεται. σημαίνει δὲ ὁ ἐπὶ τῷ α, 2, ὅτι ὁ 2, δις πολλαπλασιαζόμενος, ἦτοι ἐπὶ τὴν μονάδα, καὶ ἐφ' ἑαυτὸν τὸν α², ποιεῖ, τρεῖς δὲ τὸν α³. ὥστε εἰ ὁ α, ἀντὶ τῷ 2, ληφθῇ, ὁ α² = τῷ 4, ὁ δὲ α³ = τῷ 8, ὁ δὲ α⁴ = τῷ 16. ταῦτ' ἄρα καὶ ἐφιστῶν προσήκει, ἵνα μή τις ἀπάτη συμβῇ. καὶ γὰρ τὴν αὐτὴν σημασίαν ἔχει ὁ αὐτὸς χαρακτήρ ἐπ' εὐθείας τῷ στοιχείῳ προσκειμένος, καὶ ὑπεράνω αὐτῷ κείμενος. καὶ γὰρ κατὰ μὲν τὸν πρῶτον τρόπον τὸ 2 α = τῷ α α, ἢ τῷ α + α. ὅτι τὸ α δις λαμβάνεται. κατὰ δὲ τὸν δεύτερον καὶ τῷ α α, τὸ α². σημαίνει γὰρ ὅτι τῷ α, ἐπὶ δύο τὴν μονάδα λέγω, καὶ ἑαυτὸ πολλαπλασιαζόμενος γίνεται. εἰ γὰρ ἐπὶ τῷ α, ἀντὶ τῷ 2, ὑποθεθέντος ταῦτον ἐστὶ τὸ 2 α, τῷ α², ἴσον γὰρ ἐκάτερον τῷ 4, διὰ τὸ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν παράγεσθαι, εἴτε συναπτομένου, εἴτε πολλαπλασιαζόμενος τῷ 2, πρὸς ἑαυτὸν, καὶ ἀντὶ τῷ 3, ἢ ἄλλῃ τινὸς τῶν ἀριθμῶν ὑποτιθεμένου τῷ α, ἔσαι τὸ αὐτό. ὑποκεισθῶ γὰρ ἀντὶ τῷ 3, ἔσαι τὸ μὲν 2 α = 6, τὸ δὲ α² = τῷ 9.

Ἰστέον πρῶτον, ὅτι ὁ βαθμοδείκτης ἀναφέρεται ἐπὶ μόνον τὸ στοιχεῖον ᾧ πρόσκειται ἀνθ' ὅτου, εἰ καὶ ἄλλα στοιχεῖα πρόσκειται τῷ ἐφ' ὃ ὁ βαθμοδείκτης, αὐτὸ μόνον οἰκεῖται, τῷτον μηδεμίαν ἐσχηκότεν πρὸς τ' ἄλλα ἀναφερόν, ὡς ἐπὶ τῷ α β γ δ, ὁ 2, μόνον ἐστὶ τῷ γ, καὶ ἔτι δ' ἔχει καὶ σύζυγος ὡν ὁ 2, οἷον ἐπὶ τῷ 2 α β. ἐπ' ἀμφοτέρω γὰρ τὰ στοιχεῖα ταῦτα ὁ 2, ἐκτείνεται.

Δεύτερον, ὅτι ἔ μόνον χαρακτηρ, ἀλλὰ καὶ σοι-
χειὸν ἀντὶ βαθμοδείκτου ἐπικείται, οἷον ἐπὶ τῷ α',
δηλοῖ δὲ τὸ ν τοσάνις τὸ α, πολλαπλασιασθησομενον,
ὅσάνις τὸ ν, ὑποτεθῇ περιέχειν τὴν μονάδα. ἀλλὰ δὴ
καὶ σοιχειὸν μετὰ χαρακτηρς ὡς ἐπὶ τῷ α' — ἀντὶ
βαθμοδείκτου παραλαμβάνεται.

Τὰ σοιχειῖα ἢ καθ' ἑαυτὰ κείται, ἢ ἡνίκα καὶ ἀσύμ-
βολα λέγονται, ἢ μετὰ τῶν συμβόλων. κατὰ μὲν
ἐν τὸν πρῶτον τρόπον διαίρεθῆεν ἂν εἰς ὁμοειδῆ, καὶ
ἑτεροειδῆ, κατὰ δὲ τὸν δεύτερον, (εἰς ἀσύμβολα),
εἰς ταύτοσύμβολα, καὶ ἑτεροσύμβολα. καὶ ὁμοειδῆ
μὲν εἰσὶν, ὅσα τῷ αὐτῷ εἶδους ὑπάρχουσι. καὶ ὅσα πρὸς
τῷ ὁμοειδῇ εἶναι καὶ τὸν αὐτὸν βαθμοδείκτην ἐπὶ τῷ
αὐτῷ σοιχείῳ ἐπικείμενον ἔχουσι, τῶν συμβόλων καὶ
τῶν ὁμοζύγων ἔχόντων ὡς εἴη. ἕθεν γὰρ ἡ ταυ-
τότης, ἢ ἡ ἑτερότης τῶν φέρει πρὸς τὸ εἶναι τὰ
σοιχειῖα ὁμοειδῆ, ἢ ἑτεροειδῆ.

Ἐτεροειδῆ δὲ εἰςὶ περηγμένως μὲν καὶ κυρίως
τὰ μὴ τῷ αὐτῷ εἶδους ὄντα, ἐπομένως δὲ τὰ μὴ τὸν
αὐτὸν βαθμοδείκτην ἔχοντα, ἢ καὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσιν,
ἔ μὲντοι ἐπὶ τῷ αὐτῷ σοιχείῳ, ὅπως ποτε τῶν συμ-
βόλων καὶ τῶν σοιχείων ἔχόντων. οἷον τότε αβγ,
ὁμοειδὲς τῷ αβγ, καὶ τὸ αβγ², τῷ αβγ², τὰ
αὐτὰ γὰρ σοιχειῖα, καὶ οἱ βαθμοδεῖκται ἐν ἑκατέ-
ρω. ὡσαύτως καὶ τὸ 2 α²β ὁμοειδὲς τῷ — α²β, εἰ
καὶ οἱ σύζυγοι καὶ τὰ σύμβολα ἕτερα.

Τὸ δὲ $\alpha\beta\gamma$, ἑτεροειδὲς ἐστὶ τῷ $\alpha\beta$, ὅτι τὸ γ .
 ὕδενι τῶν ἐν τῷ $\alpha\beta$ στοιχείων ὁμοειδές. ἔτι δὲ καὶ
 τὸ $\alpha\beta\gamma$, ἑτεροειδὲς τῷ $\alpha^2\beta\gamma$. τὸ γὰρ ἐν τούτῳ
 α , ἔσχηκε βαθμοδείκτην τὸν 2, ἐκείνι δὲ καὶ τὸ ἐν
 ἐκείνῳ, μάλιστα δὲ ἑτεροειδὴ τὰ $\alpha\beta\gamma^2$, $\alpha^2\gamma\delta$.
 ἔτε ἐκ τῶν αὐτῶν συνιστάμενα στοιχεία, ἔτε ἐπὶ
 τῷ αὐτῷ στοιχείῳ τὸν βαθμοδείκτην ἔχοντα.

Ἔτι διαιρεῖται τὰ στοιχεῖα εἰς ἀπλᾶ καὶ μικτά.
 καὶ ἀπλᾶ μὲν λέγεται ἢ μόνον τὰ μοναδικὰ, ἀλλὰ
 καὶ τὰ ὑπὸ πλειόνων μετὰ συζύγῃ, ἢ χωρὶς συζύ-
 γῃ συγκείμενα, μηδὲν μὲντοι μεταξύ αὐτῶν ἔχον-
 τα σύμβολον. οἷον ἀπλᾶ ἢ μόνον τὸ α , ἀλλὰ καὶ
 τὸ $\alpha\beta\gamma$, καὶ τὸ $3\alpha\beta\gamma$. μικτὰ δὲ ὅσα μεταξύ
 αὐτῶν παρεμπίπτει τῷ $+$, καὶ τῷ $-$, τὸ σύμβο-
 λον. καὶ μὲν μεταξύ δύο στοιχείων ἢ τὸ σύμβολον,
 καλεῖσθω τὸ ὅλον διμερές, εἰδὲ μεταξύ τριῶν, τρι-
 μερές, εἰδὲ μεταξύ τεσσάρων, τετραμερές, καὶ συλ-
 λήβδην εἰπεῖν, πολυμερές παρονομαζομένον ἐκάστου
 ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ἐξ ὧν σύγκειται ὅρων. τὰ δὲ πα-
 ρὰ ταῦτα καλεῖσθω μονομερῆ. οἷον διμερές τότε
 $\alpha + \beta$, καὶ τὸ $\alpha - \beta$, καὶ τριμερές τότε $\alpha + \beta + \gamma$,
 καὶ τὸ $\alpha + \beta - \gamma$.

Ἰστέον ὅτι ἐπὶ τῶν στοιχείων ἑδεμίαν μεταβολὴν
 ποιεῖται κατὰ τὴν σημασίαν ἢ τῶν ὁρῶν μετάθεσις,
 ὅπερ ἐπὶ τῶν ἀριθμητικῶν χαρακτήρων ὁρῶμεν γινώ-
 μενον. ἔωσαν γὰρ ὅτε 532 ἀριθμὸς, καὶ
 τὸ $(\alpha + \beta - \gamma) \alpha\beta + \gamma - \delta$ τριμερές. ἐπὶ μὲν

τῷ ἀριθμῷ ὁ 5, ἑκατοντάδων ἐστὶ σημαντικός, εἶδε μετατεθῆναι ἐνθα ὁ 3, καὶ ἐνθα ὁ 2, καὶ γένηται ὁ 352, καὶ 325. ἐπὶ μὲν τῷ πρώτῳ τῶν δεκάδων ὁ 5, ἐπὶ δὲ τῷ δευτέρῳ μονάδας, σημαίνει, καὶ ὑπέτι ἑκατοντάδας, ὥς περ ἐπὶ τῷ 532. καὶ οἱ τρεῖς ἔτοι ἀριθμοὶ ἄνιτοι ἔσονται, ἔγω δὲ καὶ ἐπὶ τῶν σοιχείων συμβάλειν, εἶγε μετατεθῶσι. καὶ γὰρ τὸ προεκτεθέν τριμερές ὁπῶςποτε γραφῆναι αὐτό τε καὶ οἱ ἐναυτῶ ὄροι, ταυτοσήμαντοι ἔσονται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἣν ἐξ ἀρχῆς ἐκλήρυσαντο. ἴδεν τὸ $\alpha\beta + \gamma - \delta = \tau\omega$ $\gamma + \alpha\beta - \delta$, καὶ τῷ $\alpha\beta - \delta + \gamma$, καὶ τῷ $\gamma - \delta + \alpha\beta$.

Περὶ Δυνάμεων ἀλγυβεβρικών.

Ἄσπας ἀριθμὸς ἐπὶ τὴν μονάδα πολλαπλασιασθεὶς, ἑαυτὸν παράγει, διὰ τὸ ἀμετάβητον εἶναι τὴν μονάδα καὶ ἐσηκείαν, καὶ τὸ ἐπ' αὐτὴν πολλαπλασιαζόμενον τὸ αὐτὸ μένειν· ἐὰν δὲ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ, παράξει ἕτερον. καὶ τῷτον δὲ πολλαπλασιάσας δώσει ἄλλον, καὶ ἄλλον, συνεχιζομένους τῷ πολλαπλασιασμῷ. τῷ γὰρ 2, ὃς εἶπεν, ἐπὶ μὲν τὴν μονάδα πολλαπλασιαζόμενος, ὁ 2, παράγεται, ἐφ' ἑαυτὸν δὲ ὁ 4. τὸν 4, δὲ πολλαπλασιάσαντος δώσει τὸ 8, ἐὰν δὲ καὶ τὸν 8, πολλαπλασιάσῃ, τὸν 16, παράξει· ἐὰν δὲ καὶ τὸν 16, τὸν 32. καὶ ὅτως ἐφεξῆς ἐπ' ἄπειρον ἄλλον, καὶ ἄλλον δ' αὖ τῷ πολλαπλασιασμῷ, παράξει ἀριθμόν. ὁ μὲν ἔν ἐξ ἀρχῆς ληφθεὶς ἀριθμὸς ὡς ἐνταῦθα ὁ 2, ῥίζα, ἢ πλευρὰ προσαγορεύεται,

οἱ δὲ λοιποί, δυνάμεις κοινῶ ὀνόματι, ἰδίως δὲ πρώτη καὶ δευτέρα, καὶ τρίτη, καὶ τετάρτη δυνάμεις, ὥς ἐπὶ τῇ παρόντος ὁ 2, πρώτη, ὁ 4, δευτέρα δυνάμεις λέγεται, τῶν νεωτέρων ταῦτα διὰ τὸ εὐχερέστερον ἐπινενοηκότων· οἱ γὰρ ἀρχαιότεροι τῶν ἄλλων ὀνόμασι καὶ χαρακτῆσι τῶν ἐσήμαινον, κατὰ τὰ σφίσιν ἀρεσκόμενα λαμβάνοντες διαφόρως τῆς τε χαρακτῆρας καὶ τὰ ὀνόματα· ἐγὼ δὲ τὰ τῶν ἄλλων ἰάσας ἀποδεύσομαι τοῖς μὲν ὀνόμασι κατὰ Διόφαντον, τοῖς δὲ συμβολικοῖς χαρακτῆσι κατὰ τῆς νεωτέρας.

Τῆς ῥίζης τοίνυν, ἡ πλευρᾶς διχῶς παρίσθαι δυναμένης, ἔστι ἀριθμητικῶ χαρακτῆρι, ἔστι τῶν στοιχείων. εἰ μὲν ἡ ῥίζα παρίσταται διὰ χαρακτῆρος, οἷον εἰπεῖν διὰ τῇ 2, αἱ ἐξ αὐτῆς δυνάμεις εἰσονται αὗται 1° , 2° , 4° , 8° , 16° · καὶ αἱ λοιπαί· εἶδε διὰ στοιχείων, αὗται, α , α^2 , α^3 , α^4 , ὥς εἰ τὸ α , ληφθῇ ἀντὶ τῇ 2, τὸ $\alpha^2 = \tau\omega$ 4. τὸ $\alpha^3 = \tau\omega$ 8. τὸ $\alpha^4 = \tau\omega$ 16. καλεῖνται δὲ ὑπὸ τῇ Διοφάντῃ ἡ μὲν πρώτη δυνάμις ὡς εἴρηται, πλευρᾶ, ἡ δὲ δευτέρα, τετράγωνος, ἡ δὲ τρίτη, κύβος, ἡ δὲ τετάρτη δυναμοδυνάμεις. γίνεται γὰρ ὁ μόνον ὑπὸ τῆς τρίτης δυνάμεως, ἐπὶ τὴν πλευρὰν πολλαπλασιασθείσης, ἀλλὰ καὶ ὑπὸ τῆς δυνάμεως ἐφ' ἑαυτήν· ἡ δὲ πέμπτη, δυναμόκυβος. γίνεται γὰρ καὶ ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἐκ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς κύβον πολλαπλασιαθέντος· ἡ δὲ ἕκτη κυβόκυβος. ὅτι γίνεται καὶ ἐκ κύβου ἐαυτὸν πολλαπλασιάσαντος. δυατὸν δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὀνοματοθετῶντας ἐπιθεῖναι ὀνόματα, ὅπερ

ποιῶσιν ἐνιοι ἄλλ' ἐπεὶ περ ἡ ἀναλογία αὐτὴ ἐπ' ἀπει-
ρον πρῶτος, οἱ νεώτεροι τὴν τῶν ὀνομάτων ἀπειρίαν
ἢ δυσχέρειαν ἅμα ἐκκλίνοντες, ἐπὶ πάντων χρῶνται
τὸ Δύναμις, διασέλλοντες ταύτας ἀπ' ἀλλήλων τοῖς βαθ-
μοδείκταις, οἵτινες δεικνύουσι διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς μονά-
δων, πῶς οὗτος ἐστίν, εἴτ' ἔν τινι ὅτι ὑπάρχει βαθμῆς ἑκάστης
τῶν ἐκκειμένων ἀριθμῶν, ἢ βαθμιδὸν πρεῖοντων
ἐν γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ. ἢ τοιοῦτοι μὲν οἱ συμβο-
λικὴν τῶν χαρακτηρῶν κατὰ τῆς νεωτέρας, ἢ αἱ
προσηγορίαι κατὰ Διόφαντον· τῆς δὲ παρὰ τούτης
ἀριθμῶς, ἔχοντας μὲν τοι ἐν ἑαυτοῖς πλῆθος μονάδων,
ἀλόγους, καλεῖ ὁ Διόφαντος· εἰς σαφεσέραν μὲν τοι
κατάληψιν ἐκκείσθωσαν αἱ δυνάμεις μέχρι τῆς ἐννάτης
βαθμῆς συχρῶν κατὰ τε τῆς ἀριθμητικῆς χαρακτη-
ρας ἢ τὰ στοιχεῖα, ἔτι δὲ καὶ τὰ ἐφεξῆς κανόνια.

	1 ^ο μονάς	
II γυνεῖζα	2 πλευσά, εἰζα, ἢ δύναμις κα-	
ἢ πλευσά μία	τὰ τῆς νεωτέρας.	α.
καὶ ἡ αὐτὴ ὀ-	4 ² τετράγωνος, ἢ δύναμις.	α ² .
σα πασῶν τῶν	8 ³ κύβος.	α ³ .
δυνάμεων κατὰ	16 ⁴ δυναμοδύναμις.	α ⁴ .
τὰς διαφόρους	32 ⁵ δυναμόκυβος.	α ⁵ .
χέσεις, ἅς πρὸς	64 ⁶ κυβόκυβος.	α ⁶ .
αὐτὰς ἐσχη-	128 ⁷	α ⁷ .
κε, διαφόρων	256 ⁸	α ⁸ .
καὶ τῶν ὀνο-	512 ⁹	α ⁹ .
μάτων		

Κανόνιον τῶν Δυνάμεων δι' ἀριθμητικῶν χαρακτήρων.

μονάδες.	δυνάμεις πρώται, ἡ ῥίζαι.	δυνάμεις δεύτεραι.	δυνάμεις τρίται.	δυνάμεις τέταρται.
1	1	1	1	1
1	2	4	8	16
1	3	9	27	81
1	4	16	64	256
1	5	25	125	625
1	6	36	216	1296
1	7	49	343	2401
1	8	64	512	4096
1	9	81	729	6561
1	10	100	1000	10000

Κανόνιον τῶν αὐτῶν διὰ στοιχείων.

	πρώται.	δεύτεραι.	τρίται.	τέταρται.
μονάδες.	1 α	αα	ααα	αααα
1	αβ	ααββ	αααβββ	ααααββββ
1	αβγ	ααββγγ	αααβββγγγγ	ααααββββγγγγγγ
1	αα	αααα	αααααα	αααααααα

μάτων τετύχηκε· ἡ γὰρ ῥίζα τετραγώνου ἐστὶ ῥίζα τετραγωνική, ἡ ῥίζα δευτέρας δυνάμεως λέγεται· ἡ δὲ κύβου, κυβική, καὶ ῥίζα τρίτη, ἡ τρίτης δυνάμεως, καὶ ἐπομένως τετάρτη καὶ πέμπτη καὶ ἕκτη, καὶ τὰ λοιπὰ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον. καὶ γὰρ τῷ ζητῶντι τις ἂν εἴη ἡ τετραγώνος ῥίζα τῷ δοθέντος ἀριθμοῦ, ἔδεν ἄλλο ζητεῖται, εἰ μὴ τις ἀριθμὸς ἐσιν, ὃς δις πολλαπλασιαζόμενος, τῷ γέσι ἐπὶ τε τὴν μονάδα, καὶ ἐφ' ἑαυτὸν, τὸν δοθέντα ποιεῖ ἀριθμὸν, ὡς περ καὶ εἶγε ζητεῖται ἡ κυβική, τις ὁ τρις πολλαπλασιαζόμενος, καὶ παράγων τὸν δοθέντα κύβον.

ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δυνάμεων ἀναλόγως, οἷος εὕρεσκειται ὁ 2, ἐπὶ τε τῆς δευτέρας, τρίτης ἢ τετάρτης δυνάμεως λέγω, τοῦ 4, 8, καὶ 16.

Πόρισμα.

Ἐξ ὧν ἄντις κατίδῃ σαφῶς, ὅτι ἕ παντὸς ἀριθμοῦ ἡ ζητημένη ῥίζα δι' ἀριθμοῦ παρίσταται· τις γὰρ ἂν εἴη ἀριθμὸς ῥίζα δευτέρα, ἢ τρίτη, ἢ τετάρτη, τῷ 18, ἢ τῷ 20. ὕδεις γὰρ ἂν εὕρεθῇ ἀριθμὸς, ὃς δις ἢ τρις ἢ τετρακίς πολλαπλασιασθεὶς προήσκειν ἂν τὸν 18, καὶ 20. Τῷ δὲ 16, ἐστὶ ἢ δευτέρα ῥίζα ὁ 4. ἢ τετάρτη, ὁ 2. ὁ μὲν γὰρ δις, ὁ δὲ τετρακίς πολλαπλασιασθεὶς, παράγει τὸν 16.

Ταῦτ' ἄρα δύο τὰ εἶδη τῶν ῥιζῶν· αἱ μὲν γὰρ ῥηταί, κατ'Εὐκλείδην εἰπεῖν, αἱ δὲ ἀλγοί· ἢ ῥηταὶ μὲν αἱ δι' ἀριθμῶν παριστάμεναι, οἷα ἡ τῷ 16, τετράγωνος ῥίζα παρισταμένη διὰ τῷ 4. ἀλγοί δὲ ὅσαι ὕδαμῶς δι' ἀριθμῶν παρίσθαι πεφύκασιν, εἴ καὶ διὰ γραμμῶν ὑπὸ τῆς Γεωμετρίας παρίστανται. οἷα ἡ τῷ 18, τετράγωνος ῥίζα ἀλγοῦ· ὅσα, διὰ γραμμῆς παρίσταται, ἕκῃ δὲ καὶ δι' ἀριθμοῦ.

Παρὰ ταύτας ἢ ἑτέρας εἶδους ῥίζαι τοῖς νεωτέροις ἐπινοήνται, ἃς ἔκ ἂν ἀμάροισι τις κατ'ἐπινοίαν ἀποκαλῶν. ταύτας γὰρ ὅτε ἀριθμὸς, ὅτε γραμμὴ παρασῆσαι δύναται· οἷον εἰ τις ζητήσῃ τὴν τετράγωνον ῥίζαν τῷ — 8, ἀδύνατόν τι πάντως ζη-

τεῖ. ὅς τις γὰρ ἂν εὐρεθείη ἀριθμός, ὅς ἂν ποιήσῃ
τὸν — 8. εἰ γὰρ δυνατόν, ἐξω ὁ τυχὼν ἀριθμός. ὁ
τος πάντως, ἢ τὸ τῆς ὑπάρξεως σημαντικὸν σύμβο-
λον ἐξαι αὐτῷ προσκείμενον, ἢ τὸ τῆς λείψεως. ἐχέ-
τω δὴ πρῶτον τὸ τῆς ὑπάρξεως, καὶ ἐπεὶ ὑπαρξίς ἐπὶ
ὑπαρξίν ποιεῖ ὑπαρξίν, ὡς ἐν τῷ κατωτέρῳ κεφαλαίῳ
τρανώτερον δηλωθήσεται), ὅλον ὡς ἔκ ἂν γένοιτο ὑπ'
αὐτῷ ὁ — 8, ὃ προσκειται τὸ τῆς λείψεως σύμβο-
λον. ἐχέτω δεύτερον τὸ τῆς λείψεως. καὶ ἐπεὶ αὐτὴς
λείψις ἐπὶ λείψιν ὑπαρξίν ποιεῖ, καὶ δ' ὅτως ἂν γέ-
νοιτο ὑπ' αὐτῷ ὁ — 8. ὅποιονδήποτε μέντοιγε εἶδους
εἶεν αἱ ῥίζαι, διὰ τῆ συμβόλου τῆδε $\sqrt{\quad}$, κατὰ τὸ
κοινότερον ἔθος σημαίνονται, ἐπικείμενον αὐτῷ ἔχον-
τος τὸν ἀριθμητικὸν χαρακτήρα, ἀφ' οὗ ἡ ῥίζα πα-
ρωνυμεῖται. ἐνθα δὲ καὶ προσκειται χαρακτήρ, ἢ τετρά-
γωνος ἐννοεῖται ῥίζα, ὡς τὸ $\sqrt[4]{4}$, ἢ $\sqrt[4]{4}$ τὴν τε-
τράγωνον, ἢ τὴν δευτέραν ῥίζαν τῆ 4, σημαίνουσιν, ἣτις
ἐστὶν ὁ 2, ἀριθμός. τὸ δὲ $\sqrt[3]{12}$, ἢ $\sqrt[3]{12}$ τὴν τε-
τράγωνον, ἢ δευτέραν ῥίζαν, τῆ 12, τὸ δὲ $\sqrt[5]{12}$, ση-
μαίνει τὴν κυβικὴν ῥίζαν, ἢ τρίτην τῆ αὐτῆς 12, τὸ
δὲ $\sqrt[7]{12}$, τὴν τετάρτην ῥίζαν τῆ αὐτῆς ἀριθμοῦ, αἵπερ
πᾶσαι ὑπάρχουσιν ἄλογοι. ἑδεμίαν γὰρ τῶντων ἔχει
ὁ 12, ἐν ἀριθμοῖς.

Τὸ δὲ $\sqrt{-12}$, σημαίνει τὴν τετράγωνον ῥί-
ζαν τῆς — 12, καὶ τὸ $\sqrt[3]{-12}$, τὴν τετάρτην ῥίζαν
τῆς αὐτῆς — 12, αἵπερ ἔκ ἂν εἶεν τῇ ἀληθείᾳ, εἰμὴ
κατ' ἐπίνοιαν.

Περὶ συνάψεως ἀλγυβεβρικῆς σοιχείων σημαντικῶν ἀκεραίων ποσῶν.

Κανόνες.

Πρῶτος. Τακτέον τὰ συναφθησόμενα ὑπ' ἄλλη-
λα σιχηδόν.

Δεύτερος. Τῶν ὁμοειδῶν καὶ ταὐτοσυμβόλων
τῆς συζύγης συναπτεόν ἡμῖν κατὰ τὴν κοινὴν σύνα-
ψιν, καὶ τῷ γινομένῳ ἐξ αὐτῶν τότε κοινὸν σύμβολον,
καὶ τὰ κοινὰ σοιχεῖα προᾠετέον, τοὺς βαθμοδείκτας,
εἶπερ τύχωσιν ὄντες κατὰ χώραν ἑῷσι.

Τρίτος. Τῶν ὁμοειδῶν καὶ ἑτεροσυμβόλων ἀφαι-
ρετέον τοὺς συζύγους, τῆτέσι τὸν ἐλάττω ἀπὸ τοῦ
μείζονος, τῷ δὲ ἐναπολειπομένῳ τὰ κοινὰ σοιχεῖα,
καὶ τὸ σύμβολον τῆς μείζονος τακτέον, κἀνταῦθα
τοὺς βαθμοδείκτας κατὰ χώραν ἑῷσι. εἶδε οἱ σύ-
ζυγοι ἴσοι ὦσι, ζῆρον προσήκει τάτταν, διὰ τὸ μηδὲν
ἐναπολείπεσθαι ἐκ τῆς τοιαύτης ἀφαιρέσεως.

Τέταρτος. Τὰ ἑτεροειδῆ ὄντα μὲν καθ' ἑαυτὰ
συνάπτει ἄλλήλοις διὰ τῆς $+$, οἷον $\alpha + \beta$. συνόντα δὲ
ἄλλοις, συντάττει τῆτοις μηδόλως μεταποιημένων τῶν
σὺν αὐτοῖς συζύγων, καὶ τῶν συμβόλων. (οἷον $\alpha + \beta$).
σκεπτέον δὲ ἕκασον τῶτων ἐπὶ τῆς ὑπ' ὅψιν ὑποδείγ-
ματος, ἐφ' ᾧ ἡμῖν πρόκειται συνάψαι τὰ τριμερῆ
ταῦτα.

Τ' π'όδειγμα. 1.

$$\begin{array}{r}
 3 \alpha^2 \beta + 2 \gamma \delta - \epsilon \zeta \\
 2 \alpha^2 \beta - 3 \gamma \delta + \epsilon \zeta \quad \text{τὰ συναφθησόμενα.} \\
 \alpha \beta^2 - \gamma \delta + \delta \epsilon \\
 \hline
 5 \alpha^2 \beta + \alpha \beta^2 - 2 \gamma \delta + \delta \epsilon \quad \text{τὸ ἐξ αὐτῶν συμ-} \\
 \text{ποσθένον.}
 \end{array}$$

Ἐπὶ τῆς τοιαύτης ὑποδείγματος ἀριεξεῖσθαι ἀρξα-
 μένοις, ἐπεὶ τὸ $3 \alpha^2 \beta$, καὶ $2 \alpha^2 \beta$, ὁμοειδῆ εἰσὶ, καὶ πρόσκει-
 ται δυνάμει ἐκατέρῳ τὸ $+$, δι' ὃ καὶ ταῦτοσύμβο-
 λα ὑπάρχει, ποιῶσι τὸν $5 \alpha^2 \beta$, συναπτόμενα, κατὰ
 τὸν δεύτερον κανόνα. δι' ὃ κεῖται ὑπ' αὐτὰ ὁ $5 \alpha^2 \beta$.
 τὸ δὲ $\alpha \beta^2$, ἐπειδὴ ἕδενι τῶν κειμένων ἐστὶν ὁμοειδές,
 συνάπτεται τῷ $\epsilon \zeta$ κατὰ τὸν τέταρτον κανόνα
 χωρὶς τῶν ὑπερθεῖν αὐτῷ, διὰ τῆς $+$ συμβόλου. ἐπεὶ
 δὲ οἱ $\epsilon \zeta$ τῶν ὅροι, λέγω ὁ $-\gamma \delta$, $-3 \gamma \delta$,
 $+2 \gamma \delta$ ὁμοειδῆς μὲν εἰσὶν, ἀλλ' ἔταυτοσύμβο-
 λοι, εἰμὴ μόνον οἱ δύο $-3 \gamma \delta$, $-\gamma \delta$, οἵτινες κα-
 τὰ τὸν δεύτερον κανόνα συναπτόμενοι εἰσὶν $= \tau\omega -$
 $4 \gamma \delta$, ἔξῃς ἀντὶ τῶν τριῶν λαβεῖν τέτταρς τῆς δύο.
 ὧν συναπτομένων κατὰ τὸν τρίτον κανόνα ἐναπολεί-
 πεται ὁ $-2 \gamma \delta$, ὅς δὴ καὶ τέτακται μετὰ τὸν $\alpha \beta^2$.
 αὐθις τῶν $-\epsilon \zeta$, $+\epsilon \zeta$, ὁμοειδῶν ὄντων, ἀλλ' ἑτερο-
 συμβόλων, καὶ δυνάμει ἀντὶ συζύγῃς ἐχόντων τὴν μο-
 νάδα, ἔδει κατὰ τὸν αὐτὸν κανόνα ταχθῆναι ζῆρον.
 ἀλλ' ἐπεὶ κοινότερον εἶδισαι τῆς τοιαύτης παρορᾶν,
 διάτοι τῆτο ἔτάκται. τὸ αὐτὸ γὰρ εἶναι εἴτε προσεῖη
 ὁ ζῆρος, εἴτε μὴ. τελευταῖον δὲ τόδε, ὡς ἕδενι

ὁμοειδὲς συντέτακται, ὡς ἔχει, τοῖς λοιποῖς τὴν ἐσχά-
την χώραν ἀποπληρῶν.

Ἐπόδειγμα. 2.

$$\begin{array}{r} 3\alpha\chi + 4\beta\chi - 2\delta\lambda. \\ 2\alpha\chi - 3\beta\chi + 2\delta\lambda. \\ \hline 5\alpha\chi + \beta\chi. \quad 0 \end{array}$$

Ἐπόδειγμα. 3.

$$\begin{array}{r} 5\alpha^2\beta - 3\alpha^2\gamma - 4. \\ -2\alpha^2\beta - \alpha^2\gamma + 3. \\ \hline 3\alpha^2\beta - 4\alpha^2\gamma - 1. \end{array}$$

Ἐπόδειγμα. 4.

$$\begin{array}{r} 7\alpha^3\beta\gamma - 2\alpha^2\beta\gamma + 2\gamma\delta + \eta\vartheta - 10. \\ -4\alpha^3\beta\gamma + 7\alpha^2\beta\gamma - \gamma\delta - \eta\vartheta - 5 \\ - \alpha^3\beta\gamma - \alpha^2\beta\gamma - \gamma\delta + 10\eta\vartheta + 20. \\ \hline 2\alpha^3\beta\gamma + 4\alpha^2\beta\gamma + 10\eta\vartheta + 5. \end{array}$$

Περὶ ἀφαιρέσεως τῶν αὐτῶν.

Ἡ τῆς ἀφαιρέσεως πρᾶξις ῥαδία ὑπάρχει καὶ
πρόχειρος τοῖς ἐξησκημένοις τὴν σύναψιν. γεγραμμέ-
νων γὰρ τῶν διδομένων κατὰ ταῦτα ὡς καὶ ἐπὶ τῆς συ-
νάψεως τῇ ἐλάττονος μέντοι αἰεὶ ὑπὸ τὸν μείζονα
μεταποιεῖν δεόν τὰ τῇ ἐλάττονος σύμβολα, τὰ τέσι
τὸ + εἰς — καὶ ἀνάπαλιν εἴτα ποιεῖν ὅσα καὶ ἐπὶ τῆς
συνάψεως, ἥτοι συνάπτειν τοὺς συζύγους τῶν ταύ-
τοσυμβόλων, καὶ ἀφαιρῆναι τὰς τῶν ἑτεροσυμβόλων.

ἢ τὸ ἐξαχθὲν ἔσαι ἡ τέτων διαφορά. δεδόσθω τετι-
 τὸ τριμερές $\alpha\beta + 2\gamma\delta - \eta\vartheta$, ἀφαιρεθῇσόμενον
 ἀπὸ μείζονος τριμεροῦς $\tau\tilde{\epsilon}$, $4\alpha\beta + 3\gamma\delta - 5\eta\vartheta$.
 μεταποιουμένων τῶν συμ-
 βόλων $\tau\tilde{\epsilon}$ ἐλάττωτος, ἔσαι $-\alpha\beta - 2\gamma\delta + \eta\vartheta$.
 ἔτνος συναπτομένη τῷ μετ-
 ρονι, πρόεισιν ἡ τέτων δια-
 φερά.

$$3\alpha\beta + \gamma\delta - 4\eta\vartheta.$$

Ἐπόδειγμα 2.

$$\begin{array}{r} 5\alpha\chi + \beta\chi. \\ + 2\alpha\chi - 3\beta\chi + 2\gamma\delta. \\ \hline 3\alpha\chi + 4\beta\chi - 2\gamma\delta. \end{array}$$

Ἐπόδειγμα 3.

$$\begin{array}{r} 4\alpha^2\beta - 2\alpha\gamma - 1. \\ - \alpha^2\beta + \alpha\gamma + 3 \\ \hline 5\alpha^2\beta - 3\alpha\gamma - 4. \end{array}$$

Ἐπόδειγμα 4.

$$\begin{array}{r} 2\alpha^3\beta\gamma + 4\alpha^2\beta\gamma + 10\eta\vartheta + 5. \\ \alpha^3\beta\gamma - \alpha^2\beta\gamma - \gamma\delta + 3\eta\vartheta + 7. \\ \hline \alpha^3\beta\gamma + 5\alpha^2\beta\gamma + \gamma\delta + 7\eta\vartheta - 2. \end{array}$$

Ἐποσημείωσις.

Οὐ ξένον ἔδ' ἀπεικὸς ἐν μὲν τῇ ἀλγυβερικῇ συ-
 νάψει ἐπὶ τῶν ἑτεροσυμβόλων τῇ ἀφαιρέσει, ἐν δὲ

τῇ ἀφαιρέσει ἐπὶ τῶν ταῦτοσυμβόλων τῇ συνάψει
 χρῆσθαι τὸ γὰρ +, ὑπάρξεως ὑπάρχον σημαντικόν, τὸ
 δὲ —, λείψεως, τὸ μὲν ἔξει, τὸ δὲ σερήσει ἀναλο-
 γεῖ. καὶ θάτερον θάτερον ἐστὶν ἀναιρετικόν. διὸ συνα-
 πτόμενα τὸ —, καὶ +, ποιεῖ ἀφαίρεσιν, προσηύκην δὲ ἀ-
 φαιρέμενον τὸ —, ἀπεργάζεται. ὑποκείμενῳ γάρ τις
 ὀφείλων 3, τάλαντα πορίσασθαι 5, ἔτος πάντως γε
 εἰ καὶ ἐν ὑπάρξει δοκεῖ εἶναι τῶν 5, τῷ ὄντι μὲν τοι
 διὰ τὴν ὀφειλὴν ἐν ὑπάρξει ἐστὶ τῶν δύο. ἡ γὰρ ὀφει-
 λὴ λείψις τις ἔσα, ἀναιρεῖ συναπτομένη τῇ ὑπάρξει
 τὰ 3. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν + 5, ὑπαρξιν, τὸ δὲ — 3, λεί-
 ψιν ὀηλοῖ, διά τοι τῆτο συνδυαζόμενα ἐν τῇ συνά-
 ψει ἀποτίκτει ἀφαίρεσιν. οἷον + 5 — 3 = + 2.

$$\begin{array}{r} \eta + 5. \\ - 3. \\ \hline + 2. \end{array}$$

*Ἐσω δὲ ἑτερός τις κερτημένος τάλαντα 6, προ-
 σπορίσασθαι ἑαυτῷ ἔτι τέσσαρα τάλαντα. ἔτος ἐν
 ὑπάρξει ὦν τῶν 6, ἐν λείψει ἦν τῶν 4, πρὸ τῆ κτή-
 σασθαι ταῦτα. ὁθεν ἀναιρεθείσης τῆς λείψεως διὰ
 τῆς κτήσεως, ἐν ὑπάρξει ἐστὶ τῶν δέκα. ταῦτ' ἄρα ἐν
 τῇ ἀφαιρέσει μεταποιῶν τὰ σύμβολα τῆς λείψεως
 εἰς τὰ τῆς ὑπάρξεως, καὶ συνάπτονται οἱ σύζυγοι, οἷον
 6 — 4, μεταποιημένῃ τῇ — εἰς +, γενήσετ' τὸ 0 + 4 =
 τῷ 10, ἢ τὸ + 6 εἰς τὸ + 6.

$$\begin{array}{r} - 4 \quad + 4. \\ \hline + 10. \end{array}$$

Ἄλλοι δὲ παραδειγματίζουσι τὰ τοιαῦτα τῇ κατὰ σκοπὸν Φορᾷ καὶ τῇ παρὰ σκοπὸν, καὶ τοῖς ὁπωσὺν ἄλλως ἀντικειμένοις, οἷον κέρδεα, ἢ ζημίαι, αὐξήσεαι, καὶ μειώσεαι, τῇ πρὸς τὰ ἄνω, καὶ τῇ πρὸς τὰ κάτω Φορᾷ λέγοντες· ὥς εἶμεν ἐν τούτων δοθῇ τὸ +, τῷ ἑτέρῳ δοθῇ τὸ —, ἢ ἀνάπαλιν· εἰ γάρ τις προθέμενος βαδίζειν πρὸς ἀνατολὰς, καὶ κατὰ σκοπὸν γενομένης τῆς βαδίσσεως, διέλθῃ δὸς εἰπεῖν τρία σάδια, τῷ 3. χαρακτηῖται τῷ σημαντικῷ τούτων τὸ +, προσκείσεται· εἶδε ἀποπλανηθεὶς βαδίσῃ παρὰ σκοπὸν πρὸς δυσμὰς τρία σάδια, τὸ — τῷ 3, δοθήσεται· καὶν προθέμενος βαδίζειν πρὸς δυσμὰς, βαδίσσει πρὸς ἀνατολὰς, τῷ μὲν πρὸς δυσμὰς δρόμῳ τὸ +, τῷ δὲ πρὸς ἀνατολὰς, τὸ — ἀρμόσεται.

Βάσανος, Συνάψεως Ἑ Α' Φαιρέσεως.

Ἡ μὲν Σύ αἴτις βασανίζεται δι' Α' Φαιρέσεως, ἡ δ' Α' Φαίρεσις διὰ Συνάψεως. ληφθῆτω πρῶτον, εἰς βάσανον· τὸ ἀνωτέρω δεύτερον ὑπόδειγμα τῆς Συνάψεως.

Ἐν τούτῳ τοίνυν ἐὰν ἀπὸ τῆ συμπεσούμενης ἀφελωμεν ὁπότερον βέλει τῶν μερῶν, ἐξ ὧν αὐτὸ συνίσταται, γνωσόμεθα ὅτι ἡδεμία ἀπάτη ἐν τῇ συνάψει συμβέβηκε, εἴγε εναπολειφθῇ, τὸ ἕτερον.

ἐν δὲ συμπίσῃμενον	τὸ 5 αχ + 6 βχ.
ἔσω ἀφαιρέσῃμενον	τὸ 3 αχ + 4 βχ — 2 δλ.
	— — +

ἐπεὶ τὸ ἐναπολειπόμενον τὸ $2 \alpha \chi - 3 \beta \chi + 2 \delta \lambda.$
Ε

ἴσον ἐστὶ τῷ ἐτέρῳ τῶν μερῶν, ἄνευ ἀπάτης ἢ πρᾶ-
ξις ἐγένετο.

Ληφθήτω δεύτερον εἰς βάσανον τὸ τρίτον,
ὑπόδειγμα τῆς ἀφαιρέσεως. τῆ ἐνὸς τοίνυν τῶν
μερῶν ἦτοι τῆ — — — — $\alpha^2\beta + \alpha\gamma + 3$.
ὥς εἶχεν ἐξ ἀρχῆς, ἔχι δὲ μετα-
ποιημένων κατὰ τὰ σύμβολα,
συναπτομένῃ τῷ λεπομένῳ, $5\alpha\beta - 3\alpha\gamma - 4$:
ἐπεὶ παρύγεται τὸ ἐξ ἑ ἀφῆ-
ρηται ἦτοι τὸ, — — — — $+ 4\alpha\beta - 2\alpha\gamma - 1$.
ὕγις πάντως ὑπάρχει ἡ πρᾶξις.

Περὶ Πολλαπλασιάσεως.

Τῶν σοιχείων ἡ Πολλαπλασίασις γίνεται, ὡς
πρόθεν εἴρηται, καὶ μόνῃ τῇ πρὸς ἄλληλα τέτων συμ-
πλοκῇ, ἥνικα ἔκ ἑχῃ συζύγῃς, ἢ σύμβολα, ἢ βαθ-
μοδείκτας· εἶδισαι μέντοι καὶ ἣν ἔλαχον τάξιν τι-
θέναι τὰ σοιχεῖα. εἶον πολλαπλασιαζομένῃ τῇ α , ἐπὶ
τὸ β , τὸ ἐξ αὐτῶν εἶσαι τὸ $\alpha\beta$, ἔχι δὲ τὸ $\beta\alpha$. εἶδε-
μία ἔμπης διαφορὰ κατὰ τὴν σημασίαν παρὰ τὴν
τάξιν ἀναφύεται· τὸ αὐτὸ γὰρ εἶσαι ὁπῶς περὶ ἂν
τεθῶσι. ἥνικα δὲ ἔχωσι συζύγῃς, ἢ σύμβολα, ἢ
βαθμοδείκτας, γίνεται ἡ Πολλαπλασίασις κατὰ τῆς
ὕφεξης καὶ ὄνας.

Κανὼν πρῶτος· περὶ τῶν ἔχόντων συζύγους.

Παλλαπλασιαστέον τὰς συζύγους πρὸς ἀλλήλους, ἢ τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον προθετέον ἐπ' εὐθείας ἀριστερόθεν τῷ ἐκ τῆς συμπλοκῆς τῶν στοιχείων γενομένῳ· οἷον εἰ πρόκειται ἡμῖν παλλαπλασιάσαι τὸ αβ, ἐπὶ τὸ γδ, τὸ ἐξ αὐτῶν εἶναι τὸ γαβγδ.

Κανὼν δεύτερος· περὶ τῶν ἔχόντων σύμβολα.

Ταυτοσυμβόλων μὲν ὄντων τῶν στοιχείων τὸ +, ἑτεροσυμβόλων δὲ, τὸ —, προσκείσεται τῷ ἐξ αὐτῶν γινόμενῳ, ἔκτεγὰρ τῷ + αβ, ἐπὶ τὸ + γδ, ἢ ἐκ τῷ — αβ, ἐπὶ τὸ — γδ, τὸ + αβγδ, γίνεται. εἰ δὲ τῷ μὲν αβ, τὸ + ἢ προσκείμενον, τῷ δὲ γδ, τὸ —, ἢ τῷ μπαλιν, τὸ — αβγδ, ἐξ αὐτῶν γενήσεται.

Τῷ δὲ χάριν ἕτωσι τὰ σύμβολα τίθεται; ἐπὶ μὲν τῶν ἔχόντων τὸ +, ὁρῶν τὸ αἷτιον· ἐπεὶ γὰρ τῷτο ὑπάρξεν ὡς ὄν σύμβολον, προαθήκην δηλοῦν, τὸ δὲ προσόντιν ὅσάν τις ἂν προσληφθῇ, ὃ διὰ τῆς παλλαπλασιάσεως ἀποτελεῖται. τοσάν τις ἐκείνῳ ὑπάρχεν προστήκει· διὰ τοι τῷτο τῷ γινόμενῳ τὸ τῆς ὑπάρξενος σύμβολον προσκειῖναι χρεών.

Ἐπὶ δὲ τῶν ἐχόντων τὸ —, ἔχ' ἔτω τὸ αἷτιον
 προφανές, γειῆσεται δὲ γινώσκον σκεψαμένοις,
 ὅτι ἔθεν ἄλλο ποιῶμεν πολλαπλασιάζοντες πρὸς ἄλλη-
 λα τὰ τῆς λείψεως ἔχοντα σύμβολον, ἢ τὴν λείψιν
 τοσαύτης ἢ τοσαύτης λαμβάνομεν ἑλλειπτικῶς· ἢ δὲ
 τῆς λείψεως ἑλλειψις πάντως γε προδήκην ἀποτελεῖ,
 καὶ δὴ καὶ ἢ τῆς ἀποφάσεως ἀπόφασις· κατὰ φα-
 σιν ἀπεργάζεται· διὸ τῆ — α, ἐπὶ τὸ — β, πολλα-
 πλασιαζομένη, τὸ + αβ, ἀναφύεται.

Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἑτεροσυμβόλων ἢ τῆ Κανό-
 νος ἀξιώσις ἔσαι καταφανής. κείδω γὰρ τὸ + α,
 πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸ — β, ἢ καὶ ἀάπαλιν·
 κἀνταῦθα τοῖον ὁπότερον δώμεν, τῆ τέτι ἢ τὴν προ-
 δήκην λαμβάνεσθαι ἑλλειπτικῶς, ἢ τὴν λείψιν προδε-
 τικῶς, λείψις ἀναφύεται· ὅθεν καὶ τῷ ἐξ αὐτῶν
 αβ, τὸ — προσοικεῖμεν γράφοντες ἔτωσι — αβ.

Τῆτο τινὲς περιῶνται δακνύναι καὶ διὰ τοιῦδε
 ὑποδείγματος· ὀφελέτωτις ὀβολὸς δύο· ἔτος πάν-
 τως γε ὑπάρχει ἐν λείψει δύο ὀβολῶν· πολλαπλα-
 σιάσας δὲ ὁ αὐτὸς τὴν λείψιν τρεῖς, ὁ ταῦτόν ἐσι πολ-
 λαπλασιάσαι τὸν — 2, ἐπὶ τὸν + 3, ἔχι προδή-
 σαι ἑαυτῷ τὴν ὀφειλὴν καὶ λείψιν, καὶ ἔσαι ὀφειλὴν 6;
 ὁ ἐπὶ — 6; παντὶ περὶ δῆλον.

Ὁ αὐτὸς δὲ, ἢ ἕτερος εἴαν ἐν λείψει γένηται
 τριῶν ὀβολῶν δις, ὁ ἐπὶ πολλαπλασιάσαι τὸν + 3,
 ἐπὶ τὸν — 2, ἔχι ἔσαι ἐν λείψει ἐξ ὀβολῶν, ταυτὸν

• εἰπεῖν ἐν τῷ — 6; ὕδεις οἶμαι ἀντιρεῖ· πρὸς δὲ τὸ εὐμνημόνευτα εἶναι τὰ προαρημένα, συμβάλλεται· τουτὶ τὸ Δίσιχον.

• Ὅτι παρὲν οἷσι συμβόλῃ ἡ ταυτότης,
• Λεῖψιν δὲ, τέτων, αὐθις, ἡ ἑτερότης.

Κανὼν τρίτος· περὶ τῶν ἐχόντων βαθμο- δείκτην.

Εἰ ἂν τὸ αὐτὸ σοιχεῖον ἔντε τῷ πολλαπλασιαζόν-
τι, καὶ τῷ πολλαπλασιαζομένῳ ἢ, ἔχῃ δὲ καὶ βαθ-
μοδείκτην τινὰ ἐπικείμενον αὐτῷ, μὴ τιθέσθω δις ἐν
τῷ γινομένῳ, ἀλλ' ἅπαξ μόνον, τῶν δὲ βαθμοδεί-
κτων συναπτομένων, τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον ὡς βαθ-
μοδείκτης ἐπικείσθω τέτῳ· οἷον ἔσω τὸ $\alpha^2\beta$, πολλα-
πλασιασθῆσόμενον ἐπὶ τὸ $\alpha\gamma$, τὸ ἐξ αὐτῶν ἔσαι τὸ
 $\alpha^3\beta\gamma$, ἐν ᾧ ἅπαξ μὲν κεῖται τὸ α , ἐπίκειται δὲ
αὐτῷ ὁ 3, ὁ συγκείμενος ἔκτε τῷ 2, ὅς ἦν βαθμο-
δείκτης τῷ α , ἐνεργεῖα αὐτῷ ἐπικείμενος, καὶ τῆς μο-
νάδος δυνάμει ἐν τῷ $\alpha\gamma$, προσκειμένης· ἥτις καὶ
βαθμοδείκτης τῷ α , ἐν τῷ $\alpha\gamma$, α . τὸν αὐτὸν τρόπον
ἔσαι $\alpha' \times \alpha^2 = \tau\omega \alpha^3$, καὶ $\alpha\beta' \times \alpha\beta = \tau\omega \alpha^2\beta^2$,
καὶ $\alpha^\mu\beta \times \alpha\beta = \tau\omega \alpha^{\mu+1}\beta^2$. καὶ ταῦτα μὲν ἡνίκα τὰ
διδόμενα ὡς μονομερῆ, τὰ γὰρ πολυμερῆ ἄλλως
πολλαπλασιασθήσεται.

Κανὼν τέταρτος . περὶ τῶν Πολυμερῶν.

Πρῶτον. Ταχθήτω τὸ πολλαπλασιάζον ὑπὸ τὸ πολλαπλαθησόμενον· δεύτερον· πολλαπλασιασέον ἑκαστον ὅρον τῆ πολλαπλασιαζομένης χωρὶς ἐφ' ἑκαστον τοῦ πολλαπλασιάζοντος, σημεῖντας τὰ ἐν τοῖς ἀνωτέρῳ ἐκτεθέντα κανόσι, κατὰ τε τὰ σύμβολα, καὶ τῆς συζύγης, καὶ τῆς βαθμοδείκτας· καὶ τελευταῖον συναπτέον τὰ γενόμενα ἐξ αὐτῶν· ἐκκείσθωσαν δὲ τὰ ἐφεξῆς ὑποδείγματα εἰς ῥαυτοτέραν τῶν εἰρημένων κατάληψιν.

Ἐ π ό δ ε ι γ μ α Ἀ'.

$\alpha + 2\beta - \gamma$. τὸ πολλαπλασιαζόμενον.

$\alpha - 2\beta$ τὸ πολλαπλασιάζον.

$\alpha^2 + 2\alpha\beta - \alpha\gamma$
 $- 2\alpha\beta - 4\beta^2 + 2\beta\gamma$ } τὰ γενόμενα.

$\alpha^2 - \alpha\gamma - 4\beta^2 + 2\beta\gamma$ τὸ συμποσούμενον ἐξ αὐτῶν.

Τὸ γὰρ $\alpha \times \alpha$ κατὰ τὸν τρίτον κανόνα = $\tau\omega$ α^2 , ὃ δὴ καὶ τέτακται ὑπὸ τὴν γραμμὴν· τὸ δὲ $+ \alpha \times + 2\beta$, κατὰ τὸν δεύτερον = $\tau\omega + 2\alpha\beta$. ὡσαύτως καὶ τὸ $+ \alpha \times - \gamma$, = $\tau\omega - \alpha\gamma$, ἃ καὶ ἐφεξῆς γεσφόμενα τὸ πρῶτον ἀναπληρῶσι μέρος, τὸ διὰ τῆ πολλαπλασιασμῆς τῆ πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τὸν πρῶτον ὅρον τῆ πολλαπλασιάζοντος ἐγένετο.

αὐθις, πολλαπλασιασθέντος τῆ αὐτῆ ἐπὶ τὸν δεύτερον ὅρον τῆ πολλαπλασιάζοντος, ἦτοι τὸν -2β , τὸ ἕτερον μέρος παρῆνται· καὶ γὰρ $\alpha \times -2\beta = -2\alpha\beta$, τὰ δὲ $+2\beta \times -2\beta = \tau\tilde{\omega} - 4\beta^2$, τελευταῖον τὰ $-2\beta \times -\gamma = \tau\tilde{\omega} + 2\beta\gamma$. ἅτινα σιχηδὸν τεθέντα, ἢ συναφθέντα, τὸ ἀνωτέρω συμπροσέμενον πεποιήκασιν.

Τ' πόδειγμα. Β'.

$$\begin{array}{r}
 \alpha + \epsilon \\
 \alpha - \beta \\
 \hline
 \alpha^2 + \alpha\beta \\
 \quad - \alpha\beta - \beta^2. \\
 \hline
 \alpha^2 - \beta^2
 \end{array}$$

Τ' πόδειγμα. Γ'.

$$\begin{array}{r}
 \alpha^{\mu} + \beta\gamma^{\circ} \\
 \alpha - \beta^2 \\
 \hline
 \alpha^{\mu+1} + \alpha\beta\gamma^{\circ} - \alpha^{\mu}\beta^2 - \beta^1\gamma^{\circ}
 \end{array}$$

Τ' πόδειγμα Δ'.

$$\begin{array}{r}
 2\alpha + 3\beta - \gamma. \\
 3\alpha + 2\beta + \gamma. \\
 \hline
 6\alpha^2 + 13\alpha\beta - \alpha\gamma + 6\beta^2 + \beta\gamma - \gamma^2.
 \end{array}$$

Τ' ὡσημείωσις.

Ὅταν δὲ δύο πολυμερῶν τὸν πολλαπλασιασμόν ἢ πρόκειται ἡμῖν ἐνεργεῖα ποιῆσαι, δεῖξαι δὲ μόρου βελόμεθα πολλαπλασιάσεως ταῦτα δεῖσθαι, γραμμαῖς ἀπ' ἀλλήλων χωρίζοντες μεταξύ αὐτῶν τὸ τῆς πολλαπλασιάσεως σημεῖον τίθεμεν, ἢ εἰς γωνίαν, ἢ ἑστέρον τέτων, ὥς ἐνιοι· τὸ αὐτὸ γὰρ δύναται τὸ $(\alpha + \beta) \times (\gamma - \delta)$, τῷ $(\alpha + \beta) \cdot (\gamma - \delta)$ καὶ τῷ $(\alpha + \beta) (\gamma - \delta)$.

Ὡσαύτως καὶ τὸ $(M + N) T$, σημαίνει πολλαπλασιάσεως δεῖσθαι τὸ διμερὲς ἐπὶ τὸ T , μονομερὲς.

Περὶ Διαιρέσεως.

Περὶ Ἀπλῶν, ἢ Μονομερῶν.

Κανὼν πρῶτος.

Περὶ τῶν κοινωνήτων κατὰ τὰ σοιχεῖα.

Μονομερῶν ὄντων τῶν δεδομένων, καὶ κοινωνήτων κατὰ τι, ἢ κατὰ τινα τῶν σοιχείων, ἐκκόπτειν, ἢ ἀπαλείφειν δεῖον τὰ κοιὰ σοιχεῖα· τὸ δὲ ἐναπολείπόμενον, Πηλίκον εἶναι ἐπὶ ταύτης τῆς Διαιρέσεως.

Εἴσω γὰρ διελθεῖ τὸ $\alpha\beta$, ἐπὶ τὸ α , καὶ ἐπεὶ ἐν ἑκατέρῳ εἴσισκεται τὸ α , ἐκκυπτομένων τῶν κοινῶν

σοιχείων, Πηλίκον ἔσαι τὸ β· ὁ λόγος σαφής τὸ γὰρ αβ. γίνεται ὑπὸ τῷ α, ἐπὶ τὸ β, πολλαπλασιαζομένη, ὥςτε κατὰ τῆς τῆς πολλαπλασιάσεως ὁρᾷ, εἶγε διαιρεθῇ τὸ αβ, ἐπὶ τὸ α, παρέξει πηλίκον τὸ β. εἰδὲ ἐπὶ τὸ β τὸ α. τότε γὰρ α, μετρεῖ τὸ αβ, κατὰ τὰς ἐν τῷ β, μονάδας. ἢ τὸ β, ὡσαύτως κατὰ τὰς ἐν τῷ α. διελόντες δὲ τὸ αβγ, ἐπὶ τὸ α, ἔχομεν πηλίκον τὸ βγ. δυνατόν γὰρ τὸ βγ, λαβεῖν ἀντὶ ἐνὸς ὅρου, εἰ ἢ δυοὶ συνίσταται σοιχείοις, ἢ γενέσθαι ὑπ' αὐτῷ ἢ τῷ α, τὸ αβγ.

Κανὼν δεύτερος.

Περὶ τῶν ἐχόντων Συζύγους.

Προσκειμένων δὲ Συζύγων τοῖς ὅροις, διαιρετέον τὸν Σύζυγον τῷ διαιρεμένῳ ἐπὶ τὸν τῷ διαιρέντος, ἢ τὸ ἐξ αὐτῶν πηλίκον προσαπτεῖον τῷ ἐκ τῶν σοιχείων πηλίκῳ· οἷον διαιρεμένῳ τῷ 8αβ, ἐπὶ τὸ 4α, πηλίκον ἔσαι 2β. ἢ γὰρ τῷ 4α, ἐπὶ τὸν 2β, πολλαπλασιαζομένης, παράγεται ὁ 8αβ· εἰ δὲ μείζων τύχη ὁ Σύζυγος τῷ διαιρέντος· τῷ 2υζύγε τῷ διαιρεμένῳ ἢ δυνατόν γενέσθαι ὁμοίως τὴν διαίρεσιν, σημαίνεσθαι δὲ μόνον ταύτην, γενομένης τέττα ὑπὸ τὸν Σύζυγον τῷ διαιρεμένῳ, παρεμπιπτόσης Γραμμῆς πλησίον τῷ πηλίκῳ· οἷον διαιρεμένῳ τῷ 2αβ, ἐπὶ τὸν 3x, ἐπειδὴ ἐστὶ διελεῖν τὸν 2, ἐπὶ τὸν 3, γράφονται οἱ Σύζυγοι σὺν τῷ πηλίκῳ ἔτῳσι 3 β. τῷ αὐτὸ γενήσεται, καὶ οἱ διόνομενοι ὅροι ἐξ ἑτεροαδῶν σύγκανται

στοιχείων . ἔσω διαιρέμενον τὸ αβ. διαιρῶν τὸ γδ, ἡ διαίρεσις σημανθήσεται ἔτω, $\frac{αβ}{γδ}$ Ἐὰν δὲ ὅτι πάντα τὰ στοιχεία τῆ διαιρῶντος πᾶσι τοῖς στοιχείοις τῆ διαιρουμένης ὑπάρχει ἑτεροειδῆ, ἀλλ' ἓνία, ὡς ἐπὶ τῆ αβ, καὶ βγ, σημαῖμεν τὴν τῶν διαίρεσιν, γράφοντες $\frac{αβ}{βδ}$ ἢ ὡς εἶδισαι κοινότερον $\frac{α}{γ}$, τῶν β δηλονότι ἐκκοπτομένων.

Κανὼν τρίτος.

Περὶ τῶν ἔχόντων Βαθμοδείκτας.

Ἐχόντων δὲ τῶν ὄρων καὶ Βαθμοδείκτας, ἀφαιρετέον τὸν ἐλάττω ἀπὸ τῆ μείζονος, τὸν δὲ λαπόμενον τακτέον ὑπεράνω τῆ πηλίκης . οἷον ἔσω διελεῖν τὸ α'β, ἐπὶ τὸ α', λέγω πηλίκον εἶναι τὸ αβ . καὶ γὰρ τὸ μὲν α'β = τῷ αααβ, τὸ δὲ α' = τῷ αα, ὥστε ἐκκοπτομένων τῶν ὁμοειδῶν, λείπεται πηλίκον τὸ αβ, ἔχον ὑπεράνω τῆ α, βαθμοδείκτην δυνάμει τὴν μονάδα, ἣτις ἐναπολείπεται, ἀφαιρεμένης τῆ 2, ἀπὸ τῆ 3. Τὸν αὐτὸν τρόπον τὸ α'β', πηλίκον ἐστὶ τῆ α'β, διαιρουμένης ἐπὶ τὸ α'. καὶ ντεῦθεν δῆλον . ὅτι ὁ πηλίκος τότε διαιρῶν, καὶ τὸ διαιρέμενον τῆς αὐτῆς ἔχωσι βαθμοδείκτας, προσήκει ὑπεράνω τῆ πηλίκης τίθεσθαι ο. ἔδεν γὰρ μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν ἐναπολείπεται. ἀλλ' ἐπεὶ παντὶ ᾧτινι ἂν προσῇ ὡς βαθμοδείκτης, ἡ τῆ ζήρε σημαντικὴ ζίφρα ἴσον ἐστὶ μονάδι, διὰ τοι

τῷτο ἵνα μὴ μονὰς τὸ πηλίκον νομιᾷ τῇ ἐπιθείσει
 τῷ 0, δεῖ τάττειν ὑπεράνω αὐτῷ τὴν μονάδα· τῷτο
 δὲ διχῶς ἂν γένοιτο, ἢ διὰ σοιχείᾳ ἐπικείμενον ἔχον-
 τος ζῆρον, ἢ Ἰσοδυναμῶτος ὡς εἴρηται τῇ μονάδι,
 ἢ διὰ ζίφρας σημαντικῆς τῆς μονάδος· εἶον διαιρε-
 μένῃ τῷ αβ, ἐπὶ τὸ α, πηλίκον εἶσαι ἦτοι τὸ α^β^ο
 ἢ τὸ β^ι. μέντοιγε συνεξακκομένης αἰετῆς τῆς μονάδος
 ἀνθ' ἑκατέρῃς τούτων λαμβάνεται πηλίκον δίχα τούτων
 τὸ β, μόνον. ὁμοίως διαιρεμένῃ τῷ α^β, ἐπὶ τὸ α^ο
 πηλίκον εἶσαι τὸ β· ἵνα δὲ καὶ τὰ σύμβολα εὐφυῶς
 τοῖς ὅροις συντάττειν ἔχωμεν, σκεπτέον τὰ τέτοις
 προσκείμενα σύμβολα, καὶ τὸν ἐφεξῆς τηρητέον
 κανόνα.

Κανὼν τέταρτος.

Περὶ τῶν ἔχόντων Σύμβολα.

Ταυτοσυμβόλων μὲν ὄντων τῶν διδομένων, τῷ
 πηλίκῳ θετέον τὸ +, ἑτεροσυμβόλων δὲ, συντα-
 κτέον τὸ —.

Οἶον διαιρεμένῃ τῷ +αβ, ἐπὶ τὸ + β, ἢ τὸ
 — αβ, ἐπὶ τὸ — β, πηλίκον εἶσαι τὸ + α. διαι-
 ρεμένων δ' αὖθις τῷ +αβ, ἐπὶ τὸ — β, ἢ ἀνάπα-
 λιν τῷ — αβ, ἐπὶ τὸ + β, πηλίκον εἶσαι τὸ — α.
 ἔχει δὲ ἡ πρᾶξις τὸ πιεῖν ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ Πολ-
 λαπλασιάσεως, διὸ ἀναμνησέον ἡμῖν τὸ ἐκεῖσε Δίσι-
 χον· καὶ γὰρ εἶγε, τῷ τε +αβ, ἐπὶ τὸ + β, καὶ

$\tau\bar{\alpha}$ — $\alpha\beta$, ἐπὶ τὸ — β , διαιρεμένον μὴ εἶη, πηλίκον τὸ + α , ἔσω τὸ — α . τῆτου δὲ δοθέντος, ἐπεὶ $\tau\bar{\alpha}$ πηλίκον ἐπὶ τὸν διαιρέτην πολλαπλασιαζομένον, ἀναφύεται ὁ διαιρετένος, ἀνάγκη πάντως προσκειῖσθαι τῷ μὲν + $\alpha\beta$, τὸ —, τῷ δὲ — $\alpha\beta$, τὸ +, ὅπερ ἄτοπον κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ὑπετέθη γὰρ πᾶν τὸ ἐναντίον, ἔχον τὰς διαιρετένας τέρας κατὰ τὰ σύμβολα.

Τὸν αὐτὸν τρόπον, διαιρεθέντος $\tau\epsilon\bar{\upsilon}$ + $\alpha\beta$, ἐπὶ τὸ β , ἢ τῷ παλιν $\tau\bar{\alpha}$ — $\alpha\beta$, ἐπὶ τὸ + β , πηλίκον εἶσαι τὸ — α . εἰ γὰρ μὴ τῷτο, ἔσω τὸ + α , καὶ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον προσκείσεται τῷ μὲν + $\alpha\beta$, τὸ —, τῷ δὲ — $\alpha\beta$, τὸ +, ὅπερ ὁμοίως ἄτοπον διὰ τὴν ἐξ ἀρχῆς ὑπόθεσιν, καθ' ἣν ἐναντίως πρόσκεινται τοῖς διαιρετέμοις τέτοις τὰ σύμβολα.

Περὶ Διαρίξεως Πολυμερῶν.

Κανὼν πρῶτος.

Κεῖσθω πρῶτον τὸ διαρίξον, ἐπ' εὐθείας δὲ τέρας ἐφεξῆς τὸ διαρίζομενον, γραμμαῖς τισιν ἀπ' ἐκείνου διασελλόμενον, δεύτερον σκεπτέον ἐν τίνι τῶν ὄρων $\tau\bar{\alpha}$ διαρίζομενον εὐρίσκεται ὁ πρῶτος ὅρος $\tau\bar{\alpha}$ διαρίζοντος, ὃς εἰς ἐξ ὧν συνετέθηκεν ὁ $\tau\bar{\alpha}$ διαρίζομενος ὅρος. εἰτα διαρίξτεον αὐτὸν κατὰ τὰ προσεχῶς εἰρημένα, τὸ δὲ πηλίκον σημειωτέον χωρὶς πρὸς τὰ δεξιά. τελευταίου

πολλαπλασιαζομένῃ ὁλοκλήρῃ τῇ διαιρύντῃ ἐπὶ τὸ πηλίκον, ἢ τῇ Γενομένῃ ἀπὸ τῇ διαιρυσμένης ἀφαιρυσμένης, εἶγε μετὰ τὴν ἀφαιρέσιν ἔδεν ἐναπολειφθῆναι, πέρας ὅρθον ἔχει τὰ τῆς διαιρέσεως.

Τ' π ὁ δ ε ι γ μ α Α'.

οἶον ἔσω

Διαίρυν

Διαιρυσμένον.

Πηλίκον

$$A + H \quad | \quad AX + HX \quad | \quad X$$

Εἵπε γὰρ ὁ πρῶτος ὅρος τῇ διαιρύντῃ εὕρισκεται ἐν τῷ πρώτῳ τῇ διαιρυσμένῃ, συνισῶν τῷ μετὰ τῇ X, διαιρέσειως γενομένης, ἐξαχθήσεται πηλίκον τὸ X. τῇ κοινῇ γὰρ ἐκκοπτομένης σοιχείου, τὸ X ἐναπολείπεται. ἐπεὶ δὲ τοῦτο πολλαπλασιάζον τὸ διαιρύν ποιεῖ τὸ AX + HX, ὅπερ ἀφαιρυσμένον ἀπὸ τῇ διαιρυσμένης ἔδεν ἐναπολείπει, ἐφησυχάζειν ἢ ἡμᾶς δεόν. τὸ γὰρ ζητούμενον πηλίκον ἐστὶ τὸ X. εἶδε μετὰ τὴν ἀφαιρέσιν ἐναπολειφθῶσι τινὲς τῶν ὁρῶν ἐν τῷ διαιρυσμένῳ, τὰ αὐτὰ γινέσθω ἢ ἐπὶ τῶν, ἄχρις ἢ ἔδεν ἐναπολειφθῆναι. ἔσω γὰρ ἢ ἑτέρον Τ' πὸ δειγμα εἰς τριαντῆρας τῶν λεγομένων κατὰ ληψιν.

Τ' π ὁ δ ε ι γ μ α Β'.

$$a^2 - \gamma^2 (a^4 + \gamma^2 x^2 - a^2 \gamma^2 - a^2 x^2) a^2 - x^2.$$

Διαίρυν.

Διαιρυσμένον.

Πηλίκον.

Εν τέτοις τοίνυν ἐπεὶ ὁ πρῶτος ὅρος τῆ διαι-
 ρήντος εἰσίσκεται ἐν τῷ πρῶτῳ ὅρῳ τῆ διαιρημένου -
 γενομένης τῆς διαιρέσεως ὡς συνισαμένῳ ἐξ ἐκείνου
 ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζομένῳ — .

Κατὰ τῆς περικοπέντας κανόνας εὔρηται πηλίκον
 τὸ α^2 , διὸ καὶ γέγραπται ἐφεξῆς. ἐπεὶ δὲ πολλαπλα-
 σιασθέντος ἐπ' αὐτὸ τῆ διαιρέντος, καὶ τῆ Γενομένου
 $\alpha^4 - \alpha^2 \gamma^2$, ἀπὸ τῆ διαιρημένου ἀφαιρεθέντος, ἐνα-
 πελείφθη τὸ $+ \gamma^2 \kappa^2 - \alpha^2 \kappa^2$, καὶ τῆτο διε-
 λεῖν ἐπὶ τὸ $\alpha^2 - \gamma^2$. καὶ ἐπεὶ ὁ πρῶτος αὐθις τῆ
 διαιρέντος ὅρος κοινωνεῖ τῷ $\alpha^2 \kappa^2$, ὡς εἶ, ἐξ ὧν αὐ-
 τὸ συνέστηκε. γενομένης διαιρέσεως πηλίκον παρήχ-
 θη τὸ $-\kappa^2$. ἐπὶ τῆτο πολλαπλασιασθέντος τῆ διαι-
 ρήντος καὶ τῆ Γενομένου $-\alpha^2 \kappa^2 + \gamma^2 \kappa^2$, ἀπὸ τῆ
 ἤδη ἐναπολειφθέντος ἀφαιρεθέντος, ἐπειδὴ ἐνα-
 πελείφθη, εἰλήφε πέρας ἡ διαίρεσις, καὶ τὸ ὅλον πηλί-
 κον εὔρηται τὸ $\alpha^2 \kappa^2$.

Τ' π ό δ ε ι γ μ α Γ'.

$$\alpha - \beta \mid \alpha^2 - \beta^2 \mid \alpha + \beta.$$

Τ' π ό δ ε ι γ μ α Δ'.

$$\begin{aligned} & 2\alpha + \beta^2, \text{ Διαιρέτης} \\ & 2\alpha^4 + \alpha^4 \beta^2 + 8\alpha\beta\gamma^2 + 4\beta^2\gamma^2 \\ & \alpha^4 + 4\beta\gamma^2. \text{ Πηλίκον.} \end{aligned}$$

Υ' π ο δ ε ι γ μ α Ε'.

$$\begin{aligned} & 2\alpha - \beta + \gamma \text{ Διαιρέτης} \\ & 2\alpha^2 + 3\alpha\beta - \alpha\gamma - 2\beta^2 + 3\beta\gamma - \gamma^2 \\ & \alpha + 2\beta - \gamma. \text{ πηλίκον.} \end{aligned}$$

Βάσανος Πολλαπλασιάσεως καὶ Διαιρέσεως.

Ἡ μὲν Πολλαπλασίασις βασανίζεται διὰ Διαιρέσεως, ἡ δὲ Διαιρέσις διὰ Πολλαπλασιάσεως· καὶ γὰρ εἰάν ἐπὶ μὲν τῆς Πολλαπλασιάσεως, ὁ Γενόμενος ὑπὸ τῶν δοθέντων ὄρων ἀλλήλοις πολλαπλασιασθέντων διαιρεθεὶς ἐπὶ θάτερον, ὥς τὸν ἕτερον, ἐπὶ δὲ τῆς Διαιρέσεως, πολλαπλασιασθὲν τὸ Διαιρῆν ἐπὶ τὸ Πηλίκον, παράσχη τὸ διαρῆμενον, μηδεμίαν ἀπάτην συμβῆναι ἐφ' ἑκατέραν τῶν Πράξεων παρίσῃσι.

B I B Λ Ι Ο Ν Β'.

Περὶ Κλάσμάτων.

Κλάσμα ἐστὶ μέρος, ἢ μέρος Μονάδος διαιρετοντι ὅλον παρισώσης· καὶ εἰς κατάληψιν ληπτέον, ὥς εἰ καὶ κατ' ἑαυτὴν ἀμερὴς ἐστὶν ἡ Μονὰς ὑπάρχουσα ἀρχὴ πάντων τῶν ἀριθμῶν, ἡ μὲντοι τοῖς αἰσθητοῖς ἐφαρμόσσεται, κατ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐντὶ λέγεται, καὶ ὅλον, ἐφ' ὅσον μετέχει ποσότητος, καὶ διαιρετὸν διὰ τῆτο ἐστὶ εἰς αἰεὶ διαιρετά· διαιρεῖσθαι

κατὰ τὸτο καὶ τὴν Μονάδα φάμεν· ἔτῳσι γὰρ λαμβανομένη ὅδεν ἄλλο σημαίνει ἢ Μοιάς, ἢ τὸ ἐν καὶ τὸ ὅλον. ὅπερ διαιρεῖσθαι πέφυκεν· ἀλλὰ πάντᾳ, εἰς ἃ διαιρεῖται τὸ διαιρετόν, Μέρη κοινότερον κατ'ιομάζεται· ἰδιοτρόπως μέντοι τὰ μέρη τῶν μονάδων ἐξ ὧν εἰ ἀριθμοὶ Λεπτά, καὶ Κλάσματα λέγονται. ὥς εἴ τις τὸ α. δὸς εἰπεῖν νόμισμα πε.ταπλῶν τυχόν ὑπόρχον τῷ β., νομίσματος εἰς τὰ ἴσα τῷ β., διέλη. ἢ παρὰ τοῖς Γεωμετρικοῖς τῇ δεκάποδα εἰς δέκα πόδας, καὶ παρ' ἄλλοις τῇ ἡμέραν εἰς ὥρας, καὶ τὰς ὥρας εἰς ἑξήκοντ' τὰ ἴσα τῷ 6, καὶ οἱ πόδες τῆς δεκάποδος, καὶ αἱ ὥραι τῆς ἡμέρας, καὶ ταύτης τὰ ἑξήκοντ', Μέρη ὑπάρχουσιν ἑκὰς ἐκάστων, Κλάσματα μέντοι ἰδίῳ. ἐπὶ τῶν καὶ τῶν ὁμοίων κοινῷ ὀνόματι προσαγορεύεται· καὶ ὥς ἔτε Μονάδας, οἷα εἰσὶ τὰ ὅλα αὐτῶν, ἔτε Ἀκεραῖαι, ἀλλὰ Κεκλασμέναι παριστώμεναι Ἀριθμοὺς, καὶ δι' ἀπλῶν εἴτην μοναδικῶν κυφῶν, ἀλλὰ διὰ δύο ἑκαστον παρεμπιπτόσης Γραμμῆς μεταξὺ τῶν παρίσταται· οἷον τὸ α Κλάσμα διὰ τῶν 2. καὶ 5, ἐξ ὧν ὁ μὲν 5, $\frac{\alpha}{5}$ ὁ ὑπὸ τῇ Γραμμῇ κείμενος ἀριθμὸς ἰσωνυμῶν λέγεται, καὶ τῶν ὅλων α, εἰς πέντε διτρημένον ἐστὶ σημαντικός· ὁ δὲ 2, ὁ ὑπεράνω τῆς Γραμμῆς, ὁ ὑπ' αὐτῇ ἰσωνυμῶν, καὶ δύο πέμπτα, ἢ δύο τῶν πέντε λεγόμενος Ἀριθμητὴς ἦκσε. καὶ γὰρ παρίσχησι τὸν ἀριθμὸν τῶν ληφθέντων μερῶν τῶν α. ἐκ τῶν πέντε, εἰς ἃ καὶ διίρηται, τετέστι δύο πέμπτα.

Α'λλ' ἐπει ἰνδέχεται ἡ ἐλάττω τῆ
 α, μερῶν λαβεῖν, ἡ ἰσάριθμα τέτοις,
 ἡ πλείω αὐτῶν ὡς ἐπὶ τῶν βχ, γδ, εζ,
 παθοράται κλάσματων, τρεῖς διχφουραί
 τῶν κλάσματων ἀναφαίνονται, τὰ μὲν γδ
 ἐλάττω τῆ ὅλου, ὅτε δὴ ἡ ὁ ἀριθμητῆς
 ἐλάττων τῆ παρωνυμῆντος, ὡς ἐπὶ τῆ αβ,
 τὰ δὲ ἰσα τῷ ὅλῳ, ἡ ὁ ἀριθμητῆς τῷ παρωνυμῆντι,
 οἷον τὸ γδ, τὰ δὲ μείζω τῆ ὅλης, ἡ ὁ ἀριθμητῆς μεί-
 ζων τῆ παρωνυμῆντος οἷον τὸ ε ζ. ἀνθ'
 ὅτε ἡ ἀριθμὸς πολλάκις, ὑπ' αὐτὸν καμέ-
 νης μονάδος ὅλη τινὸς σημαντικῆς, Κλάσμα
 λογίζεται, ὡς τὸ η θ, ἔτωσι γραφόμενον. μόνῃ
 ἔμπης γε τὰ ἔχοντα τὸν παρωνυμῆντα μείζονα τῆ
 ἀριθμητῆς κυρίως εἰσίτε, ἡ λέγονται κλάσματα,
 τὰ δὲ παρὰ ταῦτα καταχρησικώτερον ἂν ῥηθεῖεν
 κλάσματα, μείζω τῶν οἰκείων ὅλων ὑπάρχοντα.

Πόρισμα.

Οὔτως ποτε μέντοι γε ἔχει ταῦτα, πρόδηλον
 γίνεται ἐκ τῶν εἰρημένων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ
 κλάσμα πρὸς τὸ οἰκεῖον ὅλον, ὃν ἡ ὁ ἀριθμητῆς αὐ-
 τῆ πρὸς τὸν παρωνυμῆντα. ἐπεὶ γὰρ ὁ μὲν παρωνυ-
 μῶν παρίσχησι τὸ ὅλον, ὁ δὲ ἀριθμητῆς τὸ κλάσμα, ἔστι
 δῆπερ, ὡς τὸ κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον, ὁ ἀριθμη-
 τῆς πρὸς τὸν παρωνυμῆντα.

Περὶ Διαίρεσέως Κλάσματος.

Διαιρεῖται τὰ κλάσματα εἰς ὁμοσδῆ, ἢ εἰς ἑτεροσδῆ. ἐπιδιαίρεται δὲ τὰ αὐτὰ εἰς τὰ παρωνύμια, καὶ μὴ τυαῦτα· εἰσὶ δὲ παρωνύμια, ὅσα τῆς αὐτῆς τυγχάνει παρωνυμίας, ἅτε δὲ ὑπὸ τῷ αὐτῷ παρωνυμύμενα ἀριθμοῖ, οἷα τὰ βα, γδ. ὥσπερ $\frac{3}{2} \alpha$ $\frac{2}{3} \beta$ ἢ ἐτέρας, τὰ ἰφ' ἐτέρου, ἢ ἐτέρω $\frac{3}{2} \alpha$ $\frac{2}{3} \mu$ παρωνυμύμενα οἷα τὰ κλ, μν. ἐνταῦθα ὁ λόγος περὶ τῶν ὁμοσδῶν. αἶ γὰρ παραβάλλεται τὰ ὁμοσδῆ, ἅπερ εἰσὶν, ἢ τῷ ἐνὸς ἢ τῷ αὐτῷ ὅλῳ, ἢ τῶν ὁμοσδῶν ὅλων μέρος.

Θεώρημα πρῶτον.

Τὰ κλάσματα, ὧν οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τὰς παρωνυμίας, ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ. ἔδὲ ὁ ἀριθμητὴς πρὸς τὸν παρωνυμῖοντα μείζονα λόγον ἔχει, ἐκείνο μείζον ἐστὶ, ἔδὲ ἐλάττω, ἐλάττω.

Ἐξωσαν ὁμοσδῆ κλάσματα τὰ αβ, γδ, ἢ ἐχέτω ὡς ὁ 2, πρὸς τὸν $\frac{3}{2} \alpha$ $\frac{2}{3} \beta$ 4, ὁ 3, πρὸς τὸν 6. ἢ ἐπεὶ ὡς ὁ 2, ἀριθμητὴς πρὸς τὸν 4, παρωνυμῖοντα, ἔτω τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον ἔσαι, καὶ ὡς τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον, ἔτω ἢ ὁ 3, πρὸς τὸν 6. ὡς δὲ ὁ 3, πρὸς τὸν 6, τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον. ἄρα ὡς τὸ αβ, κλάσ-

μα πρὸς τὸ ὅλον, ὥτως καὶ τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ αὐτὸ ὅλον, καὶ ἐπομένως ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ τὰ αβ, γδ, κατὰ τὴν ζ'. τῷ ε'. τῷ σοιχειωτῷ.

Ἐχέτω δὲ ὁ 8. ἀριθμητὴς τῷ εη, κλάσματος, πρὸς τὸν 16, παρωνυμῶν- τῷ τῷ
τα μείζονα λόγον, ἢ ὁ 2, ἀριθμητὴς τῷ
τῷ γδ, κλάσματος πρὸς τὸν 6, τὸν παρωνυμῶντα
αὐτό· λέγω τὸ εη μείζον εἶναι τῷ γδ. ἐπεὶ γὰρ
εἰσὶν ὡς 8, πρὸς τὸν 16, τὸ εη κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον
κατὰ τὸ προεκτεθεὶς πόρισμα, ἔξει πάντως γε τὸ εη,
πρὸς τὸ ὅλον μείζονα λόγον, ἢ ὁ 2, πρὸς τὸν 6. ὥς δὲ
ὁ 2, πρὸς τὸν 6, τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον. ἄρα
τὸ εη, πρὸς τὸ ὅλον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ γδ.
πρὸς τὸ αὐτὸ ὅλον, καὶ ἐπομένως μείζον εἶναι, κατὰ
τὴν ὀγδόην τῷ πέμπτῳ τῷ σοιχειωτῷ. ἐξ ὧν συλλάβεται
καὶ τὰ λοιπὰ. εἰ γὰρ τὸ γδ, μὴ εἴη ἐλάττω τῷ εη,
ἢ ἴσον εἶναι, ἢ μείζον αὐτῷ. εἰ μὲν μείζον, καὶ ὁ 2, πρὸς
τὸν 6, μείζονα λόγον ἔξει, ἢ ὁ 8, πρὸς τὸν 16. εἶδὲ
ἴσον, τὸν αὐτόν· ἐκότερον δὲ ἄτοπον, ὑπόκειται γὰρ
ἔχειν ἐλάττωνα· ἄρα τὸ γδ, ἐλάττω τῷ εη. ὁ, ε, δ.

Θεώρημα δεύτερον.

Τὰ κλάσματα ἅπερ ὑπὸ τῷ αὐτῷ παρωνυμῶ-
νται ἀριθμῷ, ἔχουσι λόγον, ὃν οἱ ἀριθμηταὶ τῶν
αὐτῶν.

Ἐξωσαν κλάσματα τὰ ζκ, ηλ, η
 ἐπεὶ κατὰ τὸ ἐρηθὲν πόρισμα ἐστίν, ὡς τὸ $\frac{7\zeta}{8\eta}$ $\frac{7\lambda}{8\eta}$
 ζκ πρὸς τὸ ὅλον, ὃ 7 πρὸς τὸν 8, ἐστὶ δ'
 ἐτι ηὗ τὸ ὅλον πρὸς τὸ ηλ, κλάσμα, ὡς ὃ 8, πρὸς τὸν
 5. εἰσὶν ἄρα τρεῖς μεγέθη, τὸ ζκ, κλάσμα, τὸ ὅλον,
 τὸ ηλ, κλάσμα, ηὗ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τῷ πλήθει, οἱ 7.
 8, 5, σὺν δύο λαμβανόμενα ηὗ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,
 ἄρα ηὗ δι' ἴσιν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. κατὰ τὴν
 κβ'. τῆ ε'. τῆ σοιχ. καὶ ἐπομένως ὡς ὃ 7, ἀριθμη-
 τῆς πρὸς τὸν 5, τὸ ζκ, πρὸς τὸ ηλ. ὃ, ε, δ. —

Πρόβλημα πρῶτον.

Τὸ δοθὲν κλάσμα εἰς ἐλαχίστας ὄρες ἀγαγεῖν.

Δοθήτω τὸ αβ, κλάσμα, ὃ δεῖ εἰς ἐλαχίστας ὄρες
 ἀγαγεῖν, εἶπεν ἕτερον κλάσμα εὑρεῖν ἴσον τῷ δοθέν-
 τι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόν-
 των αὐτοῖς· εὐρεθήτωσαν οἱ ἐλάχιστοι
 ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόν- $\frac{27^a}{38^b}$ $\frac{27^y}{48^y}$
 των τοῖς αβ, κατὰ τὴν λ'. τῆ ἐβδόμῃ τῆ σοιχω-
 τῆ, ηὗ ἔξωσαν οἱ γδ, ἐξ ὧν συσάδητω τὸ γδ κλάσ-
 μα· λέγω ἴσον εἶναι τῷ τῷ αβ, ἐν ἐλαχίστοις ἀριθ-
 μοῖς· ἐπεὶ γὰρ κατὰ τὴν κατασκευὴν ἐστίν ὡς ὃ 7,
 πρὸς τὸν δ. ὃ α, πρὸς τὸν β, τὸ γδ, κλάσμα ἴσον ὑπάρ-
 χει τῷ αβ, κλάσματι, κατὰ τὸ πρῶτον Θεώρημα, ἐστὶ
 δὲ ηὗ ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς γδ, εἶγε τοιαῦτοι εὐ-
 ρηγνται, κατὰ τὴν ἐρηθισαν πρότασιν, ἄρα γέγονε τὸ
 ἐπιταχθέν.

Πόρισμα.

Ἐκτύτῃ δῆλον, ὅτι εἴγε ὁ ἀριθμητῆς καὶ ὁ πα-
ρωνυμῶν τῷ δοθέντος κλάσματος ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν
τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, ἢ ἂν ἄχθῃ τὸ
κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὄρους. τίνες δὲ οἱ τοῖστοι, συνά-
γεται ἐκ τῆς λε' τῷ ἐβδόμῃ, καὶ ἀπλῶς εἰπεῖν πάν-
τες οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί, καὶ ἐλάχιστοι
εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς· κατὰ τὴν
εἰκοσὴν τρίτην τῷ αὐτῷ.

Ἀλλως.

Δοθῆτω αὐθις τὸ εη, κλάσμα, ὅπερ, $\frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{5}{8}$
ἵνα εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀχθῇ, εὐρεθῇ τὸ
μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν εη. εὐρίσκεται δὲ, εἰ δὲ διε-
λόγῃτες τὸν μείζονα, οἷος ἐπὶ τῷ παρόντος κεῖται ὁ η, ἐπὶ
τὸν ἐλάττωνα ε, καὶ μηδὲνα λόγον τῷ πηλίκῃ ποιούμενοι,
συνεχίσωμεν τὴν διαίρεσιν ἄχρις ὃ μηδὲν ἐναπολειφθῇ.
κατὰ τὴν γ'. τῷ ζ'. τῷ τέτι τὸν
μὲν διαίρετην διαίρεσιν ἐπὶ $\frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{5}{8}$ ὁ μείζων
τὸ ἐναπολειφθὲν διὰ τῆς α'. 130 ὁ ἐλαττων
διαίρεσεως, τῷ το δὲ ἐπὶ τὸ 20 τὸ α'. λειπόμενον.
ἐναπολειφθὲν διὰ τῆς δευ- 10 τὸ β'.
τέρας, καὶ τῷ το ἐπὶ τὸ 0 τὸ γ'.
ἐναπολειφθὲν διὰ τῆς τρί- ὁ 10 ἄρα τὸ κοινὸν καὶ
της, καὶ ἔτις ἐφεξῆς· τὸ μέγιστον μέτρον.
γὰρ ἐκτίως ἐναπολειφθὲν τὸ κοινὸν καὶ μέγιστον αὐ-
τῶν εἶναι μέτρον.

Δείξις. Ἐπεὶ περ τὸ ἐσχάτως ἐναπολειφθὲν ὁ 10, ὡς ἐπὶ τῆς ἡμετέρας καθορᾶται πράξεως, μετρεῖ τὸ διὰ τῆς πρώτης διαιρέσεως ἐναπολειφθὲν τὸν 20, ὅτος δὲ, εἰ καὶ ὁ μετρεῖ ὅλον τὸν ε, ἐπεὶ μετρεῖ τὸν δι' ἀφαιρέσεως τῇ 10, ἀπὸ τῆ αὐτῆς, λειπόμενον ἦτοι τὸν 120. καὶ ὁ 10, ἄρα μετρήσει τὸν 120, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν ὁ 10, ἄρα μετρήσει καὶ ὅλον τὸν ἐκ τῇ 120. καὶ 10, συγκείμενον λέγω τὸν ε. αὐθις ἐπεὶ ὁ 10, μετρεῖ τὸν ε, ὁ δὲ ε, μετρεῖ τὸν δι' ἀφαιρέσεως τῇ 20. ἀπὸ τῇ η, μείζονος λειπόμενον, οἷος ἐνταῦθα ὁ 260, καὶ ὁ 10, ἄρα μετρήσει αὐτὸν, μετρεῖ δὲ καὶ τὸν 20, μετρήσει τοίνυν καὶ ὅλον τὸν η, τὸν συγκείμενον ἐκ τῇ 260, καὶ 20. ταῦτ' ἄρα ὁ 10 τὸ ἐσχάτως ἐναπολειφθὲν, κοινὸν εἶναι μέτρον τῶν ε, η, δοθέντων ἀριθμῶν. λέγω δὲ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μὴ, ἔσω ἑτερός τις ἀριθμὸς μείζων τῇ 10, ὃς εἴποιν ὁ 12, μέγιστον κοινὸν μέτρον τούτων τῶν ἀριθμῶν· καὶ ἐπεὶ ὁ 12, κοινὸν μέτρον ὑπετέθη τῶν ε, η, φανερόν ἐκ τῶν εἰρημένων, ὅτι μετρῶν τῆς ε, η, ἀριθμῶν, μετρήσει καὶ τὰ λειπόμενα ἐπὶ τῆς διαιρέσεως ἑκατέρου τούτων. ταῦτα δὲ ὁ 20, εἰσι καὶ ὁ 10, ὁ 12, ἄρα μείζων μετρήσει τὸν ἐλάχιστον 10, ὅπερ ἀδύνατον.

Τῇ μεγίστῃ τοίνυν καὶ κοινῇ μέτρῃ εὑρεθέντος, καὶ χαλεπὸν τὸ δοθέν κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὅρους ἀγαγεῖν. ἐπὶ τῇ προεκτεθέντος γὰρ ὑποδείγματος διαγεγμένῃ τῇ τε ε, καὶ η, ἐπὶ τὸν 10, καὶ ἐκ τῶν παραγομένων πηλίκων τῇ 13, καὶ 28, συνισαμένῃ τῇ $\frac{1}{2} \frac{1}{3}$, κλάσματος, ἔξομεν τῷτο ἴσον τῷ εη, ἐν ἐλαχί-

σοις ὁροις· ὅτι γὰρ οἱ κλ, ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖ, συναχθεῖη ἂν ἐκ τῆς λέ, τῇ ἐβδόμῃ τῇ σοιχ· ὅτι δὲ κὲ ἴσα ἐκ τῆς κζ', τῇ αὐτῇ· κὲ γὰρ ὁ 10, τὸν μὲν κ, πολλαπλασιάσας ποιήσῃ τὸν ε, τὸν δὲ λ, τὸν η. κὲ ἐπομένως τὰ κλ, εη, κλάσματα ἴσα ἔσονται, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα.

Πρόβλημα δεύτερον.

Τὰ δοθέντα κλάσματα παρωνύμια ποιῆσαι.

Ἐωσαν τὰ αβ, γδ. ἵνα γένῃ ταῦτα παρωνύμια ποιήσωμεν, πολλαπλασιάσειον τὴς ὁρῆς ἑκατέρου ἐπὶ τὸν παρωνυμῶντα
 $\frac{\alpha}{\beta} \quad \frac{\gamma}{\delta}$
 τὸ ἕτερον ἐναλλάξ, καὶ τὰ γινόμενα
 $\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta} \quad \frac{\gamma\alpha}{\delta\alpha}$
 κλάσματα παρωνύμια ἔσαι, κὲ ἴσα τοῖς δοθεῖσι ἑκάτερον ἑκατέξω τῇ γὰρ α, καὶ β, ἐπὶ τὸν δ, πολλαπλασιαζομένων, ἀναφύονται οἱ εζ, ὁμοίως τῶν γδ, ἐπὶ τὸν β, πολλαπλασιαζομένων, γίνονται οἱ ηθ. κὲ εἰσὶν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αβ, τοῖς εζ, καὶ οἱ γδ τοῖς ηθ. κατὰ τὴν δεκάτην ἐβδόμην τῇ ἐβδόμῃ τῇ σοιχ· ἔσαι ἄρα κὲ τὸ μὲν εζ, κλάσμα ἴσον τῷ αβ, τὸ δὲ ηθ, τῷ γδ. ὅτι δὲ κὲ παρωνύμια τὰ γεγόμενα, φανερόν, ὁ γὰρ ζ καὶ θ, ὁ αὐτὸς ἐστὶν ἀριθμὸς γεγόμενος ὑπὸ τῶν βδ. ἀριθμῶν.

Τῇ αὐτῇ ἐφ' ὅδῳ χορήσειον, καὶ ὡς πλείονα τῶν δύο. ἔωσαν γὰρ τὰ αβ, γδ, εζ. γενέσθωσαν πζω-

τον παρωνύμια τὰ αβ. γδ, μεταποιήματα εἰς τὰ ηθ,
 κλ. εἰν ἄρα ὡς τὸ αβ. πρὸς τὸ
 ηθ. τὸ γδ, πρὸς τὸ κλ, εἴτα γε-
 νέσθω τὸ εζ, παρωνύμιον ἐκατέ-
 ρω τῶν ηθ, κλ, καὶ συσαριθήσον-
 ται τὰ μν, οπ, στ. καὶ εἶσαι τὸ
 εζ = τῷ στ, τὸ πυ = κλ = γδ, τὸ μν = ηθ
 = αβ. ὁμοίως ἔαν ὥσι ὅσαδηποτέρη κλάσματα, διὰ
 τὸ εὐχερέστερον πολλαπλασιασέοντες τὰς μὲν παρωνυμῶν-
 τας ἀπάντων πρὸς ἀλλήλους καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν γι-
 νόμενον κοινὸν παρωνυμῶντα ληπτέον, τὰς δὲ ἀριθ-
 μητὰς ἐπὶ τὰς παρωνυμῶντας, πλὴν τῆ ἰδίου ἐκά-
 σου κλάσματος, καὶ τὰς γινομένους τακτέον ἀριθ-
 μητὰς ἑκάστων ἐν τῷ καταλλήλῳ τύπῳ. ὅπερ συνεπι-
 κώτερον εἶσαι, εἴπερ διὰ σιγχαίων ἢ πρᾶξις γένηται.
 οἷον τὰ $\frac{a}{b}$ $\frac{\gamma}{\delta}$ $\frac{\epsilon}{\zeta}$ $\frac{\eta}{\theta}$ $\frac{\kappa}{\lambda}$ κλάσματα μεταποιοη-
 θήσονται ἐπὶ κοινῷ παρωνυμῶντι εἰς τὰ ἐφεξῆς.

$\alpha\delta\zeta\theta\lambda$, $\gamma\beta\zeta\theta\lambda$, $\epsilon\beta\delta\theta\lambda$, $\eta\beta\delta\zeta\lambda$, $\kappa\beta\delta\zeta\theta$.

$\beta\delta\zeta\theta\lambda$.

Πρόβλημα τρίτον.

Τὸ δοθέν κλάσμα, εἰς ἕτερον κλάσμα ἴσον
 τῷ δοθέντι μεταποιῆσαι, ἔχον παρωνυμῶντα τὸν δο-
 θέντα ἀριθμόν.

Ἐς ω κλάσμα τὸ αβ, ὃ δεῖ μεταποιῆσαι εἰς ἑτε-
 ρον κλάσμα ἐπὶ παρωνυμοῦντι τῷ γ.
 εὔρεθῆτω διὰ τῆς δεκάτης ἐνάτης τῆ $\frac{1}{3}\beta$ $\frac{1}{12}\gamma$
 ἑβδόμου τοῦ σιγχειωτοῦ τέταρτος $2\frac{1}{4}$
 ἀνάλογος τῶν β, α, γ, καὶ ἔσω ὁ δ, συνισῶν μετὰ
 τοῦ γ, τὸ δγ, κλάσμα, ὃ δὴ Φημι ἴσον εἶναι τῷ
 αβ. ἐπεὶ γὰρ εἰν ἐκ τῆς κατασκευῆς ὡς ὁ 3, πρὸς
 τὸν 2, ὁ 12, πρὸς τὸν 8 ἔσαι ἢ ἀνάπαλιν ὡς ὁ 8,
 πρὸς τὸν 12, ὁ 2, πρὸς τὸν 3, ἢ ἐπομένως ἴσα τὰ
 αβ, γδ, κλάσματα κατὰ τὸ πρῶτον δεῶρημα.

Ἐάν δὲ ἐπὶ τῆς εὐρέσεως τῆ τετάρτου ἀναλό-
 γου ὁ πρῶτος τῶν ὁρῶν ἔ κατα $\frac{1}{3}\beta$ $\frac{1}{12}\gamma$ + $\frac{1}{12}\eta$
 μετρεῖ τὸν ἐκ τῆ δευτέρου, καὶ
 τρίτου γινόμενον. οἷος ἐνταῦθα 32 .
 ὁ 32, ὃν ἔ καταμετρεῖ ὁ 5, τὸ πηλίκον μετὰ τῆ
 προσκεμένῃ αὐτῷ κλάσματος ὁ 6, δηλ: μετὰ τῆ $\frac{1}{3}$,
 ληφθῆτω ἀριθμητικῆς ἐπὶ παρωνυμοῦντι τῷ 8, καὶ τὸ
 γδ + ζη, κλάσμα, ὃ εἰν ἐξ ὀγδοῦ μετὰ δύο πέμπ-
 των τῆ ὀγδοῦ, ἴσον ἔσαι τῷ αβ. τὸ γὰρ ζη, κλάσμα
 ὑπάρχει κλάσματος, περὶ ὧν κατωτέρω ἐξηθήσεται.

Χρησις καὶ λυσιτέλεια τῆ προβλήματος.

Χρώμεθα δὲ τῷ προβλήματι τὴν εἰς εὐρεσιν
 τῶν μερῶν ὅλη τινός, κατὰ τὴν καθ' ἡμᾶς τῆς δι-
 αίρεσιν, ὅπερ ἄλλως παρ' ἄλλοις διήρηται· οἷον ἡ
 αὐτὴ ἑξάβδος διαιρείσθω μὲν καθ' ἡμᾶς εἰς μέρη 20,

κατ' ἄλλους δὲ εἰς 8, καὶ δεδότησαν ἐκ τῶν ἑπτὰ
 διὰ τῆ αβ, κλάσματος, ἢ ζητεῖται πόσοις εἰκοσὶς
 τοῖς κατ' ἡμῶς ταῦτα ἰσοδυναμεῖ. ἀχθήτω κατὰ
 τὸ προεκτεθέν πρόβλημα τὸ αβ, εἰς
 τὸ γδ + εζ, δι' οὗ γινώσκομεν εἶναι $\frac{7}{8}$
 τὰ ἑπτὰ ὁγδοῦς ἴσα εἰκοσὶς δέκα καὶ $\frac{1}{2}$
 ἑπτὰ μετὰ ἡμίσεως.

Πρόβλημα τέταρτον.

Τὸ δοθέν ὅλον, ἢ ὅλα εἰς κλάσμα μεταποιῆ-
 σαι ἐπὶ τῇ δοθείσῃ παρωνυμῖα.

Εἶσω ὅλον ὁ α, ἀριθμὸς, ὁ δὲ παρωνυμῶν ὁ β,
 πολλαπλασιασθήτω ὁ α ἐπὶ τὸν β, ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν γι-
 νόμενος γ, κείτω ἐπὶ παρωνυμῶντι τῷ δ ἴσω τῷ γ,
 ἢ τὸ γδ, κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ α. ἐπεὶ $\frac{10}{15}$ α
 κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ περὶ πολλα- $\frac{15}{15}$ β
 πλασιάσεως ἐστὶν ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν β, $\frac{150}{15}$ γ
 ὁ α, πρὸς τὴν μονάδα, ὡς δὲ ὁ γ $\frac{15}{15}$ δ
 πρὸς τὸν δ, ἦεν τὸν β, ἴσοι γάρ, τὸ
 γδ, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχουσιν ἄρα ὅ, τε α,
 ἢ τὸ γδ, κλάσμα τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς τὴν μονάδα,
 ἢ ἐπομένως ἴσα εἰσὶ κατὰ τὴν ἐβδόμην τῆ πέμπτου.
 εἰ δὲ τῷ ὅλῳ ὑποτεθῇ μονάς, μεταποιηθήσεται εἰς
 τὸ καταχρησικῶς λεγόμενον κλάσμα.

Λυσitteλεῖ δὲ τὸ πρόβλημα εἰς ἀνάλυσιν τῶν
 μειζόνων μέτρων ἢ νομισμάτων εἰς τὰ ἐλάττω, Φέ-
 ρε εἰπεῖν τῶν ὀκτωσαδίων εἰς βήματα καὶ πόδας,
 τῶν ἡμερῶν εἰς ὥρας, τῶν μοιρῶν εἰς ἑξήκοντα πρῶ-
 τα, καὶ τέτων εἰς δευτέρα, καὶ τῶν δευτέρων εἰς
 τρίτα, τῶν χρυσίνων εἰς δραχμάς, καὶ ἐπὶ τῶν λοι-
 πῶν ὁμοίως.

Πρόβλημα πέμπτον.

Τῶν καταχερσικώτερον λεγομένων κλασμάτων
 τὸ δοθὲν εἰς ὅλον ἢ ὅλα ἀγαγεῖν.

Ἐσω τοιῦτον τὸ αβ. διαιρεθῇτω ὁ α, ἐπὶ τὸν
 β, ἢ τὸ πηλίκον ὁ δ. εἶναι = τῷ αβ. τὸ αβ κλάσ-
 μα ἔχει πρὸς τὸ ὅλον, ἢ τὴν μονάδα,
 ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β, κατὰ τὸ πρῶ-
 τον πόρισμα, ἀλλὰ ἢ τὸ πηλίκον ὁ
 δ, ἔχει πρὸς τὴν μονάδα ὡς ὁ διαιρέ-
 μεν^ο α, πρὸς τὴν διαιρέτην β, ἄρα
 τὸ αβ, κλάσμα, καὶ τὸ πηλίκον
 ἴσα εἰσὶ κατὰ τὴν θ'. τῇ ε. ἥνικα
 δεγενομένης τῆς διαιρέσεως τὸ πη-
 λίκον παράγοιτο ὅλον μετὰ κλάσμα-
 τος ὡς ἐπὶ τῇ γδ, ὅῃλον ὡς ἐκ αὐ μεταποιηθεῖν εἰς
 ὅλον μόνον, ἀλλ' εἰς ὅλον μετὰ κλάσματος οἷον ἐν-
 ταῦθα ὁ ε, μετὰ τῇ ζη.

$$\frac{1}{4} \frac{2}{3} \delta 3.$$

$$\frac{1}{4} \frac{1}{8}$$

$$ε 3 + \frac{1}{4} \frac{1}{8}$$

Ὡς περ διὰ τῆ ἀνωτέρω προβλ. τὰ μείζω εἰς ἐλάττω ἀναλύειν ἔχομεν, ἕτω διὰ τῆς τὰ ἐλάττω ἐπὶ τὰ μείζω ἀνάγειν ἔχομεν οἷον τὰ ἐξήκ. εἰς ὥρας, ἢ ταῦτας εἰς ἡμέρας. τοὺς πόδας εἰς βήματα, ἢ ταῦτα εἰς ὀκτωσάδια· τὰς δραχμὰς εἰς χρυσίνες.

Περὶ συνάψεως κλάσμάτων.

Τὰ δοθέντα κλάσματα συνάψαι.

Εἰ μὲν ὥσι παρωνύμια, οἷα τὰ αβ, γδ, συναφθήτωσαν οἱ τέτων ἀριθμηταὶ καὶ τῷ ἐξ αὐτῶν, ἥτοι τῷ 5 ὑποκείδω $\frac{2}{5} \quad \frac{3}{5}$ ὁ ταῦτα παρωνυμῶν 6, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν συνιστάμενον κλάσμα ἔσαι τὸ $\frac{2}{3}$ ὑπὸ τῶν αβ, γδ, συμποσούμενον.

Εἰδὲ μὴ εἶη τοιαῦτα, ὥς τὰ ηθ, κλ, γενέδωσαν πρῶτον παρωνύμια, εἶτα συναφθήτωσαν τὰ ἐκ τῆς μεταποιήσεως παραχθέντα· ὥς ἀνωτέρω.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{4} \\ \frac{2}{12} \quad \frac{3}{12} \\ \frac{5}{12}$$

Δειξίς. Ἐπεὶ τὸ αβ, κλάσμα ἔχει πρὸς τὸ ὅλον, ἢ τὴν μονάδα, ὥς $\frac{2}{5} \quad \frac{3}{5}$ ὁ α, πρὸς τὸν β, ἔχει δὲ πρὸς αὐτὴν ἢ τὸ γδ κλάσμα, ὥς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, τὰ αβ, γδ, κλάσματα ἔχουσι πρὸς τὴν μονάδα ὥς ὁ α, καὶ γ ὁμῶς ἥτοι ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ὁ αὐτὸς γὰρ ἐστὶ = τῷ β,

εἰ δὲ ὡς δὲ ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ἔχει καὶ τὸ εζ, κλάσμα
πρὸς τὴν μονάδα, ἄρα τὸ εζ, κλάσμα ἴσον ἐστὶ τοῖς αβ,
γδ, κλάσμασι, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τούτοις πρὸς
τὴν μονάδα.

Τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ πλείω τῶν δύο συναφθῆ-
σονται, γενόμενα παρωνύμια, εἴγε μὴ τοιαῦτα τύ-
χη ὄντα.

Ἀριθμὸν ἀκέραιον καὶ κλάσμα συνάψαι.

Δοθέντος δὲ ἀριθμοῦ ἀκεραίου καὶ κλάσματος,
οἷον τῷ δ, καὶ βγ, ταχθήτω ὑπὸ τὸν ἀριθμὸν μο-
νάς, καὶ τῶν δε, βγ, κλασμάτων παρωνυμίων γενο-
μένων, συναπτεόν ὡς πρότερον τὰ ἐξ αὐτῶν παρωνύ-
μια.

Περὶ Ἀφαιρέσεως.

Τὸ δοθὲν κλάσμα ἀπὸ κλάσματος μείζονος
ἀφελεῖν.

Κάνταῦθα πρόχειρος ἡ ἀφαίρεσις, εἴγε ὥσι
παρωνύμια τὰ κλάσματα. ἀφαιρετέον γὰρ ἀπὸ τῷ
ἀριθμητῷ τῷ μείζονος τὸν ἀριθμητὴν τῷ ἐλάττονος.
τῷ δὲ λειπομένῳ ὑποτακτέον τὸν αὐτὸν παρωνυμῶ-
ντα, καὶ τὸ συσθεὲν κλάσμα ἔσται ἡ τῶν διαφορά.
Εἰδὲ μὴ, ἀνακτέον πρῶτον εἰς τὰ παρωνύμια, εἶτα ἀ-
φαιρετέον. οἷον ἔσω ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αβ, μείζονος

τὸ ηθ, ἔλαττον· ἀναχθῆτωσαν πρῶτον εἰς παρω-
 νύμια τὰ γδ, εδ, ἀ-
 Φαιρεθμεῖν δὲ τῷ ε, ἀ-
 πο τῷ γ, συσαθῆτω $\frac{20\gamma}{24\delta}$ $\frac{18\epsilon}{24\eta}$
 ὑπὸ τῷ λειπομένῳ ζ,
 τὸ ζη, κλάσμα ἐπὶ παρωνυμῶντι τῷ η, λέγω τὸ ζδ.
 κλάσμα εἶναι τὴν ζητημένην διαφορὰν. ταῦτο δ' εἶναι
 εἰπεῖν τὰ εδ, ζη, ἴσα εἶναι τῷ γδ.

Δεικνύς. Ἐπεὶ τὸ εδ, κλάσμα ἔχει πρὸς τὴν μονάδα ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν δ, ἥτοι πρὸς τὸν η, ὁ αὐτὸς γὰρ τῷ δ, ἔχει δὲ καὶ τὸ ζη, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ὡς ὁ ζ πρὸς τὸν η, ἔχουσιν ἄρα καὶ τὰ εδ, ζη, κλάσματα ὁμῶς πρὸς τὴν μονάδα ὡς οἱ ε, ζ, ὁμῶς πρὸς τὸν η, ἢ τὸν ἴσον αὐτῷ τὸν δ. ἀλλ' ὡς οἱ ε, ζ, πρὸς τὸν η, ἔτω ὁ γ, ὁ ἴσος αὐτοῖς πρὸς τὸν δ, καὶ ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, τὸ γδ κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἄρα τὸ γδ, καὶ τὰ εδ, ζη, τὸν αὐτὸν ἔχουσι πρὸς τὴν μονάδα, καὶ ἐπομένως κατὰ τὴν ζ'. τῷ ε', τῷ σοικειωτῷ ἴσον εἶναι τὸ γδ τοῖς εδ, ζη, κλάσμασι.

Καὶ ὥσι πλείω τὰ ἀΦαιρεθῆσόμενα κλάσματα, συναπτέον πρῶτον ταῦτα, εἴτα ἀΦαιρετέον τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσέμενον, εἰ ἔλαττον ἢ, ἀπὸ τῷ μείζονος.

Κείμενος δὲ ἀριθμὸς ἀκεραῖος, ἀφ' οὗ πρόκειται ἡ μὴν κλάσμα ἀΦελεῖν μονάδος ἔλαττον, οἷον ἀπὸ τῷ η,

τὸ αβ, κλάσμα. ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ αὐτῆ ἀριθμῶ
 μονάς, ἢ συσπλήτω κλάσμα τὸ γδ, η 12, $\frac{1}{2}$
 παρωνύμιον τῷ αβ. ὁμοίως ἀφαιρε- λ 11 $\frac{1}{2}$
 θήτω ἀπὸ τῆ γδ, τὸ δοθέν, ἢ ὁ λ, λ 11 $\frac{1}{2}$
 ἀριθμὸς μετὰ τῆ λαπομένους, κλάσ- λ 11 $\frac{1}{2}$
 ματος εἶναι ἡ ζητούμενη διαφορά.

Εἰάν δὲ τὸ κλάσμα ἢ μείζον
 μονάδος ὡς τὸ κλ, ἀναλιθῇτω ὁ ἀριθ- η 12 $\frac{1}{2}$
 μὸς εἰς κλάσμα ὡς ὁ η, εἰς τὸ μν, ἀφ' $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$
 ὃ ἀφαιρεθήσεται τὸ κλ, κλάσμα
 κατὰ τὰ προσεχῶς εἰρημένα, καὶ εἶναι τὸ στ, ἡ τέ-
 των διαφορά.

Περὶ Πολλαπλασιασέως.

Κλάσμα ἐπὶ Κλάσμα Πολλαπλασιάσαι.

Εἵπωσαν κλάσματα τὰ αβ, γδ, ἃ δεῖ πολλα-
 πλασιάσαι πρὸς ἀλλήλα. Πολλαπλασιασθήτωσαν πρὸς
 ἀλλήλους οἱ τε ἀριθμηταί, καὶ οἱ παρωνυμῆντες αὐ-
 τά. ἢ τῆ μὲν ἐκ τῶν ἀριθμητῶν καίμεν ἀριθμητῆ,
 τῆ δὲ ἐκ τῶν παρωνυμῆντων χώραν λαχόitos παρων-
 υμῆντος, συνεχάσθω τὸ εζ, κλάσμα. ἢ β $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
 λέγω τοῦτο εἶναι τὸ ὑπ' αὐτῶν Γινό- τ 12 $\frac{1}{2}$
 μενον. πολλαπλασιασάτω ὁ γ, τὸν β. καὶ ποιείτω
 τὸν η.

Δείξει. Ἐπει ἐστὶν ὡς τὸ ὅλον εἶτην ἡ μονὰς πρὸς τὸ
 αβ, κλάσμα ὁ β, πρὸς τὸν α, $\frac{\alpha}{\beta}$
 ὁ δὲ γ, πολλαπλασιάσας τὴν βα, $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$
 πεποίηκε τὴν ηε, ἔχει ὁ η, πρὸς
 τὸν ε. ὡς ὁ β, πρὸς τὸν α, καὶ ἐπομένως ὡς ἡ μονὰς
 πρὸς τὸ αβ. συσαθῆτω δὴ ἀπὸ τῆς η, καὶ ζ, τὸ ηζ,
 κλάσμα, ὅπερ ἴσον ἔσται τῷ γδ, ὁ γὰρ β, τὴν γδ,
 πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὴν ηζ, ταῦτ' ἄρα εἶη αὐτὸ
 ὡς τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔτω καὶ τὸ γδ, πρὸς τὸ αὐτὸ
 εζ, ἀλλὰ τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει ὡς ὁ η, πρὸς τὸν ε,
 ὡς κατωτέρω ἐξηγήσεται, ἄρα τὸ γδ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει
 ὡς ὁ η, πρὸς τὸν ε, δέδεικται δὲ ἔχειν τὸν η, πρὸς τὸν
 ε, ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν αβ, ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ
 αβ, τὸ γδ, πρὸς τὸ εζ. ἡ γὰρ ὡς ἡ μονὰς πρὸς
 τὸ πολλαπλασιάσαν, τὸ πολλαπλασιασθῆν πρὸς τὸ
 γενόμενον· ὅτι δὲ τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει ὡς ὁ η,
 πρὸς τὸν ε, ῥάδιον συναγαγεῖν. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ
 εζ, πρὸς τὴν μονάδα, ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ὡς δὲ ἡ μονὰς
 πρὸς τὸ ηζ, ὁ ζ, πρὸς τὸν η, καὶ δι' ἴσον ἄρα ὡς τὸ ζη,
 πρὸς τὸ εζ, ὁ η, πρὸς τὸν ε.

Ἀκέραιον Ἀριθμὸν ἐπὶ Κλάσμα πολλαπλασιάσαι.

Μεταποιηθῆτω ὁ ἀριθμὸς, οἷον
 εἰπεῖν ὁ α, εἰς κλάσμα ὑποτιθεμένης $\frac{\alpha}{1}$
 αὐτῷ μονάδος, ὅπερ πολλαπλασια-
 σθῆτω ἐπὶ τὸ δοθὲν κλάσμα, φέρε εἰπεῖν τὸ γδ, καὶ
 τὸ ὑπ' αὐτῶν ἔσται τὸ εζ.

Ἐὰν δὲ τῷ ἀριθμῷ ἢ κλάσμα προσκείμενον ἢ οἶον τῷ αὐτῷ α, τὸ γδ, ἵνα ὁ ἀριθμὸς σὺν τῷ κλάσματι, ἐφ' ἑτερον κλάσμα πολλαπλασιασθῇ, μεταποιηθέντος ὡς ἀνωτέρω τῷ ἀριθμῷ εἰς κλάσμα, διχῶς ἐνδέχεται γενέσθαι τὴν πολλαπλασίασιν. ἢ γὰρ συναπτέον τὰ αβ, γδ, κλάσματα εἰς $\frac{1}{2} \lambda \frac{1}{3} \mu$ τὸ κλ, ὅπερ πολλαπλασιασέον ἐπὶ ηδ, ἢ γενήσεται τὸ μν.;

Ἡ πολλαπλασιασέον τὰ αβ γδ, χωρὶς ἐπὶ τὸ ηδ, τὰ δὲ γινόμενα εἰς παρωνύμια μεταποιηθέντα συναπτέον, ἢ γενήσεται κλάσμα ὅπερ εἰς ἐλαχίστος ἀγόμενοι ὄντες, ἴσον ἔσαι τῷ μν.

Περὶ Διαίρεσως.

Κλάσμα κλάσματι Διελεῖν,

Ἐστω κλάσμα τὸ αβ, διαιρεθρσόμενον τῷ γδ, κλάσματι· πολλαπλασιασθήτωσαν οἱ τέτων ἀριθμηταὶ ἐναλλάξ ἐπὶ τὰς παρωνυμῆντας, τέτεσι ὁ α, ἐπὶ τὸν δ, ἢ γενέσθω ὁ ε, ὁμοίως ὁ β, ἐπὶ τὸν γ, ἢ ποιέτω τὸν ζ, ἐξ ὧν σισαθήτω τὸ εζ, κλάσμα, ὃ λέγω πηλίκον εἶναι τῷ αβ, διαιρεθέντος ἐπὶ τὸ γδ, ἔσαι δὲ ἡμῖν τῆς γνώριμον,

δαχθέντος ἔχειν τὸν $\frac{6}{20} \beta \frac{3}{4} \delta \frac{1}{2} \epsilon \frac{1}{2} \zeta$ διαιρέμενον ἦτοι τὸ

αβ, κλάσμα ἐπὶ τὸ πηλίκον εζ, ὡς τὸν διαιρέτην πρὸς

τὴν μονάδα, κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ περὶ διαιρέσεως τῶν ἀριθμῶν.

Παλλαπλασιασθήτω γὰρ ἐτι ὁ α, ἐπὶ τὸν γ, καὶ ποιείτω τὸν η. Δεικνύει. ἐπεὶ ὁ γ, πολλαπλασιάσας τὸς αβ, τὸς ηζ, πεποίηκεν, ἐστὶ τὸ αβ, κλάσμα $\frac{6}{20}\beta$ $\frac{3}{4}\gamma$ $\frac{1}{2}\frac{3}{5}\gamma$ $\frac{3}{8}\frac{1}{5}\gamma$ ἴσον ᾧ ηζ, ὥστε ἑκάτερον τούτων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὸ εζ, κλάσμα, κατὰ τὴν ἐβδόμην τῷ πέμπτῃ τῷ σοικειωτῷ. ὡς δὲ ἔχει τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει καὶ ὁ η, πρὸς τὸν ε, κατὰ τὸ δεύτερον θεώρημα, ἄρα καὶ ὡς τὸ αβ, πρὸς τὸ εζ, ὁ η, πρὸς τὸν ε, ἀλλὰ ὁ α, πολλαπλασιάσας τὸς γδ, τὸς ηε, πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, ὁ η, πρὸς τὸν ε, ὡς δὲ ὁ γ, πρὸς τὸν δ, τὸ γδ κλάσμα, πρὸς τὴν μονάδα. ἄρα ὡς ὁ η, πρὸς τὸν ε, εἴτην τὸ αβ κλάσμα, πρὸς τὸ εζ, τὸ γδ κλάσμα, πρὸς τὴν μονάδα, ταῦτ' ἐστὶν ὡς ὁ διαιρέτης πρὸς τὴν μονάδα, ὁ διαιρέμενος πρὸς τὸ εζ, τὸ $\frac{1}{2}\gamma$ εζ, ἄρα ἐστὶ τὸ ζητούμενον πηλίκον.

Ἀκέραιον κλάσματι διελεῖν.

Ἐστω ἀκέραιος ἀριθμὸς ὁ α, διαιρεθυσόμενος τῷ γδ, κλάσματι. $\frac{6}{20}\beta$ $\frac{3}{4}\gamma$ $\frac{1}{2}\frac{3}{5}\gamma$ μεταποιηθείτω ὁ α, εἰς τὸ αβ, κλάσμα, εἴτα διαιρεθήτω κατὰ τὰ εἰρημένα ὡς ὁρᾷς. ἔσται πηλίκον τὸ εζ.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου ἔχομεν ἡ τὸν λόγον ἀποδῆναι τοῖς ἐρωτῶσι, διὰ τὸ οἱ πλείστοι τῶν ἀριθμητικῶν ἐπὶ τῆς τῶν κλασμάτων διαιρέσεως, ἀντιστρέφοντες τῆς ὁρῆς τῆ διαιρέτου, ἡ πολλαπλασιάζοντες ἐκάτερον ἐφ' ἐκάτερον τῶν τῆ διαιρεμένου ἐπ' εὐθείας, ἐγγραφεῖς γίνονται τῆ πηλίκου, ἡ ὅτι ἐπεὶ ὁ ε, γέγονεν ὑπὸ τῆ α, ἐπὶ τὸν δ, ὁ δὲ ζ, ὑπὸ τῆ β, ἐπὶ τὸν γ, οἱ αὐτοὶ δ' ἂν γέ- $\frac{6^a}{1^b} \frac{1^7}{1^d} \frac{1^8}{1^e} \frac{1^9}{1^f}$ νοιντο ἀριθμοὶ καὶ ἀντιστραφῶ-
σιν οἱ ὅροι, ἡ τῆς αβ, πολλαπλασιάσωσι, διάτοι τῆ-
το ἐνθα τὸ γ, τιθέασι τὸ δ, ἐνθα δὲ τὸ δ, τὸ γ,
εἴτα πολλαπλασιάσαντες τὰ αβ, κλάσματα παρὰ-
γῶσι τὸ εζ, πηλίκον.

Πόρισμα.

Ἐν τῇ γινώσκομεν ἐκ τούτου πῶς ἅντις εὐχερέσε-
ρον διέλαι τὸν διαιρέτην γδ, ἐπὶ τὸν διαιρεθέντα
αβ. ἀρκεῖ γὰρ ἀντιστρέψαι τῆς ὁρῆς τῆ εζ, ἡ ἔξει
πηλίκον τὸ ζε, τὸ αὐτὸ γὰρ ἂν
γένοιτο καὶ ἀντιστραφῶσιν οἱ ὅροι $\frac{1^6}{2^b} \frac{1^7}{1^d} \frac{1^8}{1^e} \frac{1^9}{1^f}$
τῆ αβ, κατὰ τὸ προσκετεῖν
πόρισμα ἡ πολλαπλασιασῶσιν
ἐπὶ τῆς γδ. $\frac{1^7}{1^d} \frac{1^8}{2^b} \frac{1^9}{1^e}$

Υ΄ ποσημείωσις.

Ἐπιστάσεως δὲ ἄξιον, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πολλαπλασιάσεως τῶν κλασμάτων, εἶγε ἑκάτερον τῶν πολλαπλασιαζομένων ἔλαττον ἢ τῆς μονάδος, τὸ ὑπ' αὐτῶν ἑκατέρου τῶν ἔλαττον ἐστίν. ἐπὶ δὲ τῆς διαιρέσεως τὸ πηλίκον μείζον τῆ διαιρεμένης εὐρίσκεται, ὡς ὅτι ὁ διαιρέτης ἐλάττω ὑποτεθῇ τῆς μονάδος· ἐφ' οἷς δὴ καὶ ξενιοδείη ἄν τις τῶν μὴ ἀκριβῶς ἐξησημένων τὴν Ἀριθμητικὴν ἐπιστήμην, ὁ Φιλόσοφος εἰς τὰς Ἀκεραίας τῶν ἀριθμῶν ἐφ' ὧν τότε ἐκ τῆς πολλαπλασιασμῶ παραγόμενον μείζον ἑκατέρου τῶν πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἐστίν. καὶ τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως πηλίκον, αἰετὶ ἔλαττον τῆ διαιρεμένης. τὸναντίον μέντοι ἐπὶ τῶν κλασμάτων συμβαίνει, ὡς ἐκ τῶν ἐξῆς ὑποδειγμάτων τρανωθήσεται.

*Ἐστω κλάσμα τὸ αβ, ὅπερ πολλαπλασιάσαν τὸ γδ, ποιεῖτω τὸ εζ, λέγω ὅτι, ἐπεὶ ἑκάτερον τῶν αβ, γδ, ἔλαττον ἐστὶ μονάδος, ἔσται τὸ εζ, ἔλαττον ἑκατέρου τῶν. Εἰ γὰρ ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ πολλαπλασιάζον, ὅπως ἔχει καὶ τὸ πολλαπλασιαζόμενον πρὸς τὸ ὑπ' αὐτῶν γινόμενον, ἔσται ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ αβ, τὸ γδ, πρὸς τὸ εζ, ἔλαττον δὲ ὑπόκειται τὸ αβ, τῆς μονάδος, ἔλαττον ἄρα ὑπάρχει καὶ τὸ εζ, τῆ γδ. τὸ αὐτὸ δευθήσεται καὶ τὸ γδ, ὑποθῶμεν πολλαπλασιάζον, τὸ δὲ αβ, πολλαπλασιαζόμενον εἰ γὰρ τὸ γδ, ἔλατ-

τον ἢ μονάδος καὶ τὸ εἶς, ἐλαττον εἶσαι τῷ αβ. εἰ δὲ τῶν
 πρὸς ἄλληλα πολλαπλασιαζομένων κλασμάτων τὸ μὲν
 ἢ μείζον τῆς μονάδος, τὸ δὲ ἐλαττον, τὸ ὑπ' αὐτῶν
 γινόμενον εἶσαι τῷ μὲν μείζονος, ἐλαττον, τῷ δὲ ἐλάτ-
 τονος, μείζον.

Ἔστω ἐτι τὸ αβ, διαιρέμενον τῷ γδ, ἐλάττο·
 μονάδος· λέγω τὸ πηλίκον εἶς,
 μείζον εἶναι τῷ διαιρεμένῳ αβ, $\frac{1}{2}\beta$ $\frac{1}{3}\delta$ $\frac{1}{4}\epsilon$
 ἐπεὶ γὰρ κατὰ τα εἰρημένα ἐν
 τῷ περὶ διαιρέσεως ἀριθμητικῆς, κατὰ τὸ ἐναλλάξ,
 ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸν διαιρέτην, ἔστω τὸ πηλί-
 κον πρὸς τὸ, διαιρέμενον, μείζον δὲ ὑπετέθη ἡ μο-
 νὰς τῷ διαιρέτῃ, μείζον ἄρα καὶ τὸ πηλίκον τῷ διαι-
 ρεμένῳ.

Περὶ κλασμάτων δευτέρων, τρίτων, καὶ τῶν ἐφεξῆς.

Κλάσμα δεύτερον, εἶπεν κλάσμα κλάσματος,
 ὡς ἄλλοι λέγουσιν, ἐστὶ μόριον, ἢ μόρια, μέρος, ἢ μερῶν
 τῆς μονάδος, ταῦτο δ' ἐστὶν εἰπεῖν
 ὅλα τινός· οἷον τῷ αβ, τὸ γδ, καὶ $\frac{1}{2}\beta$ $\frac{1}{3}\delta$ $\frac{1}{4}\epsilon$ $\frac{1}{5}\beta$
 τῷ εἶς, τὸ ηθ. τῆς γὰρ μονάδος
 δίχα διαιρεθείσης τὸ αβ, κλάσμα δύοσον ἐστὶ ταύ-
 της, τέττα δὲ ὡς ὅλα ληφθέντος καὶ ὑποδιαιρεθέντος
 δίχα τὸ γδ, κλάσμα δύοσον ἐστὶ τῷ πρώτῳ δύοσον.
 τέτραχα δὲ ταύτης διαιρεθείσης, τὸ μὲν εἶς, κλάσμα

τρία τέταρτα εἰς τῆς μονάδος, τῶν δὲ ὡς ὅλη ληφ-
 θέντων, ἢ εἰς τρία ὑποδιαίρεθέντων, τὸ ηθ. κλάσμα
 μορίων ὑπάρχει παραστατικὸν τῶν μερῶν τῆς μονάδος,
 ἥτοι δύο τρίτων τῶν τριῶν τετάρτων ὡς περ γὰρ τὸ
 ὅλον διαίρεμενον ἀποτελεῖ τὸ ἀπλῶς λεγόμενον κλάσ-
 μα. ἔτω τὰ μέρη τῆ ὅλης, εἴηεν τὸ ἀπλῶς κλάσ-
 μα διαίρεθῆναι, τὸ δεύτερον παρέξει κλάσμα, ἢ τῆτο
 τὸ τρίτον, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Εἰ τοίνυν
 ἅπαντα ἀναχθεῖεν ἂν εἰς τὰ ἀπλῶς κλάσματα, πρό-
 δηλον ὅτι ὁμοίως τοῖς ἀπλοῖς πραγματευθήσονται),
 κατὰ τε σύναψιν ἢ ἀφαίρεσιν, πολλαπλασιασίν τε.
 καὶ διαίρεσιν, διὸ ἔδδ' χρὴ περὶ τῶν μακρογορεῖν
 ῥητέον δὲ πῶς ἂν κλάσμα κλάσματος ἐπὶ τὸ ἀπλῶν
 ἀναχθεῖη κλάσμα.

**Κλάσμα δεύτερον, εἴηεν κλάσμα κλάσ-
 ματος εἰς ἀπλῶς κλάσμα ἀναγαγεῖν.**

Ἔσω κλάσμα τὸ ηθ. κλάσματος τῆ εζ, εἰς τὸ
 ἀπλῶς κλάσμα ἀναχθισόμενον. τῆτο δὲ ἔδδεν ἄλλο
 εἶναι, ἢ ζητεῖν πηλίκον μέρος ἐστὶ τῆ ὅλης τὰ δύο τρίτα
 τῶν τριῶν τετάρτων τῆ ὅλης. πολλαπλασιασθήτωσαν
 πρὸς ἀλλήλους οἷ, τε εη, ἀριθμηταί, ἢ ζθ, παρωνυμῶν-
 τεσ, ἢ συσαθήτω τὸ κλ, κλάσ-
 μα, ὃ λέγω τὸν αὐτὸν ἔχειν λό-
 γον πρὸς τὴν μονάδα τῷ ηε. ἢ
 ἐπομένως τὰ ηε, κλ, κλάσματα
 ἴσα εἶναι. Δειξίς· Γειέωω ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ὁ θ,
 πρὸς τὸν μ. καὶ ἐπεὶ ὑπόκει) τῆ ηθ, ἢ ἢ τῆ ηε,

$$\frac{4}{2} \quad \frac{3}{3}$$

$$\frac{1}{1} \quad \frac{2}{2} \quad \mu.$$

κλάσματος ὅλον τὸ εζ, ἐστὶ τὸ ηε, κλάσμα πρὸς το
οἰκείον ὅλον εἴτην τὴν μονάδα τὸ εζ, ὡς ὁ η, ἀριθμη-
τὴς πρὸς τὸν θ, παρωνυμῶντα· ἀλλὰ καὶ τὸ εζ,
κλάσμα ἔχει πρὸς τὴν μονάδα ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν ζ,
ἢ ὡς ἐκ τῆς κατασκευῆς ὡς ὁ θ, πρὸς τὸν μ, διῖσιν
ἄρα ὡς τὸ ηε, πρὸς τὴν μονάδα ὁ η, πρὸς τὸν μ.
αὐθις ἐπεὶ ἐκ τῆς κατασκευῆς ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν ζ,
ἔτις ὁ θ, πρὸς τὸν μ, εἶναι κατὰ τὴν δεκάτην ἐνά-
την τῷ ἐβδόμῳ τῷ σοικειωτῷ. ὁ ὑπὸ τῶν εμ = τῷ
ὑπὸ τῶν ζθ, ἀλλὰ καὶ ὁ ε, πολλαπλασιάσας τὸν η,
πεποίηκε τὸν κ, τὸν δε μ, πεποίηκε τὸν λ, εἰν ἄρα
κατὰ τὴν δεκάτην ἐβδόμην τῷ ἐβδόμῳ τῷ σοιχῃ· ὡς
ὁ η, πρὸς τὸν μ, ὁ κ, πρὸς τὸν λ. δέδεικται δὲ ὡς
ὁ η, πρὸς τὸν μ, ἔχειν καὶ τὸ ηε κλάσμα, πρὸς τὴν μο-
νάδα, ἄρα ὡς ὁ κ, πρὸς τὸν λ, τὸ ηε, πρὸς τὴν
μονάδα· ὡς δὲ ὁ κ, πρὸς τὸν λ, τὸ κλ, πρὸς τὴν
μονάδα· ἄρα τὰ ηε, κλ, κλάσματα, τὸν αὐτὸν ἔ-
χουσι λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ κατὰ τὴν θ.
τῷ ε. τῷ σοικειωτῷ εἰσὶν ἴσα.

Ἔστω τὸ εζ, τρίτον κλάσμα, εἴτην κλάσμα
κλασμάτων ἀναχθῆτω τὸ γδ κλάσμα, εἰς τὸ ἀπλῶν
κλάσμα ηθ, καὶ μενεῖ τὸ εζ κλάσμα, τῷ ηθ κλάσ-
ματος, ὅπερ, ὡς ἀνωτέρω ελέ-
γετο, ἀναχθεῖν αὖ εἰς τὸ ἀπλῶν
κλάσμα κλ, καὶ συνελόντα φά-
ναι, τῶν τοιούτων πολλαπλασιά-
ζειν δὲ τῆς τε ἀριθμητῆς καὶ παρωνυμῶντας, ἵνα εἰς
ἕτερον κλάσμα ἀνάγοντο.

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{21}$$

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{21}$$

Περὶ Κλασμάτων Δεκαδικῶν.

Δεκαδικὰ κλάσματα καλῶσιν οἱ νεώτεροι τὰ ὑπὸ δεκαδικῶν ἀριθμῶν παρωνυμύμενα, οἷως Φασὶ τὸν δέκα, τὸν ἑκατὸν, τὸν χίλια, καὶ τὰς ἄλλας, ὅσοι κατὰ τὸν τῷ δεκαπλασίῳ λόγον πρῶτασιν ἐν γεωμετρικῇ αἰαλογίᾳ· ἢ γὰρ εἴαν ἡ μονὰς διαιρεθῇ εἰς δέκα μέρη, ἑκασον δὲ τῶν ὑποδιαιρεθῇ εἰς δέκα, ἢ πάλιν τῶν ἑκασον εἰς δέκα, ἢ ἔτις ἐφεξῆς, τῶν μὲν κατὰ τὴν πρώτην τομὴν ἑκασον δέκατον μέρος ἐστὶ τῆς μονάδος. τῶν δὲ κατὰ τὴν δευτέραν, ἑκατοςδόν, τῶν δὲ κατὰ τὴν τρίτην, χιλιοσδόν οἷον $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, ταῦτα τοῖνον ἢ τὰ τοιαῦτα, ἢ μόνον Δεκαδικὰ λέγεται κλάσματα κοινῷ ὀνόματι, ἀλλὰ ἢ ἰδίᾳς τετύχηκε προσηγορίας· τὰ μὲν δέκατα πρῶτα λεγόμενα, τὰ δὲ ἑκατοςδὰ, δεύτερα, ἢ τὰ χιλιοσδὰ, τρίτα, τὰ δὲ λοιπὰ κατὰ τὴν ἀνάλογον αὐτοῖς προσηγορίαν καλῶμενα.

Περὶ Ἀναλύσεως Τέτων.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εἰς κλάσματα δεκαδικὰ ἀναλύσαι.

Πολλαπλασιασθήτω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν ὑφ' ἃ παρωνυμύεται τὸ κλάσμα εἰς ὃ ἢ ἀνάλυσιν μέλλει ἔσεσθαι, ἢ τὸ ὑπ' αὐτῶν ἔσαι κλάσμα δεκαδικόν.

οἷον ὁ 5. ἀναλυόμενος.

Εἰς α'. ἐστὶν $= 5 \cdot \frac{1}{10}$,

εἰς β'. $= 5 \cdot \frac{1}{100}$,

εἰς γ'. $= 5 \cdot \frac{1}{1000}$,

Τὶ τὸ κινῆσαν.

Τὸ δὲ κινῆσαν τῆς νεωτέρας ἐπνοῆσαι ταῦτα εἶναι, ἢ περὶ τὰς πράξεις τῶν κλασμάτων δυσχέρεια, καὶ ἢ περὶ αὐτὰς ἐπίπονος πραγματεία, αἵπερ μόνοις τοῖς πεπειραμένοις τῶν γνῶσαι· ἵνα γὰρ ταῦτας ἐκκλίνωσι, καὶ τὰ κλάσματα κατὰ τῆς ἀκρεαίης ἀριθμῆς ἔχωσι λογίζεσθαι, ἔδοξε τοῖς ταῦτα πρῶτως ἐπινενοηκόσιν, εἴτε Μυλλέρος ὁ Ρεγγιομοντάνος ἐπὶ περὶ τὸ α υ ξ δ', ἔτος ἀπὸ τῆς τῆς Θεοῦ Λόγου Σαρκώσεως, εἴτε Σίμων ὁ Στεϋνίου περὶ τὸ α χ π', ἀμφοτέρω γὰρ λέγεται, μὴ πραγματεύεσθαι ταῦτα κατὰ τὰ κοινὰ κλάσματα· ἀλλ' εἰν τὸν παρωνυμῶντα, καὶ δι' ἐνὸς καὶ μόνου ἀριθμοῦ, λέγω ἵνα ἀριθμῶν τὸ κλάσμα παριστῶν τάττοντος τῷ γραμμᾷ Ἰσαριθμοῦς τοῖς ἐν τῷ παρωνυμῶντι ζήροις· κἀντεῦθεν τὸ τ', ὃ ἐπὶ τετράδεκα ἔτῳ γράφεται 3', τὸ τ', ἔτῳ 4'', ὅσης δὲ μονάδος προσ: ὀλοκλήρη, ἢ ἀριθμῶν, ζῆρος ὑπεράνω τῶν τίθεται οἷον 4°, μονάδες τέσσαρες· 4', πρῶτα τέσσαρα, 4'', δεύτερα, 4''', τρίτα, 4''', τέταρτα, 4''', πέμπτα, 4''', ἕκτα. τῶν καμένων ῥαθία εἶναι ἢ περὶ αὐτὰ ἀνάλυσις· κειῶν γὰρ ὁ 3° + 5' + 7'' εἰς δεύτερα ἀναλυθησόμενος, γραφῆνται ἐφεξῆς αἱ συνιῶσαι αὐτὸν κύφραι, προσκειμένων καὶ τῶν τῆς ἐσχάτης γραμμῶν· καὶ εἶναι ὁ 357'' = τῷ 3° + 5' + 7'', αἱ γὰρ 3, μονάδες = 300'', τὰ 5', πρῶτα = 50'', ἅτῃ συναπτόμενα τοῖς 7'', ποιῶσι τὸν 357''· ὥστε ἵνα γένηται ἀνάλυσις τῶν μονάδων εἰς

πρῶτα, καὶ προσάπ-
ταν τῇ κύφῃ ζῆρον
ἓνα, καὶ γραμμὴν· εἰς
δύτερα δὲ, δύο, εἰς
τρίτα, τρεῖς, εἰς τέ-
ταρτα, τέσσαρας.

οἷον εἰς α. $3^{\circ} = 30'$,

β. $3^{\circ} = 300''$,

γ. $3' = 3000'''$,

δ. $3^{\circ} = 30000''''$,

Ὡσαύτως καὶ
κλασμάτων εἰς ἄλλα
ἀναλυομένων, ἐν μὲν
τοῖς ἐφεξῆς κειμένοις

α. εἰς β. $5' = 50''$,

β. εἰς γ. $5'' = 50'''$,

$4'' = 40'''$.

τιθέναι ζῆρον, καὶ τὰς εἰς ὃ ἡ ἀνάλυσις προσηκύσας
γραμμάς· ἐν δὲ τοῖς ἐν διαλείψει, α, ζῆρος, ἐν
τοῖς δύο, τρεῖς, σὺν ταῖς ἀναλογήσαις γραμμαῖς.

Σύναψις τέτων κατὰ τὰς νεωτέρων.

Δοθήτωσαν
τὰ $3^{\circ} 4' 2''$, ἀνα-
λυθήτωσαν καὶ
 $4^{\circ} 2'$, πρῶτον
εἰς τὰ ἐσχάτως
κείμενα δεκαδι-
κὰ κλάσματα·
εἶτα συναφθή-
τωσαν κατὰ τὰς
ἀπεραιέας ἀριθμούς.

Ὑπόδ. α.

$$\begin{array}{r} 342 \wedge 5^{\circ} 7' 4''' \\ 420 \wedge 6 \quad 7 \quad 4'' \\ \hline 762'' \end{array}$$

Ὑπόδ. β.

$$\begin{array}{r} 5704. \\ 6740. \\ \hline 12444''' \end{array}$$

Ἀφαίρεσις.

Δοθήτω-
σαν τὸ 6789'''
καὶ τὸ 49''. ἀνα-
λυθήτω πρῶτον
ὁ 49, εἰς τὰ ὁ-
μοια, εἴτα ὡς
ἐλάττων ἀφαι-
ρεθήτω ἀπὸ τῆ
μείζονος κατὰ
τὴν κοινὴν ἀφαίρεσιν ὡς ὁρᾷς.

$$\begin{array}{r} \text{Ὑπόδ: α'.} \\ 6789''' \\ \underline{490''} \\ 6299''' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Ὑπόδ: β'.} \\ 6^\circ. 3'. 4''' \quad \wedge \quad 6304''' \\ 3'. 2''' \quad \wedge \quad \underline{320''} \\ .5984''' \end{array}$$

Πολλαπλασίασις.

Ἐξωσαν τ'τ, καὶ τ'ττ, πολλαπλασιασθήσόμε-
να, ἔτι δὲ τ'ττ, καὶ τ'τττ, πρόδηλον ἐστίν, ὡς ἐάν-
τις πολλαπλασιάσῃ ταῦτα κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον
τῆς τῶν κλασμάτων πολλαπλασιάσεως, ἔξε τὸ τ'τττ,
καὶ τὸ τ'τττττ, ἐξ ὧ συνάγεται ἐξαρκεῖν τῆς ἀριθ-
μητᾶς μόνον ἐπὶ τῶν τοιούτων πολλαπλασιάζειν, καὶ τῶ
ἐξ αὐτῶν ὑποτάττειν παρωνυμῶντα, τὸν ἐκ μονάδος
καὶ τῶν ζήρων τῶν προσκειμένων τοῖς παρωνυμῶσι τὰ
κλάσματα συγκεείμενον· ὃ δὴ καὶ ἐπὶ τῶν μὴ ἐχόντων
ζήρας, ἀλλ' ἀντὶ τούτων γραμμᾶς, γενήσεται καὶ τῆ-
τοις συναπτομένων τῶν Γραμμῶν. οἷον 4'''· 4'',
16'''' (6'. 3'' 18''' (24'. 3'' 72'''.

Διαίρεσις.

Διαιρεθήτω ἕκαστος χαρακτήρ τῶν δεδομένων κλασμάτων ἐφ' ἑκάστον, καὶ τὰ ἐκ τῆς διαιρέσεως παραγόμενα, ἔσαι πηλίκαι, ἀφαιρεμένων μέντοι γε καὶ τῶν γραμμῶν τῆ διαιρέσει ἀπὸ τῶν τῆ διαιρέσεως, καὶ τῶν λειπομένων ἐπιτιθεμένων αὐτοῖς, ὡς ἐπὶ τῆ ὑποκειμένης ὑποδείγματος.

$8'''' : 2' 4''' (16'''' : 4''' (34'' : 2^\circ 17''.$

ἡ πρῆξις τῆ 8: 2, κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον.

Διαιρέμενον

Διαίρεον

$\tau\delta\delta\delta\delta,$

$\tau\delta:$

$\frac{1}{2}^\circ \cdot \tau\delta\delta\delta\delta = \tau\delta\delta\delta, \text{ εἰς}$
ἐλαχίστης ὀρθῆς ἀχθέν.

Ὑποσημείωσις πρώτη.

Καὶ ταῦτα μὲν οἱ πατέρες τῶν, καὶ οἱ παρεκολυθηκότες αὐτοῖς, οἱ δὲ ἐκείνων μεταγενέστεροι, καὶ τὴν ἐκ τῶν γραμμῶν δυσχέρεαν καὶ σύγχυσιν ἀποποιούμενοι, τῆς ζήτης ἀντεισήγαγον, εἰσάαντες τὸ χαρακτηρισθῆναι τὰ τοιαῦτα κλάσματα διὰ τῶν γραμμῶν· καὶ τῆς μὲν ἀκεραίας τῶν ἀριθμῶν, εἰ τύχωσι προσκείμενοι τοῖς κλάσμασι, ὑποδιασολῇ διασέλλουσι. τὰ δὲ κλάσματα, ἀπ' ἀλλήλων τῇ προοδήκῃ τῶν ζήσεων, ὡς τῶν χαρακτήρων προτάττεσι. καὶ γὰρ τὰ πρῶτα, ἔτι δὲ καὶ τὰ δεύτερα, ἢ πάντα, ἀλλὰ τὰ ἐκ δύο κυφρῶν συνιστάμενα γράφοντες, τοῖς τρι-

τοῖς, καὶ τοῖς ἐφεξῆς τέτοις τῆς ἀνήκοντος ζήσεως ἐκάστοις προσγράψουσι. βέλονται γὰρ ἔτσι σημαίνειν τῆς ἀριθμητὰς τῶν κλασμάτων διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς κυφρῶν ἐκ πόσων ζήσεων πρὸς τῇ μονάδι συνίστανται οἱ παρωνυμῶντες τὰ κλάσματα, ὃ δὴ κατὰ τῆς ἀρχαιοτέρης ἐσήμαινον αἱ γραμμαὶ οἷον κειμένων τῷ 3, ἀριθμῷ, καὶ 6', πρώτων, ἔτιωσι ταῦτα γράφουσι. 3, 6. ὁ γὰρ 6, δεκάτων ἂν σημαντικός, καὶ δι' αὐτὸ τῆτο τὸν 10, ἔχων παρωνυμῶντα, ἔχοντα ζῆσον ἕνα πρὸς τῇ μονάδι· δύναται διὰ μιᾶς κύφρας ἐξ ἧς καὶ σημαίνεται, τῆτον παριστᾶν· εἰδὲ ἦν μόνον ὁ 6', δεκάτων σημαντικός, ἔδει πρὸ τέττε γραφῆναι ζῆσον μετὰ ὑποδιασολῆς, ἐφεξῆς δὲ τὸν 6, ἄνευ ζήσεως, ἵνα ἦ τὸ ὅλον 0, 6' ἔτω ἔαν ὦσι ὁ 3, ἀριθμὸς καὶ 12. ἑκατοσὰ, γράφοντ' ἂν ἔτιως 3, 12', ἢ ἀπόντος τῷ 3, ὡδέπως 0, 12, ἐκ δύο γὰρ κυφρῶν ὁ 12, συνιστάμενος δύναιτ' ἂν παριστᾶν τῆς ζήσεως πρὸς τῇ μονάδι τῷ παρωνυμῶντος αὐτὸν, τέτεσι τῷ 100, καὶ παρέχεν ἡμῖν εἰδέναι, ὅτι σημαίνει ἑκατοσὰ δώδεκα, ὃν τρόπον καὶ ὁ 6, πρότερον ἐσήμαινεν ἐξ δέκατα.

Ὅντων δὲ τῷ 3 ἢ ἄλλε τε, ὃν βέλεα, τῶν ἀριθμῶν, καὶ 12 χιλιοσῶν, προσκειῶ ζήσεως τῷ 12. κατὰ τὰ δεξιὰ, καὶ γραφῆτω ὡδὶ 3, 012· ἀπόντος δὲ τῷ 3, ὡδὶ 0, 012. ἔτω γὰρ διὰ τῶν ἐν αὐτῷ κυφρῶν τριῶν ἑσῶν παραστήτε ἂν τὸν παρωνυμῶντα αὐτὸν 1000, τρεῖς ζήσεως ἔχοντα πρὸς τῇ μονάδι. Ὡσαύτως ὁ 6, καὶ 4''', τέταρτα, εἴτην μυριοσὰ τέσσαρα γραφῆσονται 6, 0004.

Τῷτον τὸν τρόπον εἰώθασιν οἱ μετ' ἐκείνους ἐγχαράττειν τὰ δεκαδικὰ κλάσματα, ὑποδιασέλλοντες τὰς ἀκεραίας, καὶ τισὶ μὲν προτιθέντες ζῆρος τὰς ἀνήκοντας ἐκάστοις, τισὶ δὲ ὑδαμῶς.

Ἑποσημείωσις δευτέρα.

Ἐπιστάσεως δὲ ἄξιον πρῶτον, ὅτι ἐὰν τοῖς δεκαδικοῖς κλάσμασι ζῆροι ὅσοιδηποτῶν ἐν τῷ τέλει προσεθῶσι, ἕτερα κλάσματα γενήσονται ἴσα τοῖς ἐξ ἀρχῆς. τῷ γὰρ 2, 12, δὸς εἰπεῖν προσιδιμένῃ ἐνὸς ζῆρος γίνεται ὁ 2, 120, δύο δὲ, ὁ 2, 1200, ὧν ἐκάτερος τῷ 2, 12, ἰσοδυναμεῖ. ἐπεὶ γὰρ ἐν τοῖς τοιούτοις κλάσμασι προσήκει τὸν παρωνυμῶντα ἔχειν πρὸς τῇ μονάδι ζῆρος Ἰσαρίθμης ταῖς κύφραις τῷ ἀριθμητῷ, φανερόν, ὅτι προσκαμείν τῷ 12, ζῆρος ἐνὸς, καὶ τῷ παρωνυμῶντι αὐτὸν, ἥτοι τῷ 100, εἰς ζῆρος, προσεπινοηθήσεται προσκείμενος καὶ ἀντὶ τῷ 100, ἕξ παρωνυμῶντα τὸν 1000. εἶδε δύο τῷ ἀριθμητῇ προσεθῶσι ζῆροι, καὶ τῷ παρωνυμῶντι ὡσαύτως δύο, καὶ πλείους θατέρω, καὶ θατέρω πλείους προσκείσονται. ὅπερ ταῦτόν ἂν εἴη τῷ πολλαπλασιασθῆναι ἀμφοτέρους ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, τὸν 10, ὃς εἰπεῖν, ἢ 100, ἢ ἑτερόντινα τῶν δεκαδικῶν, καὶ γίνεσθαι ἕτερα κλάσματα ἴσα τοῖς ἐξ ἀρχῆς ὡς ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα κατὰ τὴν ιζ. τῷ ζ'. τῷ στοιχειωτῷ.

Ἑποσημείωσις ἑβίτη.

Δεύτερον. Ἐν τοῖς δεκαδικοῖς κλάσμασιν, ἡ μετὰ τὴν ὑποδιατολὴν πρώτη κύφρα πρώτων εἶπεν δεκάτων δυνάμει ἐστὶ σημαντική, εἰ καὶ ἐνεργεία ἀπασαὶ αἱ συνισῶσαι αὐτὰ κύφραι, ἐνὸς καὶ τῇ αὐτῇ δοκῶσι βαθμῷ· ἡ δευτέρα, ἑκατοσῶν, ἡ τρίτη, χιλιοσῶν, ἡ τετάρτη, μυριοσῶν, καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως. ὡς ἐπὶ τῇ ο, 435, κλάσματος τὸ λεγόμενον γίνεται προφανές· ὅπερ ταῦτ' ἐστὶ τῷ $\tau^{\epsilon}\delta^{\epsilon}\delta$. τῆτο δὲ ἴσον τῷ $\tau^{\epsilon}\delta^{\epsilon}\delta + \tau^{\epsilon}\delta^{\epsilon}\delta + \tau^{\epsilon}\delta^{\epsilon}\delta$, τὸ γὰρ ἐξ αὐτῶν συμποσάμενον ἐκεῖνο εὐρίσκει. εἴτις ἔν τὰ δύο ἐκ τῶν τῶν κλασμάτων εἰς ἐλαχίστας ἀγάγῃ ὅρας, ὅφεται τὸ μὲν πρῶτον ἀγόμενον εἰς τὸ τ^{ϵ} , τὸ δὲ δεύτερον εἰς τὸ $\tau^{\epsilon}\delta$, καὶ ἐπομένως εἴσεται τὸν μὲν 4, σημαίνεν δέκατα, τέσσαρα, τὸν δὲ 3, ἑκατοσὰ τρίτα, ὁ δὲ 5, χιλιοσῶν ἀναπολειφθήσεται σημαντικός. τῆτ' αὐτὸ καὶ ἐπὶ παντὸς ἄλλου ἀριθμοῦ πρόχειρον ἐστὶν ἰδεῖν.

Πόρισμα.

Ἐκ τῆς δὲ τῶν τοιούτων κλασμάτων τὰς κύφρας δεξιόθεν ἀρχομένας χωρεῖν ἐπὶ τὸ μείζον, ὡς καὶ αἱ τῶν ἀπεραίων ἀριθμῶν, κατὰ τὸν τῇ ὑποδεκαπλασίῃ λόγον, τὰς δὲ ἑκάστον τῶν παρωνυμῶντας, ἀντιστρόφως ἐκείναις ἀριστερόθεν προϊόντας προβαίνειν κατὰ τὸν αὐτὸν τῇ ὑποδεκαπλασίῃ λόγον, ὡς ἐπὶ τῶν δε τῶν

$\tau^{\epsilon}\delta$ $\tau^{\epsilon}\delta^{\epsilon}$ $\tau^{\epsilon}\delta^{\epsilon}\delta$

κλάσμάτων, ἐν οἷς τὸ χίλιον, ὑποδεκαπλάσιον τῷ
ἑκατοσὶ, τὸ δὲ ἑκατοσὶ τῷ δεκάτῳ· ὁ δὲ 10,
ὑποδεκαπλάσιος τῷ 100, καὶ ἕτος τῷ 1000.

Τὸ δοθὲν κλάσμα εἰς δεκαδικὸν μεταποιῆσαι
ἴσον τῷ δοθέντι.

Δεδότω κλάσμα τὸ αβ, εἰς δεκαδικὸν μετα-
ποιηθησόμενον, προσκείτω τῷ α, ἀριθμη-
τῇ ζῆτος, καὶ ὁ γινόμενος 10, διαιρεθῇτω
ἐπὶ τὸν 8, παρῶν μὲντα, καὶ τὸ πηλίκον 1, ἔσαι ἡ πρώ-
τη κύφρα τῷ ζητῶμεν κλάσματος· τῷ δὲ ἑναπο-
λειφθέντι 2, προσκείτω ζῆτος, καὶ ὁ γινόμενος 20,
διαιρεθῇτω ἐπὶ τὸν 8, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν πηλίκον ὁ
2, δευτέρα κύφρα ἔσαι τῷ κλάσματος· προσκειμένῳ
δὲ ζῆτος τῷ ἑναπολειφθέντι 4, καὶ συνισαμένῳ τῷ
40, διαιρεθῇτω καὶ οὗτος ἐπὶ τὸν 8, καὶ ἐπει παρῆται
πηλίκον ὁ 5, ἔσαι ἡ τρίτη κύφρα· τῷ αὐτῷ γινέ-
σθω ἄχρις ὅτου ἑναπολείπεται τι· εἰδὲ μηδὲν ἑναπολειφ-
θῇ, ὡς ἐπὶ τῷ παρόντος ἐπὶ τῆς διαιρέσεως τῷ 40,
ἐπὶ τὸν 8, αἱ εὐρεθεῖσαι κύφραι συστήσονται τὸ κλάσ-
μα, οἷον τὸ 125, καὶ τὸ 0, 125, κατὰ τὰ προειρημῆα
ὑποσ: πρώτη, ἴσον ἔσαι τῷ $\frac{1}{8}$. ἡ πρῶξις αὐτῷ
ἔξει τὸ πηλίκον. τὸ γὰρ $0, 125 = \tau\omega \frac{1}{8}$, αὐ-
τὸ δὲ $= \tau\omega \frac{1}{8}$, ὅπερ πρόδηλον ἔσαι, εἰ γένωνται πα-
ρῶν μὲντα.

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

παρῶν ἴσον
ἐκ ἑκατοσ.

Εἴαν δὲ συνεχιζομένης τῆς διαιρέσεως αἰ ἐναπολείπηται τι, ἔδεποτ' ἂν τὸ ὄρθεν κλάσμα εἰς δεκαδικὸν ἀχθείη. πλὴν ὅτι ὅσω συνεχίζοιτ' ἂν ἡ διαίρεσις, τοσούτῳ ἐγγύτερον ἂν εἴη τῷ δοθέντι τὸ εὐρισκόμενον δεκαδικὸν κλάσμα· οἷον δοθέντος τῆ $\frac{2}{3}$, εὐρεται τὸ 0, 6666. συνεχιζομένης δὲ τῆς διαιρέσεως, ἕτερον εὐρεθήσεται μᾶλλον προσεγγίζον τῷ δοθέντι κλάσματι.

Ἄλλως. Σύναψις.

Εἴπειπερ αἱ τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων κύφραι δεξιόθεν ἀρχόμεναι χωρῆσι πρὸς τὰ ἀριστερά, ὡς καὶ αἱ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, συνάπτοντο ἂν παραπλησίως ἐκείνοις, γραφομένων δηλονότι τῶν μὲν ἀκεραίων ὑπὸ τῆς ἀκεραίας, τῶν δεκάτων ὑπὸ τὰ δέκατα, τῶν ἑκατοσῶν ὑπὸ τὰ ἑκατοστά. ἥνικα δὲ τὸ ὑπὸ τῶν δεκάτων συμποσέμενον ὑπερέχει τῆς γ , δυσὶ κύφραις συνισάμενον, τὴν μὲν δευτέραν τῶν συναπτέων τοῖς δεκάτοις, τὴν δὲ λοιπὴν τηρητέον συσταφθεσομένην τοῖς ἀκεραίοις.

Ἀφαίρεσις.

Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἀφαιρεθεῖεν ἂν τὰ δεκαδικὰ κλάσματα κατὰ τῆς ἀκεραίας ἀριθμῆς, γραφομένων τῶν κυφρῶν αὐτῶν καταλλήλως, ὡς ἐπὶ τῶν ὑπ' ὅψιν καθορίζεται ὑποδειγμάτων.

Υπόδειγμα συνάφειας.

Α' Φαιρέσεως.

3,872, τρίτα.

0,4 πρώτα.

0,05 δεύτερα.

4,322.

3,072 τρίτα.

1,58 δεύτερα

1,492.

Πολλαπλασιάσις.

Καὶ Πολλαπλασιαθεῖεν δ' ἂν, καὶ διαιρεθεῖεν τὰ αὐτὰ κατὰ τὰ αὐτά· πλὴν ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πολλαπλασιάσεως ἵνα τὸ παραγόμενον γνωθῇ, δεῖον ἐκκόπτειν δεξιόθεν ἀπὸ τῆς γενομένου ἰσαριθμοῦς κύφρας ταῖς κύφραις ἀμφοτέρων τῶν πολλαπλασιαζομένων κλασμάτων· ἐπὶ δὲ τῆς διαιρέσεως ἀπὸ τῆς πληλικοῦ κύφρας ἰσαριθμοῦς ταῖς, αἷς ὑπερέχει τὸν διαιρέτην ὁ διαιρέμενος, ἵνα γνῶμεν τὸ ζητούμενον πληλίκον οἶον.

Ἔσω πολλαπλασιασθήσόμενα τὰ 3, 42, ἢ 2, 31, δεκαδικὰ κλάσματα, ἢ ἐπεὶ γενομένης τῆς πράξεως κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον τῆς πολλαπλασιάσεως, παρῆκται ὁ α, 79002, ἀριθμὸς, ἵνα γνωθῇ τὸ ὡς ἀληθῶς παραγόμενον, ἐκκοπήτωσαν ἀπ' αὐτῆς κύφραι τέσσαρες, ὅσας ἐσχῆκεν ἄμφω τὰ κλάσματα, ἢ τὸ 7,9002, ἔσαι τὸ ζητούμενον δι' ἀκεραῖς ἀριθμοῦ τῆς 7, καὶ 9002, κλάσματος. δεῖξις. Τῶν προεκτεθέντων κλασμάτων τὸ μὲν 2, 31, ἰσοδυναμεῖ τῷ $2 \frac{1}{31}$, τὸ δὲ 3,42, τῷ $3 \frac{42}{100}$ · ἔαν ἔν οἱ προ-

σκέιμενοι αὐτοῖς ἀκέραιοι ἀριθμοὶ εἰς τὰ ἴδια κλάσματα ἀχθῶσι, παρωνύμια γενήσεται. ἢ συναπτόμενα τοῖς ἐξ ἀρχῆς κλάσμασιν, ἀχθήσονται τὸ μὲν εἰς τὸδε τὸ κλάσμα $\frac{1}{2}$, τὸ δὲ, εἰς τὸδε $\frac{1}{3}$. ταῦτα ὡς τὰ ἀπλῶς κλάσματα πολλαπλασιασθέντα πρὸς ἄλληλα, παρέξουσιν κλάσμα $\frac{1}{6}$ ἀριθμητῆς ἑσσι ὁ ὑπὸ τῶν ἀριθμητῶν τῶν αὐτῶν κλασμάτων γινόμενος. παρωνυμῶν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν παρωνυμνῶν· τὸ αὐτὸ δὲ γενήσεται καὶ τῆς ἀριθμητῆς, ἢ τῆς παρωνυμνῆτος ταῦτα κατὰ τῆς ἀκεραίας ἀριθμῆς πολλαπλασιάσωμεν· διάτει τῆτο ἐν ἀρχῇ εἰρηται ὅτι τὰ δεκαδικὰ κλάσματα πολλαπλασιασθεῖεν ἂν καθ' ὃν τρόπον συνάπτονται καὶ ἀφαιρῶνται ἀπ' ἀλλήλων· ἰσαριθμοὶ δὲ ζήσης κύφρας ταῖς κύφραις τῶν κλασμάτων δέον ἐκκόπτειν, ἐπεὶ ὁ παρωνυμνὸς τὸ ὑπὸ τῶν κλασμάτων γινόμενον, τοσούτους πρὸς τῇ μονάδι ἔχει ζήσης, ὅσους ἀμφω τὰ πολλαπλασιαζόμενα κλάσματα. ἵνα τοίνυν πρὸς τῷ 7, ἀριθμῷ ἢ τὸ προσκείμενον αὐτῷ κλάσμα γνωθῇ, ἢ ἡ τὸ ὅλον 7,9002, ἐκκόπτειν ἢ τὰς κύφρας χρῆ· ἐπεὶ γὰρ ἅπαν δεκαδικὸν κλάσμα συνίσταται κύφραις ἰσαριθμοῖς τοῖς ἐν τῷ παρωνυμνῷ αὐτὸ ζήσοις, ὁ δὲ παρωνυμνὸς τοῖς τῶν κλασμάτων, ὑφ' ὧν τὸ αὐτὸ κλάσμα παρῆκται, εἰκότως ἄρα, ἵνα τὸ ἐμφωλεῦον τῷ α, κλάσμα γνωθῇ, ἐκκόπτονται ἀπ' αὐτῶ κύφραι ἰσαριθμοὶ ταῖς κύφραις τῶν κλασμάτων.

Πόρισμα.

Εἴκ τετε δῆλον ὅτι καὶ ἀκέραιος ἀριθμὸς καὶ κλάσμα πρὸς ἄλληλα πολλαπλασιασθῶσι κατὰ τὸν κοινὸν τῆς πολλαπλασιάσεως τρόπον, ἐκκόπτεσθαι δεῖ ἐκ τῆ γενομένου ὑπ' αὐτῶν κύφρας ἰσαριθμῶν ταῖς τῆ κλάσματος· οἷον τῆ 2,01, καὶ τῆ 12, πολλαπλασιασθέντων, παρῆνται ὁ 2412, ἐκκοπτεῖον ἔνδ' οὗ κύφρας, ἵνα ᾗ τὸ ζητούμενον 24, 12.

Διαίρεσις.

Εἴσω διαιρεθῆσόμενον τὸ 2,76, ἐπὶ τὸ 1,2. γενομένης τῆς διαιρέσεως ὡς εἴρηται, παρῆνται πηλίκον ὁ 23, καὶ ἐπεὶ ὁ διαιρέτης πλεονεκτεῖται ὑπὸ τῆ διαιρουμένου μιᾷ κύφρᾳ, ἐκκοπήτω μία, ἵνα ᾗ τὸ ζητούμενον πηλίκον 2, 3. ὁ λόγος τῆς πράξεως τὸ πισὸν ἔχει ἐκ τῆς πολλαπλασιάσεως. ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ πάσης ὑγιῶς ἐχέσης διαιρέσεως, τῆ πηλίκου ἐπὶ τὸν διαιρέτην πολλαπλασιαζομένου, παράγεται ὁ διαιρούμενος, καὶ ταῦτα τε τῆ 2, 3, ἐπὶ τὸ 1, 2, πολλαπλασιαζομένου ὁ 2, 76, παράγεται, προδήλον ὅτι ὁ 2, 3, τὸ πηλίκον εἰσιν.

Τ' π' ὁδεῖγμα Β'.

Ἰσαριθμῶν δὲ ἔσῶν τῶν κυφρῶν τῆ διαιρέτου ταῖς τῆ διαιρουμένου, ἑδεμῖα χρεία ἐκκοπῆς·

οἷον διαιρεμένον τῷ 11, 20, ἐπὶ τὸν 032, πηλίκον
ἔσαι ὁ 35, ὅς ἐπὶ τὸν διαιρέτην πολλαπλασιαζόμενος
ἀποδώσει σοι τὸν διαιρεμένον.

Τ' πόδειγμα Γ'.

Πλειόων δὲ ὕσων ἐν τῷ διαιρέτῃ κυφρῶν ση-
μαντικῶν δεκαδικῶν, ἢ ἐν τῷ διαιρεθῆσομένῳ, προσκει-
ῶσαν τῷ ἐν τοῖς δεξιοῖς ζῆρος, ἢ ζῆροι, ἄχρις ἢ τὸ
πλήθος τῶν κυφρῶν τῷ διαιρεθῆσομένῳ ὑπερβῇ τῷ
πλήθους τῶν τῷ διαιρέτῃ, ἢ ἰσάριθμον γένηται, εἴτα
γινέσθω ὡς καὶ ἀνωτέρω ἡ διαίρεσις· τῷ γὰρ 11, 2,
διαιρεθῆσομένου ἐπὶ τὸν 0, 32, προσκείσθω τῷ 2,
ζῆρος, ἵνα γένηται τὸ 11, 20, εἴτα διαιρεθῇ τῷ, καὶ
παρέξει πηλίκον τὸν 35, ὃν καὶ ἐπὶ τῷ δευτέρῳ ὑπο-
δείγματος· ἡ δὲ τοιαύτη προδήκη ἐδόλως λυμαίνε-
ται τὴν ἰσότητα τῷ κλάσματος, κατὰ τὴν δευτέ-
ραν ὑποσημείωσιν.

Ἐὰν δὲ μετὰ τὴν διαίρεσιν ἐναπολείφθῃ τι, προ-
σκειῶσθαι τῷ ζῆρος, καὶ συνεχῶς ἐκτελείσθω διαίρεσις καὶ
τέτοις· οἷον διαιρεθέντος τῷ 1, 17, ἐπὶ τὸν 05, παρῇ
πηλίκον ὁ 23, ἐναπελείφθῃ δὲ ὁ 2, ᾧ προσκειμένον ζῆρος
ἀνεφύη ὁ 20, τέτις διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 5, ἐπεὶ ἔ-
δεν ἐναπελείφθῃ, προσετέθη τὸ πηλίκον ὁ 4, τῷ 23,
καὶ ἐγένετο τὸ ὅλον πηλίκον 234· ὁ προσκειόμενος
μέντοι ζῆρος τῷ πηλίκῳ συνενοείσθω καὶ τῷ διαι-
ρεθῆσομένῳ προσκειόμενος, ἵνα ἢ τῷ ὄντι διαιρέμενος ὁ 1,
170, ἐπὶ τὸν 0,5, κἀντεῦθεν ὁ διαιρέμενος ἢ μιᾷ ἄλ-

λὰ δυοῖ δεκαδικαῖς κύφραις ὑπερέξει τῷ διαιρέτῃ, καὶ ἐπομένως ἐκκόπτεται ἀπὸ τῷ πηλίκῳ προσήκει, ἵνα γένηται 2, 34, καὶ καὶ μετὰ τὴν δευτέραν διαίρεσιν ἐναπολείφθῃ τι, προσκειῖδω καὶ τῷ ζῆρος, καὶ διαιρεθῇ τὸ γινόμενον. ἀλλὰ πάντες οἱ προσκείμενοι ζῆροι συνεορέδωσαν, ὥσπερ εἶεν προσκείμενοι τῷ διαιρεμένῳ, οἷον διαιρεθέντος τῷ 3, 2, ἐπὶ τὸν 0, 25, παρῆκται πρῶτον πηλίκον, 1, ἐναπελείφθῃ δὲ ὁ 7, τῷ προσλαβόντος ζῆρον καὶ διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 25, παρῆκται ὁ 2, δεύτερον πηλίκον. ἐναπολείφθέντος δὲ τῷ 20, καὶ ζῆρον προσλαβόντος, καὶ διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 25, εὕρηται τρίτον πηλίκον ὁ 8, ἐπεὶ δὲ ἔδεν ἐναπελείφθῃ, ἔσαι τὸ ὅλον πηλίκον 128, ἀλλ' ἐπεὶ δύο ζῆροι συνεινῶνται τῷ διαιρεμένῳ προσκείμενοι, δυνάμει γὰρ ὁ 3, 200 διήρηται ἐπὶ τὸν 0, 25, μιᾷ ὑπερέχων κύφρα τῷ διαιρέτῃ, μία καὶ ἀπὸ τῷ πηλίκῳ ἐκόπη κύφρα, καὶ ἐγένετο τὸ 12, 8, πηλίκον.

Πόρισμα.

Ἐπεὶ ἀπὸ τῷ πηλίκῳ ὡς προείρηται, προσήκει ἐκκόπτεται κύφρας ἰσαριθμοῦς τῇ ὑπεροχῇ, ἣ ὑπερέχει ὁ διαιρεμένος τῷ διαιρέτῃ, γινώσκομεν, ὅτι, εἰ κλάσμα δεκαδικὸν διαιρεθῇ ἐπὶ ἀκέραιον ἀριθμὸν, μηδὲν ἔχοντα δεκαδικὸν κλάσμα αὐτῷ προσκείμενον, ὑφείλομεν ἀπὸ τῷ πηλίκῳ ἐκκόπτεται κύφρας ἰσαριθμοῦς ταῖς τῷ διαιρεμένῳ κλάσματος.

Περὶ ἀλγγεβρικῆς Ἀναλύσεως.

Πολλὰς μὲν καὶ ἄλλαις ἡ ἀλγγεβρα κέχρηται
 ταῖς μεθόδοις, εἰς ἐπίλυσιν τῶν ἐπ' αὐτῆς αἰνιγμα-
 τωδῶς προβαλλομένων, ἀλλ' ὕνγε κυριωτέρα τῶν
 ἄλλων καὶ γενικωτέρα ἐστὶν ἡ ἀνάλυσις, μέθοδος ἔ-
 σα ἀκριβῆς καὶ ἐπισημονικὴ τῇ λύειν τὰ αἰνιγματώ-
 δη προβλήματα· διαιρεῖται δὲ ταῦτα κατὰ πρῶ-
 την τομὴν εἰς ἀπλὰ καὶ σύνθετα, ἑτέρω δὲ λό-
 γῳ ἐπιδιαιρεῖται εἰς ὠρισμένα καὶ ἀόριστα, περὶ ὧν ἐν
 μέρει ἐρῶμεν ἐν τοῖς ἐξῆς· τῶν δὲ ἑκατὸν, ἤτοι λύσι-
 μων ὑπάρχει, ἡ ἀλυτον, ἀλυτον μὲν οἷον εἴ τις ζητήσῃεν,
 ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὅς ἂν εἴη τρίτον μέρος τῆς 6, ὁ αὐ-
 τὸς δὲ καὶ τέταρτον μέρος τῆς 12, ὅπερ ἀδύνατον τῷ
 καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι· ὅδεις γὰρ ἂν εὑρεθείη τοιοῦ-
 τος ἀριθμὸς τρεῖς μὲν τὸν 6, τετράκις δὲ τὸν 12,
 καταμετρῶν· τὸ ἀδύνατον μέντοι γε τῇ προβλή-
 ματος, ἢ καὶ αὐτὸ ἐστὶ γινώριμον· ἡ δὲ διὰ τῆς πρά-
 ξεως ἀνακαλύπτεται, συμβαίνει δὲ τῷτο ὀπηνίκα
 εἰς προφανὲς ἄτοπον καταντήσωμεν, Φερ' εἰπεῖν συ-
 νάγοντες τὸ ὅλον ἴσον εἶναι τῷ οἰκείῳ μέρει, ἢ τὸν
 $3 = τῷ - 4$, ὅσα δ' αὐθις δεκτικὰ πέφυκε λύ-
 σεως, ἐν τῷτοις διὰ τῆς πράξεως ἀνακύπτει ζη-
 τήμενον, καὶ τὸ λανθάνον πρότερον, ἀρίθμηλον εἰσέσε-
 ρον γίνεται· οἷον εἴ τις ζητοῖη ἀριθμὸν, ὅς προσλα-
 βὼν ἑαυτῇ ἑβδομα μέρη τρία, συμπληρώσῃ τὸν 60.
 εὑρεθήσεται ὁ 42, διὰ τῶν ἀναλυτικῶν πράξεων. δι'

ὧν λύονται καὶ τὰ λοιπὰ τῶν προβλημάτων ὅσα τυγχάνει λύσιμα.

Πρώτη Πρᾶξις ἀναλυτικὴ, ἥς ἔργον ἡ ἐρευνα καὶ γνῶσις τῶν τῷ προβλήματος ὑποθέσεων.

Ἐπὶ παντός προβλήματος, ἐπεὶ τὰ μὲν εἰσι πρόδηλα καὶ σαφῆ, ὅσα δηλαδὴ ὑπὸ τῷ προτείνοντος τὸ πρόβλημα δίδονται· τὰ δὲ ἄδηλα καὶ ἄσαφῆ, ἃ δὴ καὶ ζητεῖται· καὶ πρόκειται τῷ μέλλοντι τὴν λύσιν τῷ προβλήματος ἐπαγαγεῖν, διὰ τῶν σαφῶν ἀνακαλύψαι τὰ λανθάνοντα καὶ ἄδηλα· τῷτο δ' ἂν γένοιτο, εἰμήτις σχέσις εἴη καὶ κοινωνία τῶν κακείων πρὸς ἄλληλα, δεόν πρὸ πάντων τὰς μεταξὺ αὐτῶν σχέσεις σκοπεῖν· τῶν γὰρ ἐγνωσμένων, καὶ αἱ ἐμπεριεχόμεναι ταύταις ἰσώσεις γνωσθήσονται, αἱ ταῖς σχέσεσιν ἔσσι ἰσάριθμοι· καὶ τὸ τυχὸν πρόβλημα εὐχερῶς λυθήσεται· ἀνάγκη μέντοι ὑπὸ τε τῷ προτείνοντος, ὑπὸ τε τῷ τὴν λύσιν ἐπάγοντος, τὰς σχέσεις προϋποτίθεσθαι· ἀνθ' ὅτου καὶ ὑποθέσεις τῷ προβλήματος ἤκησαν· οἷον ἐπὶ τῷ προεκτεθέντος ὑποδείγματος, δέδοται μὲν ὁ 60, ζητεῖται δὲ ἕτερος ἀριθμὸς, ὃς προσλαβὼν τρεῖς αὐτοῦ μέρη ἑξάδομα ἴσος γενήσεται τῷ 60, τῷτο δὲ, τὸ προσλαβεῖν τὰ τοιάδε μέρη, καὶ ἐξισωθῆναι τῷ 60, ὑπόθεσις. εἰάν δὲ δοθῇ ὅ,τε 10, καὶ ὁ δύο ἀριθμὸς, καὶ ζητηθῶσιν ἕτεροι δύο ἀριθμοί, ὧν τὸ μὲν ἐξ αὐ-

τῶν συμποσέμενον ἐσὶν ὁ 10, ἀριθμὸς, ἡ δὲ διαφο-
ρα τῶν αὐτῶν ὁ 2, δύο εἰσὶν ἐνταῦθα αἱ ὑποθέσεις,
καθ' αἷς, καὶ τὰς ἰσώσεις εὐρήσομεν.

Πρᾶξις δευτέρα, δι' ἧς κατὰ συνθήκην
προτοικεῖνται τὰ σοιχεῖα, τοῖς κειμέ-
νοις ἐν τῷ προβλήματι προδή-
λοις τε, ὧς ἀδήλοις.

Τῇ ἐρευνῇ τῶν ὑποθέσεων ἔπεται ἡ τῶν σοι-
χείων προσοικείωσις τοῖς κειμένοις ἐπὶ τῇ προβλήμα-
τος προδήλοις τε καὶ ἀδήλοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν προδή-
λοις προτοικεῖται τὰ ἀρκτικά, οἷον τὸ α, β, γ,
τῷ δὲ ἀδήλοις τὰ ἑχάτα τῶν σοιχείων φ, χ, ψ.
ὅτι εὐχερέστερον διὰ τῶν σοιχείων, ἢ διὰ τῶν ἀριθ-
μητικῶν χαρακτηρῶν αἱ πράξεις περαίνονται· καὶ γὰρ
φειν δὲ προσθήκει ταῦτα $15 = \alpha$,
ἐν μέρει. ἵνα ὑπ' ὅψιν τε ἡ, $56 = \beta$,
καὶ μὴ ῥαδίως διεκπίπτῃ ὁ εἰς τῶν ζητ. $= \chi$.
τῆς μῆμης. ὡς ἐπὶ τῷδε ὁ ἕτερος. $= \phi$.
τῇ προβλήματος, εὐρεῖν δύο ἀριθμούς, ὥς τὸ μὲν
ἐξ αὐτῶν εἶναι ἴσον τῷ 15, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν =
τῷ 56, προσωκείωται τῷ μὲν 15, τὸ α, τῷ δὲ 56,
τὸ β, ὡς προδήλοις· τῷ ἐνὶ τῶν ἀδήλων καὶ ζητημέ-
νων ἀριθμῶν τὸ χ, τῷ ἑτέρῳ τὸ φ.

Εἴδ' ὅτε μὲν τοι ἐξ αὐτῶν τῶν τῆ προβλήματος ὑποθέσεων καταμανθάνομεν, ὥς ἢ τοι διαφορῶν οὐτῶν τῶν κεμένων ἐν τῷ προβλήματι, εἴτε τῶν προδήλων, εἴτε τῶν ἀδήλων, ἢ ἐπ' ἀνάγκης διάφορα ἢ σοιχεῖα τέτοις προσοικεῖν. ἅλις γὰρ ἐχόντων ἐλαττόνων σοιχείων εἰς ἐνδείξιν πλειόνων τῶν ἐν τῷ προβλήματι κεμένων, περιττὸν ἐστὶ διαφοροῖς χεῖναι σοιχείοις, ἄλλως τε ἢ ῥαυτέραν χωρηγόντων ἡμῖν τὴν λύσιν τῆ προβλήματος. συμβαίνει δὲ τέτοτριχῶς· Πρῶτον. εἰ ὥσι ἐντινι τῶν προβλημάτων δύο τινὰ ἀδήλα, δευτῇ δὲ τρίτον τρίτον διπλάσιον, καὶ τῷ διπλασίῳ προσωκείωται τὸ χ , εἰδὲ μία ἀνάγκη τῷ ὑποδιπλασίῳ προσοικεῖν τὸ ϕ , ἅλις γὰρ ἔχει εἰς ἐνδείξιν τέττε τὸ $\frac{\chi}{2}$. εἰδὲ τὸ χ , προσωκείωται τῷ ὑποδιπλασίῳ, τὸ 2χ , ἐνδείξεται τὸ διπλάσιον. Δεύτερον, ἐγνωσμένης τῆς διαφορᾶς δύο ἀδήλων, τῷ δὲ μείζονι τέττω προσωκείωται τὸ χ , ἔξεσι τῷ ἐλάττονι προσοικεῖν τὸ $\chi - \delta$, εἰδὲ τῷ μεταλιν τῷ ἐλάττονι, τὸ χ , τῷ μείζονι πάντως τὸ $\chi + \delta$, φανερόν γάρ ὅτι δύο ἐκκειμένων ἀρίσων, ἢ τῆς τέτων διαφορᾶς τὸ μὲν μείζον γίνεσθαι ἴσον τῷ ἐλάττονι, προσκειμένης τέττω τῆς διαφορᾶς, τὸ δὲ ἐλάττον ἴσον τῷ μείζονι, ἀφαιρεμένης ἀπὸ τῆ μείζονος τῆς αὐτῆς διαφορᾶς. οἷον συμβαίνει ἐπὶ τῆ 6, ἢ 4. ὧν ἡ διαφορὰ 2. ὅ $4 = 6 - 2$, ὅ $6 = 4 + 2$.

Τρίτον. Πρὸς τῇ διαφορᾷ δὲ γνωσθέντος καὶ
 τῷ συμποσυσμένῃ ἐκ δύο ἀρίσων, ὡς προσοικειωτέον
 τὸ σ, κατὰ τὰ ἐν ἀρχῇ εἰρημένα, ἐπεὶ ὡς ἐν τοῖς
 εἰσέπειτα δεχθήσεται, τὸ μείζον τέτων εἶναι ἴσον τῷ
 ἡμίσει τῷ συμποσυσμένου προσκειμένης αὐτῷ τῆς ἡ-
 μιδιαφορᾶς $\frac{\sigma+\delta}{2}$, τὸ δὲ ἔλαττον τῷ αὐτῷ ἡμίσει ἀφαι-
 ρυμένης τῆς ἡμιδιαφορᾶς $= \frac{\sigma-\delta}{2}$, εἰσόμεθα ἐκ τέ-
 τω, ὅτι τῶν ἀρίσων τέτων, καὶ μόνω τῷ συμποσυσμέ-
 νῃ γνωσθέντος, ἔξεσι τὴν ποικιλίαν τῶν σοιχείων δια-
 διδράσκειν, καὶ διάφορα σοιχεῖα τέτοις προσοικειώ-
 σαι, ἀπόχρη γὰρ τῇ ἡμιδιαφορᾷ καίτοι ἀδήλω ἔσθι.
 προσοικεῖν φερέειπε τὸ χ, καὶ τῷ μὲν μείζονος ἐν-
 δεικτικὸν ἔσαι τὸ $\frac{\sigma+\chi}{2}$, τῷ δ' αὖ ἔλαττονος τὸ $\frac{\sigma+\chi}{2}$
 $\frac{\sigma-\chi}{2}$.

Ὑποδείγματα τῶν Προεκτεθεισῶν ἀναλυτικῶν Πράξεων.

Ὑπόδειγμα. Α'.

Ἄνδρες τρεῖς ὀβολῶν ἑκατοντάδας ἔλαβον ὀκτώ-
 ῃ δ' ἴσαις ταύτας νεύμαντο ἐν σφίσι μοῖραις
 τῷ πρώτῃ πλεῖον δύο πεντηκοντάδας ἔσχε
 Δεύτερος. ὁ τρίτος δ' ὅσα ἄμφω ἔλαβον ἔτοι,
 εἰπὲ, ἕκαστος, τῶν ὀβολῶν, ὅποσιν λάχε μοῖραν.

Ἐν τῷ τῷ προβλήματι δύο εἰσὶ πρόδηλα, αἱ
 ὀκτὼ ἑκατοντάδες, καὶ αἱ δύο πεντηκοντάδες, ἴσον

δ' ἐπεὶν ὁ 800, καὶ 100, τρεῖς δὲ ἄδηλα,
 ἦτοι ἡ ἐκάστη μοῖρα τῶν τριῶν ἀνδρῶν · προσοικειω-
 θήτω τοίνυν τὰ κατάλληλα σοιχεῖα τούτοις, ἀμέλει-
 τοι $800 = \alpha$, $100 = \beta$. τῆς δὲ μοίρας τῆ πρώτης
 ληφθήτω ἐμφαντικὸν τὸ χ , ἢ ἐπομένως ἔσαι τῆς
 μὲν τῆ δευτέρου τὸ $\chi + \beta$, τῆ δὲ τρίτης τὸ $\chi + \chi$
 $+ \beta$, ἢ τὸ $2\chi + \beta$, συντομίας χάριν.

Τ' πόδειγμα Β'.

Εἰπέ Πάτερ, σὺ πόσους, παῖς ἐνδὲ πόσους ἐνιαυτὸς
 ἐπλησεν βιοτῆς; τριάκοντα ἐγὼ πλεον ἔσχον
 τῆ μὲ παιδός· ἀλλ' ἡμετέροις ἑτέεσσι
 ἡμισυ τῶν προϋθῆς, τῶν κείνου δὲ τέταρτον,
 ὀκτὼ εὐρήσεις δεκάδας πάντως ἐνιαυτῶν.

Ἐπὶ τῇδε τῇ προβλήματος προσοικειώσαντας
 τῷ 80, τὸ α , ἐπεὶ ὁ 30, διαφορὰ ἐστὶ τῆς ἡλικίας τῆ
 πατρὸς πρὸς τὴν τῆ παιδός, προσωκειώτεον κατὰ τὰ εἰ-
 ρημένα ἢ τὸ β , ἀλλὰ τὸ δὲ τῇ δὲ ἡλικίᾳ τῆ πατρὸς τὸ χ ,
 ἢ τεθέντος ἔσαι ἀντὶ τῆς ἡλικίας τῆ παιδός τὸ $\chi - \delta$. καὶ
 τούτῃ ἀντὶ τῆ ἡμίσεος τῆς πατρικῆς τὸ $\frac{\chi}{2}$, ἢ ἀντὶ τῆ τε-
 τάρτης τῆς ἡλικίας τῆ παιδός τὸ $\frac{\chi - \delta}{2}$.

Τ' πόδειγμα Γ'.

Ποιμένα τις προβάτων τῆς ποιμνῆς ἤρετο πληθύν,
 ἢ ὅς, δός μοι ἔφη προθύμως τοσα, ὅσα κε βόσκω,

ἡμισυ δὲ πρόσθεις τέτων τέταρτον δ' ἐτι καὶ ἐν.
ἡδ' ἴσομαι βόσκων ὅσας τῆς πάντας ἑκατόν.

Κάνταυθα ληφθέντος τῷ α, ἀντὶ τῷ 100, τῷ γ, ἀντὶ τῆς πληθύος τῶν προβάτων, ἴσαι ἀντὶ τῷ ἡμίσεως ταύτης τὸ $\frac{x}{2}$, ἀντὶ δὲ τῷ τετάρτῳ τὸ $\frac{x}{4}$.

Ἐπὶ τέτων τῶν τριῶν ὑποδαγμάτων γυμνάσμεν τὸν λόγον, καὶ κατὰ τὰς λοιπὰς πράξεις τῆς ἀναλύσεως.

Πρᾶξις Γ'. καθ' ἣν αἱ ἰσώσεις εὐρίσκονται.

Ἐγνωσμένων τῶν τῷ προβλήματος ὑποθέσεων, καὶ τοῖς ἐν αὐτῷ καμένοις προσηρμοσμένων καταλλήλως τῶν σοικείων, θεωρεῖται ἔχομένως τὰς ἐμπειροχόμενας ταῖς ὑποθέσεσιν ἰσώσεις, ἵνα διὰ τῆς εὐρέσεως τέτων, τίνα τε τίσι ἴσα εἰσι διορίσαι γῶμεν, καὶ τῇ παρενθήκῃ τῷδε = τῷ συμβόλῳ παραστήσωμεν.

Ἐπίπικτος μέντοι ἐστὶ λανθάνει τῆς ἰσώσεως εὐρεσις καὶ ἡ παντός· ἐν ταύτῃ γὰρ ὡς ἐντινὶ λυδίᾳ λήθω τὸ ὅξυ τῆς διανοίας διαλάμπει τῷ ἀναλύοντος· πρὸς δὲ καὶ πολλῆς δεῖται γυμνασίας καὶ ἐξασκήσεως. διὸ ἐπαναληπτέον τὰ προεκτεθέντα ὑποδείγματα εἰς εὐρεσιν τῶν ἐν αὐτοῖς ἰσώσεων.

Ἐπὶ τῇ πρώτῃ τοίνυν ληφθέντος τῇ χ , ἐμφαντικῇ τῆς μοίρας τῇ πρώτῃ, συνήκται ἐπομένως τὸ $\chi + \beta$ εἶναι τῆς τῇ δευτέρῃ, ἢ τὸ $2\chi + \beta$, τῆς τῇ τρίτῃ· κατὰ δὲ τὴν ἐν τῷ προβλήματι ὑπόθεσιν αἱ τῶν τριῶν μοίραι ὑπετέθησαν ἴσαι τοῖς 800, ὁβολοῖς εἶπεν τῷ α , τοιάδε τις ἄρα ἰσῶσις ἐν τέτοις περιέχεται $\chi + \chi + \beta + 2\chi + \beta = \alpha$, εἶπεν $4\chi + 2\beta = \alpha$.

Ἐπὶ τῇ δευτέρῃ, ἐπεὶ τὸ χ , εἴληπται ἀντὶ τῆς ἡλικίας τῇ πατρὸς, ἢ τὸ $\frac{\chi}{2}$, εἴληπται ἀντὶ τοῦ ἡμίσεως ταύτης· ἀντὶ δὲ τῆς τῇ παιδὸς, τὸ $\chi - \delta$, ἢ ἀντὶ τῇ $\frac{1}{4}$, τὸ $\frac{\chi - \delta}{4}$. ὑποτεθέντος δὲ ἐν αὐτῷ τὴν τῇ πατρὸς ἡλικίαν προσλαβῆσαν τὸ ἑαυτῆς ἡμισυ, ἢ τὸ τέταρτον τῆς τῇ υἱῆς, συμπληρῶν τὸν 80, ὃ προσήρμοσαι τὸ α , τοιαύτη ἰσῶσις συσταθήσεται· $\chi + \frac{\chi}{2} + \frac{\chi - \delta}{4} = \alpha$.

Τελευταῖον ἐπὶ τῇ τρίτῃ ἐπειδὴ ὑπετέθη ὅτι διπλασιασθεῖσα ἡ ποίμνη, προσλαβῆσα δὲ τότε ἑαυτῆς ἡμισυ ἢ τὸ $\frac{1}{4}$, ἢ ἐν, συμπληρώσει τὸν 100, ἀντὶ τέτῃ δὲ κείται τὸ α , ἔσαι $2\chi + \frac{\chi}{2} + \frac{\chi}{4} + 1 = \alpha$.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων ὄχλον ὅτι ἐνὸς ὄντος τῇ στοιχείᾳ τῇ προταξομοτομένη τοῖς ἐν τῷ προβλήματι ἀδήλοις

μία ἢ ἡ ἰσῳσις εὐρεθήσεται ὡς ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω.
ἐπεὶ τοῖς ἐν ἐκάσῳ τέτῳ ἀδήλοις προσήρμοςαι
τὸ χ, μία ἰσῳσις κατ' ἑκάσῳ εὐρεται· πληρέεζον
δὲ τῷτο γνωσθήσεται ἐν τοῖς ἐξῆς, εὐθα πλειόνων
ὄντων τῶν σοιχείων, ἢ διαφόρων, πλείους ἢ αἱ ἰσῳ-
σεις ἔσονται· ἀλλὰ πρὶν ἀψαῶσαι τῆς τετάρτης Πρά-
ξεως, προειθετέα τὰ ἐφεξῆς ἀξιώματα, καίτινα λημ-
μάτια εἰς ἐμπέδωσιν ταύτης συμβάλλοντα.

Α' ξίωμα.

Ἐὰν ἴσοις ἴσα, ἢ τὸ αὐτὸ προσεῖθῃ, τὰ ὅλα
ἐσὶν ἴσα. οἷον ἴσθ ὄντος τῷ $\alpha + \beta = \gamma + \epsilon$, εἴτις
ἑκατέρῳ τέτῳ προθεῖῃ τὸ η . ἔσαι τὸ $\alpha + \beta + \eta =$
 $\gamma + \epsilon + \eta$.

Α' ξίωμα.

Ἐὰν ἐκ τῶν ἴσων ἴσα, ἢ τὸ αὐτὸ ἀφαιρεθῇ, τὰ
ἐγκαταλειπόμενα ἐσὶν ἴσα· οἷον ἀπὸ τῶν $\alpha + \beta = \gamma \epsilon$,
τῷ η ἀφαιρεθέντος, ἔσαι τὸ $\alpha + \beta - \eta = \gamma$
 $\epsilon - \eta$.

Λήμμα πρῶτον.

Ἡ' μετάθεσις τῶν ὄρων μετὰ τῷ ἀντικειμένου
συμβόλῃ ἀπὸ θάτερου τῶν μερῶν τῆς ἰσῳσεως ἐπὶ
θάτερον, ἐδόλως λυμαίνεται τὴν ἰσότητα. Φέρε' εἰπεῖν

ἐπὶ ταύτης τῆς ἰσώσεως $\alpha + \beta = \gamma - \epsilon$. ἔξει μετα-
θεῖναι τὸ ϵ , μετὰ τῆς $\alpha + \beta + \epsilon = \tau\omega \gamma$. ὁμοίως με-
ταθεῖναι τὸ β , καὶ τὸ $\alpha + \epsilon$ εἶναι $= \tau\omega \gamma + \beta$.

Δειξίς. ὁ μετατιθέμενος ὅρος, ἢ τὸ τοῦ
πλεονασμοῦ σύμβολον ἔχει αὐτῷ προσκείμενον, ἢ τὸ
τῆς ἐλλείψεως· εἴμην εἴη τὸ πρῶτον, ἔδεν ἕτερον
ποιεῖ ἢ τοιαύτη μετάθεσις, ἢ ἀφ' ἑκατέρου τῶν με-
ρῶν τῆς ἰσώσεως, τὴν τῆς μετατιθέμενου ὅρου ἀφαίρε-
σιν· ἐπὶ γὰρ τῆς ἰσώσεως ταύτης $\alpha + \beta = \gamma$, εἰναι
τὸ ϵ , μετατεθῇ εἰς τὸ ἕτερον μέρος τῆς ἰσώσεως
μετὰ τῆς —, εἶναι ἀφαιρεθὲν ἑκατέρωθεν· καὶ ὅτι
μὲν ἀπὸ τῆς α , προδήλον, ὅτι δὲ καὶ ἀπὸ τῆς γ , φανε-
ρόν. τὸ γὰρ προδεῖναι τὸ β , μετὰ τῆς τῆς ἐλλείψεως
συμβόλου $\tau\omega \gamma$, ἀφελέν ἐστὶν ἐκεῖνο ἀπὸ τούτου·
ἀλλὰ ταῦτα γινομένης τῆς ἰσώσεως μέρη διαμένει
ἴσα κατὰ τὸ ὑπερὸν ἀξίωμα. ἄρα ἡ μετάθεσις τῶν
ὀρων καὶ τὰ ἐξῆς· σαφέστερον δὲ τῆς τοῦ γενήσεται διὰ
τῶν κυφρῶν· εἰ γὰρ ὁ $6 + 4 = \tau\omega 10$, καὶ ὁ 6
 $= \tau\omega 10 - 4$. Εἶδεν τὸ δεύτερον, προδήκην ἐφ'
ἑκατέρω τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως ἀπεργάζεται ἡ τῆς
ὀρου μετάθεσις. ἔσω γὰρ αὕτη, $\alpha = \gamma - \beta$. ἐναλ-
λατομένου τοίνυν τοῦ πρὸς $\tau\omega \beta$, συμβόλου
καὶ τῆς $+ \beta$, εἰς τὸ πρῶτον μέρος τῆς ἰσώσεως με-
τατιθέμενος, προδήκην $\tau\omega$ τε α , καὶ $\tau\omega \gamma$, συμβήσεται,
 $\tau\omega$ μὲν α , ἐνεργεία, $\tau\omega$ δὲ γ , δυνάμει, εἴγε ἡ τῆς
ἐλλείψεως ἀφαίρεσις προδήκην ἐργάζεται, καὶ κατὰ
τὸ πρότερον ἀξίωμα ἴσα τὰ μέρη ἴσονται. εἰδὲ τῆς
τοῦ, κανταῦθα ἡ μετάθεσις ὑλυμαίνεται τὴν ἰσό-

τητα. εἰ γὰρ $6 = 10 - 4$, ἔσαι καὶ $6 + 4 = 10$,
 δ , ϵ , δ : —

Πόρισμα πρῶτον.

Ἐκ τούτων δῆλον πρῶτον ὅτι ἅπαντα ἰσῶσις
 ἐξίτηλος γενήσεται, καὶ τὸ μηδὲν χωρήσει τῇ μετα-
 ποιήσει τῶν συμβόλων, καὶ τῇ μεταθέσει πάντων
 τῶν ὀρων τῆ ἐνὸς μέρους τῆς ἰσώσεως. Εἰ γὰρ ἐστὶ
 $\alpha + \beta = \gamma - \epsilon$, ἔσαι $\alpha + \beta - \gamma + \epsilon = 0$. ἥτοι $10 + 3$
 $= 16 - 3$, $10 + 3 - 16 + 3 = 0$. —

Πόρισμα δεύτερον.

Δεύτερον. Ἐὰν οἱ ὀροι κατὰ χώραν μένωσι
 ἀμφοτέρων τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως, μόνα δὲ τὰ
 σύμβολα ἐναλλαγῶσι μηδενὸς παρεωραμένον, ἡ ἰσω-
 σις παρὰ τούτο ἐλυμανεῖται, μάλιστα μᾶλλον δὲ ὁ τρό-
 πος ὅτος εὐχέριαν παρέχεται ἐν ταῖς πράξεσιν, ἄνευ
 τῆς συνεχῆς μεταθέσεως τῶν ὀρων μεταβαίνων ἀπὸ
 τινος ἰσώσεως ἐφ' ἑτέραν ἰσῶσιν· καὶ τὸ αὐτὸ παρέ-
 χων, ὅπερ καὶ ἡ ἀμοιβαία τῶν ὀρων μετάθεσις.
 πρῶτον. εἰ γὰρ τὸ $6 + 4 =$ τῷ $12 - 2$, καὶ τὸ -6
 $- 4 =$ ἔσαι τῷ $- 12 + 2$, ὅπερ ἂν γένοιτο καὶ
 ἑκατέρου μέρους τῆς πρώτης ἰσώσεως οἷον, ὅροι ἀμοι-
 βαδὸν ἀπὸ θάτερου μέρους εἰς θάτερον μετατεθῶσι,
 τά τε σύμβολα μετατεθῶσι μηδενὸς παρεωραμένον,
 ὥς διὰ τῆς πείρας τῷ βυλομένῳ γίνεται φανερόν·
 εἶδε ἡ τῶν ὀρων μετάθεσις ἐλυμαίνεται τὴν ἰσό-

τητα, ἡδὲ ὁ τρόπος ἕτος αὐτὴν λυμανεῖται, ἀπεργαζόμενος, ὅπερ καὶ ἡ μετάθεσις· ἐὰν δὲ παροφθῇσι τῶν συμβόλων, καὶ μὴ γένηται κατὰ πάντα εἰς τὸναντίον ἐναλλαγῇ, ὃ τηρηθήσετ' πάντως ἡ ἰσότης· ὃ γὰρ εἰ $\tau\acute{o} 4-2 = \text{ἐστὶ τῶ } 5-3$, ἔσαι καὶ $\tau\acute{o} 4+2 = \tau\acute{\omega} - 5+3$, ἀλλὰ $\tau\acute{o} - 4+2 = \tau\acute{\omega} - 5+3$ · ὁθεν καὶ τριῶν τέτων ἰσώσεων ἡ πρώτη ἀναχθείη ἂν εἰς τὴν τρίτην τῇ μεταθέσει τῶν ὀρων, καὶ τῇ ἐναλλαγῇ τῶν συμβόλων· ἐκίτι δὲ καὶ εἰς τὴν δευτέραν ὡς δοκῆσαν μὲν, ἐλεγχομένην δὲ διὰ τῆς πείρας, μὴ εἶναι ἀληθῆ.

Πόρισμα τρίτον.

Τρίτον. Ὁ ἐν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν, μετὰ τῆ αὐτῆ συμβόλου κείμενος ὅρος, ἑκατέρωθεν ἀπαλειφόμενος ὃ παραβλάπτει τῶν μερῶν τὴν ἰσότητα· Εἰ γὰρ ἐστὶ $\tau\acute{o} 6+2+4=10+2$, ἀπαλειφόμενου ἑκατέρωθεν τῆ $+2$, ἔσαι $\tau\acute{o} 6+4=10$. καὶ γὰρ ἕτος ὁ ὅρος ἢ τὸ τῆ πλεονασμῷ σύμβολον, ἢ τὸ τῆς ἐλλείψεως ἔξει προσκείμενον. εἰ μὲν τὸ πρῶτον, ἀπαλειφόμενος ἀφαιρεῖται ἑκατέρωθεν, εἰδὲ τὸ δεύτερον, προσίθεται ἑκατέρῳ τῶν μερῶν.

Α' ξίωμα.

Εἰ ἂν ἴσα ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἢ ἐπὶ ἴσα πολλαπλασιασθῇ, ἢ διαιεθῇ, τὰ ἐξ αὐτῶν γινόμενα, καὶ τα ἑπ' αὐ-

τῶν παραγόμενα ἴσα ἔσαι εἰ γὰρ ἐστὶ τὸ $\alpha = \tau\bar{\omega} \beta$. ἔσαι πάντως τότε $2\alpha = \tau\bar{\omega} 2\beta$, τότε $\frac{\alpha}{2} = \tau\bar{\omega} \frac{\beta}{2}$.

Λήμμα δεύτερον.

Εἴαν τις, ἢ πλείους τῶν ὄρων ἐπὶ τινος ἰσώσεως τὸν αὐτὸν ἔχῃ διαιρέτην, εἴτε ἐν ἑκατέρῳ, εἴτε ἐν ἑκατέρῳ μέρει κείμενοι, ἔξουσιν ἡμῶν διασώζαν τὴν ἰσότητα ἀπαλείψας μὲν τὸν διαιρέτην, πολλαπλασιάσας δὲ τὰς λοιπὰς ὄρους ἐπ' αὐτόν. Εἰ γὰρ εἴη $\alpha + \frac{\beta}{2} = \gamma$ ἔσαι ἢ $2\alpha + \beta = 2\gamma$, ἢ αὐθις. εἴπερ εἴη $\frac{\alpha}{\gamma} + \beta = \vartheta - \frac{\eta}{\gamma}$ ἔσαι $\alpha + \beta\gamma = \vartheta\gamma - \eta$.

Δεῖξις. Εἰπὶ παντὸς κλάσματος τῇ ἀπαλείψει τῆ παρωνκλάσματος ἀκεραῖσται τὸ κλάσμα, ὅπερ ἂν γένοιτο, καὶ εἴγε τὸ κλάσμα ἐπὶ τὸν παρωνυμῶντα ἦεν τὸν διαιρέτην πολλαπλασιασθῇ· οἷον τὸ $\frac{\alpha}{2}$, κλάσμα ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασιασθὲν δώσῃ τὸ $\frac{2\alpha}{2}$, ταῦτ' οὖν εἴπειν τὸ α . ὥς ἐάν ἢ οἱ λοιποὶ πάντες ὄροι ἀμφοτέρων τῶν μερῶν ἐπὶ τὸν αὐτὸν 2, πολλαπλασιασθῶσιν, ἔσαι πάντα ἐπὶ τὸ αὐτὸ πολλαπλασιασθέντα, καὶ ἐπομένως διασώζοντα τὴν ἰσότητα τα μέρη κατὰ τὸ ἀνωτέρω ἀξίωμα.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι εἴπερ πάντες οἱ ὄροι ἑκατέρου μέρους ἐπὶ τὸ αὐτὸ εἶεν διηρημένοι, ἔδει μιᾶς δεησόμεθα πολλαπλασιάσεως, μόνης δὲ τῆς $\tau\bar{\upsilon}$ διαιρέτου ἐκ πάντων ἀπαλείψεως.

εἰ γὰρ $\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{\gamma+\epsilon}{2}$, ἔσαι ἢ $\alpha-\beta = \gamma+\epsilon$.

Θεώρημα τρίτον.

Ὁ ἔκτινος, ἡ ἔκτινων ὄρων τῆς ἰσώσεως ἀπαλειφόμενος σύζυγος, εἶγε διέλη πάντα τῆς ἄλλης ἀμφοτέρων τῶν μερῶν, ἢ λυμανεῖται τὴν ἰσότητα. εἰ γὰρ εἴη $2\alpha+4=10$, ἔσαι $\alpha+2=5$.

Δειξίς. Τὸ γὰρ ἀφελεῖν τὸν σύζυγον ἔκτινος, διελεῖν ἐστὶ τῷτο ἐπ' αὐτόν· οἷον τὸ 2α διαιρεθὲν ἐπὶ τὸν 2, δίδωσι τὸ α . ὅτι $\frac{2\alpha}{2} = \alpha$. ἀλλὰ ἢ τῶν λοιπῶν ἐπὶ τὸν αὐτὸν 2, διαιρεθέντων, πάντες ἐπὶ τὸ αὐτὸ διηρημένοι ἔσονται, ἄρα καὶ τὴν ἰσότητα κατὰ τὸ προεκτεθεὶν ἀξίωμα διατηρήσουσι.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὥς εἰ ἢ πάντες οἱ ὄροι ἑκατέρου μέρους τὸν αὐτὸν σύζυγον ἔχοιεν ἀπαλειφόμενου ἐκ πάντων τούτου. τὰ μέρη ἴσα ἔσαι, ὥς ἡ πρότερον, εἰ γὰρ $2\alpha+2\beta=2\gamma-2\epsilon$, ἔσαι $\alpha+\beta=\gamma-\epsilon$.

Θεώρημα τέταρτον.

Δυνατὸν διασώζεσθαι τὴν ἰσότητα, εἴτε ὑπερβιβαζομένων τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως ἐφ' οἷανδήποτε δύναμιν, εἴτε ἐξαγομένων τῶν ῥιζῶν.

Εἰ γὰρ $\alpha = \beta$ ἔσται $\alpha^n = \beta^n$ καὶ $\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{\beta}$.

Δειξίς. εἰλήφθωσαν αἱ τυχῶσαι ῥίζαι β , καὶ γ , ἴσαι ἀλλήλαις· αὗται ἵνα ἐπὶ τινὰ ὑπερβιβαθῶσι δύναμιν. δέησαι τοσάκις, ἢ τοσάκις πολλαπλασιασθῆναι ἐφ' ἑαυτάς, ἢ ἐπὶ ἴσα αὐταῖς· οἷον εἰπεῖν ἵνα τότε α , καὶ τὸ β , εἰς κύβον ὑπερβιβαθῇ, ἀνάγκη ἐκότερον δις ἐφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθῆναι· εἰσι δὲ καὶ ἴσα κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, τὰ δὲ ἴσα ἐπὶ ἴσα πολλαπλασιαζόμενα διασώξουσιν τὴν ἰσότητα κατὰ τὸ ἀξιῶμα, ἄρα καὶ τὰ α , β , εἰς ὅποιανδήποτε δύναμιν ὑπερβιβαζόμενα διασώσουσιν τὴν ἰσότητα· ὅπερ ἦν τὸ πρῶτον. ἔχαιρον δὲ συνιδεῖν καὶ τὸ δεύτερον. εἰ γὰρ ἔκ ἐνι τὰς ἀνίσας τῶν ῥιζῶν ἐπὶ τὴν αὐτὴν ὑπερβιβαθῆναι δύναμιν, εἶεν γὰρ ἂν ἔτω τὰ ἄνισα ἰσάκις πολλαπλασιαζόμενα, ἄνισα παράγοντα, ὑπερᾶδύνατον, φανερὸν ὅτι καὶ τῶν δυνάμεων τῶν τὸν αὐτὸν βαθμοδείκτην ἔχουσιν ἴσων ἔσων, καὶ διὰ τῆτο ἀντὶ μιᾶς τῶν πολλῶν λογιζομένων, καὶ τὰς ῥίζας αὐτῶν ἴσας εἶναι.

Υ' ποσημείωσις.

Τὰ προεκτεθέντα θεωρήματα καὶ δίχα τῶν προσκαμένων αὐτοῖς ἀξιωμάτων τὸ πῖσον ἔχουσιν ἐκ τῆς $\iota\epsilon'$. $\tau\bar{\epsilon}$ ϵ' . $\tau\bar{\epsilon}$ σοιχ.

Πεᾶξις Δ'. δι' ἧς διακρίνεται ἀπ' ἀλλήλων τὰ σοιχ. ἥτοι τὰ τῶν δῆλων παρασατικά ἀπὸ τὰ τῶν ἀδῆλων.

Εὐρεθείσης κατὰ τὴν τρίτην πρᾶξιν τῆς ἰσώσεως, ἐπόμενον ἐστὶ διακρίναι τὰ σοιχεῖα, ἄχρις $\bar{\epsilon}$ ἐφ' ἔντι παρασατικὸν ἀδῆλον τινὸς καταντήσωμεν. καὶ μηδὲν λυμαινομένης τῆς ἰσότητος, τῆτο μὲν ἐπὶ $\tau\bar{\epsilon}$ ἑνὸς τῶν μερῶν ἢ κείμενον, τὰ δὲ λοιπὰ τὰ τῶν προδῆλων παρασατικά ἐπὶ $\tau\bar{\epsilon}$ ἑτέρῃ. οἷον ἐπὶ τῆς δὲ τῆς ἰσώσεως $\chi + \beta = \gamma$, τῆς ἀνωτέρω διὰ τῆς τρίτης πρᾶξεως εὐρεθείσης, μετατιθεμένῃ $\tau\bar{\epsilon}$ ϵ , ἀπὸ $\tau\bar{\epsilon}$ ἑνὸς μέρους εἰς τὸ ἕτερον, ἥτε ἰσότης διασώζεται, καὶ ἑτέρα ἰσώσις ἀναφύεται αὕτη $\chi = \gamma - \beta$, ἔχουσα ἐπὶ μὲν $\tau\bar{\epsilon}$ ἑνὸς μέρους τὸ χ , παρασατικὸν $\tau\bar{\epsilon}$ ἀδῆλον, ἐπὶ δὲ $\tau\bar{\epsilon}$ ἑτέρῃ τὰ τῶν δῆλων ϵ , καὶ γ . τοιαύτη γὰρ ἐφόδω ἡ σημασία $\tau\bar{\epsilon}$ παρασατικῷ ἀδῆλῳ τινὸς γνωθῆσεται, καὶ τὸ προτεθεὶς ευχερῶς λυθῆσεται. ὄντος γὰρ δῆλον ὅτι τὸ γ , σημαίνει 8, τὸ β , 3, πάντως τὸ χ , σημαίνει τὸν 5. εἴγε $\chi = 8 - 3 = 5$. συναπαρτίζεται δὲ ἡ πρᾶξις αὕτη πέντε τρόποις.

Πρώτον. κειμένων κλάσμάτων είτε ἐν ἑκατέρῳ, είτε ἐν θατέρῳ μέρος τῆς ἰσώσεως, ἀκραιωθήτω πρὸ πάντων τὰ κλάσματα. γίνεται δὲ τῆτο σωζομένης ἅμα καὶ τῆς τῶν μερῶν ἰσότητος, εἰὰν ἀπαλειφόμενος ἀπὸ τῆ κλάσματος ὁ παρωνυμῶν αὐτὸ πολλαπλασιάσῃ τῆς λοιπῆς ὁρῆς ἀμφοτέρων τῶν μερῶν, οἷον εἴπερ εἴη $\frac{\alpha\chi}{2} - \beta = \gamma$, εἶσαι $\alpha\chi - 2\beta = 2\gamma$, ἀκραιωθέντος τῆ κλάσματος· καὶ ὥσι πολλὰ καὶ διάφορα τὰ κλάσματα, πολλάκις χρησόμεθα τῇ ἀκραιώσῃ βαθμῆδόν προϊόντες ἀφ' ἑτέρου εἰς ἕτερον.

Δεύτερον. Σκεπτέον, εἰ τὸ παραστατικὸν ἀδήλων τινὸς σοιχεῖον, ἢ τὴν σημασίαν θηρώμεθα ἐν θατέρῳ, ἢ ἐν ἑκατέρῳ κεῖται τῶν μερῶν· κειμένου γὰρ ἐν ἑκατέρῳ τῆ τοιούτου σοιχείᾳ, μετενεκτέον αὐτὸ ἀπὸ θατέρου εἰς θάτερον, ὥστε κεῖσθαι ἐν θατέρῳ μόνον τῶν μερῶν. ἀλλὰ προσεκτέον ἵνα μὴ σημασίαν λάβῃ ερρητικήν, εἰς ὃ οὐκ ἔχερῃ μέρος μετενεχθέν, αἰεὶ δὲ κληρεῖσθαι σημασίαν θρητικήν· κείτω παραδείγματος χάριν αὕτη ἡ ἰσῶσις $3\chi + 6 = \alpha + \chi$. ἐνταῦθα εἰκότως τὸ χ , μετενεχθήσεται δεξιόθεν ἐπὶ τὰ ἀριστερά, ἵνα γένηται ἡ $3\chi - \chi + \beta = \alpha$. εἰ γὰρ τὸναντίον συμβῇ, καὶ γένηται ἡ $\beta = \alpha + \chi - 3\chi$, ὃ χαλεπὸν συνιδεῖν, ὅτι τὸ χ , ερρητικήν σημασίαν λήψεται· καὶ ντεῦθεν γινώσκωμεν, ὅτι καὶ τὸ τοιοῦτον σοιχεῖον ἐν θατέρῳ μέρος ὑπάρχει κείμενον, ἔχον προσέτι τὸ τῆς ἐλλείψεως σύμβολον προσκειμένον

ἐπὶ τὸ λοιπὸν μέρος προσήκει μετενεγκεῖν τὸ τοῦ πλεονασμοῦ προσιδέντας σύμβολον. εἰ γὰρ εἴη $\alpha - \chi = \beta$, ἔσαι $\alpha = \beta + \chi$, μετενεχθέντος τῷ χ , ἀραιοερόθεν ἐπὶ τὰ δεξιὰ.

Τρίτον. ἀναμῖξ κειμένων τῶν σοιχείων τὸ τυυχόν τε προσκειμένον αὐτοῖς ἔχοντων σύμβολον, τὰ τῶν δήλων παρασατικῶ ἀπὸ θατέρου μέρους ἐπὶ τὸ ἕτερον μετενεχθήτωσαν,

Εἰ γὰρ εἴη $\alpha\chi + \beta - \gamma = \beta\vartheta$, ἔσαι $\alpha\chi = \beta\vartheta - \beta + \gamma$, μετατιθεμένων τῷ β , ἢ γ , ἀραιοερόθεν ἐπὶ τὰ δεξιὰ, ἢ τῶν προσκειμένων αὐτοῖς συμβόλων ἐναλλαττομένων.

Τέταρτον. Προσκειμένῃ συζύγῃ τινὸς τῷ ἀδήλῃ παρασατικῷ σοιχείῳ, ἀπαλειπτέον τὸν σύζυγον, ἀλλὰ ἢ διαιρετέον ἐπ' αὐτὸν πάντας τὰς λοιπὰς ὁρμὰς ἑκατέρου μέρους· τῆτον γὰρ τὸν τρόπον τότε σοιχεῖον ἐκεῖνο μονωθήσεται, ἢ ἡ ἰσότης τῶν μερῶν σωθήσεται κατὰ τὸ λήμμα· οἷον ἡ ἰσότης αὕτη $2\alpha\chi = \beta + \gamma$, εἰς τήνδε μεταποιηθήσεται,

$$\chi = \frac{\beta + \gamma}{2\alpha}.$$

Πέμπτον. Μετὰ τὴν ἀπ' ἀλλήλων διάκρισιν τῶν σοιχείων εἰς τὸ μονωθῆν ὑπερβεβησμένον εὗρεθῇ ἐπὶ τινα δύναμιν φέρ' εἰπεῖν ἐπὶ τετράγωνον, παρ' ἑκατέρου μέρους ἐξαχθήτω ἡ ῥίζα τῆς δυνάμεως, ἣν ἐνδείξεται σοι ὁ βαθμοδείκτης τῆς αὐτῆς· πλην

ὅτι ἔχ' ὁμοίως ἐπ' ἀμφοτέρων γίνεται ἡ τῆς ῥίζης
 ἐξαγωγή· ἐπὶ γὰρ τῇ ἀδήλῳ ενεργεῖα ἀποτελεῖ-
 ται, ἐπὶ δὲ τῶν δέλων δυνάμει τῇ προοδίᾳ τῆς τῆς
 συμβόλῃ $\sqrt{}$, ὅπερ ὅπου ἂν προσεθῇ τὴν γενησομένην
 ἐξαγωγήν τῆς ῥίζης παρίσθῃ, οἷον εἰάν $x^2 = \alpha - \beta$,
 εἶναι $x = \sqrt{\alpha - \beta}$, εἰάν δὲ, ἐξ ἐναντίας, ὑ-
 πάρῃ τὸ σύμβολον τῇ ἀδήλῳ προσκείμενον, ὑπερ-
 βιβαδῇ τὸν ἐκάτερον τῶν μερῶν ἐπὶ τὴν δυνάμει, ἥς ὁ
 βαθμοδείκτης τῇ συμβόλῳ ἐπίκειται δυνάμει. ἡ ενεργ-
 εῖα· Οἷον τὸ $\sqrt{x} = \alpha + \beta$, εἰς τὸ $x =$
 $(\alpha + \beta)^2$ εἶναι ὑπερβιβαζόμενον, τηρημένης τῆς
 ἰσότητος τῶν μερῶν καθεκάτερον τῶν ὑποδεγμάτων
 τῶν.

Υ' ποσημείωσις.

Σημείωσαι α'. ὅτι ἐπὶ τῆς ἀκεραϊώσεως τῶν
 κλασμάτων ἐπιτομωτέρᾳ ἄντις ἐφόδῳ χρῆσαιτο,
 πολλαπλασιάσας πάντας μὲν τῆς ἀκεραίας ἀριθμὸς
 ἐφ' οἷα σῶν ἰσώσεως ἐπὶ τὸ γινόμενον ἐκ τῶν πα-
 ρωνυμῶν τὰ ἐν αὐτῇ κλάσματα πολλαπλασιασθέν-
 των πρὸς ἀλλήλους· πάντας δὲ τῆς ἀριθμητῆς τῶν
 αὐτῶν κλασμάτων ἐπὶ τὸ γινόμενον ἐκ τῶν αὐτῶν
 παρωνυμῶν. ἄνευ τῆς ἰδίου ἐκάστου κλάσματος,
 ὁμοίως πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιασθέντων· οἷον ἐπὶ
 τῆς δὲ τῆς ἰσώσεως· $\frac{\alpha}{3} + \beta - \frac{\gamma}{2} = x + \frac{\delta}{4}$
 τὸ μὲν β , καὶ x , πολλαπλασιάσας ἐπὶ τὸν 24, ὅς-
 τις γίνεται ἐκ τῆς 4, 2, καὶ 3, πρὸς ἀλλήλους πολ-
 λαπλασιαζομένων, τὸ δὲ α ἐπὶ τὸν 8, τὸν ἐκ τῆς 2 καὶ

4, τὸ δὲ γ, ἐπὶ τὸν 12, τὸν ἐκ τῆς 3 καὶ 4, τὸ δὲ ε, ἐπὶ τὸν 6 τὸν ἐκ τῆς 3, καὶ 2, ὁμοίως πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζομένων, ἔξαις ἐν ἀπερατοῖς ἀριθμοῖς μεταπαινημένην τὴν ἀνωτέρω ἴσωσιν · $8\alpha + 24\beta - 12\gamma = 24\chi + 6\epsilon$.

Δεύτερον. Τῆς σημασίας τῆς ἀδήλου εὐρεθείσης ἐν κλάσματι, εἰς ἐλαχίστην ὅριον προσήκει ἄγειν τὸ κλάσμα, εἴγε ἐγχωρεῖ, διὰ τὸ σαφέστερον· ἂν γὰρ εὐρεθῇ τὸ χ εἶναι $= \tau\omega \frac{8}{2} - \frac{8}{22}$ ἀχθήτω εἰς τὸ χ $= \frac{4\alpha - 4}{11}$

Τύτων καλῶς τῇ μνήμῃ ἐναποτεθέντων, ἵνα ἢτε χεῖσις, καὶ τὸ χεῖσιμον τῆς ἀνωτέρω πράξεως κατὰδηλα γένωνται, φέρε δὴ τὰ ἐκ αὐτῆς εἰρημένα γυμνάσωμεν ἐπὶ τῶν Ἰσώσεων τῶν προεκτεθέντων τριῶν προβλημάτων.

Ἰσώσις τῆς πρώτου προβλήματος·

$$4\chi + 2\beta = \alpha.$$

ἐπὶ ταύτης ὁ πρῶτος τρόπος τῆς τετάρτης ταύτης πράξεως ἔδεμίαν ἔχει χώραν· κατὰ δὲ τὸν δεύτερον μετατιθεμένου τοῦ 2β,

ἔσαι

$$4\chi = \alpha - 2\beta.$$

κατὰ τὸν τέταρτον, διαίρεσεως γενομένης ἔσαι·

$$\chi = \frac{\alpha - 2\beta}{4}$$

ἦτοι ταῦτὸ γὰρ εἰς διαιρεῖν τὸ
2 β. ἐπὶ τὸ 4, καὶ τὸ β, ἐ-
πὶ τὸ 2.

$$x = \frac{\alpha}{4} - \frac{\beta}{2}$$

Ἰσῶσις τῆ δευτέρου προβλή-
ματος·

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x-8}{4} = \alpha$$

ἀκραιώται τῶν κλασμάτων κατὰ
τὸν πρῶτον τρόπον εἶσαι

$$6x + x - 8 = 4\alpha.$$

μεταθίσει τοῦ 8, κατὰ τὸν
τρίτον τρόπον

$$7x - 8 = 4\alpha.$$

Διαιρῆσει κατὰ τὸν τέταρτον
τρόπον.

$$7x = 4\alpha + 8$$

$$x = \frac{4\alpha + 8}{7}$$

Ἰσῶσις τῆ τρίτου
προβλήματος·

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = \alpha$$

ἀκραιώσαι τῶν κλασμά-
των εἶσαι.

$$16x + 4x + 2x + 8 = 8\alpha.$$

μεταθίσει τοῦ 8,

$$22x + 8 = 8\alpha.$$

$$22x = 8\alpha - 8.$$

Διαιρῆσει

$$x = \frac{8\alpha - 8}{22}$$

εἰς ἐλαχίστους ὄρους τῆ
κλάσματος ἀγομένου εἶ-
σαι.

$$x = \frac{4\alpha - 4}{11}$$

Πρᾶξις πέμπτη. εἰν ἡ ἀπὸ σοιχείων εἰς κύ-
φρας σημαντικὰς τέτων μετάβασις ἐπὶ τῆς ἐσχά-

της Ἰσώσεως τοῦ προβλήματος. ἀμέλειται ἐπεὶ διὰ τῆς τετάρτης πράξεως ἐγκρατεῖς γινόμεθα τῆς σημασίας ἀδήλως τι ὅς, ἀλλὰ ἐν σοιχείοις, ἵνα τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ἀριθμοῖς σαφέστερον γνῶμεν, χρὴ ἐπὶ τὰς κύφρας μεταβαίνειν, ἀντὶ σοιχείων τῶν παραστατικῶν τῶν δῆλων ἐπὶ τῆς Ἰσώσεως, τὰς καταλήλως κύφρας ἀντασάγοιτας· ἔτω γὰρ α ἡ τῇ ἀδήλως σημασία δι' ἀριθμῶν γνωσθήσεται· ληπτέον τοίνυν εἰς τρανωτέραν κατάληψιν χ ταύτης τῆς πράξεως ἐκ τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων τὰ ὑποδείγματα.

Τῷ πρώτῳ προβλήματος ἡ ἐσχάτη ἰσώσις ἦν αὕτη·

$$\chi = \frac{\alpha}{4} - \frac{\beta}{2}$$

ὑπόκειται τὸ μὲν α , ἀντὶ τῷ 800,

τὸ δὲ β , ἀντὶ τῷ 100, ἀντα-

σαγομένων τῶν κυφρῶν εἶσαι·

$$\chi = \frac{800}{4} - \frac{100}{2}$$

ἥτοι $\chi = 200 - 50$, καὶ

ἐπομένως $\chi = 150$, τὸ δὲ χ ,

ὑπόκειται ἀντὶ τῶν ὀβολῶν ὅς ἔλαβεν ὁ πρῶ-

τος, ἔγνωσαι ἄρα τὸ μέρος τῷ πρώτῳ, ἐκ τούτου δὲ χ

τῷ δευτέρῳ χ , τῷ τρίτῳ, ἐπεὶ γὰρ ὁ μὲν δεύτερος

ὑπόκειται λαβεῖν πλεῖον τῷ πρώτῳ ἑκατὸν, ὁ δὲ τρί-

τος ὅσα οἱ δύο ὁμῶς, εἶσαι τῷ δευτέρῳ 250, τῷ

τρίτῳ 400, ὀβολοί· $\sqrt{150 + 250 =}$

Τῷ δευτέρῳ ἐσχάτη

ἰσώσις·

$$\chi = \frac{4\alpha + \epsilon}{7}$$

ὑπόκειται δὲ τὸ α, ἀντὶ

τῆ 80,

τὸ ε, ἀντὶ τῆ 30,

ἔσαι τοίνυν ἐν κύφραις.

$$\chi = \frac{320 + 30}{7}$$

ἦτοι $= \frac{350}{7} = 50$ εἰδὲ ἐστὶ τὸ $\chi = 50$, ὃ παραστατικὸν τῶν τῆ πατρὸς ἐτῶν, τὰ ἔτη τῆ υἱῆ ἔσαι 20, εἴγε $\chi - \epsilon = 50 - 30 = 20$, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν· καὶ ὁ μὲν πατὴρ εὐρίσκεται πεντηκοντῆτης, ὁ δὲ υἱὸς εἰκοσαετής.

Τῆ τρίτη ἐσχάτη ἰσώσεις·

$$\chi = \frac{4\alpha - 4}{11}$$

καὶ ὑπόκειται τὸ α, ἀντὶ

τῆ 100, ἔσαι ἐν κύφραις· $\chi = \frac{400 - 4}{11} = \frac{396}{11}$

$= 36$ τῆς τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ τῶν προβάτων ἐστὶν ὁ 36.

Καὶ αὗται μὲν αἱ κυριώτεραι, μάλλον δὲ αἱ γενικώτεραι πράξεις τῆς ἀναλυτικῆς μεθόδου, αἵτινες ἐπὶ παντὸς προβλήματος τὴν οἰκείαν αὐτῶν παρέχονται λυσιτέλειαν· εἰς μὲν τοὶ καὶ ἄλλαι μερικώτεραι ἐπίτινων ἄλλων προβλημάτων ἰδίᾳ συμβαλλομέναι, περὶ ὧν ἐξῆμεν ἐφεξῆς· ἤδη δὲ καὶ τὸν τρόπον προσθεῖναι δεόν, καὶ ὃν αἱ Πράξεις βασανίζονται.

Περὶ βασάνων τῶν πράξεων.

Μετὰ τὴν λύσιν τῆ προβλήματος ἔτρωσταιπως τὰς πράξεις βασανισίον. Πᾶσι τοῖς, οἷς ἐχρησάμεθα ἐπὶ τῶν πράξεων τοιχείοις, πρὸς αὐτοῖς τὰς κύφρας τὰς παραστατικὰς τῆς καταλήλει ἐκάστη σημασίας, εἴτε ὑποθεσίσης, εἴτε εὐρεθείσης διὰ τῆς πράξεως, σκεπτεύοντε τὰς ὑποθέσεις τῆ προβλήματος ἀκριβῶς· καὶ συνάδει ταύταις τὰ διὰ τῶν πράξεων, ὑγιᾶς πάντως αἱ πράξεις τυγχάνουσιν· οἷον ἐπὶ τῆ πρώτῃ προβλήματος ἐπεὶ κατὰ τὴν πρώτην ὑπόθεσιν, οἱ ὀβολοὶ, ὅς πρὸς ἀλλήλους ἐνείμαντο οἱ τρεῖς ἐκεῖνοι ἄνδρες ὑπῆρχον 800, εὐρηται δὲ τῆ μὲν πρώτῃ τὸ μέρος = 150, τῆ δὲ δευτέρῃ = 250, καὶ τῆ τρίτῃ = 400, ὀβολοῖς· ταῦτα δὲ $150 + 250 + 400$, συμπληρῶσι τὸν 800, συνάδει πάντως τῇ πρώτῃ ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος τὰ εὐρεθέντα διὰ τῆς πράξεως· αὐτίς ἐπεὶ διὰ τῶν λοιπῶν ὑποθέσεων τῆ προβλήματος ὑποτίθεται τὸ μέρος τῆ δευτέρῃ = τῷ τῆ πρώτῃ + 100, ἥτοι = 150, + 100, καὶ τὸ τῆ τρίτῃ, ἴσον τῷ τῆ πρώτῃ, καὶ δευτέρῃ ὁμῶς, καὶ εὐρηται ὁ μὲν $250 = τῷ 150 + 100$, ὁ δὲ $400 = 150 + 250$, ὑγιᾶς ἄρα ἐστὶν ἡ πράξις, καὶ ἡ ἐπίλυσις τῆ προεκτεθέντος προβλήματος.

Τέτταρα τὰ εἶδη τῶν λυσίμων προβλημάτων ἐπὶ τῆ προληφθέντος κεφαλαιῶν ἐξετάμεθα· ὁλοκλήρως τῶν ἀπλῶν, ἢ συνθετῶν, τῶν ὠρισμένων, ἢ

αορίστων· ἢ ἀπλᾶ μὲν εἰσιν, ὧν αἱ Ἰσώσεις τὰ πα-
 ρασατικά τῶν ἐν αὐταῖς ἀδήλων ἀπλᾶ ἐσχήκασιν.
 ἦτοι ἀπλῶν ποσοτήτων σημαντικά· σύνθετα δὲ ὧν
 τὰ τοιαῦτα ἐπίτινα δύνανται ἀνεσι Φεῖ εἰπῶν τετρα-
 γωνον, κύβον ἢ τὰς λοιπὰς δυνάμεις, οἷον τὸ τοι-
 ἀνδε Ἰσωσιν $\chi = \alpha - \beta$, ἐσχηκός, ἀπλῶν ἐστὶ,
 τὸ δὲ τοιάνδε $\chi_2 - \chi = \alpha\beta$, σύνθετον· ἢ αὖθις
 ὠρισμένα, ἐν οἷς ἡ τῆ ἀδήλου σημασία ἐξ αὐτῆς μό-
 νης τῆς πράξεως καταφανῆς γίνεται, μὴ δεομένη
 τῆς ὑπὸ τῆ ἀναλύοντος ἐπιμελείας· ἢ τελευταῖον ἀό-
 ριστα, ἐν οἷς ὁ ἀναλύων ὀφείλει θύραθεν ἐπεισαγα-
 γεῖν, κατὰ τὸ δοκῶν, τὴν σημασίαν ἀδήλου τινός· ἢ
 γνωσθέντος, ἢ τὰ λοιπὰ ὅσα ἐνυπάρχει τῷ προ-
 βλήματι ἀδήλα διὰ τῆς πράξεως γνωσθήσεται· οἷον
 προκειμένῃ εὐρεῖν δύο ἀριθμούς, ὧν τὸ συμποσέμα-
 νον εἴη $=$ τῷ 100, ἔξουσιν ἡμῖν κατὰ τὰ εἰρημένα,
 τῷ μὲν τῶν ζητημένων ἀριθμῶν προσοικεῶσαι τὸ χ ,
 τῷ δὲ τὸ Φ , ἢ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος
 τοιαύτην ποιῆσαι Ἰσωσιν $\chi + \Phi = 100$, μετα-
 θεῖναι τε τὸ Φ · ὥστε γενέσθαι $\chi = 100 - \Phi$, εἰ-
 μέν ἔν ἐγνωσμένη ἦν ἡ σημασία τῆ Φ , ἐν κύφραϊς,
 ἔατα ἂν ἢ τὸ χ ἐγνωστο, ἢ τὸ πρόβλημα ἐλέλυ-
 το· ἐπεὶ δὲ ἀγνοεῖται ἑκατέρου ἡ σημασία, ἢ μήτε
 ἄλλη τις ὑπόθεσις ἐν τῷ προβλήματι δέδοται, μήτε
 διὰ τῆς πράξεως προϊέναι περαιτέρω ἔχομεν, ἀναγκα-
 ζόμεθα ἐπιθεῖναι σημασίαν τῷ Φ , κατὰ τὸ δοκῶν
 θὸς εἰπεῖν σημαντικὸν εἶναι τῆ 20, τῆ γὰρ καμέ-
 νῃ εὐχερῶς καὶ τὸ χ σημαντικὸν εἶναι τῆ 80, εὐρί-

σκεται διὰ ταύτης τῆς ἰσώσεως $x = 100 - 20 = 80$.

Ἐπει δὲ τὰ προεκτεθέντα προβλήματα, ὡς ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον, ἀπλᾶ εἰσὶ καὶ ὠρισμένα· ἐπόμενον ἦν εἰπεῖν καὶ περὶ τῶν ἀπλῶν, καὶ ἀόριστων· ἀλλὰ διττῆς τάξεως ὄντων τῶν ὠρισμένων, τὰ πλεῖστα γὰρ τούτων ἐν ἀρκούνταί σοιχείῳ παραστατικῶ τῶν ἐν αὐτοῖς ἀδήλων· ἓν δὲ τούτων ὑπαίτισι πλείω ἢ ἓν, περὶ τούτων πρῶτον δεῖον εἰπεῖν, εἴτα καὶ περὶ ἐπεινῶν· πλείονος μέντοι ἐξασκήσεως χάριν προεκτεθήτωσαν καὶ ἄλλατινα προβλήματα ἀπλᾶ καὶ ὠρισμένα, καὶ ἐν σοιχείῳ ἀρκέμενα εἰς ἔνδειξιν τῶν ἐν αὐτοῖς ἀδήλων· ἅπερ λύονται κατὰ τὴν προλαβῆσαν μέθοδον, καὶ τῆς κατ' αὐτὴν τρόπου παραπλησίως τοῖς ἀνωτέρω.

Ἀπαν Πρόβλημα

ἢ

λύσιμον $\wedge$ ἄλυτον

ἀπλῶν $\wedge$ σύνθετον

ὠρισμένον $\wedge$ ἀόριστον ὠρισμένον $\wedge$ ἀόριστον

ἐξ ἑνὸς ἀδήλου $\wedge$ ἐκ δύο.
συγκείμενον.

Α'.

Ολβιε Πυθαγόρη μεσῶν Ἑλικώνιον ἔρνος

Εἰπέ μοι εἰρομένῳ, ὅποσοι σοφίης κατ' ἀγῶνα
Σοῖσι δόμοισιν ἔασιν ἀεθλεύοντες ἄριστα;

Τοὶ γὰρ ἐγὼν εἶποιμι, Πολύκρατες· ἡμίσεες μὲν
Ἀμφὶ καλὰ σπεύδουσι μαθήματα· τέτρατοι αὐταὶ

Ἀθανάτῃ φύσεως πεπονήσονται· ἐβδομάτοις δὲ
Σιγῇ πᾶσα μέμηλε, καὶ ἄφρονοι ἐνδοθὶ μῦθοι

Τρεῖς δὲ γυναῖκες ἔασι, Θεανῶ δ' ἐξοχος ἄλλων
Τέως περὶ δὼν ὑποφύτορας αὐτὸς ἀγινῶ.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς x , ὁ διδόμενος 3. α.
Ἔσται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τὸ προβλήματος.

$$x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} + 3 + \acute{\alpha}$$

ἀπεραιώσῃ

$$56x = 28x + 14x + 8x + 168\acute{\alpha} + 56\alpha$$

συνάψει.

$$56x = 50x + 168\acute{\alpha} + 56\alpha.$$

ἀφαιρέσῃ.

$$56x - 50x = 168\acute{\alpha} = 56\alpha$$

ἦτοι

$$6x = 168\acute{\alpha} = 56\alpha$$

ἀρα

$$x = \frac{168\acute{\alpha}}{6} = 28\acute{\alpha}$$

8τος ἐστὶν ὁ
ζητούμενος·

$$6 \left\{ \begin{array}{l} 56\alpha \\ 2 \\ 9\alpha + \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$\frac{3}{27} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} = 1$$

28

ἴσαύτως λυθῇτε-

ται καὶ τὸ
καὶ τὰ λοιπά.

„Αὐτὸς τὸν ἔρωτα.
„Τίπτε με τῶν καρῶν
„πῶς μῆλα βέβηκεν
Δρεψαμένη ποτὲ μῆλα.

Βάσανος.

Ἐπεὶ εὐρηται ὁ $\chi = 28$, ἴσαι $\frac{\chi}{2} = 14$, $\frac{\chi}{4}$
 $= 7$, $\frac{\chi}{7} = 4$. ταύτας τὰς κύφρας ἐφαρμόττον-
τες ἐπὶ τῆς εὐρεθείσης ἐν ἀρχῇ ἰσώσεως, εὐρίσκομεν
συμπληρέσας τὸν 28, καὶ ἐπομένως τὴν πρᾶξιν γενο-
μένην ὑγιῶς.

Πρόβλημα.

„Οἱ δόιοι πόρος τις πρὸ ἑξ ἀποδημήσας ἡμερῶν, δια-
„νύει καὶ ἑκάστην ἡμέραν ὥρας τρεῖς· ἕτερος δὲ ἡ-
„δη ἀποδημῶν, καὶ τὴν αὐτὴν ὁδοιπορίαν ἐκείνῳ ποιῶ-
„μενος, ἀλλὰ διανύσων ἑκάστης ἡμέρας ὥρας πέντε,
„ὥς τὸν πρῶτον καταληψόμενος, ζητεῖ μαθεῖν ἐν
„πόσαις ἡμέραις αὐτὸν καταλήψεται· κείῳ $6 =$
 α , $3 = \beta$, $5 = \gamma$, ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν ἡ-
μερῶν $= \chi$.

Ἐξ αὐτῶν τῶν προβλήματος συνορᾶν ἔχομεν,
ὅτι τῆνικαῦτα καταλήψεται ὁ δεύτερος τῶν ὁδοιπό-
ρων τὸν πρῶτον, ἥνικα διανύσῃ ὥρας, ὅσας καὶ κείνος·
ἀνθ' ὅτε διορίσασθαι δεῖ τὰς καθ' ἑκάτερον ὥρας ἀλγ-
γεβρικῶς, καὶ ἰσῶσαι· καὶ ἐπεὶ ὁ πρῶτος ἐν ἡμέραις

α, αἷς πρῆλαβε τὸν δεύτερον, διήνυσεν ὥρας αβ, ας δὲ διανύσει ἐν ἡμέραις χ, παραστήσοιεν ἂν τὸ χβ, ἔσαι τὸ αβ + χβ, παραστατικὸν τῶν ὥρῶν ας διήνυσεν ὁ πρῶτος μέχρι τῆς τῆ δευτέρου συναντήσεως. τῶν δὲ τῆ δευτέρου ὥρῶν ὁμοίως ἔσαι παραστατικὸν τὸ γχ· ἐξ ὧν θεωρεῖται αὕτη ἡ ἰσῶσις.

$$\gamma\chi = \alpha\beta + \chi\beta$$

μεταθέτει τῆ χβ, ὅτι τὸ γχ > τῆ χβ.

*Ἐσαι

$$\gamma\chi - \chi\beta = \alpha\beta.$$

διαίρειται ἐπὶ τὸ γ — β

*Ἐσαι

$$\chi = \frac{\alpha\beta}{\gamma - \beta} \text{ ταύτης τῆς ἰσώσεως}$$

εἰς κύφρας μετενεχθεῖσης 6.3

$$\text{ἔσαι } \chi = \frac{6.3}{5-3} \text{ ἥτοι } \chi = \frac{18}{2} = 9.$$

Θεώρημα.

Ἐὰν δοθῇ ἡ διαφορὰ δύο ἀριθμῶν, καὶ τὸ συμποσέμενον ἐξ αὐτῶν, δοθῇσονται καὶ οἱ ἀριθμοί.

Κείσθω ἀντὶ τῆ συμποσμεμένου τὸ σ, ἀντὶ τῆς διαφορᾶς τὸ δ, ἀντὶ τῆς μείζονος τῶν ἀριθμῶν τὸ χ, τάττε δὲ κεμένε, ἔσαι ἀντὶ τῆς ἐλάττονος τὸ χ — δ. ὁ τῆτο δὲ μόνον, ἀλλὰ καὶ τὸ σ — χ, εἴγε ἐγκαταλείπεται αἰὶ ὁ ἐλάττων ἀριθμὸς, ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τῆ συμποσμεμένου ἐκ δύο ἀνίσων ἀριθμῶν τῆς μείζονος, ἐξ ὧν ἀναφύεται ἰσῶσις.

$$\chi - \delta = \sigma - \chi$$

μεταδίσει δεξιόθεν ἐπὶ τὰ ἀριστερά

τῷ χ , καὶ ἀνάπαλιν τῷ δ , ἔσαι $2\chi = \sigma + \delta$.

διαρίσει ἐπὶ τὸν 2.

$$\chi = \frac{\sigma + \delta}{2}$$

ἢ ὅπερ ἐν ἀρχῇ ἐλέγετο· ἀμέλει δύο ἐκκειμένων ἀ-
νίσων ἀριθμῶν, ὁ μείζων τέτων ἐστὶν ἴσος τῷ ἡμι-
σει τῷ συμποσυσμένῃ προσκειμένης τῆς ἡμιδιαφο-
ρας.

Αὐτοῖς ὁ ἐλάχιστος ὡς εἴρηται ἐστὶν $= \tau\omega\chi - \delta$.
ἀντὶ δὲ τῷ χ , λαβόντες τὸ ἰσοδύναμον αὐτῷ, ἦτοι
τὸ ἀετιῶς εὐρεθὲν, ἐξομεν τὸν ἐλάχιστον $= \tau\omega\frac{\sigma + \delta}{2} - \delta$,
ἀκεραιώσαντες τὸ κλάσμα εὐρήσομεν $\sigma + \delta - 2\delta$,
ἦτοι $\sigma - \delta$, τὸ διπλάσιον τῷ ἐλάχιστονος ἀριθμῷ· τέ-
τε δὲ διὰ διαιρεθέντος, εὐρίσκεται ὁ ἐλάχιστος $= \tau\omega\frac{\sigma - \delta}{2}$.
ὁ δὲ πρῶτον ἐλέγετο· ἢ ὅτι δύο ἐκκειμένων
ἀριθμῶν ἀνίσων, ὁ ἐλάχιστος τέτων ἴσος ἐστὶ τῷ ἡ-
μισει τῷ συμποσυσμένῃ λείψει τῆς ἡμιδιαφορας·
οἷον ἐκκειμένων τῷ 12, καὶ 8, ἀνίσων ἀριθμῶν, ὧν
τὸ ἡμισυ τῷ ἐξ αὐτῶν συμποσυσμένου ἐστὶν ὁ 10, ἡ-
μιδιαφορὰ δὲ ὁ 2, ἔσαι ὁ μείζων ἦτοι ὁ 12 $= \tau\omega$
 $10 + 2$, καὶ ὁ ἐλάχιστος τέτεσι ὁ 8, $= \tau\omega 10 -$
2. Τῶν ἐξῆς δύο προβλημάτων ἡ λύσις δι' ἐπιτομω-
τέρας γενήσεται πράξεως.

Πρόβλημα.

Ἐμπορικός τις ἐρωτηθεὶς πόσας σατῆρας ἐκέδη-
σεν, ἔφη, εἰ τοῖς $\frac{2}{3}$ τῷ ἑμὶ κέρδους προδεῖν τὰ $\frac{3}{4}$
τῷ αὐτῷ, ἔξει τὸν 34, ἀριθμὸν.

$$\text{κείσθω} \quad 34 = \alpha.$$

$$\text{ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς} = \chi.$$

$$\text{ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν} \quad \frac{2\chi}{3} + \frac{3\chi}{4} = \alpha, \text{ ὥστε } \chi = 24.$$

Πρόβλημα.

Ἐχοντες τινὲς νομίσματα κοινὰ ἔγνωσαν ἐξ ἴ-
σου διανείμασθαι ταῦτα πρὸς ἀλλήλους· ἀλλὰ πόσα,
ἀγνοῶ· οἶδα δὲ ὅτι πειραθέντων δῦναι ἐκάσῳ ἀνὰ
ἑπτὰ, ἐδῆσαν αὐτοῖς πέντε, ὥς γε γενέσθαι ἴσην τὴν
διανομὴν· δόντων δὲ ἀνὰ ἑξ, ἐπίσης ἐγένετο ἡ διανο-
μή· βέλομαι μαθεῖν τὸν ἀριθμὸν τῶν τε διανενεμη-
κότων, καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν νομισμάτων.

$$\text{ὁ τῶν διανενεμηκότων ἔσω} = \chi.$$

$$\text{ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν} \quad 7\chi - 5 = 6\chi, \text{ καὶ ἐπομέ-} \\ \text{νως } \chi = 5, \text{ ἐξ ἧ καὶ ὁ τῶν νομισμάτων γνωσθήσετ} \cdot \\ \text{ἔσαι γὰρ } 5 \cdot 6 = 30.$$

καὶ τοσαῦτα μὲν ἱκανὰ περὶ τῶν ἀπλῶν καὶ ὠρισμένων
προβλημάτων, ἐν οἷς ἱκανὸν ἐν σοιχεῖον εἰς ἐνδειξίν
τῶν ἐν τῷ προβλήματι ἀδήλων· (ἐπιστάσεως δὲ ἄξιον
ὅτι ἡνίκα ἐπὶ τῶν τοιούτων), ἐν οἷς δὲ ἦν ἀρκεῖ ἐν εἰς
ἐνδειξίν πάντων τῶν ἀδήλων, συντρέχει πλεῖω σοι-
χεῖα, ἢ ἐν· ἀκτέτα καὶ αἰ' ἰσώσεις γίνονται πλείους,

μίας, συμβαίνειτε ἐν ταῖς ἰσώσεσι τὰ παρασατικά τῶν ἀδῆλων εἶναι πλείω, ἢ ἐν ἐπιστάσεως μέντοι αξιον ὅτι ἐκ τῶν τοιούτων ἰσώσεων ἔκκει τὴν σημασίαν τῆς ἀδῆλης θηράσασθαι· ἢ γὰρ ἂν μεταποιηθεῖη ἡ ἰσώσις, ὥς ἐν τῷ ἐνὶ τῶν μερῶν τῆς αὐτῆς κείνῳ ἐν κοιχείῳ ἀδῆλης τινὸς παρασατικόν. ἐν δὲ τῷ λοιπῷ τὰ τῶν δῆλων μόνα· διὰ τοι τῆτο ἐκβάλλειν χρὴ πάντα τὰ τῶν ἀδῆλων παρασατικά πλην ἑνὸς ἐκ τῆς ἰσώσεως, ἵνα ἡ τῆ ἐγκαταλειφθέντος σημασία γνωσθῇ· ἔπερ τευξόμεθα διὰ τῆ ἐπομένου προβλήματος.

Πρόβλημα.

Ἐὰν ὡσι δύο ἰσώσεις κοινωνῆσαι κατὰ τὰ κοιχεῖα, τὰ τῶν ἀδῆλων παρασατικά, ἐκβαλεῖν ἀπὸ θατέρας θάτερον.

Τετραχῶς τῆτο ἔνεσι ποῖεν· ἢ μέντοι πᾶσι τοῖς τρόποις ἐφ' ἑνὸς ἢ τῆ αὐτῆ χρησόμεθα, ἀλλὰ πῇ μὲν τῆτω, πῇ δὲ ἐκείνῳ κατὰ τὰ παρακολυθῆντα τοῖς προβλήμασιν· ὁ πρῶτος τρόπος γένοιτ' ἂν δι' ἀντεσαγωγῆς, μεταφερομένης δηλονότι τῆς σημασίας ἀδῆλης τινὸς ἀπὸ θατέρας τῶν ἰσώσεων ἐπὶ τὴν ἑτέραν, ἢ αὐτ' ἐκείνου λαμβανομένης· οἷον κειμένων ἐπίτινος προβλήματος τέτων τῶν δύο ἰσώσεων·

$$\chi + \varphi = \alpha \cdot \text{ἢ} 3\chi = 2\varphi.$$

μεταθέσει ἐπὶ τῆς προ-
σέρας τῆς φ .

$$\text{γενήσεται } \chi = \alpha - \varphi.$$

δυνατὸν τοίνυν ἀντασαγαγεῖν ἐπὶ τῆς δευτέρας, τὸ $\alpha - \Phi$. λαβῶσιν ἀντὶ τῆ χ , ἢ γειέσθαι ἀντὶ τῆ $3\chi = 2\Phi$, τὴν $3\alpha - 3\Phi = 2\Phi$, ἴσην τῇ δευτέρᾳ ἴσώσει, τὸ Φ , μόνον περιέχουσαν ἐκβληθέντος τὸν τρόπον τῆτον τῆ χ .

Ὁ δεύτερος τρόπος ἀποτελεῖται διὰ συνθέσεως τῶν ἴσων τινι, ἥνικα εὔρεθῶσι δύο σημασίαι τῆ αὐτῆς ἀδήλου ἐκ δύο τινῶν ἴσώσεων, ἢ εἰς μίαν ἄμφω συντεθῶσιν· ἐπὶ τῆ αὐτῆς ὑποδείγματος εὐχερῶς ἂν μεταποιηθῇ ἢ μὲν πρώτη ἴσωσις εἰς τὴν δε, $\chi = \alpha - \Phi$, ἢ δὲ δευτέρα, εἰς τὴν δε $\chi = \frac{2\Phi}{3}$ κατὰ τὰς προεκτεθέντας τρόπους τῆς πράξεως· ἢ διττὴ ἂν εὔρεθῇ ἢ σημασία τῆ χ , ἥτε $\alpha - \Phi$, ἢ ἡ $\frac{2\Phi}{3}$. ὧν συντιθεμένων εἰς μίαν συσπυρᾶται ἢ $\alpha - \Phi = \frac{2\Phi}{3}$, τῆ χ , ἀμέτοχος.

Ἐφιστάνειν δὲ χρὴ, ἢ παρατηρεῖν τὰς ἴσώσεις ὥστε μὴ ἡρτῆσθαι ἑτέραν τῆς ἑτέρας, ἢ μεταποιεῖσθαι πρὸς ἀλλήλας· ἐκ γὰρ τῶν τοιούτων ἴσώσεων ἔδει ποτ' ἂν ἐξαχθεῖεν δύο σημασίαι διάφοροι, ἐνὸς ἢ τῆ αὐτῆς ἀδήλου, συνισῶσαι τινὰ ἴσωσιν ἀρμόδιαν εἰς λύσιν τῆ προβλήματος· ἄλλως γὰρ τοιαύτη ἴσωσις συσπυρᾶται, οἷα εἰς τὸ μηδὲν χωρήσει, μετατιθεμένων ἀφ' ἑτέρου μέρους τῶν σοιχείων εἰς τὸ ἕτερον· οἷον δεδόσθω ἐκ τούτων τῶν ἴσώσεων λέγω τῆς τε

$2\chi = \gamma - \phi$, καὶ τῆς $\frac{\alpha}{2} + \chi = \frac{\gamma - \phi}{2}$, ὧν ἡ
 προτέρα διαιρεθεῖσα ἐπὶ τὸν 2, εὐχερῶς ἂν ἐπὶ τὴν
 δευτέραν μεταποιηθῇ· δύο διαφόρους σημασίας τῆ
 χ , ἐξαχθῆναι· ἔξει τοίνυν τῷ βηλομένῳ διὰ τῆς
 πείρας συιδᾶν, ὅτι εἰς κενὸν μοχθᾷ συντιθέμενος
 εἰς ἑτέραν ἴσωσιν τὰς σημασίας ταύτας, καὶ ἐκταύτης
 πειρώμενος τὴν τῆ ἀδήλῃ ϕ , σημασίαν εἰρᾶν.

Ὁ τρίτος τρόπος γίνεται διὰ συνάψεως τῶν
 Ἰσώσεων· οἷον εἰαν εὐρεθῶσι ἐπίτινος προβλήματος
 αὗται αἱ Ἰσώσεις $\chi + \phi = \alpha$, καὶ $\chi - \phi = \beta$,
 συναπτομένων τῶν, ἀναφύεται ἡ $\chi + \phi + \chi - \phi$
 $= \alpha + \beta$, κατὰ τὸ δεύτερον ἀξίωμα· καὶ ἔτιως
 εὐρίσκει) ἑτέρα ἴσωσις, ἀναιρεθέντος τῆ $+ \phi$, ἐπὶ
 τῆ $- \phi$, ἄμοιρος τῆ ϕ · δῆλον δὲ ὡς ἡ τοιαύτη
 πρᾶξις κρατεῖ ἥνικα καὶ τὸ αὐτὸ σύμβολον πρόσκειται
 ὁποτέρῳ τῶν ἀδήλων ἐφ' ἑκατέρας τῶν Ἰσώσεων·
 τηλικαῦτα γὰρ συναναιρέτων τῶν ἀντικειμένων ἄλλη-
 λα διὰ τῆς συνθέσεως, λείπεται ἡ ἐσχάτη ἴσωσις
 θατέρη τῶν ἀδήλων ἄμοιρος.

Ὁ δὲ τέταρτος, καὶ τελευταῖος δι' ἀφαιρέσεως
 τῶν Ἰσώσεων· ἔωσαν γὰρ ἐπίτινος προβλήματος
 αἱ δύο αὗται Ἰσώσεις $\chi + \phi = \alpha$, καὶ $\chi - \phi = \beta$,
 ἀφαιρεμένης τῆς δευτέρας ἀπὸ τῆς πρώτης, ἀναφύε-
 ται τριάδε ἴσωσις $\chi + \phi - \chi + \phi = \alpha - \beta$, ἥτοι
 $2\phi = \alpha - \beta$ · ἀλλὰ δῆλον ὡς καὶ ὁ ἕτος ὁ τρόπος
 ἐστὶ καθόλου καὶ ἐν πᾶσιν εὐχερής· ἀντ' ὅτου θα-

τέρω ἐκ τῶν δύο προτέρων χρησέον ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ·
ἐὰν γὰρ συμπέσῃ ἐπ' αὐτῆς πάντα τὰ ἄδηλα γε-
νέσθαι ἑτεροσύμβολα, ὑσαθήσεται.

Περὶ ἐπιλύσεως ἀπλῶν ἔωρισμένων προ-
βλημάτων, ἐν οἷς συμβαίνει πλείω ἐνὸς
ἐνυπάρχειν τὰ ἄδηλα.

Πρόβλημα.

Ἀνδρομάχη τρεῖς ἔχουσα παῖδας, καὶ ἐρωτηθεῖσα
ποσαετὴς ἐστὶν ἕκαστος αὐτῶν, ἀπεκρίνατο εἰπῶσα·
πρῶτος λαβὼν τὰ τῆ δευτέρου, 25, συμπληρώσει
ἔτη, ὁ δεύτερος, μετὰ τῆ τρίτου, 60, καὶ ὁ τρίτος,
μετὰ τῆ πρώτου, 37, σκεπτεόν εἰ δυνατόν ἐκ τῆς
τοιαύτης ἀποκρίσεως τὰ ἑκάστη ἔτη μαθεῖν.

Κατὰ τὴν πρώτην πρᾶξιν τῆς μεθόδου κείσθω
 $25 = \alpha$, $60 = \beta$, $37 = \gamma$, ἀντὶ δὲ τῶν ἐτῶν τῆ
πρώτου, $= \chi$, ἀντὶ τῆ δευτέρου, $= \phi$, ἀντὶ τοῦ
τρίτου, $= \psi$, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν, συσαθήτωσαν
ἰσώσεις ἰσοπληθεῖς τοῖς διαφοροῖς σοιχείοις τοῖς τῶν
ἀδῆλων παραστατικοῖς, οἷον κατὰ τὴν πρώτην ὑπό-
θεσιν τῆ προβλήματος πρώτη ἴσωσις συσαθήσεται
ἢ $\chi + \phi = \alpha$, κατὰ τὴν δευτέραν, ἢ $\phi + \psi = \beta$,
κατὰ τὴν τρίτην, ἢ $\chi + \psi = \gamma$ · κατὰ τὴν τετάρ-
την πρᾶξιν πειρατέον τὰς προκειμένας ταύτας ἰσώ-
σεις εἰς μίαν ἀγαγεῖν, ἐν ᾗ ἐν καὶ μόνον σοιχεῖον τῶν

παρασαπτικῶν τῶν ἀδήλων ἐγκαταλείφθησεται τῶν
 λοιπῶν ἐκβληθέντων, καὶ ἐπομένως εὐρεῖν τὴν σημα-
 σίαν αὐτῆς διὰ τῆς τοιαύτης ἰσώσεως· ταῦτα δ' ἂν
 περανθεῖν εὐχερῶς ἄμφω τοῖς προειρημένοις τρόποις
 ὑπὸ τῶν ἐξησημένων ἐν τοῖς τοιαύτοις καλῶς, καὶ συ-
 νορᾶν δυναμένοις, τὰ εἰς τὰς λύσεις συντείνοντα·
 οἷον ἐπὶ τῇ ὑπ' ὅψιν ὑποδείγματος· ἵνα πρὸ τῶν ἄλ-
 λων τὸ ψ , ἐκβληθῇ, δύο τῇ αὐτῇ σημασίαι εὐρεθί-
 τωσαν, καίτοι ἑπ' ἀντὶ τῆς ἀδήλου ἀμέτοχοι, τῇ μετα-
 ποιήσει τῆς πρώτης ἰσώσεως εἰς τὴνδε, $\chi = \alpha - \varphi$,
 καὶ τῆς τρίτης, εἰς τὴνδε $\chi = \gamma - \psi$, ταύτας τὰς
 σημασίας τῇ χ , εἰς μίαν συνθετίον ἴσωσιν τὴν
 $\alpha - \varphi = \gamma - \psi$, ἐξ ἧς ἠφάνισαι τὸ χ · ἀλλ' ἵνα
 ὥσπερ τὸ χ , ἔτω καὶ τὸ φ , ἀφανισθῇ, ἡ ἀρτίως συ-
 σταθεῖσα ἴσωσις μεταποιηθῇτω εἰς ἑτέραν ἴσωσιν τὴν
 $\varphi = \alpha - \gamma + \psi$, καὶ ἡ δευτέρα $\varphi + \psi = \beta$, εἰς
 τὴν $\varphi = \beta - \psi$, καὶ εὐρεθίσονται δύο σημασίαι τῇ
 φ , ἐν αἷς ἐκ τῶν ἀδήλων μόνον κεῖται τὸ ψ · ὧν συν-
 τιθεμένων εἰς μίαν, προέεισιν ἡ $\alpha - \gamma + \psi = \beta - \psi$,
 ἐν ᾗ μόνον τὸ ψ , τῶν ἄλλων ἀφανισθέντων εὐρίσκε-
 ται, ἡ πάρεσι· ταύτης εἰς ἑτέραν μεταποιημένης κα-
 τὰ τὴν τρέποντες τῆς τετάρτης πράξεως, αὕτη παραχθί-
 σεται $\psi = \frac{\beta - \alpha + \gamma}{2}$ ἐξ ἧς καὶ ἡ σημασία τῇ ψ , φα-
 νερὰ γενήσεται· καὶ ἐπομένως ἦτε τῇ φ , καὶ χ , ὅπερ
 διὰ τὸ συντομώτερον τὰ σοιχεῖα παραλιπόντες, ἐν κή-
 φραις κατὰ τὴν πέμπτην προᾶξιν ἀποδείξαι πειρα-
 σόμεθα.

Κατὰ ταύτην τοίνυν ἡ προσεχῶς εὑρεθεῖσα
σημασία ἀδήλου τινὸς ἀναλυθεῖσα εἰς κύφρας, ἀν-
τεισυχθήτω ἐν τῇ ἄλλῃ ἰσώσει ἐν ἣ τῦτο κεῖται,
τῇ παριζώσει τὴν σημασίαν ἄλλῃ τινὸς ἀδήλου· ἵνα
καὶ ἡ τῦτε σημασία κατὰδῆλος γένηται, καὶ ἐ-
φεξῆς ὁμοίως· ὥς ἐπὶ τῷ αὐτῷ ὑποδείγματος ἡ
σημασία τῷ ψ , εἰς κύφρας ἀναλυθεῖσα παρέχει
αὐτὴ αὐτῆς 36, ἔαν ᾖν ἀπὸ τῆς $\Phi = \beta - \psi$,
τὸ ψ , ἀπωδῇ, καὶ ἀντ' αὐτῷ ἀνταταχθῇ τὸ 36,
ἔσαι $\Phi = \beta - 36$, ἥτοι $\Phi = 60 - 36$, ἡ
 $\Phi = 24$. αὖθις ἀπὸ τῆς ἐτέρας ἰσώσεως $\chi =$
 $\alpha - \Phi$, ἔαν τὸ Φ , ἀπωδῇσαντες τὸ 24, ἀντεσα-
γάγωμεν τὴν ἀετίως εἰρεθεῖσαν αὐτῷ σημασίαν, ἐ-
ξομεν $\chi = \alpha - 24$, ἥτοι $\chi = 25 - 24$, ἥτοι
 $= 1$, ἀνακαλύψαντες τὸν τρόπον τῦτον τὰ ἐν τῷ
προβλήματι ἀδήλα· καὶ ἔσαι $\chi = 1$, $\Phi = 24$,
 $\psi = 36$.

Πρόβλημα.

Μισθωσάμενός τις Γηπόνον ἀπέπειλεν αὐτὸν εἰς
τὸν οἰκεῖον ἀγρὸν ἐργάζεσθαι, ἐπαγγειλάμενος τρο-
φὴν παρέχειν αὐτῷ ἐκάστης ἡμέρας, καὶ μισθὸν ἐν ταῖς
ἐργασίμαις τῶν ἡμερῶν τρεῖς ὀβολοὺς· ἐν δὲ ταῖς
ἀργαῖς, μὴ μόνον μὴ παρέχειν αὐτῷ μισθόν· ἀλλὰ
καὶ λαμβάνειν παρὰ τῷ Γηπόνου ἑπτὰ ὀβολοὺς ἕνεκα
τῆς τροφῆς· παρεῖλθον μετὰ τὴν συμφωνίαν αὐτῶν
ἡμέραι πεντήκοντα, καὶ λογισάμενοι πρὸς ἀλλήλους

εὖρον ὅτι ἑδέτερος αὐτῶν ὀφείλω τί τῷ ἑτέρῳ · ἢ ἡ μὲν συνθήκη πρόδηλος, ἀγνοῖται δὲ ὁ ἀριθμὸς ἴων τε ἐργασίμων, ἢ τῶν ἀργῶν ἡμερῶν.

Εἰς εὖρεσιν τοίνυν τῶν κείθω ἀντὶ τῆ 50, α, ἀντὶ τῆ ἀριθμῶ τῶν ἐργασίμων χ. ἢ ἀντὶ τῆ τῶν ἀργῶν φ, ἢ ἐπεὶ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ πρόβληματος ὁ 50, περιέχει πάσας τὰς ἡμέρας, ἔσαι πρώτη ἰσῶσις $\chi + \phi = \alpha$. ὁ δὲ ἀριθμὸς τῶν ἐργασίμων πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ τὸν 3, ἢ ὁ τῶν ἀργῶν ἐπὶ τὸν 7, παρέχουσιν ἴσους ἀριθμὸς, ὑπόκειται γὰρ μηδύτερον τῷ ἑτέρῳ ὀφείλουν, ἔσαι δευτέρα ἰσῶσις $3\chi = 7\phi$, κατὰ τὸν τρίτον τρόπον τῆς μεθόδου· κατὰ δὲ τὸν δεύτερον, ἐξομεν τὴν πρώτην ἰσῶσιν μεταποιημένην εἰς τὴνδε $\chi = \alpha - \phi$, ἢ ἐπομένως σημασίαν τῆ χ, τὴν $\alpha - \phi$, ἣτις ἀντισταχθεῖσα ἐπὶ τῆς δευτέρας ἰσώσεως ἀντὶ τῆ χ, παρέξει σοι ἑτέραν τὴν $3\alpha - 3\phi = 7\phi$. δι' ἧς κατὰ τὴν ἀνωτέρω τρόπου εὖρεθῇσεται ἡ σημασία τῆ φ, ἢ ἔσιν αὕτη $\phi = \frac{3\alpha}{10}$, δι' αὐτῆς δὲ καὶ ἡ τῆ χ· γενέσθω δὲ διὰ τὸ συντομώτερον ἡ πέμπτη πρᾶξις ἐν κύφραις.

Ἀντισταγομένων κυφρῶν ἀντὶ τῶν σοιχείων, ἀναφύεται ἀντὶ τῆς ἐσχάτης ἰσώσεως ἡ $\phi = \frac{3 \cdot 50}{10} = 15$, τὴν ἐπὶ τῆς $\chi = \alpha - \phi$, μετακομιζόμενα ἀντὶ τῆ φ· ἔσαι $\chi = \alpha - 15$, ἥτοι $\chi = 50 - 15$, ὁ ἔστι $= 35$, αἱ μὲν ἔν ἐργάσιμοι τῶν ἡμερῶν εἰσὶ 35, αἱ δὲ ἀργαὶ 15.

Περίβλημα.

Ὁ φέρεῖ πρὸς Εὐκλείδην.

Ἥμιονος καὶ Ὀνος φέρεσαι οἶνον ἔβαινον.
αὐτὰρ Ὀνος σονάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτε τοῦτο·
τὴν δὲ βαρυσενάχυσαν ἰδὼς ἐρέεινεν ἐκείνη.
μήτερ, τί κλαίεις ὀλοφύρεαι ἤνυτε κῆρη;
εἰ μέτρον ἐμοὶ δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα,
εἰ δὲ ἐν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις.
εἰπέ τὸ μέτρον ἄριστε Γεωμετρίας ἐπιΐσορ.

Πρὸς ὃν ἔφητις τῶν ἐκείνῃ Τροφίμων.

Τοὶ γὰρ ἐγὼν ἐρέω, σὺ δ' ἀκῶν ἐνδοθὶ κρύπτε·
πάντε μὲν ἢ Ὀνος, Ἥμιονος δ' ἔφερεν μέτρα ἑπτά.

Κεῖθω γὰρ ἀντὶ τῆς φόρτε τῆς Ἥμιόνου χ ,
ἀντὶ δὲ τῆς Ὀνος τὸ ϕ , καὶ ἐπεὶ εἰάν δῶ τῇ Ἥμιό-
νω ἢ Ὀνος ἐν, γίνεται ὁ τῆς Ἥμιόνου φόρτος $= \chi +$
 1 , ἐναπολείφθῃσεται ὁ τῆς Ὀνος $= \phi - 1$, τήτου
δὲ ὑποκειμένῃ, ἔσαι ὁ τῆς Ἥμιόνου φόρτος διπλάσιος
τῷ τῆς ὄνῃ, ἢ ἴσος αὐτῷ ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασια-
θέντι ἦτοι, $\chi + 1 = 2\phi - 2$, ἐπεὶ δ' αὐ-
θὺς εἰάν ἢ Ἥμιονος δῶ τῇ Ὀνώ ἐν, γίνεται ὁ φόρτος
αὐτῆς $= \chi - 1$, ὁ δὲ τῆς Ὀνος $= \phi + 1$, καὶ
κατὰ τὴν ὑπόθεσιν ἰσότητα φυλάξουσιν, ἔσαι πάν-

τως $\chi - 1, = \Phi + 1$, αναφύεται δὲ ἐκ τῆς προτέρας ἰσώσεως ἢ $\chi = 2\Phi - 3$, εἰς ἣν σημασία αὕτη τῷ χ , ἐπὶ τῆς ἄλλης ἰσώσεως ἀντ' αὐτῆς εἰσαχθῇ, γενήσεται $2\Phi - 4 = \Phi + 1$, καὶ μεταθέσει τῷ 4, $2\Phi = \Phi + 5$, μεταθέσει δὲ καὶ τῷ Φ , $2\Phi - \Phi = 5$, ἥτοι $\Phi = 5$. Τῷ δὲ 5, ἀντασπαγομένῃ ἀντὶ τῷ Φ , ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἰσώσεως τῆς $\chi = 2\Phi - 3$, ἔσται $\chi = 10 - 3$, ἥτοι $= 7$.

Πρόβλημα.

Ἐὰν ὁ τῷ σίτῃ μέδιμνος πωλῇται μνῶν τριάκοντα καὶ ὀκτώ· ὁ δὲ τῆς κριθῆς εἴκοσι καὶ δύο, ἐθέλη δέ τις ἀναμίξαι τὸν σίτον τῇ κριθῇ, ὥστε, σωζομένης τῆς προτέρας τούτων τιμῆς, τὸν μέδιμνον τῷ τοιούτῳ μίγματος τιμᾶσθαι μνῶν τριάκοντα, πόσον λήψεται ἀφ' ἑκατέρου σπέρματος;

Ἡμισυ ἕτος λήψεται ἕκτε σίτῃ, ἰδὲ κριθῇ.

Κείσθω γὰρ ἀντὶ τῷ 22, α, ἀντὶ τῷ 38, β, ἀντὶ τῷ 30, γ. ἀντὶ τῷ μέρει τῆς κριθῆς, χ, ἀντὶ τῷ μέρει τῷ σίτῃ Φ. Ἔσται πρῶτον $\chi + \Phi = 1$, ἔτω γὰρ ὑπόκειται τὰ μέρη συμπληρῆν μέδιμνον· ἐπομένως δὲ τὸ ἐν τῷ μίγματι μέρος τῆς κριθῆς $= \alpha\chi$, τὸ δὲ τῷ σίτῃ $= \beta\Phi$. καὶ ἐπεὶ ὁ τῷ μίγματος μέδιμνος ὑπόκειται τιμᾶσθαι μνῶν 30, ἔσται $\alpha\chi + \beta\Phi = \gamma$. μεταποιημένης δὲ τῆς πρώτης ἰσώσεως εἰς τὴνδε $\chi = 1 - \Phi$, καὶ τῆς σημασίας ταύτης τοῦ

χ , ἐπὶ τῆς ἐτέρας ἰσώσεως ἀντὶ τῆς χ , εἰσαγομένης,
 ἀναφύεται αὕτη $\alpha - \alpha\phi + \beta\phi = \gamma$ ἥς μετα-
 ποιηθείσης κατὰ τὴν εἰρημένους τρόπον, παρῆξει σοι τὸ
 ϕ , εἶναι $= \tau\omega \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$, ἥτοι $= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, ταύτης δὲ
 τῆς σημασίας ἀντεισαχθείσης ἐπὶ τῆς $\chi = 1 - \phi$,
 ἰσώσεως ἀντὶ τῆς ϕ , γυνήσεται ἡ $\chi = 1 -$
 $\frac{1}{2}$, ἥτοι $\chi = \frac{1}{2}$.

Πρόβλημα.

ἔχων τις δύο εἶδη νομισμάτων, ὧν τὸ μείζον νομισ-
 ζον εἰκοσαπλάσιον ἢν τῆς ἐλάττονος, καὶ βυλό-^{νομισ-}
 μενος ἐπὶ τὰς λίτρας ὠνήσασθαι χαλκῆ, ἐνδεῖν αὐτῷ συ-^{ματα}
 νῆκε πρὸς τὴν ὠνὴν δύο, οἷον τὸ μείζον νόμισμα·^{εἶδος.}
 διὸ ὠνήσατο μόνας τέσσαρας· μετὰ δὲ τὴν ὠνὴν εὐρέ-
 θη ἔχων πέντε, οἷον τὸ ἐλάττον νόμισμα· ζητεῖται
 ἦτε τιμὴ τῆς λίτρας τῆς χαλκῆ, καὶ πόσα νομίσματα
 εἶχεν ἔντε τῆς πρώτης εἶδος καὶ ἐκ τῆς δευτέρας.

Εἰς εὐρεσιν τούτων ἀναλυθῆτω τὰ μείζω εἰς τὰ
 ἐλάττω, καὶ ἐπεὶ δέδοται ἐνδεῖν δύο, καὶ τὸ μείζον
 εἶναι εἰκοσαπλάσιον τῆς ἐλάττονος, ἀναλυθήσεται τὰ
 2, εἰς 40, ληφθῆτω δὲ ἀντὶ τῆς 40, τὸ α · ἀντὶ
 δὲ τῆς τιμῆς τῆς χαλκῆ τὸ χ , καὶ ἀντὶ τῶν ὧν εἶχε
 νομισμάτων τὸ ϕ , λογιζομένων ἀμφοτέρων ἔμψης
 κατὰ τὰ νομίσματα τῆς δευτέρας εἶδος.

Τούτων ἔτω ὑποτεθέντων εἶναι $7\chi = \phi + \alpha$,

ἢ $4\chi = \Phi - 5$, ἐξ ὧν συνάγεται τὸ $\chi = 15$, νομίσμασι τῆ δευτέρας εἰδους, ἢ τὸ $\Phi = 65$, τῆ αὐτῆς εἰδους· τῷ τῷ τῷ μὲν λίτραν τῆ χαλκῆ τιμᾶσθαι νομισμάτων 15, τῆ δευτέρας εἰδους, ἢ τὸν ὠνησάμενον τὰς τέτταρας λίτρας ἐσχηκέναι 65, τῆ αὐτῆς εἰδους· ἥτοι τρεῖς νομίσματα τῆ πρώτης εἰδους, ἢ πέντε τῆ δευτέρας.

Τὸ Υ Σ. 144, παρείληπται· οἰκειότερον ταχθήσεται ἐν τῇ πολλαπλασιασεί.

Περὶ ἐπιλύσεως.

Ἀπλῶν προβλημάτων ἀορίστων.

Τοῖς αὐτοῖς τέτοις τρόποις, οἷς τὰ ὠρισμένα, ἢ τὰ ἀόριστα λυθήσονται προβλήματα, πλὴν ὅτι ἐπὶ τῶν, διὰ τὸ μὴ ἐξαρκεῖν τὰς γινομένας ἰσώσεις εἰς εὐρεσιν πάντων τῶν παραστατικῶν ἀδήλων τινῶν, ἢ πᾶσαι αἱ σημασίαι αὐτῶν διὰ τῆς πράξεως θηράσιμοι γίνονται· ἀλλ' ἐσθ' ὅτε ἐνός, ἢ πλείονων ἀδήλων ἡ σημασία κατὰ τὸ δοκῆν ὑπὸ τῆ ἀναλύοντος ὑποτίθεται· ἐξ ἧς ἢ αἱ τῶν λοιπῶν σημασίαι διὰ τῶν ἀναλυτικῶν πράξεων εὐχερῶς ἀνακαλύπτονται· εἰς σαφεσέραν μὲντοι τῶν λεγομένων κατάληψιν κείσθω τὸ ἐφεξῆς πρόβλημα.

Πρόβλημα.

Ἐκ τριῶν εἰδῶν οἷον ἐθέλει τις ὠνήσασθαι ξέσας ὅκτω πρὸς τοῖς δέκα· ἀλλ' ἐκέντηται πλεῖς τῶν

ἑκατον χρυσίνων· ἢ τῷ μὲν πρώτῃ εἶδους ὁ ξέσης τιμᾶται, ἐπὶ τὰ χρυσίνων, τῷ δὲ δευτέρῃ, πέντε, καὶ τῷ τρίτῃ, τριῶν· ζητεῖ μαθεῖν πόσους ξέσας λήψεται παρὲς ἑκάστου τῶν τριῶν τέτων εἰδῶν τῷ οἴνου, ὥστε τὰς πάντας εἶναι δέκα καὶ ὀκτώ, ἢ τὴν τιμὴν τέτων μήτε ὑπερβαίνειν, μήτε ἐλλείπειν τῶν ἑκατὸν χρυσίνων.

Καί᾽ ἔγω ἀντὶ τῷ $18 = \alpha$, ἀντὶ τῷ $100 = \beta$, ὁ ἀριθμὸς τῶν ξέσων τῷ πρώτῃ εἶδους, ὅς μέλλει λαβεῖν $= \chi$, τῶν τῷ δευτέρῃ $= \varphi$, τῶν τῷ τρίτου $= \psi$, ἐξ ὧν ἔπεται τὴν μὲν τιμὴν τῶν τῷ πρώτῃ εἶδους εἶναι ἴσην τῷ 7χ , τὴν δὲ τῷ δευτέρῃ $= 5\varphi$, τὴν δὲ τῷ τρίτῃ $= 3\psi$, ἐπεὶ δὲ ἐπόκειται τὴν ὅλην τέτων ἀπάντων τιμὴν εἶναι $= 100$, χρυσίνοις, ἔσαι πρώτη ἰσῶσις $7\chi + 5\varphi + 3\psi = \beta$, αὐτῆς ἐπεὶ ὑποτίθεται τὰς πάντας ξέσας εἶναι δέκα καὶ ὀκτώ, ἔσαι δευτέρα ἰσῶσις $\chi + \varphi + \psi = \alpha$, ἢ αὗται μὲν ἂν γένοιτο αἱ ἰσῶσεις κατὰ τὰς ἐποθέσεις τῷ προβλήματος, ὅπερ, ὅτι ἀόριστον πρόδηλον· ἔχει γὰρ ἢ τρίτον σφιχτεῖον ἀδήλου παρασατικόν, ἢ ἡ σημασία ἔκ ἂν θηρευθῇ ὑπὸ τῆς πρᾶξεως διὰ τῶν ἐξημένων ἰσώσεων, ἀλλὰ δεῖται τῆς τῷ ἀναλύοντος ὑποθέσεως· ἵνα δὲ βαθμηδὸν ἐπὶ τὴν πρᾶξιν προῖωμεν, μεταποιηθῇ τῷ ἢ δευτέρῃ ἰσῶσις εἰς τὴν δὲ $\chi = \alpha - \varphi - \psi$, ἢ ἡ σημασία αὕτη τῷ χ , ἀντεσαχθῇ τῷ ἀντὶ αὐτῷ ἐπὶ τῆς ἐτέρας ἰσώσεως, ἵνα γένηται αὕτη $7\alpha - 7\varphi - 7\psi + 5\varphi + 3\psi = \beta$, ἢ συγτομώτερον $7\alpha - 2\varphi - 4\psi = \beta$.

ταύτης δὲ τῆς ἐσχάτης ἰσώσεως μεταποιηθείσης, εὐρεθήσεται τελευταῖον τὸ $\Phi = \text{εἶναι τῷ } \frac{7^{\alpha-\beta}}{2} - 2 \Psi$.

Ἀλλ' ἐπεὶ διὰ τέτων ἐκ ἀπεσπορακίδῃ καὶ τὸ Ψ , σῶζεται δ' ὅτι ἐν τῇ ἐσχάτῃ ταύτῃ ἰσώσει, ὑποθέτεον τῷ ἀναλύοντι σημασίαν τινὰ τέτῳ, ἣν βέλεται· προσεκτικὸν μέντοι προσήκει εἶναι ἐν ταῖς τοιαύταις ὑποθέσεσιν, ἅμα δὲ καὶ διορατικὸν, ἵνα καταλλήλως τὰς ὑποθέσεις τοῖς ὑποκειμένοις ποιῇ· ἄλλως γὰρ ἢ ἕδεμιάς, ἢ ἀρνητικῆς τεύξεται σημασίας, καὶ διὰ ταῦτα ἀμφοτέρωθεν ἀχρήστ· ἐνταῦθα δὲ ὑποκείμενῳ τὸ $\Psi = 3$, τῷ τοίνυν 3, ἀντεσαγομένου ἐπὶ τῆς προτεθείσης ἰσώσεως ἀντὶ τῷ Ψ , ἔξωμεν $\Phi = \frac{7^{\alpha-\beta}}{2} - 6$, καὶ ἐπομένως κυφρῶν καὶ τοῖς λοιποῖς ἀντεσαγομένων $\Phi = \frac{126-100}{2} - 6 = 7$, εὐρεθήσεται ἡ σημασία τῷ Φ , ἥτοι ὁ 7· ἐκ ταύτης δὲ καὶ ἡ τῷ χ · ἀντεσαγομένων γὰρ ἐπὶ ταύτης τῆς ἰσώσεως $\chi = \alpha - \Phi - \Psi$, τῷ 7, ἀντὶ τῷ Φ , καὶ τῷ 3, ἀντὶ τῷ Ψ , ἐξ ὧν ὁ μὲν εὕρεται, ὁ δὲ ὑπετέθη, ἔσαι ἰσῶσις $\chi = 18 - 7 - 3 = 8$, καὶ ἔσονται αἱ σημασίαι πᾶσαι τῶν ἀδῆλων καταφανεῖς διὰ τῷ 3, 7, καὶ 8· $\chi = 8$, $\Phi = 7$, $\Psi = 3$.

Πρόβλημα.

Εὐρεῖν δύο ἀριθμοὺς, ὧν τὸ ὑπὸ αὐτῶν γινόμενον, προσλαβὼν τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσέμενον

ποιήσαι τὸν 79. κειμένον ἀντὶ τῆς 79, α· ἀντὶ τῆς
 ἑνὸς τῶν ἀριθμῶν χ , ἢ ἀντὶ τῆς ἑτέρας ϕ , ἔσαι ἀν-
 τι τῆς γινομένης $\chi\phi$, ἢ ἀντὶ τῆς συμποσυσμένης
 $\chi + \phi$, ἢ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆς προβλήματος·

$$\chi\phi + \chi + \phi = \alpha.$$

μεταδέσσει τῆς ϕ .

$$\chi\phi + \chi = \alpha - \phi.$$

διαίρεισαι

$$\chi = \frac{\alpha - \phi}{\phi + 1}.$$

ἐπεὶ δὲ ἢ ἐπὶ τῆς ἐσχάτης ταύτης ἰσώσεως σώζεται
 το ϕ , ὑποτεθήτω τις σημασία τέτη, ἀλλὰ μὴ μεί-
 ζων τῆς τῆς α , ἵνα μὴ ᾖ τῆς χ , ἀρνητικὴ εὐρεθῇ·
 ὑποτεθήτω τοίνυν ὁ 7, ἢ γενήσεται $\chi = \frac{79 - 7}{8}$
 $= 9$.

Πρόβλημα.

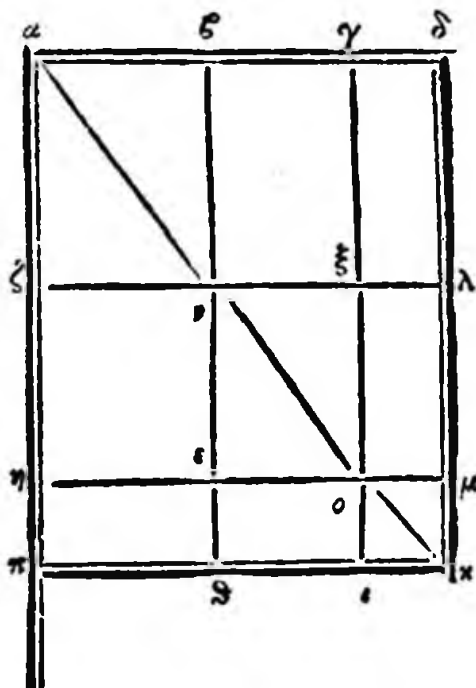
Εὐρεῖν δύο ἀριθμούς, ὧν τὸ ὑπ' αὐτῶν γινόμε-
 νον ἴσον ἔσαι τῷ δις ἐξ αὐτῶν συμποσυσμένῳ.

Κείτω ἀντὶ τῆς ἑνὸς τῶν ἀριθμῶν τὸ χ , ἀντὶ
 τῆς ἑτέρας τὸ ϕ , ἔσαι τὸ γινόμενον $\chi\phi$, τὸ δὲ δις
 συμποσυσμένον $2\chi + 2\phi$. ὑποτίθεται δὲ τὸ $\chi\phi =$
 $2\chi + 2\phi$. μεταδέσσει τῆς 2χ , γενήσεται
 $\chi\phi - 2\chi = 2\phi$. ὑποτιθεμένου δὲ ἢ ἀντὶ τῆς ϕ ,
 τῆς 3, ἔσαι $3\chi - 2\chi = 2\phi$, ἥτοι $\chi = 6$.

Περὶ ἐξαγωγῆς ρίζης τετραγωνικῆς ἀλγεβρικῆς.

Δείκνυσιν ὁ σοιχαωτῆς βιβλίῳ δευτέρῳ, Προτάσει τετάρτῃ, ὅτι, ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Τῆτο δὲ ἕμόνον ἐπὶ τῆς εἰς δύο τεμνομένης εὐθείας γραμμῆς συμβαίνει. ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τῆς εἰς τρεῖς δὲ εἰπεῖν, ἢ τέτταρα, ἢ ὅπως ἄλλως ἀπλῶς εἰπεῖν τὴν τομὴν δεχομένης ῥάδιον ἐστὶ κατιδεῖν· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης δηλονότι τετράγωνον ἴσον εἶναι τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τοῖς δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Τμηθῆτω γάρ ἡ αδ γραμμὴ κατὰ τὰ β, καὶ γ, καὶ ἀναγραφῇ τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ακ· τῆς δὲ ακ, ἐπιζευχθεῖσης ἔχθωσαν ἀπὸ τῆ β, καὶ γ, σημεῖα παράλληλοι τῇ δκ, αἱ βθ, γι, τέμνεσαι τὴν διαγώνιον κατὰ τὸ ν, καὶ ς, δι' ὧν ἀχθῆτω-



σαν τῇ αβ, παράλληλοι αἱ ζνλ, ηομ, ἢ διαιρεθή-
 σεται τὸ ακ τετράγωνον εἰς τὰ αν, νο, οκ, γν, νη,
 δξ, πε, λο, οθ, ἢ ἔσαι ἴσον αὐτῇς κατὰ τὸ ἄ-
 τὸ ὅλον ἴσον τοῖς τριῶν μέρουσιν. ξίωμχ · ἀλλὰ τὰ αν, νο, οκ, εἰσι τετράγωνα κχ-
 τὰ τὸ πόρισμα τῆς εἰρημένης προτάσεως, ἢ γίνονται
 ἀπὸ τῶν τμημάτων, ὅτι ἴσαι αἱ θι, ικ, ταῖς βγ,
 γδ, κατὰ τὴν λδ' τῆ πρώτης · τὰ δὲ γν, νη, δξ,
 πε, λο, οθ, τὰ ὑπὸ τῶν τμημάτων ὀρθογώνια, ἄ-
 τινα κατὰ συζυγίαν λαμβανόμενα γίνονται τρία δις
 ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχόμενα, ἅσα τὸ ἀπὸ τῆς
 ὅλης αδ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τρισὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
 τμημάτων τετραγώνοις, ἢ τρισὶν ὀρθογωνίοις τοῖς
 δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένοις.

Οὐκὲν ὅπερ ὁ σοικειωτῆς ἐπὶ τῆς εἰς δύο ὡς
 ἔτυχε τεμνομένης εὐθείας γραμμικῶς ἐκεῖτε ἀπο-
 δείκνυσιν, ἡμεῖς δὲ ἐνταῦθα ἐκείνῳ κατακολυθίσαν-
 τες, ἢ ἐπὶ τῆς εἰς τρία τεμνομένης ὁμοίως συναπε-
 δείξαμεν, ἢ ὁ χαλεπὸν ἢ ἐπὶ τῆς ἐπὶ τῶν ἄλλως τὴν
 τομὴν δεχομένης προταποδείξαι · τὰ αὐτὰ οἱ νεώτε-
 ροι ἐκθετικῶς διὰ τῆς πολλαπλασιάσεως τῶν σοικείων
 παρισώσι.

Ληφθήτω γὰρ ἡ	$a + \beta.$
$a + \beta$ εἰς διμερὲς ἀ-	$a + \beta.$
ναλογῆσα τῇ εἰς δύο	
τεμνομένη εὐθεία	$aa + a\beta + \beta\beta.$
γραμμῇ · αὕτη πολ-	$a\beta$
λαπλασιασθεῖσα ἐφ'	
	$aa + 2a\beta + \beta\beta.$
	$\eta \quad a^2 + 2a\beta + \beta^2.$

ἐαυτὴν καὶ ποιήσασα τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον, πα-
ραστήσει ἡμῖν ἐκθετικῶς, ὃ δὴ ὁ στοιχειωτὴς γραμμι-
κῶς ἀπέδειξεν, εἶναι δηλονότι τὸ ἀπὸ διμερῆς ρίζης
τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων δύο τετραγώ-
νοις, καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ· ληφθέντω ἔτι ρίζα τριμερῆς ἀναλογῶσα
τῇ εἰς τρεῖς

$$\begin{array}{r} \text{τεμνομένη,} \quad \eta \alpha + \beta + \gamma \\ \text{καὶ γενέ-} \quad \alpha + \beta + \gamma \\ \text{σθω τὸ ἀπ' } \quad \hline \alpha\alpha + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\beta + \beta\gamma + \gamma\gamma \\ \text{αὐτῆς τε-} \quad \alpha\beta + \alpha\gamma \quad + \beta\gamma \\ \text{τράγωνον·} \quad \hline \alpha\alpha + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + \beta\beta + 2\beta\gamma + \gamma\gamma. \end{array}$$

Ἰδὲ δὴ καὶ:-

ταῦθα τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον σύγκειται τοῖς τε
ἀπὸ τῶν τμημάτων τρισὶ τετραγώνοις, καὶ τοῖς δις
ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένοις τρισὶν ὀρθογω-
νίοις.

Τούτων ὅν ἔγω κειμένων, ἐξ ὧν ἅπαντα ἡ μέ-
θοδος ἤρτηται τῆς τῶν ριζῶν ἐξαγωγῆς, καὶ ὁ τῆς
πράξεως λόγος θηρεύεται· δεδοσθω τὰ α, καὶ β, τε-
τράγωνα, καὶ ὑποκεισθω εἰς ζήτησιν ἡ ἐξαγωγή τῶν

$$\text{ρίζων αὐτῶν· } \alpha \chi\chi + 2\chi\gamma + \gamma\gamma. \quad \begin{matrix} \epsilon \\ \delta \end{matrix} (\chi + \gamma.$$

$$\beta \chi\chi + 2\chi\gamma + \gamma\gamma + 2\chi\psi + 2\gamma\psi + \psi\psi (\chi + \gamma + \psi.$$

ἐπεὶ τοίνυν τὸ α, τετράγωνον συνέστηκεν ἐκ-
τε τῆ ἀπὸ τῆ χ, καὶ γ, τετραγώνων, καὶ τῆ
δις ὑπὸ τῆ χ, καὶ γ, περιεχομένου ὀρθογωνίου, εὖ-

δηλον ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἰρημένων, ὅτι τε ἡ ῥίζα αὐτῆς διμερὲς, καὶ τὸ $\chi\chi$ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης τμήματος· ἀνθ' οὗ ταχθήτω τὸ χ , ἐπὶ τῆς ϵ , ὡς πρῶτον τμήμα τῆς ζητούμενης ῥίζης, τὸ δὲ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον $\chi\chi$, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ϵ ἐν τῷ α πρώτῃ τετραγώνῳ, εἴτα διαιρεθήτω τὸ δις ὑπὸ τῆς χ , καὶ γ , περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἐπὶ τὸ 2χ , καὶ ἐναπολειφθήσεται τὸ γ , δεύτερον δὲ τμήμα τῆς ῥίζης, ὅπερ πολλαπλασιασθήτω ἐφ' ἑαυτότε καὶ ἐπὶ τὸ 2χ , καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν $2\chi\gamma + \gamma\gamma$ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ἐναπολειφθέντος ἐν τῷ α , διὰ τῆς ἀφαιρέσεως τῆς $\chi\chi$ · καὶ ἐπεὶ ἔδεν ἐναπολείπεται, ἡ $\chi + \gamma$, ἐστὶν ἡ ζητούμενη τετραγωνικὴ ῥίζα τῆς α , τετραγώνῳ.

Τὸν αὐτὸν προΐοντες τρόπον καὶ ἐπὶ τῆς β , τετραγώνῳ, εὐρήσομεν τὴν ῥίζαν αὐτῆς· ἐπεὶ γὰρ συνίσταται ἐκτε τριῶν τετραγώνων τῶν $\chi\chi$, $\gamma\gamma$, $\psi\psi$, καὶ τριῶν ὀρθογώνιων $2\chi\gamma$, $2\chi\psi$, $2\gamma\psi$, πρόδηλον ὅτι ἡ ῥίζα αὐτῆς ὑπάρχει τριμερὲς, καὶ τὸ $\chi\chi$, τετράγωνον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης τμήματος τῆς ῥίζης· διὸ ταχθήτω ἐπὶ τῆς δ , τὸ χ , ὡς πρῶτον τμήμα τῆς ῥίζης, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ϵ ἐν τῷ β , πρώτῃ τετραγώνῳ· εἴτα διαιρεθήτω τὸ $2\chi\gamma$, ἐπὶ 2χ , καὶ τὸ παραγόμενον πηλίκον γ , ταχθήτω ἐφεξῆς τῆς χ , ὡς δεύτερον τῆς ῥίζης μέρος· πολλαπλασιασθήτω δὲ τὸ αὐτὸ γ , ἐφ' ἑαυτότε καὶ ἐπὶ τὸ 2χ , καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῶν ἐν τῷ β , $2\chi\gamma + \gamma\gamma$, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπονται τὰ $2\chi\psi$, $2\gamma\psi$, $\psi\psi$, διαιρεθήτωσαν ταῦτα τε-

λευταῖον ἐπὶ τὸ 2 χ, ἢ τῆ παραγομένου πηλίκῃ ψ,
 ταπτομένῃ ἐξῆς τῆ γ, ὡς τρίτε τμήματος τῆς ῥί-
 ζης, πολλαπλασιαζομένου τε ἐφ' ἑαυτότε καὶ ἐπὶ
 τὰ 2 χ, 2 γ, καὶ τῶν ἐξ αὐτῶν ἀπὸ τῶν ἐν τῷ β,
 2 χψ, 2 γψ, ψψ, ἀφαιρουμένων, ἐπεὶ ἔστιν ἐναπο-
 λείπεται, ἡ $\chi + \gamma + \psi$ ἐστὶν ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆ
 β τετραγώνου. ὅπερ ἢ ἐπὶ τῶν προεκτεθέντων σχη-
 μάτων ῥάδιον ἐστὶ κατιδᾶν. ἀφελὼν γάρ τις ἐπὶ τῆ
 πρώτῃ σχήματος ἀπὸ τῆ ὅλη τοῦ αθ, τετράγωνον
 ὃ ἀναλογεῖ τῷ ἐν τῷ α, χχ, τετραγώνῳ, ἐναπολειφ-
 θήσεται ὁ εβγδηθ γνώμων, ἥτοι τὸ δις ὑπὸ
 τῶν αβ, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἢ τὸ ἀπὸ τῆς β
 τετράγωνον, ἀναλογεῖντα τοῖς 2 χγ, γγ, ἢ ἐπεὶ
 τῆ 2 αβ, ἡ μία πλευρὰ δέδοται ἡ 2 α, εἰν τὸ 2 αβ,
 ἐκ αὐτὴν διαιρεθῇ, ἐξαχθήσεται ἡ ἑτέρα αὐτῆς πλευ-
 ρὰ ἡ εβ, ἥτις ἐστὶ ἢ πλευρὰ τῆ λοιπῆς τετραγώνου
 θγ, ἀναλογεῖντος τῷ γγ. ἐξ ὧν προφανῶς εἴσεται
 τῆ χάριν εἰς εὐρεσιν τῆ γ, διήρηται τὸ 2 χγ, ἐπὶ
 τὸ 2 χ, ἢ ὃ δέδοται ἥτοι τὸ γ, ὡς δεύτερον τμή-
 μα τῆς ῥίζης τῆ α, τετραγώνῳ εἰληπται. αὐτὰ δὲ
 ταῦτα προφανῇ εἰσονται τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι
 ἢ μόνον ἢ ἐπὶ τῆ προεκτεθέντος δευτέρου σχή-
 ματος, ἀλλὰ ἢ ἐπὶ παντὸς ἄλλῃ καί τοι πλειόνων
 ὄντων τῶν τε τετραγώνων ἐν τούτοις ἢ τῶν ὀρθο-
 γωνίων.

Περὶ ἑξαγωγῆς ρίζης τετραγωνικῆς ἀριθμητικῶς.

Τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ καὶ ἐπὶ τῶν διὰ κυφρῶν παρισταμένων τετραγώνων χρησάμενοι, τὰς ρίζας εὐρήσομεν· εἶγε καὶ ἐπὶ τῶν τοιούτων διμερῆς ὕψους τῆς ρίζης, τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον συνέσκηκεν ἔκτε τῶν ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνων, καὶ τῷ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίου· πολυμερῆς δὲ, ἀπλῶς εἰπεῖν, ἐκπλειόνων τετραγώνων καὶ ὀρθογωνίων· πλὴν ὅτι ἐν ταῦτοις ἢκ εἰσὶν ὥς περ ἐπὶ τῶν σοιχείων εὐσύννοπα, διὰ τὸ μὴ εἶναι διακεκερμένα καὶ εὐκρινῇ, ἀλλ' οἶονεῖ συμπεπλεγμένα καὶ σύμμικτα· γένοιτο δ' ἂν ἡμῖν καταφανῇ πολλαπλασιάζουσι τὰς κύφρας κατὰ τὰ σοιχεῖα· αὐτίκα γὰρ ἔσω ὁ δ, τετράγωνος 1024, ἢ ρίζα ὁ 32, ἢ 3 + 2, διμερῆς γὰρ ἐστὶ συναμείνη ἐκ δύο μονάδων καὶ τριῶν δεκάδων· ταύτης αἱ κύφραι πολλαπλασιαζόμεναι κατὰ τὰ σοιχεῖα παρέξουσι

$$3 + 2$$

$$\underline{3 + 2}$$

900, τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης τετράγωνον.

120, τὸ δις ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ δευτέρας περιεχόμενον ὀρθογώνιον.

4 τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τετράγωνον

δ. 1024 ἂ συναπτόμενα ποιῇσι τὸν δ.

Ἐσώ δεύτερον ὁ β 412164, ἢ ῥίζα ὁ α 642,
 η 6 + 4 + 2.

$$\alpha \ 6 + 4 + 2,$$

$$\underline{6 + 4 + 2},$$

- γ. 3 6 0 0 0 0, τὸ ἀπὸ 78 6 τετράγωνον
 δ. — 4 8 0 0 0, τὸ δις ὑπὸ τ8 6 καὶ 4,
 ε. — — 2 4 0 0, τὸ δις ὑπὸ τ8 6 καὶ 2,
 ς. — — 1 6 0 0, τὸ ἀπὸ τ8 4, τετράγωνον
 η. — — — 1 6 0, τὸ δις ὑπὸ τ8 4, καὶ 2,
 θ. — — — — 4, τὸ ἀπὸ τ8 2, τετράγωνον.
 β. 4 1 2 1 6 4.

Αἰτ' ἵνα, καίτοι συμπεπλεγμένων ὄντων τῶν
 μερῶν τ8 δοθέντος τετραγώνου, τὴν ῥίζαν εὐχερῶς
 εὗρίσκων ἔχωμεν, εἰδέναι δεῖον ὅτι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς με-
 γίστης τῶν μονομερῶν ῥίζης οἷα ἐστὶν ὁ 9, ἢ συνίστα-
 ται ἐκ πλειόνων κυφρῶν, ἢ δύο· οἷον ὁ 81, τὸ δὲ
 καὶ ἀπὸ τῆς μεγίστης τῶν διμερῶν οἷα ὁ 99, ἢ ἐκ
 πλειόνων ἢ τεσσάρων, τὸ δὲ καὶ ἀπὸ τῆς μεγίστης τῶν
 τριμερῶν, οἷα ὁ 999, ἢ ἐκ πλειόνων ἢ ἑξ, καὶ ἀπλῶς
 εἰπεῖν, τὸ πλήθος τῶν κυφρῶν παντὸς τετραγώνου
 μέχρι τ8 διπλασίου ἄνεσι τῶν κυφρῶν τῆς ῥίζης·
 καὶ ἡδέποτ' αὖ εὐρεθεῖται μείζον, ἑλαττον δὲ πολλά-
 κισ· ἐξ ὧν ἔπεται, ὡς εἶγε δοθῇ τετράγωνον ἐξ ἑ-
 λαττόνων ἢ τεσσάρων κυφρῶν, δὸς εἰπεῖν, τριῶν συ-
 νισάμενον, καὶ ἡ τέταρτος ῥίζα, ὡς περ καὶ τ8 ἐκ τεττάρων,
 εἴη αὖ διμερής· εἰγὰρ μὴ τέτο, ἀλλὰ μονομερής,

τὸ πλῆθος τῶν κυφρῶν τῷ τετραγώνῳ ὑπερέξει τῷ διπλασίου τῆς εἰζης, ὅπερ ἀπομάχεται τοῖς ἀνωτέρω· διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ εἶγε δοθῇ τετράγωνος ἐξ ἐλαττόνων ἢ ἐξ κυφρῶν συνεσηκός, Φίρ εἰπεῖν πέντε, καὶ τέττε ἢ εἰζα, ὡς καὶ τῷ ἐκ τῶν ἐξ, εἴη αἱ τριμερεῖς· τῆτοις τοίνυν καὶ τοῖς τοιαῖτοις χειραγωγούμενοι, εὐρηήσομεν ποσαμερῆς αὐτὴ εἴη ἡ ζητημένη εἰζα τῷ δοθέντος τετραγώνῳ, εἶγε διέλωμεν αὐτὸν εἰς μέρη, ἀρχόμενοι δεξιόθεν, καὶ ἀποδῶμεν ἐκάσῳ μέρος ἀνὰ δύο κύφρας πλὴν τῷ τελευταίῳ, ὅπερ ἐπαμφοτερίζει ἐπίτινων μὲν δύο, ἐπίτινων δὲ μίαν κύφραν ἔχον· ἔσονται γὰρ αἱ κύφραι τῆς ζητημένης εἰζης ἰσάριθμοι τοῖς τῷ τετραγώνῳ μέρεσιν, ὡς ἐπὶ τῶν α, καὶ β, ὁρᾶται τετραγώνων, ὧν τῷ μὲν α, τετραμερὲς ὄντος, καὶ ἡ εἰζα ἐστὶ τετραμερῆς, τῷ δὲ β, ἑξαμερῆς, καὶ ἡ εἰζα ἑξαμερῆς.

α 23, 45, 67, 89. β 7, 96, 40, 97, 45· 67.

Αἱ δὲ ὅπως ἐπὶ τῶν πράξεων τὰ μέρη καταλήλως τάττοντο ἐπιστάσεως ἄξιον.

ὅτι τὸ ἀπὸ μονάδων τετράγωνον μονάδων ἐστὶ παρακτικόν·

τὸ ἀπὸ δεκάδων ἑκατοντάδων.

τὸ ἀπὸ ἑκατοντάδων δεκάδων χιλιάδων, ἢ μυριάδων· καὶ

τὸ μὲν ὑπὸ δεκάδων καὶ μονάδων, δεκάδων.

τὸ δὲ ὑπὸ δεκάδων καὶ ἑκατοντάδων, χιλιάδων.

Καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως· ταῦτα δὲ, εἰκαὶ εἰς ἀνωτέρας προσηγορίας ἀνασι, λήγῃσι μέντοι

εἰς τὰς εἰρημένας, ἐξ ὧν καὶ τὴν προσηγορίαν ἐρανίζονται· ὁ γὰρ ἀπὸ τῆ 2, Φεῖ εἶπεν καὶ 90, καὶ τοὶ παράγων τὸν 180, ὅς ἀνέεισιν εἰς ἑκατοντάδα, ἀλλὰ ἐπεὶ λήγει εἰς 8, δεκάδας, ἐρανίζεται καὶ ἡ ἑκατοντάς τὴν τῶν δεκάδων προσηγορίαν, ὥς λέγεσθαι τὸ ὅλον δέκα καὶ ὀκτὼ δεκάδας· τὸ αὐτὸ συμβήσεται καὶ ἐπὶ τῶν τετραγώνων.

Τύτων οὕτω

Κανόνιον.

καμένων ἡ χαλεπὸν καὶ ἀριθμητικῶς τὴν εἰζαν τῆ δοθέντος τετραγώνου ἀριθμὸν ἐξαγαγεῖν, καὶ τὸν λόγον τῆς πράξεως κατιδεῖν· δεδύω γὰρ πρῶτον ὁ α, τετραγώνος, καὶ διαι-

εἰζαν ἡ πλεονεξία.

τετραγώνων.

κύβητοι.

ρεθῇτω σιγμαῖς· καὶ ἐπεὶ διήρηται εἰς δύο, ἔσαι πάντως καὶ ἡ εἰζα αὐτῆ κατὰ τὰ εἰρημένα διμερῆς· εἰμὲν οὖν

τὸ πρῶτον αὐτῆς τμήμα α 11,56

β 34.

μα τετραγώνος ἢ ἀ-

9

ριθμὸς τῶν ἀπὸ μονά-

2,56

δων γινομένων, ἡ εἰ-

2 56

ζα αὐτῆ εἴη ἂν τὸ

0

πρῶτον μέρος τῆς

ὑπόδαγμα
πρῶτον.

εἰζης κειμένης ἐν τῷ ἀνωτέρῳ κανονίῳ· ἐπεὶ δὲ ἡ τε-
 τράγωνος, εὐρεθήτω ἐν τῷ αὐτῷ κανονίῳ ἡ εἰζα τῇ
 προσεχέσει αὐτῷ τετραγώνῳ οἷος ἐστὶν ὁ 9, ἡ εἰζα
 ὁ 3· ὁθεν σημειωθήτω ὁ 3, ἐνθα τὸ β, ὡς πρῶ-
 τον μέρος τῆς ζητούμενης εἰζης, εἴτα τετραγωνισθή-
 τω, καὶ ὁ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνος ταχθήτω ὑπὸ τὸν α,
 ἢ κρεῖττον εἰπεῖν ἐπὶ τὴν ἐν τῷ α, ἑκατοντάδα, τὸ
 γὰρ πρῶτον μέρος τῆς ζητούμενης εἰζης λέγω ὁ 3,
 ὡς ἔσσης διμερὲς δεκάδων ὃν σημαντικόν, εἰς ἑκατον-
 τάδας ἄνεισιν· εἴτα ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς πρώτης
 τμήματος τῆς α, λέγω τῆς 11, καὶ γραμμῆς ἀγο-
 μένης, τὸ λειπόμενον ὁ 2, σημαωθήτω μετὰ τῆς σιγ-
 μῆς ὑπὸ τὸν 9· προσεθήτω δὲ τῷ 2, τὸ δεύτερον
 τμήμα τῆς α, ὁ 56, καὶ ζητηθήτω ποσάκις τὸ δι-
 πλάσιον τῆς 3, μετρεῖ τὸν 25· καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται
 τετράκις, τεθήτω ὁ 4, ἐπὶ τῆς 6, ὡς δεύτερον μέρος
 τῆς εἰζης (καὶ μηδὲν ἢ τὸ ἐναπολειπόμενον τὴν δευ-
 τέραν μόνον κύφραν τῆς δευτέρας μέρους, ὡς ὀψόμε-
 θαι ἐπὶ τῆς ἐφεξῆς τρίτης ὑποδείγματος) τελευταῖ-
 ον τῆς 4, πολλαπλασιάσας αὐτὸν, καὶ τὸ διπλά-
 σιον τῆς 3, καὶ τῶν ἐξ αὐτῶν γινομένων εἰς ἓν συνα-
 πτομένων, καὶ τῆς συμποσυσμένου ἀπὸ τῆς ὑπὸ τοῖς α
 256, ἀφαιρεμένων, εἴγε ἔδεν ἐναπολειφθῇ ὡς ἐπὶ
 τῆς παρόντος, ὁ 34, ἔσται ἡ ζητούμενη εἰζα τῆς α.

Ὁ λόγος τῆς πράξεως σαφής· πάντα ὅσα γὰρ ὡς καὶ ἐπὶ τῶν σοιχείων ἀφίηται ὁ τετράγωνος τῆς πρώτης κύφρας τῆς εἰζης· διήρηται τὸ λειπόμενον ἐπὶ τὴν μίαν πλευρὰν τῆς δις ὑπὸ τῶν δύο κυφρῶν τῆς αὐτῆς περιεχομένης ὁρθογωνίου· εὗρηται διὰ τῆς διαιρέσεως ἡ ἑτέρα αὐτῇ πλευρὰ, ἣτις ἐστὶ καὶ τῇ λοιπῇ τετραγώνῃ πλευρὰ, καὶ δευτέρα τῆς εἰζης κύφρα· αὕτη πολλαπλασιάσασα ἑαυτὴν, πεποίηκε τὸ λοιπὸν τετράγωνον· πολλαπλασιάσασα δὲ καὶ τὸ διπλὸν τῆς πρώτης κύφρας τῆς εἰζης τὸν 6, πεποίηκε τὸ δις ὑπὸ τῶν τῆς εἰζης κυφρῶν περιεχόμενον ὁρθογώνιον· ἅτινα ἐπεὶ εἰσὶν ἴσα τῷ ἐναπολειφθέντι διὰ τῆς ἀφαιρέσεως τῇ πρώτῃ τετραγώνῃ, καὶ ἀφαιρεθέντα, ὅθεν ἐγκατέλιπον, παρέσχον ἡμῖν γινῶναι ὅτι ὁ 34, εἰζα ἐστὶ τῇ α, τετραγώνῃ.

Δεδόδωκεν δευτέρον ὁ β· καὶ ἐπεὶ διαιρέμενος εἰς τμήματα ἑξαμερῆς εὐρίσκεται, πάντως γὰρ ἡ εἰζα αὐτῇ εἶναι τριμερὴς· εὐρεθήτω τοίνυν πρῶτον ὁ προσεχὴς τετράγωνος τῇ πρώτῃ τμήματι 41, ὃς ἐστὶν ὁ 36, καὶ εἰζα ὡς ἐν τῷ κανονίῳ ὁ 6· κατωτέρω γὰρ ὁ μὲν 6, ἐνθα τὸ γ, ὁ δὲ 36, ἐνθα τὸ δ, ὑπὸ τὸν 41· ὁ γὰρ 6, ὡς ἑκατοντάδων σημαντικὸς εἰς μυριάδας ἀνεῖσι, καὶ ἀφαιρεθήτω ὑπ' αὐτῇ, καὶ ὁ λειπόμενος 5, γραφήτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν· τῷ τῷ προσεθήτω τὸ ὀφειλὴς τμήμα τῇ 6, ὁ 21, εἴτα διαπλασιασθήτω ὁ πρῶτος χαρακτηρὶ τῆς εἰζης ὁ 6, καὶ ζητηθήτω

ποσάκις ὁ γενό-

μενος 12, με-
τρεῖτον 52, καὶ

ἐπεὶ τετράκις,
κείδω ἐπὶ τοῦ

γ, ὁ 4, ὡς δευ-
τέρα κύφρα τῆς

εἰζης, καὶ ὁ αὐτὸς
ἐφεξῆς τῆ 12, καὶ

τοῦ γινομένου
124, ἐπὶ τὸν 4,

πολλαπλασιασ-

θέντος, ὁ ὑπ' αὐτῶν 496, ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ τῆ ἐν
τῷ β 5,21 ταχθεὶς ὑπ' αὐτὸν, καὶ ὁ λειπόμενος
25, γραφῆτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν, προσιδεμένῃ δὲ
αὐτῷ τῆ λοιπῆ τμήματος τῆ β, ἥτοι τῆ 64· τε-
λευταῖον διπλασιασθήτωσαν αἱ εὐρεθεῖσαι κύφραι
τῆς εἰζης ἥτοι ὁ 64, καὶ ζητηθῆτω ποσάκις ὁ γι-
νόμενος 128, μετρεῖτον 256, τὸν ἐν τῷ β. καὶ ἐπεὶ
εὐρίσκεται δις, κείδω ὁ 2, ἐν τῷ γ, ὡς τρίτῃ τῆς
εἰζης κύφρα, καὶ ἐφεξῆς τῆ 128· τέταρτῃ δὲ ἐπὶ τὸν
2, πολλαπλασιαζομένῃ, ἐπεὶ ὁ ὑπ' αὐτὸν γινόμενος
ἀφαιρέμενος ἀπὸ τῆ ἐν τῷ β 25,64, εἶδεν ἑναπο-
λείπει, εὐδὴλον ὅτι ὁ γ, ἐστὶν ἡ ζητούμενη εἰζα τῆ
διθέντος τετραγώνου.

Ἐποδειγμα δεύτερον.

β. 41,21,64

δ. 36

5,21

496

25,64

25,64

0

γ 642

124

4

496

64

2

1282

2

2564

Ἡ δὲ τῆς πράξεως βάσανος γίνεται διὰ πολλα-
πλασιασέως· ἐὰν γὰρ ἡ εἰζα ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλα-
σιασθεῖ-

σιαδῆσα ἀποδῶ τὸν δοθέντα τετράγωνον, ὑγίης εἶσαι ἢ πράξις.

Τ' πόδαγμα τρίτον, ἐν 1,74,24 (132.
 ὧ ἀφαιρεμένης τῆς πρώτης
 κύφρας τῆς εἰζης, ἔδεν ἐ-
 ναπολείπεται, καὶ τηνι-
 καῦτα τὸ διπλάσιον αὐτῆς
 ποσάκις καταμετρῇ ἔ τὸ
 ἐναπολειπόμενον καὶ τὴν
 πρώτην κύφραν τῆ ἐξῆς
 τμήματος, ζητᾶται ὡς ἀ-
 νωτέρω, ἀλλὰ τὴν πρώτην
 μόνην κύφραν τῆ ἐξῆς τμή-
 ματος, ὡς ἐπὶ τῆ παρόντος ὁ 2, τὸν 7. τὰ δὲ λοιπὰ
 γίνεται ὡς ἐν τοῖς πρότερον.

Τ πόδαγμα τέταρτον 4,24,36 (206.
 ἐν ὧ τὸ διπλάσιον τῆς πρώ- γ4
 τῆς κύφρας τῆς εἰζης ἔ β0 2,43,6
 καταμετρῇ τὴν πρώτην
 κύφραν τῆ ἐξῆς τμήμα-
 τος, μηδενὸς λειπομένης ὡς
 ἀνωτέρω ἐκ τῆς ἀφαιρέ-
 σεως τοῦ διπλασίου, ὡς ὁ 4, ὁ ἐν τῷ γ, τὸν ἐν
 τῷ β, 2, καὶ τηνικαῦτα τίθεται ἀντὶ δευτέρας κύ-
 φρας τῆς εἰζης ζῆρος.

Α"λλως περὶ τῶν αὐτῶν ὑποδειγμάτων τρίτου, Ἑ τετάρτου.

Ἦνίκα δὲ ἀφαιρεθέντος τῷ τετραγώνῳ τῆς πρώτης κύφρας τῆς ῥίζης ἔδεν ἐναπολαφθῇ, ζητητέον ποσάνις τὸ διπλάσιον ταύτης μετρεῖ τὴν πρώτην κύφραν τῷ ἑξῆς τμήματος, καὶ ὅπως εὑρεθήσεται ἡ δευτέρα τῆς ῥίζης κύφρα ὡς ἐπὶ τῷ τρίτῳ ὑποδείγματος· εἰδὲ συμβῇ μὴ μετρεῖν καὶ ταύτην, κείῳ ἀντὶ δευτέρας κύφρας τῆς ῥίζης ζῆρος ὡς ἐπὶ τῷ τετάρτῳ.

Υπόδειγμα γ'.		Υπόδειγμα δ'. ἄλλο.	
7,84	(29.	4,16,16	(204.
<u>4</u>	1.	<u>4</u>	
3,8,4	8.	<u>0,1,6</u>	
49,8		<u>16,16</u>	
44 ¹		<u>4⁰⁴</u>	
<u>384</u>		<u>1616</u>	
0		0	

Ἐπὶ δὲ ὁ ἕκτινος διὰ τῆς πολλαπλασιασέως τῶν κυφρῶν τῆς ῥίζης γινόμενος, οἷος ὡς ἐπὶ τῷ πέμπτῳ ὑποδείγματος ἐστὶν ὁ 441, ὅς ἐγένετο ἀπὸ τῷ 9, πολλαπλασιάσαντος ἑαυτὸν καὶ τὸν 4, μείζων εὑρεθῇ τῷ 8 δέον ἐστὶν ἀφαιρεθῆναι, ὡς ἐνταῦθα τῷ 384, τότε ἀφαιρετέον ἀπὸ τῷ 9, μονάδα, ἵνα ἐναπολαφθῇ δευτέρα κύφρα τῆς ῥίζης ὁ 8, ὅς

ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς, καὶ ἐπὶ τὸν 4, παράγει
τὸν 384, ὃ ἀφαιρεθὲν ὑδὲν ἐγκαταλείπεται.

Περὶ ἐξαγωγῆς ρίζης τετραγώνου ἐξ ἀριθμῶν κεκλασμένων ἀριθμητικῶς.

Διδήτω τὸ αβ, κλάσμα ὃ τὴν ῥί- 144 α.
ζαν διὸν εὐρεῖν. εὐρεθήτω κατὰ τὰ προεκ- 4 β.
τεθέντα τῷ, τε ἀριθμητῷ, καὶ τῷ παρωνυμῶ-
τος · ἐξ ὧν καταλήλως καμίνων συσα- 12 γ.
θήτω τὸ γδ, κλάσμα, καὶ αὐτὸ ἔσαι ῥί- 2 δ.
ζα τῷ αβ, κλάσματος · καὶ μὲν οἱ ὅροι τῷ κλάσ-
ματος ὥσι τετράγωνοι, αἱ εὐρεθεῖσαι ῥίζαι αἱ ἀλη-
θεῖς ὑπάρχουσι ῥίζαι τέτων · εἰ δὲ μὴ, τῶν πρεσε-
χειτέρων αὐτοῖς τετραγώνων, ὃ δὴ καὶ ἐπὶ τῶν ἀ-
κεραίων συμβαίνει ἀριθμῶν, ὅταν μὴ ὥσι τετράγω-
νοι · Δυνατὸν ἔμπης ἐπὶ παντὸς μὴ τετραγώνου ἀριθ-
μοῦ ἄλλην, καὶ ἄλλην ἐπ' ἀπερον προϊόντας εὕρισκαν
ῥίζαν προσεγγίζουσαν μᾶλλον, καὶ ἔτι μᾶλλον τῆς
εὐρεθείσης τῇ ζητούμενῃ καὶ ἀληθεῖ, ὅδεποτε δὲ εὐ-
ρεθησομένη ἐν ἀριθμοῖς εἴτε ἀκεραίοις, εἴτε κεκλα-
σμένοις, καὶ τοι γραμμικῶς παρισταμένοις ἡμῖν ἐν τοῖς
σχήμασιν · αἴτιον δὲ ὅτι αἱ τοιαῦται ἀλογοὶ εἰσὶ, καὶ
ὃ ῥηταί · μενῶν γε ὥς εἴρηται εὐρεθείη ἂν ἐφ' ἐκά-
στης τέτων ἄλλη καὶ ἄλλη μᾶλλον ταύτῃ προπεγγίζου-
σα, καὶ διαφέρουσα αὐτῆς αἰ διαφορὰ ἐλάττωσι τῆς
δοθείσης · ὧν πολλαπλασιαζομένων ἐφ' ἑαυτὰς, γε-
νήσονται τετράγωνοι διαφέροντες τῷ δοθέντος μὴ

τετραγώνου ἀριθμοῦ αἱ διαφοραὶ ἐλάττονι τῆς δοθείσης.

Περὶ ἐξαγωγῆς ριζῶν ἀπὸ κλασμάτων δεκαδικῶν.

Αἷώμα ἢ Λημμάτιον.

Εἴαντινι ἀριθμῷ ἀκεραίῳ εἴτε ἀπλῷ, εἴτε προσκειμένον αὐτῷ ἔχοιτι κλάσμα δεκαδικόν, ζῆροι ἐπικαμέναις ἔχοντες γεαμμάς, ἐφεξῆς τεθῶσι, μεταπισεῖται μὲν εἰς κλάσμα, ἢ παραστατικά αἱ τῷ ἐσχάτῳ ζήρου γεαμμάι, τὴν σημασίαν μὲντοι ἔκ ἀποβαλεῖ· οἷον ἐπὶ τῷ

α, ἢ β, ὁ γὰρ 23,

ὑποκαμένης αὐτῷ μονάδος ἴσος ἐστὶ τῷ δ,

κλάσματι, ὁμοίως ἢ

ὁ α, ὑποκαμένης μονάδος εἰς χίλια διηρημένης, ἴσος ἐστὶ τῷ ε·

ταῦτα δὲ ἴσα, ἄρα ἢ αὐτὴ προσότης ἔσαι ἐπὶ τῷ ἀριθμῷ προσκειμένων τε ἢ μὴ προσκειμένων τῶν ζήρων, καὶ ἐπομένως ἢ αὐτὴ σημασία.

α. 23, 0' 0'' 0'''.

β. 57', 0' 0'' 0'''.

23 δ.

1

23000

1000. ε.

Λημμάτιον.

Εἴαν ἀπότινος ἀριθμοῦ συνισταμένου ἐκ μονάδος ζήρων ἀετίων τῷ πλήθει τὸ ἡμισυ τέτων ἀφαι-

ρεθῇ, ὁ ἐναπολειφθεὶς εἶναι τετράγωνος εἶζα τῷ αὐ-
τῷ ἀριθμῷ· οἷον ἐπὶ τῷ α 10000, ὁ β 100·
κατὰ γὰρ τὰ εἰρημμένα περὶ πολλαπλασιασέως ἀριθμῶν,
ἐπεὶ εἴτε ὁ β, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ, εἴτε τῷ
αὐτῷ β, δύο ζῆροι προσεθῶσι, τὸ αὐτὸ γενήσεται,
εὐδηλον, ὅτι ὁ α, εἶναι ὁ ἀπὸ τῷ β, τετράγωνος,
καὶ ἐπομένως εἶζα αὐτῷ ὁ β.

Τῶν ἔτι καμένων ῥαδίων ἀπὸ παντὸς δεκαδι-
κῷ κλάσματος τὴν τετράγωνον εἶζαν ἐξαγαγεῖν.
Εἰ μὲν ἔν τὸ δοθὲν κλάσμα τὰς ἐπικαμμένας γραμ-
μὰς τῇ ἰσχύτῃ αὐτῷ κύφρα ἀετίας ἔχει, οἷον ἐστὶ
τὸ α, ἐξαχθήτω ἐκ
τῷ α, ὥσει καὶ ἀνε- α. 240' 1'', (49' β.
ραιοὺς ἢ ἀριθμοὺς ἢ αὐ-
τῷ εἶζα ὁ β, καὶ τῇ 2401 γ. 49 ε.
ἰσχύτῃ αὐτῷ κύφρα 100 δ. 10 ζ.
ἐπικείδω τὸ ἡμισυ
τῶν γραμμῶν τῆς ἰσχύτης κύφρας τῷ α, καὶ ὁ β,
εἶναι ἡ ζητούμενη εἶζα.

Εἶδε ταύτας ἔχει
περιττὰς οἷον τὸ η, η. 20' 2" 5'''.
προσκειῶ τῷ ζῆρος
μετὰ τῶν ἀναλόγων θ. 20' 2" 5''' 0'''. π (14' 2"
γραμμῶν, ἵνα γένων-
ται ἀετιαί, ὥς ἐπὶ τῷ θ, καὶ τὰ λοιπὰ γενέσθω ὡς
πρότερον καὶ εἶναι εἶζα τῷ θ, ὅ κ, κλάσμα· δεικ-
νυται τὸ πρῶτον· τὸ γδ, κλάσμα ἔστω μὲν ἀριθμη-

τῆς σύγκεται ἐκ τῶν αὐτῶν κύφρων ἐξ ὧν ἡ ὁ α, ὁ δὲ παρωνυμῶν ἔχει ζήτης ἰσαριθμοὺς ταῖς ἐπικειμέναις γραμμαῖς τῇ ἐσχάτῃ κύφρᾳ τῷ α, ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ α, εἰ δὲ ζητηθῇ ἡ τετράγωνος ῥίζα τῷ γδ, κλάσματος, δοθήσεται τὸ εζ, κλάσμα ἐξαγομένης τῆς ῥίζης τῷ γ, καὶ δ, τῷ μὲν γ, ὡς ἐπὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, τῷ δὲ δ, κατὰ τὸ προσεκσιδὲν λημμάτιον· ἡ ἐπομένως εἶναι τὸ αὐτὸ εζ, κλάσμα ῥίζα ἡ τῷ α, τὸ δὲ εζ, ἴσον ἐστὶ τῷ β, ἔχει γὰρ ὁ β, τὰς αὐτὰς κύφρας τῷ εζ, τὰς ἐν τῷ ἀριθμητῇ, καὶ γραμμὴν μίαν ἐπικειμένην, ὥσπερ ἡ ὁ παρωνυμῶν τὸ εζ, ζῆρον ἓνα, ἥτοι τὸ ἡμισυ τῶν γραμμῶν τῷ α, τῶν ἐπικειμένων τῇ ἐσχάτῃ αὐτῇ κύφρᾳ ὁ β· ἄρα ῥίζα ἐστὶ τῷ α.

Δείκνυται τὸ δεύτερον, ὁ θ, ἴσος ἐστὶ τῷ η, κατὰ τὸ ἀνωτέρω ἀξίωμα, τῷ δὲ θ, ῥίζα ὁ κ, κατὰ τὰ προαποδεδεγμένα, ἄρα ὁ κ, ῥίζα τῷ η.

Περὶ εὐρέσεως τῆς προσεχεσέρας ῥίζης τῇ ἀληθεῖ ζητούμενῃ τετραγωνικῇ ρίζῃ.

Εἰάν ἐπὶ τῆς ἐξαγωγῆς τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης μετὰ τὴν ἐσχάτην ἀφαίρεσιν μηδὲν ἐναπολειφθῇ, ἡ εὐρεθεῖσα ῥίζα εἶναι ἡ ζητούμενη καὶ ἀληθής· εἰδὲ ἐναπολειφθῇ τι, ἐδέποτε εὐρεθήσεται ἡ

τοιαύτη ῥίζα ὡς καὶ πρότερον εἴρηται· εὐρεθείη
μέντοιγε ἡ προσεχιστέρα ταύτη τὸν τρόπον τῦτον.

Δεδότω α. 2507.

ῥιθμός ὁ α, καὶ β. 50', 0'' 6''' ε, μ 25' 0' 0'.
ἐπεὶ τῆς ῥίζης δ. 2507, 0' 0'', 0''' 0''''.

αὐτῇ ε, ἐξαχ- β γ
θείσης ἐναπολέ- δ. 250' 7'', 0''' 0''''', 0'''' 0''''''
λείπται ὁ γ. προ-

σκέοιθωσαν τῷ α, τινὲς δυάδες ζήρων δεκαδικῶν αἱ
β, καὶ γ, ἵνα γένηται ὁ δ, ὅς γενήσεται καὶ ὁ αὐ-
τὸς α, ἐπὶ δύο δεκαδικὰς τετραγώνους ἀριθμὸς πολ-
λαπλασιασθῇ οἷος ἐστὶν ὁ 100, καὶ ὁ 10000, καὶ ἀπὸ
τῆ δευτέρου δ, ἐξαχθῇ τῷ ἡ τετράγωνος αὐτῇ ῥί-
ζα συνεχιζομένης τῆς πράξεως, καὶ αἱ προσευρεθεῖ-
σαι, κύφραι ε, προσκεῖσθωσαν ταῖς ἐξ ἀρχῆς β,
καὶ τὸ ὅλον βε, εἶσαι ἡ μᾶλλον προσεγγίζουσα ῥίζα
τῇ ἀληθεῖ.

Ἐπὶ τῇ αὐτῇ γὰρ ὑποδείγματος τετραγώνου
τὸ ἀπὸ τῆ β, ἐστὶ τὸ μ, ὅπερ ἐλλείπει τῇ η, τῷ θ,

α. 2 5 0 7,	β. 5 0,	μ. 2 5 0 0 :
0' 0'' 0''' 0''''	0 6'' ε	η. 2 5 0 7''
δ. 250' 7'' 0''' 0'''' 0''''' 0''''''	β. 50', 0 6''' ε	μ. 2 5 0' 0''
κ. 250' 6'' 0''' 0'''' 3''''' 6''''''		0 0' 0 7'' θ
λ. 9''' 9'''' 6''''' 4''''''		

τὸ δὲ ἀπὸ τῆ βε, ἐστὶ τὸ κ, ἐλλείπον τῇ δ, τῷ λ,
ὅτι δὲ ὁ λ, ἐλάττων ἐστὶ τῇ θ, πρόδηλον· καὶ γὰρ

αὶ κύφραι τῆ κ, ταῖς, αἷς συστοιχῆσι, τῆ δ, εἰσὶν ὁμοειδεῖς· εἶδε βέλει κ, ἄλλην εἶζαν εὐρεῖν μᾶλλον τῆς βε, προσεγγίζουσιν τῇ ζητούμενῃ, πρόσθε τῷ α, πλείους δυάδας ζήρων, κ, ἔτω προῖων ἐπ' ἄπαρον εὐρέσας ἄλλην μᾶλλον τῆς προτέρας προσεγγίζουσιν, ὁδὸποτε δὲ τὴν ζητούμενην.

Περὶ ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς εἶζης ἀλγεβρικῶς.

Ὡς περ ἐπὶ τῆς εὐρέσεως τῆς τετραγωνικῆς εἶζης δεόν ἦν εἶδέναι ἐκ πόσων, κ, ὁποίων μερῶν συνέστηκε τὸ τῆς διμερῆς εἶζης τετράγωνον, τότε τῆς τριμερῆς, κ, ἀπλῶς εἰπεῖν πολυμερῆς, ἔτω κ, ἐπὶ τῆς κυβικῆς ἐκ πόσων κ, ὁποίων μερῶν συνίσταται ὁ τῆς διμερῆς εἶζης κύβος, ὁ τῆς τριμερῆς, κ, ἐν λόγῳ ὁ τῆς πολυμερῆς· ὁ μὲν ὅν τῆς διμερῆς εἶζης κύβος συνίσταται ἐκτε δύο κύβων τῶν γινομένων ἀπὸ τῶν τῆς εἶζης τμημάτων, κ, ἔξ παραλληλεπιπέδων, ὧν τὰ μὲν τρία βάσιν ἔχει καθεύκων τὸ τῆ πρώτου τμήματος τετράγωνον, κ, ὕψος τὸ δεύτερον τμήμα, τὰ δὲ λοιπὰ βάσιν τὸ τῆ δευτέρου τμήματος τετράγωνον, κ, ὕψος τὸ πρῶτον τμήμα· ἅπερ ἀκριβῶς ἂν ὀφθαίη ἀνισαμένε εἰς τερεὸν σχῆμα τῆ ἀπὸ διμερῆς εἶζης κύβου· αὐτὰ δὲ ταῦτα κατάδηλα εἶναι κ, διὰ τῶν στοιχείων· ἐσω γὰρ εἶζα διμερῆς ἢ $\alpha + \beta$, καὶ γενέσθω ὁ ἔξ αὐτῆς κύβος $\alpha\alpha\alpha + 3\alpha\alpha\beta + 3\alpha\beta\beta + \beta\beta\beta$ · ἰδὲ δὴ κἀνταῦθα παρίστανται σαφῶς, οἷτε

τῶν μερῶν κύβοι, καὶ ἐξ παραλληλεπίπεδα, καὶ τῶν μὲν τριῶν πρώτων ἑκάστων ἴσχηκε βάσιν μὲν τὸ τῷ πρώτῳ τμήματος τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ δεύτερον, τῶν δὲ λοιπῶν τριῶν ἑκάστων βάσιν μὲν τὸ τῷ δευτέρῳ τμήματος τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ πρῶτον, ἐξ ὧν ἡρτῆται ἡ ἐφοδος τῆς ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς εἰζῆς.

Διδόσθω γὰρ κύβος ὁ $\chi\chi\chi + 3\chi\chi\gamma + 3\gamma\gamma\chi + \gamma\gamma\gamma$. καὶ ζητάσθω ἡ κυβικὴ τάτις εἰζῆ· καὶ ἐπεὶ κατὰ τὰ εἰρημένα τὸ $\chi\chi\chi$, παρίσῃσι τὸν κύβον τῷ πρώτῳ μέρει τῆς ζητούμενης εἰζῆς, εἰζῆ δὲ κυβικὴ αὐτῷ εἰν ὁ χ , ἄρα ὁ αὐτὸς χ , εἶναι καὶ πρῶτον μέρος τῆς εἰζῆς· ταῦτ' ἄρα κείσθω ὁ χ , ὡς πρῶτον αὐτῆς μέρος· ἀφαιρεθέντος δὲ τῷ ἐξ αὐτῷ κύβῳ ἀπὸ τῷ δοθέντος κύβου, λείπεται τὸ $3\chi\chi\gamma + 3\gamma\gamma\chi + \gamma\gamma\gamma$, ἐν ᾧ περιέχεται τὰ τρία παραλληλεπίπεδα ὧν ἑκάστων βάσιν μὲν ἔχει τὸ τῷ πρώτῳ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ δεύτερον· διαιρεμένων δὲ τῶν ἐπὶ τὸν $3\chi\chi$, ἐξαχθήσεται ὁ γ , δεύτερον μέρος ζητούμενης εἰζῆς· καὶ προσκειμένῳ τῷ χ , συμπληρῆται ἡ ὅλη εἰζῆ τῷ δοθέντος κύβῳ ἡ $\chi + \gamma$. δεῖ δὲ προσεῖναι ἐτι τῷ δοθέντι κύβῳ τὸν τε τῷ δευτέρῳ μέρος κύβον καὶ τρία παραλληλεπίπεδα ὧν ἑκάστων βάσιν μὲν ἔχει τὸ τῷ δευτέρῳ τμήματος τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ πρῶτον· ἀλλὰ καὶ ταῦτα καθορίζεται ἐκ αὐτοῦ ἀφαιρεθέντων τῶν πρὸ αὐτῷ ἀπὸ τῷ ὅλου· ἡ $\chi + \gamma$ ἄρα εἰν ἡ ζητούμενη εἰζῆ τῷ δοθέντος κύβου.

Τὸν αὐτὸν τρόπον δοθέντος κύβου, ὅς ἂν συ-
 σαίῃ ἐκ τριμερῶς ῥίζης, ἢ τετραμερῶς, καὶ ἀπλῶς
 εἰπεῖν πολυμερῶς, εὐρεθήσεται ἡ ῥίζα ὁποῖοι ποτ' ἂν
 εἴη εἶδος, εἰάν ἐξετάσωμεν ἀκριβῶς τὰ μέρη ἐξ ὧν
 ὁ δοθεὶς συνίστηκε κύβος.

Περὶ ἐξαγωγῆς κυβικῆς ῥίζης Ἀριθ- μητικῶς.

Α'λ' ἵνα καὶ ἀριθμητικῶς τὴν ῥίζαν τῆ διδο-
 μέτου κύβου εὕρισκον ἔχωμεν, πρὸ πάντων δεόν σκο-
 πεῖν, ἐκ πόσων ἂν συσαίῃ κυφρῶν ἡ ζητούμενη ῥίζα·
 τῆτε δὲ τευξόμεθα εἰδότες μέχρι πόσων κυφρῶν ἄ-
 νεισιν ἐκάσῃ τῶν μεγίστων ῥιζῶν· ἡ μὲν ἔν μεγίστῃ
 πῶν μονομερῶν ἥτις ἐστὶν ὁ 9, ἄνεισιν ἄχρι τῶν
 τριῶν, ἡ δὲ μεγίστῃ τῶν διμερῶν ὁ 99, ἄχρι τῶν
 ἐξ, ἡ δὲ μεγίστῃ τῶν τριμερῶν ἄχρι τῶν ἐνέα, καὶ
 αἱ λοιπαὶ ἀναλόγως· αἶ γὰρ τὸ πλῆθος τῶν κυφρῶν
 τῆ κύβου μέχρι τῆ τριπλασίῃ χωρεῖ τῶν κυφρῶν τῆς
 ῥίζης, καὶ ὑδέποτε ὑπερεκπίπτει τῆτε· ἐξ ὧν συνι-
 δεῖν ἔχομεν, ὡς εἶγε ὁ δοθεὶς κύβος ἐκ πλείονων
 ἢ τριῶν κυφρῶν συνίσταται, ἡ ῥίζα τῆτε ἔσαι μεί-
 ζων, ἢ μονομερῆς· εἰδὲ ἐκ πλείονων ἢ ἐξ, μείζων ἢ
 διμερῆς, εἰδὲ ἐκ πλείονων ἢ ἐνέα, μείζων ἢ τρι-
 μερῆς.

Τῷ βελομένῳ τοίνυν γινῶναι ποσαμερῆς ἂν εἴη
 ἡ ζητούμενη ῥίζα τῆ δοθέντος κύβου, διαιρετέον τὰς

κύφρας τέττε εἰς μέρη, ἢ δοτέον ἐκάτω μέρει ἀνὰ
 τρεῖς κύφρας ἀρχομένῳ δεξιόθεν· ὅσα γὰρ ἂν ᾧσι
 τὰ μέρη, τοσαῦται καὶ αἱ κύφραι τῆς ῥίξης ἔσονται,
 πλὴν ὅτι ἐκ ἐπὶ πάντων τὰ μέρη πάντα ἐκ τρι-
 ῶν συνίσταται κυφρῶν· ἐπ' ἐνίων γὰρ τὸ τελευταῖον
 ὁμοίως τοῖς πρὸ αὐτῶ ἐκ τριῶν σύγκειται, ἐπίτινων
 δὲ ἐκ δύο, ἢ ἐπ' ἄλλων ἐξ ἐνὸς μόνου, ὡς ἐπὶ τῶν
 α, β, γ, ἐστὶν ἰδεῖν κύβων.

α. 357,911.

β. 32,768.

γ, 3, 456, 789, 100, 113, τῶ μὲν ἔν α, καὶ
 β, αἱ ῥίξαι εἰσὶ διμερεῖς, ὡς εἰς δύο μέρη διαιρεμέ-
 νων τῶν συμπληρεσῶν αὐτὰς κυφρῶν, τῶ δὲ γ,
 πενταμερὲς εἰς πέντε διαιρεμένων.

Πρὸς τὸ γίνεσθαι δὲ κατάλληλον τὴν θέσιν τῶν
 τῶ κύβου μερῶν, ἅπερ ἔχ' ὑπάρχει ὥσπερ ἐπὶ τῶν
 στοιχείων διακεκριμένα καὶ εὐκρινῆ, ἀλλὰ συμπε-
 πλεγμένα καὶ σύμμικτα, ἐπισῆσαι προσήκει, ὅτι ὁ
 ἀπὸ μονάδων κύβος μονάδων ἐστὶ παρακτινός.

Ὁ ἀπὸ δεκάδων, χιλιάδων.

Ὁ ἀπὸ ἑκατοντάδων, μιλιονίων.

Τετράγωνον μονάδων ἐπὶ δεκάδας πολλαπλασιασθὲν πα-
 ρέξει δεκάδας·

δεκάδων ἐπὶ μονάδας, ἑκατοντάδας.

ἑκατοντάδος· ἑκατοντάδα χιλιάδος.

Κείσθω τοίνυν εξαγαγεῖν τὴν ῥίζαν τῆς δ, κύ-
βου· διαιεσθήτωσαν αἱ κύφραι τέττε εἰς μέρη ὡς εἴρη-
ται· καὶ ἐπεὶ δύο τὰ
μέρη τῶν κυφρῶν εὐ-
ρίσκεται, ἴσαι πάντως
ἢ ζητούμενη ῥίζα διμε-
ρής· ἀλλ' ἵνα ἡ πρώ-
τη αὐτῆς κύφρα εὐρε-
θῇ σκεπτέον εἰ τὸ τε-
λευταῖον μέρος κύβου
ἐστὶ· εἰ γὰρ τῷτο, πρώ-
τη τῆς ῥίζης κύφρα

$$\begin{array}{r}
 \delta. \quad 12,167 \quad (23 \text{ ε.} \\
 \zeta. \quad \underline{\quad 8 \quad} \\
 \eta. \quad 4,167 \\
 \theta. \quad \underline{\quad 12 \quad} \\
 \kappa. \quad 36 \\
 \lambda. \quad \underline{\quad 54 \quad} \\
 \quad \quad 27 \\
 \mu. \quad \underline{\quad 4167 \quad} \\
 \quad \quad 0
 \end{array}$$

ἢ αὐτοῦ ἂν εἴη ῥίζα· εἰ δὲ οὐ κύβος ὡς ἐνταῦθα,
ὁ γὰρ 12, οὐ κύβος, εὐρεθήτω ἐν τῷ κανονίῳ ὁ προ-
σεχέστερος τῷ 12, κύβος ὅς ἐστιν ὁ 8, ῥίζα δὲ τού-
του ὁ 2, τεθήτω πρώτον ὁ μὲν 8, ὑπὸ τὸν 12, ὁ
δὲ 2, ἐνθα τὸ ε, καὶ ἀφαιρεθήτω ὁ 8, ἀπὸ τοῦ
12, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἦτοι ὁ 4, γραφήτω ἐν-
θα τὸ η, ὑπὸ τὸν 8· δεύτερον προσεθήτω τῷ 4,
τὸ δεύτερον μέρος ἦτοι ὁ 167, καὶ ἐπεὶ ἀφαιρεθέν-
τος τῆς 8, κύβου, κεῖται πρὸ τῶν ἄλλων τὸ τρις ὑπὸ
τῆς τετραγώνου τῆς πρώτης κύφρας τῆς ῥίζης, καὶ τῆς
δευτέρας περιεχόμενον παραλληλεπίπεδον, εἰ καὶ μὴ
διακριδὸν ὡς ἐπὶ τῶν σοιχείων, ἵνα εὐρεθῇ καὶ ἡ
δευτέρα τῆς ῥίζης κύφρα, διαρετέον τὸν 4, τὸ ἐνα-
πολειφθὲν ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως τῆς 8, καὶ τὴν πρώτην
κύφραν τῆς προσκειμένου αὐτῷ τετίσι τὸν 41, ἐπὶ
τὸ τριπλῶν τετράγωνον τῆς 2, ὅ ἐστιν ὁ 12, καὶ τὸ
πηλίκον ὁ 3, ἢ δευτέρα ἐστὶ τῆς ῥίζης κύφρα· ἀλλ'

ἔπει εἰστί ἐν τῷ αὐτῷ η , περιέχεται καὶ τὸ τρεῖς ὑπὸ
 τῆ τετραγώνου τῆς δευτέρας καὶ τῆς πρώτης περιε-
 χόμενον παραλληλεπίπεδον, καὶ ὁ κύβος τῆς δευτέ-
 ρας, ἴαν ταῦτα συνάψαντες ἀφείλωμεν τὸν ἐξ αὐ-
 τῶν ἀπὸ τῆ η , καὶ μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν ἔδεν ἐνα-
 πολειφθῇ, εὐδὴλον ὅτι ὁ δ , ἀριθμὸς κύβος ἐστὶ, καὶ
 εἴζα αὐτῆς ὁ ϵ . συναφθῆτω δὲ ὁ $\zeta\beta$, ὅς ἰσοδυνα-
 μῇ τῷ $\zeta\beta\theta\theta$, ἦτοι τῷ τρεῖς ὑπὸ τῆ τετραγώνου τῆς
 πρώτης κύφρας τῆς εἴζης, λέγω τῆ 2 , καὶ τῆ 3 ,
 τῆς δευτέρας περιεχομένῳ παραλληλεπιπέδῳ τῷ τε
 54 . ἰσοδυναμῶντι τῷ 240 , ἦτοι τῷ τρεῖς ὑπὸ τῆ
 τετραγώνου τῆς 3 , καὶ τῆς 2 , καὶ τῷ 27 . τῷ τῆς
 3 , κύβῳ, καὶ ἐξ αὐτῶν 4167 , ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ
 τῆς η , καὶ ἔπει ἔδεν ἐναπολέλειπται, κείσθω ζῆρος, δι-
 ὅτι παρίσταται τὸν δ , εἶναι κύβον. ὡσαύτως καὶ πλείω
 ὥσι τὰ μέρη συνεχιζομένης τῆς πράξεως, ἡ ζητε-
 μένη εὐρίσκεται εἴζα. ἴαν δὲ μετὰ τὴν ἐσχάτην
 ἀφαίρεσιν ἐναπολειφθῇ τι, ὁ δοθεὶς ἔκ $\alpha\eta$ εἴη κύ-
 βος. ἡ δὲ εὐρεθεῖσα εἴζα τῆ προσεχῆς αὐτῷ κύ-
 βου ὑπάρχει εἴζα. ἐκείνου δὲ ἔδέποτ' $\alpha\eta$ εὐρεθείη
 ἐν ἀριθμοῖς διὰ τὸ μὴ εἶναι ῥητὴν. δυνατόν μὲν
 τοι ὥς περ καὶ ἐπὶ τῶν μὴ τετραγώνων διὰ τῶν δε-
 καδικῶν κλασμάτων τὴν προσεχεστέραν εἴζαν τῇ ζη-
 τεμένῃ εὐρίσκειν, καὶ τῷτο ἐπ' ἄπειρον, πλὴν ὅτι
 ἐπ' ἐκείνων δυάδας ἔδει προσκεῖσθαι ζήρων δεκαδι-
 κῶν, ἐπὶ τούτων δὲ τριάδας, ὁ ταυτὸν ἐστὶ τῷ πολλα-
 πλασιάζειν τὰς ἀμοιρεῦντας εἴζων κυβικῶν ἀριθμὸς
 ἐπὶ δεκαδικῶς κύβους.

Περὶ συνθέτων προβλημάτων.

Εἴρηται μὲν πρότερον ὅτι τῶν προβλημάτων τὰ μὲν εἰσὶν ἀπλά, τὰ δὲ σύνθετα· ἀλλὰ τὰ εἶδη τῶν συνθέτων διάφορα ὑπάρχουσι· ἐφ' ὧν γὰρ τὸ ἀδίκη-
λυ τινὸς σημαντικὸν σοιχεῖον τῆς κατ' αὐτὸ ἰσώσεως, ἐπὶ τὴν δευτέραν δύναμιν, εἴτην τετράγωνον ἄνεισι, βαθμοδείκτην ἔχον τὸν 2, δευτέρου βαθμοῦ προσαγορεύονται τὰ τε τοιαῦτα προβλήματα, καὶ αἱ κατ' αὐτὰ ἰσώσεις· ἐφ' ὧν δὲ ἐπὶ τὴν τρίτην, εἴτην κύβον βαθμοδείκτην ἔχον τὸν 3, τρίτου βαθμοῦ, καὶ τετάρτου, καὶ πέμπτου, ἢ ἄλλου τινὸς, εἴγε ἐπὶ τὴν τετάρτην καὶ πέμπτην, ἢ ἄλλην τινὰ δύναμιν τὸ σοιχεῖον ἀνέλθῃ· ἡμῖν μὲντοι ἐπὶ τῷ παρόντος πρόκειται περὶ τῶν τῷ δευτέρου βαθμοῦ διαλαβεῖν ὠρισμένων τε, καὶ ἀορίστων.

Περὶ ἀναλύσεως προβλημάτων ὠρισμένων βαθμοῦ δευτέρου.

Καπὶ τέτων ὡς περ καὶ ἐπὶ τῶν ἀπλῶν χρησόμεθα τῇ πρώτῃ, καὶ δευτέρᾳ καὶ τρίτῃ πράξει τῆς ἀναλύσεως, τὰς ὑποθέσεις διηρώμενοι, καὶ τὰ σοιχεῖα προσοικειῶντες, καὶ τὰς ἰσώσεις ἀνιχνεύοντες· τὴν δὲ τετάρτην πράξιν περανῶμεν διὰ τῶν ἐξῆς κανόνων.

Κανὼν πρῶτος.

Πρῶτον μεταποιηθείσης τῆς ἰσώσεως κατὰ τὰ πρότερον εἰρημένα, ὥς ἐν θατέρῳ μέρει ταύτης καί-σθαι πρὸ πάντων τὸ ἔχον τὸν βαθμοδείκτην σοιχει-
ον, ἀπολλασίαςοντε ἢ ἀδιάλετον, ἐχομένως δὲ τὰ ἀπλᾶ, ἢ ὁμοειδῆ αὐτῷ σοιχεῖα, εἴγε τύχωσιν ὄντα, καὶ ἑαυτὰ ἢ μετ' ἑτέρων, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ τὰ τῶν δῆλων σημαντικά· καὶ ἀποβληθέντων κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ προβλήματι τῶν ἑτεροειδῶν ἐκεί-
νω, ἀδῆλων μὲντοι σημαντικῶν, εἴγε εὐρεθῶσι, καὶ τοιαῦτα ἐπὶ τῆς ἰσώσεως, σκεπτέον ἐπιμελῶς προ-
σκειῖσθαι αἰ τῷ τὸν βαθμοδείκτην ἔχοντι σοιχείῳ τὸ τῷ πλεονασμῷ σύμβολον· ἀνεπίδεκτον γὰρ ἐστὶ πᾶν τετράγωνον συμβόλου λείψεως, καὶ τὸν πρῶτον αὐ-
τῷ ἀποκληρεῖσθαι τόπον, ἐν ᾧ μέρει ἀνήκει τῆς ἰ-
σώσεως· οἷον εἰάν διὰ τῆς τρίτης πράξεως τοιαύτη γένηται ἰσωσις $4\alpha\chi = 2\beta - 2\chi^2$ μεταποιηθήσε-
ται ἰσχατον εἰς τὴν δὲ $\chi^2 + 2\alpha\chi = \beta$.

Κανὼν δεύτερος.

Τῶν γενομένων, εἰάν ἐν θατέρῳ μέρει τῆς ἰσώσεως εὐρεθῇ κείμενον τὸ ἀδῆλου τινὸς παραστα-
τικὸν σοιχεῖον καὶ ἑαυτὸ, ἔχον προσκείμενον αὐτῷ ἢ βαθμοδείκτην, ῥαδίᾳ ἔσαι ἢ ἐπίλυσις· τῇ ἐξα-
γωγῇ τῆς τετραγωνικῆς εἰζης ἐκατέρωθεν· πλὴν ὅτι, ἐπὶ μὲν τῷ ἔχοντος τὸν βαθμοδείκτην σοιχείου ἐνεργείᾳ ἀποτελεῖσθαι χρὴ, ἐπὶ δὲ τῷ ἑτέρῳ, τέως

$\epsilon\upsilon\varsigma$, ἐνδείοντος μόνου τῷ τετραγώνῳ, τῷ δευτέρῳ μέρει τῆς εἰζῆς, ὃ σημαίνεται διὰ τῷ β^2 εἰς συμπλήρωσιν τῷ ὅλῳ τετραγώνῳ, ἣν γενέσθαι χρειῶν εἰς εὐρεσιν τῆς σημασίας τῶν ἐν τῇ ἰσώσει ἀγνοουμένων· ἀλλὰ πρὸ τῷ ἐγχειρῆται τῇ τοιαύτῃ συμπλήρωσιν περαινομένη διὰ τῶν ἐξῆς τετάρτου καὶ πέμπτου κανόνων, ἐξαχθῆτω πρῶτον ἡ τετράγωνος εἰζα $\epsilon\upsilon$ πρῶτον μέρος τῷ ὅλῳ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ διμερῆς εἰζῆς συνισαμένου, οἷον ἐνταῦθα παρίσταται τὸ χ^2 , καὶ ἡ εὐρεθεῖσα ἔσται πρῶτον μέρος τῆς διμερῆς εἰζῆς, ἀφ' ἧς συνίσταται τὸ ὅλον τετράγωνον· δεύτερον. διαιρεθῆτω τὸ ἕτερον μέρος τῷ ἀπὸ διμερῆς εἰζῆς τετραγώνου ἐπὶ τὸ διπλάσιον τῷ πρῶτῳ μέρει τῷ αὐτῷ ὡς ἐπὶ τῷ παρόντος τὸ — $4\alpha\chi$ ἐπὶ τὸ — 2χ , καὶ τὸ πηλίκον 2α ἔσται δεύτερον μέρος τῆς διμερῆς εἰζῆς· τελευταῖον σημειωθῆτω ἥτε διμερῆς αὕτη εἰζα, καὶ τὸ δεύτερον αὐτῆς μέρος τετραγωνισθῆν, οἷα εἰσὶν ἐπὶ τῷ προκειμένῳ ὑποδείγματος ἡ $\chi - 2\alpha$ εἰζα, καὶ τὸ $4\alpha^2$ τὸ δεύτερον αὐτῆς μέρος τετραγωνισθῆν.

Κανὼν τέταρτος.

Πέραν τῆς λαβόντος σκεπτεόν, εἴγε τὸ τετράγωνον τῷ δευτέρῳ μέρει τῆς ἤδη εὐρεθείσης εἰζῆς κείται ἐν τῷ ἑτέρῳ μέρει τῆς ἰσώσεως, ἐν ᾧ τὰ τῶν δῆλων σημαντικὰ σοιχεῖα ὑπάρχει καθ' ἑαυτὰ, καὶ ὅποιον σύμβολον πρόσκεινται αὐτῷ· καὶ μὲν κείται ἔχον τὸ τῆς λείψεως σύμβολον, μετα-

κομιδῇ τῷ ἐναλλαττομένῳ καὶ τῷ συμβόλῳ, ἐπὶ τὸ ἕτερον τῆς ἰσώσεως μέρος, ἐν ᾧ ἂσι τὰ τῶν ἀδῆλων σημαντικὰ σοιχῶα· τίτε γὰρ γινομένου τὸ μέρος αὐτὸ ὁλόκληρον εἶσαι τετράγωνον ἀπὸ εἰζης διμερῆς ἤδη ποριθεῖσης διὰ τῷ τρίτῳ κανόνος· καὶ γὰρ συνέσηκεν ἔκτε τῷ ἀπὸ τῷ πρώτῳ μέρους τῆς εἰζης τετραγώνῳ, καὶ τῷ διπλασίῳ τῷ πρώτῳ πολλαπλασιαζομένῳ ἐπὶ τὸ δεύτερον, καὶ τῷ ἀπὸ τῷ δευτέρου τετραγώνῳ, ὡς ἐν τῷ ἀρτίως προχειομένῳ ὑποδείγματι, τίτεσι τῇ $x^2 - 4ax = 2\beta - 4a^2$ ἰσώσει. ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρῳ μέρους τῆς εἰζης τετράγωνον ἦτοι τὸ $4a^2$ εὐρίσκεται μετὰ τῶν σημαντικῶν σοιχείων τῶν ἀδῆλων, ἔχαστε προσκειμένον τὸ τῆς λείψεως σύμβολον, μετατίθεται ἀπὸ θατέρου μέρους τῆς ἰσώσεως ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἀναφύεται ἡ τοιαύτη ἰσωσις $x^2 - 4ax + 4a^2 = 2\beta$, ἧς τὸ πρῶτον μέρος ὁλόκληρον παρίσχησι τετράγωνον εἰζης διμερῆς· συλίσσεται γὰρ ἔκτε τῷ ἀπὸ τῷ πρώτῳ μέρους τῆς εἰζης τετραγώνῳ, λέγω τῷ x^2 , καὶ τῷ διπλασίου τῷ πρώτῳ ἐπὶ τὸ δεύτερον τοῦ $4ax$, καὶ ἀπὸ τῷ δευτέρῳ τετραγώνῳ ἦτοι τῷ $4a^2$. Ἐπομένως τοίνυν ἐξαχθήτω ἐκατέρωθεν ἡ τετράγωνος εἰζα· ἀλλὰ τῷ μὲν πρώτῳ μέρει τῆς ἰσώσεως ταύτης ἡ εἰζα δέδοται ἐν τῷ τρίτῳ κανόνι, τῷ δὲ λοιπῷ προσημαινέτω τέως τὴν ἐξαγωγὴν τῆς εἰζης τὸ τῆς εἰζης σύμβολον αὐτῷ προσκειμένον· ἔτω γὰρ ἡ προεκτεθεῖσα ἰσωσις $x^2 - 4ax + 4a^2 = 2\beta$ εἰς ταύτην $x - 2a = \sqrt{2\beta}$ μεταποιηθήσεται, καὶ αὕτη τῇ μεταθείσει τῷ $2a$, ἔα-

δίως εἰς τὴν $\chi = (\sqrt{2\beta}) + 2\alpha$, ἐν ἣ τὸ τῷ α-
δῆλν σοιχεῖον μεμόνωνται.

Διόριται δὲ ἀνωτέρω, τὴνικαῦτα μετατίθεσθαι
τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρου μέρους τῆς εἰζης τετράγωνον,
ἥνικα ἔχει τὸ τῆς λείψεως σύμβολον προσκειμε-
νον, ἢ ἐναλλάττεσθαι τὸ σύμβολον· ὅτι, εἰ μὴ τῷ-
το προσῆ, ἀνοικεῖως ἔχει πρὸς ὁλοκλήρην τετραγώ-
νῃ συμπλήρωσιν· ληφθήτω γὰρ ἡ τοιαύδε ἴσωσις
 $\chi^2 - 4\alpha\chi = 2\beta + 4\alpha^2$ ἐπὶ ταύτης γυν, εἰ ἢ
τὸ $+ 4\alpha^2$, ὑπάρχει τῷ ὄντι τετράγωνον τῷ δευτέ-
ρῃ μέρει τῆς εἰζης, μέντοιγε ἐναλλαττομένη τῷ
συμβόλῳ, καὶ μετατίθεμένη εἰς τὸ ἕτερον μέρος ὥστε
γενέσθαι ταύτην τὴν ἴσωσιν $\chi^2 - 4\alpha\chi - 4\alpha^2 = 2\beta$,
ἢ συμπληρεῖται τὸ ὅλον τετράγωνον· ἢ γὰρ ἂν εἴη
τὸ $- 4\alpha^2$, τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρῃ μέρει τῆς εἰζης
τετράγωνον, τῷτο γὰρ τὸ μέρος ἢ τὸ τῆς ὑπάρ-
ξεως, ἢ τὸ τῆς λείψεως σύμβολον ἔξει προσκειμε-
νον· ἀλλὰ κατ' ἕδτερον τρόπον γένοιτ' ἂν ἀπ' αὐ-
τῷ τὸ $- 4\alpha^2$, ὥς ὑπαρξῇ ποιήσεως τῆς τῶν συμ-
βόλων ταυτότητος.

Κανὼν πῆμωτος.

Καὶ ταῦτα μὲν ὀπηνίκα τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρου
μέρους τῆς εἰζης τετράγωνον κεῖται μετὰ τῷ συμ-
βόλῳ τῆς λείψεως ἐν τῷ μέρει τῆς ἰσώσεως, ἐν ᾧ ἢ
τὰ τῶν δῆλων σημαντικὰ σοιχεῖα· ἐὰν δὲ γενομέ-
νης τῆς πρᾶξεως κατὰ τὸν τρίτον κανόνα ἔχῃ ἔτως

εὐρίσκεται, προσκείσθω τὸ τοῖστον τετράγωνον ἐκατέρω μέρος τῆς ἰσώσεως μετὰ συμβόλῃ τῆς ὑπάρξεως· τῆτον γὰρ τὸν τρόπον τότε κολοβὸν τετράγωνον συμπληρωθήσεται, καὶ ἡ ἰσότης τῶν τῆς ἰσώσεως μερῶν ἀεὶδήλως σωθήσεται· ἔστω γὰρ ἰσώσεις $x^2 + 2ax = \beta$. ληφθήτω κατὰ τὸν τρίτον κανόνα τὸ x^2 πρῶτον μέρος τῆ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης τετραγώνου, καὶ τὸ $2ax$ δεύτερον τῆ αὐτῆ· καὶ ἐπομένως ἔσται πρῶτον τῆς ῥίζης μέρος τὸ x · εἰαν δὲ ἐπὶ τὸ διπλάσιον αὐτῆ ᾗτοι τὸ $2x$ διαιρεθῇ, τὸ $+ 2ax$ ἐξαχθήσεται τὸ δεύτερον μέρος τῆς ῥίζης τὸ $+ a$, καὶ τετράγωνον τὸ a^2 , καὶ ἡ ὅλη ῥίζα ἔσται $x + a$ · ἐπεὶ δὲ τὸ τετράγωνον a^2 ἔχῃ εὐρίσκεται ἐν τῇ ἀνωτέρω ἰσώσει, προσεθήτω ἐκατέρω μέρος τῆς αὐτῆς ἵνα γένηται αὕτη $x^2 + 2ax + a^2 = \beta + a^2$ · καὶ ὅτως ἔσται τὸ πρῶτον μέρος τῆς ἰσώσεως τὸ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης τῆς $x + a$ ὁλόκληρον τετράγωνον· εἰαν δὲ ἐξαχθῇ ἡ τετράγωνος ῥίζα ἐκατέρωθεν, καὶ μετατεθῇ τὸ a , ἔσται $x + a = \sqrt{\beta + a^2}$, καὶ τελευταῖον $x = \sqrt{\beta + a^2} - a$.

Ἡ δὲ πέμπτη τῆς ἀναλύσεως προῆξις καὶ ἐπὶ τῶν παραπλησίως τοῖς ἀνωτέρω γίνεται κυφρῶν ἀντισταγομένων ταῖς ἰσώσεσιν· οἷον ἐπὶ τῆς προκειμένης $x = \sqrt{\beta + a^2} - a$ · κείσθω τὸ μὲν $a = 5$, τὸ δὲ $\beta = 24$ · ἔσται $x = \sqrt{24 + 25} - 5$, ᾗτοι $= \sqrt{49} - 5$, ᾗτοι $= 7 - 5$, ὃ ἐστὶ $= 2$.

Τ' ὡσημείωσις.

Ἐκ τῶν ἤδη εἰρημένων γίνεται Φανερόν τίποτ' ἂν εἴη τετράγωνον κολοβόν, ἢ πότε ἢ ὅπως ἂν συμπληρωθῇ· ἀμέλειτοι ἡνίκα ἐπίτινος Ἰσώσεως δευτέρῃ βαθμῷ, περὶ γὰρ τῶν ἄλλων ἔτι παρόντος σκοπεῖ, κατὰ τὸν ἀνωτέρω πρῶτον κανόνα περανθείσης, θάτερον αὐτῆς μέρος τὸ περιεκτικὸν τῶν ἀδῆλων ἐνὸς Φημι, ἢ πλειόνων ἀπλῶν περιέχῃ προσέτι ἢ τετράγωνον τινὸς τύπων, τὸ μέρος ἐκεῖνο κολοβὸν ὑπάρχει τετράγωνον εἰζης διμερῆς· ἢ γὰρ ἑνυπάρχει αὐτῷ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης μέρους τῆς εἰζης τετράγωνον, καὶ τὸ διπλάσιον τῆς πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸ δεύτερον μέρος τῆς αὐτῆς ἐνδείοντος τῆς ἀπὸ τῆς δευτέρης τετραγώνου ὡς ἐπὶ τῆς τρίτης καθορεῖται κανόνος. Ἐπ' ἀνάγκης τοῖσιν ἐστὶ συμπληρωθῆναι τὸ τοιοῦτον τετράγωνον, ἵνα σωζομένης τῆς ἰσότητος ἢτε εἰζα ἐξαχθῇ, ἢ δὲ αὐτῆς ἢ τῆς ἀδῆλης σημασία ἀνακαλυφθῇ, ἃ περὶ ἂν συμβαίῃ μὴ συμπληρωθέντος τῆς τετραγώνου· ταῦτ' ἄρα εἰς τὴν τῆς τετραγώνου συμπληρώσιν εὗρίσκειν πρῶτον δεῖν κατὰ τὸν τρίτον κανόνα τὰ μέρη τῆς εἰζης, ἢ τετραγωνίζειν ἐξ αὐτῶν τὸ δεύτερον, ἑπτα σκοπεῖν ὅποιον αὐτῷ σύμβολον πρόσκειται· εἰ γὰρ τὸ τῆς λείψεως εὗρεθῇ προσκείμενον, κατὰ τὸν τέταρτον συμπληρωθήσεται κανόνα, εἶδ' ἐπὶ τῆς ὑπάρξεως, κατὰ τὸν πέμπτον.

Περὶ ἐπιλύσεως Προβλημάτων δευτέρου βαθμοῦ.

Τὸ πῶδεῖγμα Α΄.

Στρατηγοὶ τινὲς εἰς μάχην παρετάξαντο· εἶχε δὲ ἑκάστος στρατιῶτας ὅσοι ἦσαν οἱ στρατηγοί· Πάντες οἱ στρατιῶται ἦσαν 625, εἰπὲ πόσοι ἂν εἶεν οἱ στρατηγοί.

Ληφθήτω ἀντὶ τοῦ 625 τὸ α , ἀντὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στρατηγῶν τὸ χ , καὶ ἐπεὶ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τοῦ προβλήματος ἰσάριθμοι οἱ στρατηγοὶ τοῖς στρατιώταις ἑκάστῳ χωρὶς, ἔσται $\chi^2 = \alpha$, ἀποχρη γυν κατὰ τὸν τρίτον καὶ οἷα ἑκατέρωθεν τὴν τετραγώνον ἐλξαι ἐξαγαγεῖν, καὶ γνωσθήσεται ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς· ἔσται γὰρ $\chi = \sqrt{\alpha}$ ἥτοι $= \sqrt{625} = 25$.

Τὸ πῶδεῖγμα Β΄.

*Ἐμπορὸς τις ἐρωτηθεὶς πόσας μὲν αὐτὸς, πόσας δὲ ὁ συνέμπορος ἐκέρδησε δραχμὰς, ἔφη· πλεῖτον ἐμὲ ἐκεῖνος τέτταρας δραχμὰς· Ἐὰν δὲ τότε ἐμὸν κέρδος, καὶ τὸ ἐκεῖνου, τετραγωνίσας πρότερον, συνάψῃς, εὕρησεις δραχμὰς τετρακοσίας· ἀγνοεῖται τὸ κέρδος ἑκατέρου ὃ δὴ καὶ ζητεῖται.

Εἰς εὐρεσιν τούτων πρῶτον κείσθω ἀντὶ τοῦ 4 τὸ α , ἀντὶ τοῦ 400 τὸ β , ἀντὶ τοῦ κέρδους τοῦ

ἐμπόρεν τὸ χ , ἢ ἰσομένως τὸ $\tau\bar{\upsilon}$ συναμπόρεν ἔσαι = $\chi + \alpha$ δεξαχμαῖς.

Δεύτερον τὸ τετράγωνον $\tau\bar{\upsilon} \cdot \chi$ ἐστὶ = $+\chi^2$,
 ἢ τὸ τετράγωνον $\tau\bar{\upsilon} \chi + \alpha = \chi^2 + 2\alpha\chi + \alpha^2$,
 ἢ ἰσομένως κατὰ τὴν $\tau\bar{\upsilon}$ προβλήματος ὑπόθεσιν,
 $\chi^2 + \alpha\chi + \alpha^2 = \beta$.

Τρίτον κατὰ τὰς ἀνωτέρω κανόνας Ἰτέον ἐπὶ τὴν
 πρᾶξιν, ἢ κατὰ μὲν τὸν πρῶτον μετατεθῆτω τὸ α^2 , ἢ
 διαιρεθῇτω τὸ λοιπόμενον ἐπὶ τὸν 2, ἢ ἔσαι $\chi^2 + \alpha\chi$
 = $\beta - \alpha^2$, κατὰ δὲ τὸν τρίτον κανόνα ληφθῇ-
 τω τὸ μὲν χ^2 ἀντὶ $\tau\bar{\upsilon}$ πρώτου μέρους, τόδε $2\alpha\chi$
 ἀντὶ $\tau\bar{\upsilon}$ δευτέρου $\tau\bar{\upsilon}$ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης πολοβῆ τετρα-
 γώνου, ὅπερ ἐνδεί τὸ $\tau\bar{\upsilon}$ δευτέρου μέρους τῆς ῥίζης
 τετράγωνον, ὃ δὴ καὶ συμπληρωθῇτω τὸν τρόπον
 τοῦτον.

Πρῶτον κατὰ τὸν τρίτον κανόνα εἰλήφθω τὸ
 χ πρῶτον τῆς ῥίζης μέρος, δεύτερον διαιρεθῇτω τὸ
 $+\alpha\chi$ ἐπὶ τὸ διπλάσιον αὐτῆς, ἢ τὸ πηλίκον $+$
 $\frac{\alpha^2}{2}$ κείσθω δεύτερον τῆς ῥίζης μέρος, ὃ τετράγωνον
 $\tau\bar{\upsilon} \frac{\alpha^2}{4}$ τρίτον, ἢ ἐπὶ τὸ τοιοῦτον τετράγωνον ἢ ἐνυ-
 πάρχει τῷ δευτέρῳ μέρει τῆς Ἰσώσεως, προσκείσθω
 ἐκατέρῳ μέρει κατὰ τὸν πέμπτον κανόνα ἵνα γένηται
 $\tau\bar{\upsilon} \chi^2 + \alpha\chi + \frac{\alpha^2}{4} = \frac{\beta - \alpha^2}{2} + \frac{\alpha^2}{4}$, ὅτω γὰρ

τὸ πρῶτον τῆς ἰσώσεως μέρος συμπληρωμένον ἔ-
 σται τετράγωνον, ἢ ῥίζα διμερῆς τὸ $\chi + \frac{a}{2}$, ὅθεν
 ἐξαγομένης ἐκατέρωθεν τῆς ῥίζης ἔσται.

$$\chi + \frac{a}{2} = \sqrt{(\beta - a^2 + \frac{a^2}{4})}.$$

καθ' μεταδίσει τῷ $\frac{a}{2}$,

$$\chi = \sqrt{(\beta - a^2 + \frac{a^2}{4})} - \frac{a}{2}.$$

ἢ ἀντισταγωγῇ τῶν κυφῶν κατὰ τὴν πέμπτην πρά-
 ξιν τῆς ἀναλύσεως.

$$\chi = \sqrt{(\frac{400-16}{2} + \frac{16}{4})} - 2.$$

ἥτοι $\chi = \sqrt{(196)} - 2 = 14 - 2 = 12$,
 ὥστε τὸ τῷ ἐμπόρῳ κέρδος δραχμαὶ 12, ἢ τὸ τῷ συ-
 νεμπόρῳ $12 + 4 = 16$.

Γ' πόδειγμα Γ'.

Γεωργὸς ὑπὸ τῷ οἰκίῳ παιδὸς ἐρωτώμενος πό-
 σος μεδίμνης σίτου κατέθετο τῇ γῇ, ἔλεγεν· ὁ ἐμὸς
 σπόρος τῷ σῷ μεδίμνοισι, ὡπαῖ, ἐλαττῆται τέτταρσιν,
 εἰάν δὲ ἕκαστος τῶν μεδίμνων ἕς ἑσπείρα, ἀποδῶ ὅσους
 σὺ ἑσπείρας, ἀποκομίσω εἰς τὴν ἀποθήκην μεδίμνους
 165. εἶπε πόσους ἐκάτερος ἑσπείρε.

Εἰλήφθω ἀντὶ τῷ 165 τὸ a , ἀντὶ τῷ σπόρῳ
 τῷ παιδὸς τὸ χ , ἢ ἔσται ἀντὶ τῷ σπόρῳ τῷ γεωργῷ
 τὸ $\chi - 4$. ἐπεὶ δὲ εἰάν ἕκαστος τῶν μεδίμνων τῷ γεωρ-

$\gamma\bar{\epsilon}$ ἀποδῶ ὅσας ἔσπειρεν ὁ παῖς, ἀποκομίσει εἰς τὴν ἀποθήκην ὁ γεωργὸς $(\chi - 4)$ χ , τῷτέσι $\chi^2 - 4\chi$, ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος $\chi^2 - 4\chi = \alpha$, ἢ ἐπομένως κατὰ τὸν τρίτον κανόνα τὸ πρῶτον μέρος ταύτης τῆς ἰσώσεως τετράγωνον κολοβὸν εἰζης διμερῆς, ὃ τὸ μὲν πρῶτον μέρος ὑπάρχει τὸ χ^2 , τὸ δὲ δεύτερον τὸ $- 4\chi$. ἢ τὸ μὲν πρῶτον μέρος τῆς εἰζης $7\delta\chi$, τὸ δὲ δεύτερον τὸ $- 2$, διαιρεθέντος τῆ $- 4\chi$ ἐπὶ τὸ 2χ , τῷτε τετράγωνον $+ 4$, ὅπερ ἐκατέρω μέρει προσεῖδεν κατὰ τὸν πέμπτον κανόνα, συμπληρωθήσεται τὸ τετράγωνον, ἢ ἐξομειν ἴσωσιν $\chi^2 - 4\chi + 4 = \alpha + 4$ ἐξαγομένης τῆς εἰζης ἔσαι $\chi - 2 = \sqrt{\alpha + 4}$ μετατιθεμένων τῆ $- 2$, $\chi = \sqrt{\alpha + 4} + 2$ ἢ ἐπεὶ τὸ $\alpha = \tau\omega 165$, ἔσαι $\chi = \sqrt{169} + 2 = 13 + 2 = 15$. ὁ σπόρος τοίνυν τῆ μὲν παιδὸς 15, τῆ δὲ γεωργῆ 11 μέδιμνοι.

Πρόβλημα.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς συναπτόμενος τῷ ἀπ' αὐτῆς τετραγώνῳ, δίδωσι τὸν 600.

Ληφθήτω ἀντὶ τῆ 600 τὸ α . ἀντὶ δὲ τῆ ζητούμενης τὸ χ , ἢ ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος $\chi^2 + \chi = \alpha$.

ἢ συμπληρωμένη τῆ τετραγώνῳ κατὰ τὸν τρίτον καὶ πέμπτον κανόνα γενήσεται.

$$x_2 + x + \frac{x}{4} = a + \frac{x}{4}$$

ἐξαγωγῇ τῆς εἰζης ἐκατέρωθεν,

$$x + \frac{x}{2} = \sqrt{\left(a + \frac{x}{4}\right)}$$

μεταθέσσε τῷ $\frac{x}{2}$, $x = \sqrt{\left(a + \frac{x}{4}\right)} - \frac{x}{2}$

μεταλήψει τοῦ 600,

$$x = \sqrt{\left(600 + \frac{x}{4}\right)} - \frac{x}{2}$$

ἀναλίσσε τοῦ αὐτοῦ εἰς τὸ ἴδιον κλάσμα

τὸ $\frac{x}{4}$ καὶ συνάψαι τῷ αὐτῷ,

$$x = \sqrt{\frac{(204x)}{4}} - \frac{x}{2}$$

ἐξαγωγῇ τῆς εἰζης ἐνεργεία,

$$x = \frac{49}{2} - \frac{x}{2} \text{ ἥτοι } 24.$$

Γ' πόδειγμα.

Νομισμάτων χρυσῶν τε, καὶ ἀργυρῶν προκειμένων ἡρετότις τὸν κεκτημένον πόσα μὲν ἂν εἴη τὰ χρυσᾶ, πόσα δ' αὖθις τὰ ἀργυρᾶ· ὁ δὲ εἶφη εἰάν ἀφείλῃς τὸν ἀριθμὸν τῶν χρυσῶν ἀπὸ τῷ τετραγώνῳ τῶν ἀργυρῶν ἐναπολειφθήσεται ὁ 395, εἰάν δὲ προσθῇς τὸ τετράγωνον τῶν ἀργυρῶν τῷ τετραγώνῳ τῶν χρυσῶν, γενήσεται ὁ 425, ζητεῖται ἐκατέρων ὁ ἀριθμός.

Εἰς εὐρεσιν τοίνυν τήτων κείδω ἀντὶ τῆ 395
 ὁ α, ἀντὶ τῆ 425, ὁ β, ἀντὶ τῶν χρυσῶν τὸ χ,
 ἀντὶ τῶν ἀργυρῶν τὸ ψ, καὶ ἔσαι κατὰ μὲν τὴν πρῶ-
 τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος $\psi^2 - \chi = \alpha$.
 κατὰ δὲ τὴν δευτέραν $\chi^2 + \psi^2 = \beta$.
 καὶ ἐπεὶ δύσκειται εἰσιχεῖα τῶν ἀδήλων σημαντικὰ, ἀπο-
 βλητέον τὸ ἕτερον μεταποιηθείσης γὰρ τῆς πρώτης ἰσώ-
 σεως εἰς τὴν δε $\psi^2 = \alpha + \chi$, καὶ τῆς δευτέρας εἰς τὴν
 δε $\psi^2 = \beta - \chi^2$, ἐξ ὧν δύο τῆ ψ σημασίαι πα-
 ρεμφαίνονται, τῇ συνθέσει τούτων ἀποβληθήσεται
 τὸ ψ, καὶ ἔσαι $\alpha + \chi = \beta - \chi^2$.

μεταδίσει δὲ τῆ α, καὶ χ^2 .

$$\chi^2 + \chi = \beta - \alpha.$$

συνεχιζομένης δὲ τῆς πράξεως κατὰ τὰς ἀνωτέρω
 κανόνας εὐρεθήσεται τὸ $\chi = \tau\omega\ 5$. μεταλήψει δὲ
 τούτου ἐπὶ ταύτης τῆς ἰσώσεως $\psi^2 = \alpha + \chi$, ἔσαι
 $\psi^2 = \alpha + 5$. ἐξ ἧ γινωθήσεται καὶ τὸ ψ εἶναι =
 σϜ 20, τῇ ἐξαγωγῇ τῆς εἰζης ἐκατέρωθεν.

Ἐπιστάσεως δὲ ἄξιον, ὅτι ἐνίοτε ἐπὶ τῆς πρά-
 ξεως συμβαίνει μετάβασις τῆς συνθέτου ἰσώσεως
 καὶ δευτέρου βαθμοῦ εἰς ἀπλὴν, καὶ τῆνικαῦτα ὑδεμῖας
 δεησόμεθα τετραγωνικῆς συμπληρώσεως.

Ζητεῖσθω γάρ, ὑποδείγματος χάριν, εὐρεῖν
 δύο ἀριθμοὺς οἵτινες συναφθέντες ἀποδώσῃσι τὸν
 20, ἡ δὲ διαφορὰ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ε-
 ἶναι ὁ 80.

Ληφθῆτω ἀντὶ τῷ 20 τὸ α, ἀντὶ τῷ 80 τὸ β. ἀντὶ τῷ μείζονος τῶν ζητούμενων ἀριθμῶν τὸ χ, ἀντὶ τῷ ἐλάττωτος τὸ ψ, ἢ εἶσαι πρῶτον κατὰ τὴν ὑπόθεσιν $\chi + \psi = \alpha$, δεύτερον $\chi^2 - \psi^2 = \beta$. μεταποιηθείσης τῆς προτέρας ἰσώσεως εἶσαι $\chi = \alpha - \psi$. αὕτη ἡ ἰσῶσις τετραγωνισθεῖσα παρίξει τὴν δε $\chi^2 = \alpha^2 - 2\alpha\psi + \psi^2$.

μεταλήψει ταύτης τῆς σημασίας τῷ χ^2

ἐπὶ τῆς ὑτέρας ἰσώσεως εἶσαι

$$\alpha^2 - 2\alpha\psi + \psi^2 - \psi^2 = \beta.$$

ἤτοι $\alpha^2 - 2\alpha\psi = \beta$. ἢ ἑπομένως ἐκ συνδέ-
 τω δευτέρῃ βαθμῇ εἰς ἀπλὴν μεταβεβηκεῖα, ἐφ'
 ἧς γενομένης τῆς πράξεως κατὰ τὰ πρόσθεν εἰρη-
 μένα περὶ τῶν ἀπλῶν, εὐρεθήσεται τὸ $\psi = \tau\omega 8$.
 ἢ ἑπομένως τὸ $\chi = \tau\omega 12$. μεταλήψει τῷ 8 ἐπὶ
 τῆς ἰσώσεως ταύτης $\chi = \alpha\psi$. $\chi = 20 - 8$
 $= 12$.

Περὶ ἐπιλίσεως ἀορίστων προβλημάτων δευτέρου βαθμοῦ.

Ἐν τοῖς τοιούτοις ἢ τοῖς ὁμοίοις προβλήμασιν
 ἐπεὶ ἔκ ἐνὶ τὸ ἀδήλα τινὸς σοιχεῖον ἀποβαλεῖν, ἀλ-
 λά δεόν ὑποθέσθαι τὴν σημασίαν τῆς κατὰ τὸ
 δοκῆν, γενήσονται αἱ πράξεις κατὰ τὰ παραδεδο-
 μένα ἐν τοῖς ἀνωτέρω πέντε κανόσι, ἢ τὰς προεκ-
 τεθείσας πράξεις τῆς ἀναλύσεως, ἄχρισ ἢ ἐπὶ τὴν

πέμπτην αὐτῶν καταντήσωμεν· τότε γὰρ τῷ ἀδήλῳ τὴν προσήκυσαν αὐτῷ σημασίαν ἔήσομεν κατὰ τὸ δοκῦν, ἔχ ἀπλῶς μὲν τοι, ἀλλ' ἦν περ αἱ τῷ προβλήματος ἰσώσεις ἀπαιτῶσι, καθάπερ προεῖλεται καὶ περὶ τῶν ἀπλῶν ἀορίστων. οἷον ἔσω.

Εὐρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐξ ὧν τὸ τῷ πρώτῃ τετράγωνον προσκείμενον τῷ ὑπ' αὐτῶν Γνωμένῳ, ποιήσῃ τὸν 105 ἀριθμόν. ληφθῆτω ἀντὶ τῷ πρώτῃ τὸ χ, ἀντὶ τῷ δευτέρῃ τὸ φ, ἀντὶ τῷ 105 τὸ α. Ἐσται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν $\chi^2 + \chi\phi = \alpha$.

συμπληρώσει τῷ τετραγώνῳ

$$\chi^2 + \chi\phi + \frac{\phi^2}{4} = \alpha + \frac{\phi^2}{4}.$$

ἐξαγωγῇ τῶν ριζῶν.

$$\chi + \frac{\phi}{2} = \sqrt{\alpha + \frac{\phi^2}{4}}.$$

μεταθείσει τῷ $\frac{\phi}{2}$.

$$\chi = \sqrt{\alpha + \frac{\phi^2}{4}} - \frac{\phi}{2}. \text{ ὑποτεθῆτω δὲ τὸ } \phi = \tau\omega 8.$$

$$\text{ἔσται } \chi = \sqrt{(105 + 16)} - 4. \text{ ἥτοι } \chi = 11 - 4 = 7.$$

$$\begin{array}{r} 7 \quad 7 \quad 56 \\ 7 \quad 8 \quad 49 \\ \hline 49 \quad 56 \quad 105 \end{array}$$

Ἐκείσθωσαν δὲ καὶ ἓν τῶν ἀρχαιοτέρων
 Ἀλγυβεϊκῶν Προβλημάτων πρὸς
 γυμνασίαν καὶ ἀσκήσιν τῶν εἰσα-
 γομένων.

Ἀ Κύρις τὸν Ἔρωτα πατηφώνῃα προσηύδα,
 τίπτε μοι, ὦ τέκος, ἄλγος ἐπέχραεν, ὅς δ' ἀπάμειπτο.
 Πιερίδες μοι μῆλα δῆρ' ἔπασαν Ἄλλυδις ἄλλῃ
 Αἰνύμεναι πόλποιο, τὰ δὲ φέρον ἐξ Ἑλικῶνος.
 Κλειῶ μὲν μῆλων πέμπτον λάβε, δωδέκατον δὲ
 Εὐτέρπη, ἀτὰρ ὀγδοάτην λάχε διὰ Θάλεια,
 Μελπομένη δ' εἰκοσὸν ἀπαίνυτο, Τερψιχόρη τε
 τέτρατον, ἑβδομάτην δ' Ἐρατὴ μετεκίαθι μοίρην.
 ἦ δὲ τρεῖς κόντά με Πολύμνια νόσφισε μῆλων,
 Οὐρανίη δ' ἑκατόν τε καὶ εἴκοσι, Καλλιόπη δὲ
 βειδομένη μῆλοισι τρηκοσίοισι βέβηκε,
 σοὶ δ' ἄρα καυοτέροισιν ἐγὼ σὺν χερσὶν ἱκάνω
 πεντήκοντα φέρον τάδε λείψανα μῆλα θεάων.

Ἀλλο.

Τίπτε μοι τῶν καρύων ἔνεκεν πληγῇσι πιέξεις
 ὦ μήτις, τὰ δὲ πάντα καλαὶ διεμοιράσαντο
 παρθένοι. ἡ γὰρ ἐμοῖο μελίσσιον ἑβδομα δοιά,
 ἡ δὲ δυωδέκατον Τιτάνη λάβεν, ἑπτόν ἔχουσι,
 καὶ τρίτον Ἀστυόχη Φιλοπαύμονες, ἡ δὲ Φίλωνα,
 Εἴκοσι δ' ἀρπάξασα Θέτις λάβε, δώδεκα Θίσβη

ἦν ὅρα καὶ δὲ γελᾷ Γλαύκη παλάμῃσιν ἔχουσα.
ἔνδεκα, ἐν δὲ μοι κάρυον περιλείπεται οἶον·

Α' λ λ ο.

Πῦ σοι μῆλα βέβηκεν ἐμὸν τέκος, ἐκταμὲν Ἰνώ
Δοιά, καὶ ὄγδοάτην μοῖραν ἔχει Σεμίλη,
Αὐτονόη δὲ τέταρτον ἀφῆρασεν, αὐτὰρ Ἀγαυή
πέμπτον ἐμῶν κόλπων οἶχετ' ἀπαινομένη,
Σοὶ δ' αὐτῇ δέκα μῆλα φυλάσσεται, αὐτὰρ ἔγωγε,
ναὶ μὰ Φίλῃν Κύπριν, ἐν τόδῃ μῦνον ἔχω.

Α' λ λ ο.

Δρεψαμένη ποτὲ μῆλα φίλαις διεδάσσατο Μυρτώ,
Χρυσίδε μὲν μῆλων πέμπτον πόρε, τέταρτον Ἡρόϊ,
Ἐννεακαίδεκατον Ψαμάθῃ, δέκατον Κλεοπάτρῃ,
αὐτὰρ εἰκοσὸν δωρήσατο Παρθενοποιίῃ,
δῶδεκα δὲ Εὐάδῃ μῦνον πόρε, αὐτὰρ εἰς αὐτὴν
ἤλυθον ἐκ πάντων, ἑκατὸν καὶ εἴκοσι μῆλα.

Α' λ λ ο.

Πέμπτον μοι κλήρε παῖ λάμβανε, δωδέκατον δὲ
δέξο δάμαρ· πύργους δ' οὐίεες οἰχομένοιο
παιδὸς, ἀδελφείοί τε δύο, καὶ ἀγάσωνε μήτερ
ἐνδεκάτην κλήρε μοῖραν ἑκάστος ἔχει,
Αὐτὰρ ἀνεψιοὶ δύο καὶ δέκα δέχθε τάλαντα.
Εὐβυλος δ' ἔχέτω πέντε τάλαντα φίλος.

Πισοτάτοις δμώεσσιν ἐλευθερίην ἢ ἄποινα
 μισθὸν ὑπηρεσίης τοῖς δὲ δίδωμι τάδε,
 ὧδ' λαμβανέτωσαν· Ὀνήσιμος εἴκοσι πέντε
 μνᾶς ἔχέτω. Δᾶος δ' εἴκοσι μνᾶς ἔχέτω.
 πεντήκοντα Σύρος, Συνετὴ δέκα, Τίβριος ὀκτώ,
 Ἑπτὰ δὲ μνᾶς Συνέτω παιδί διδωμι Σύρῃ,
 Ἐκ δὲ τριηκόντων κοσμήσατε σῆμα ταλάντων,
 ῥέζετε δ' Οὐδαίῳ ζανὶ Θυπολίην.
 Δισσῶν εἰς δὲ πυρὴν, καὶ ἄλφιστα ἢ τελαμῶνας
 Εἰκαῖην δοιῶν σῶμα χάριν λαβέτω.
 (Διαθήκη.)

Ἀλλο.

Παλλὰς ἐγὼ χρυσῇ σφυρήλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
 αἰζήων πέλεται, δῶρον ἀοιδόπολων.
 ἥμισυ μὲν χρυσοῖο Χαρίσιος, ὀγδοάτην δὲ
 Θέσπις, ἢ δεκάτην μοῖραν ἔδωκε Σόλων.
 αὐτὰρ εἰκοσὴν Θεμισών, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα
 ἐννέα, καὶ τέχνη δῶρον Ἀρεϊουδίκῃ.

Ἀλλο.

Αὐγείην ἐρέεινε μέγασθένος Ἀλκίδαο
 πληθὺν βακολίῃ διζήμενος· ὅς δ' ἀπάμειπτο
 ἄμφι μὲν Ἀλφειοῖο ῥοᾶς φίλος ἥμισυ τῶν δε.
 μοῖρῃ δ' ὀγδοάτῃ ὄχθον Κρόνῃ ἀμφινέμονται,
 δωδεκάτῃ δ' ἀπάνευθε Ταρραξίπποιο παρ' ἔρον,
 ἄμφι δ' ἄρ' Ἡλιάδα δῖαν εἰκοσὴ νεμέθονται.

αὐτὰρ ἐν ἀρκαδίῃ τριηκοσὴν προλέλοιπα,
λοιπὰς δ' αὖ λεύσας ἀγέλας τόδε πεντήκοντα.

Ἄλλο.

Τύμβος ἐγὼ, κεύθω δὲ πολύσινα τέκνα Φιλίνης
τοῖον μαψιτόχων καρπὸν ἔχων λαγόνων
Πέμπτον ἐν Ἡϊθείοις, τρίτατον δ' ἐνὶ παρθενίῃσι,
τρεις δέ μοι ἀρτιγάμους δῶκε Φίλινα κέρας.
λοιποὶ δ' ἡελίοιο πανάμμοροι, ἡδὲ καὶ αὐδῆς
τέσσαρες ἐκ λαγόνων εἰς Ἀχέροντα πέσον.

Ἄλλο. ἐφεξῆς δὲ καὶ ὁ τρόπος τῆς πρά-
ξεως, καθ' ὃν λύεται.

ἕτος τοι Διόφαντον ἔχε τάφος. ἃ μέγα θαῦμα
καὶ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βίοιο λέγα,
Ἐκτὴν κυρίζεν Βιότῃ θεὸς ὥπασε μοῖραν,
δωδεκάτῃ δ' ἐπιθεῖς μῆλα πόρε χλοαῖαν,
τῇ δ' ἄρ' ἐπ' ἐβδομάτῃ τὸ γαμήλιον ἤψατο φέγγος,
Ἐκ δὲ γάμων πέμπτῳ παῖδ' ἐπένευσεν ἔτα,
αἱ, αἱ, τηλύγετον δαλὸν τέκος, ἥμισυ πατὴρ
τῷ δὲ καὶ ἡ κρυερὸς μέτρον ἑλὼν Βιότῃ.
Πένθος δ' αὖ πισύρεσσι παρηγορέων ἐνιαυτοῖς
τῇ δὲ πόσον σοφίῃ τέρμ' ἐπέρησε βίου.

Ἐνταῦθα εὐρεῖν δεόν ἀριθμὸν, ἢ τὸ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$
 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}$ προσλαβόντα τὸν 4, καὶ 5, ἥτοι τὸν 9, ἐν-
δείξονται σοι τὸν ζητούμενον. κεκλήσθω ὁ ζητούμενος. χ.

$$\text{Ἔσται } x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + \frac{x}{2} + 9.$$

ἀπαιρέωσεν

$$x 1008. = 168 + 84 + 144. + 504. + 9072.$$

ἡ συνάψα

$$x 1008 \text{ ————— } 900. + 9072.$$

ἀφαιρέσει τὴν δευτέραν ὄρεν.

$$x 1008 - 900 \text{ ————— } 9072.$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ \hline \cdot 108 \end{array}$$

ἦτοι

$$x 108 \text{ ————— } 9072.$$

ὥστε

$$x \text{ ————— } \frac{9072}{108}. \text{ ἦτοι } 84.$$

Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον λύσειέτις καὶ τὰ λοιπὰ τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα, καὶ τὰ τῆς αὐτῆς ἐχόμενα με-
Σόδω.

ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ
ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΑΣ.



ΤΟΥ ΑΓΤΟΥ
ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΑΣ.



ΒΙΒΛΙΟΝ Α΄.

Ἦ Ορος πρῶτος.

Τι ἐστὶ χρονολογία.

Χρονολογία ἔκ αν ἀπακότως ἐκθείη ἥτε ἀπλῶς περὶ χρόνου τὸν λόγον ποιημένη πραγματεία, καὶ ἢ τῶν χρόνων ἀπαριθμήσεις, συνημμένα τὰ ἐν αὐτοῖς πεπραγμένα ἔχουσα, καὶ ἑκάστα ἐν ἑκάστοις τῶν χρόνων ἐν οἷς πέπρακται διατάττουσα· ἢ καὶ χρονογραφίαν, καὶ χρονολογικὴν ἱστορίαν εἰσὶ τινές ὀνομάζοντες· κοινότερον μὲν τοι χρονολογία, περὶ ἧς ἐνταῦθα ὁ λόγος, ἔστιτε καὶ λέγεται ἐπισήμη τῷ χρόνῳ, καὶ τῶν τῆτε μερῶν, εἴτεν εἰδῶν, καὶ τῶν ἀνηκόντων αὐτοῖς θεωρητικὴ· ἐφ' ὅσον εἰς χρῆσιν πολιτικὴν, ὅς δ' εἴπειν καὶ ἐκκλησιαστικὴν ἀναφέρεται.

Ὁρος δεύτερον.

Τι ἐστὶ χρόνος.

Ὁ δὲ χρόνος μέτρον ἐστὶ κινήσεως κατὰ τὸ πρότερον καὶ ὑστερον. τὰτα δὲ μέρη ὥρα, ἡμέρα, ἑβδομάς, μῆν, ἐνιαυτός, καὶ παρὰ ταῦτα αἰών· περιὼν ὧν ἐρῶμεν ἐφεξῆς.

Ὁρος τρίτος.

Τι ἐστὶν ἡμέρα.

Ἡμέρα κυρίως ἐστὶ χρόνος ἐφ' ὅσον ὁ ἥλιος ὑπὲρ τὸν καθ' ἡμᾶς καθορεῖται ὀρίζοντα, ἅμα τῷ παντὶ συμπεριφερόμενος. καὶ νύξ ὡσαύτως χρόνος ἐφ' ὅσον ὁ ἥλιος διαρκεῖ κατὰ τὴν αὐτὴν κίνησιν ὑπὸ τὸν ἡμέτερον ὀρίζοντα. καλεῖται μῆντοι ἡμέρα καὶ τὸ ἐξ ἀμφοῖν συγκείμενον. ὃ καὶ ἡμερονύκτιον καὶ νυχθήμερον ἰδιαιτέρον λέγεται· ὥς ὅτε φάμεν τῆτον ἢ ἐκαῖνον τὸν μῆνα ἐκ τοσούτων, ἢ τοσούτων συγκεῖσθαι ἡμερῶν, ἡμέρας καλῶντες τὰ ἡμερονύκτια. ἔτω τοίνυν λαμβανομένης τῆς ἡμέρας διαιρῶσι ταύτην οἱ ἀστρονόμοι εἰς μέρη τέσσαρα πρὸς τοῖς ἑκοσιν ἴσα ἀλλήλοις, ἅπτερ ὥραι λέγονται. ἐκάστην δὲ τῶν ὥρῶν εἰς ἐξήκοντα πρῶτα, ἐξήκοντ' ἀ λεγόμενα, ἑκάσον δὲ τῶν πρῶτων εἰς τοσαῦτα ἐξήκοντ' ἀ δεύτερα, καὶ τῶν δευτέρων ἑκάσον εἰς τρίτα μέχρι τῶν ἑκτῶν συνεχίζοντες τὴν διαίρεσιν.

Ὁρος τέταρτος.

Ἀρχὴ τῆς Ἡμέρας ἐστὶ χρόνος σύνδεσμος, ἐξ ἧς ἡμέρα τις ἄρχεται, καὶ εἰς ὃν ἡ προηγουμένη ταύτης τελευτᾷ.

Σχόλιον πρῶτον. Πόθεν ἡ ἀρχὴ τῆς Ἡμέρας λαμβάνεται.

Αἱ ἀρχαὶ καὶ τὰ πέρατα τῶν ἡμερῶν ἔσσι πᾶσι τὰ αὐτὰ. Χαλδαῖοι μὲν γάρ, ὡς καὶ Βαβυλώνιοι, Πέρσαι τε, καὶ Σύροι, καὶ ἄλλα πλείω τῶν ἀνατολικῶν ἐθνῶν ἀρχὴν ἐλάμβανον τῆς ἡμέρας ἐκ τῆς τοῦ ἡλίου ἀνατολῆς. ἐξ ἐναντίας δὲ τούτοις Ἀθηναῖοί τε, καὶ Ἴταλοι, καὶ Ἰουδαῖοι ἐκ τῆς δύσεως. οἱ δ' Ἀῤῥαβες, καὶ οἱ πολλοὶ τῶν Ἀφρονόμων ἀπὸ μεσημβρίας ἄρχονται· ἀνάπαλιν δὲ ἀπὸ μεσονυκτίου ἤρχοντο τὸ πάλαι Αἰγύπτιοι, Μῆδοί τε καὶ Ῥωμαῖοι, οἷς παρεκολύθησαν Ἰσπανοὶ, καὶ Γερμανοὶ εἰς δύο διαιρῶντες τὸ ἡμερονύκτιον, ἑμὴν συνεχῶς τὰς ὥρας ἀριθμῶντες μέχρι τῆς καδ'. ἀλλ' ἀπὸ μὲν μεσονυκτίου ἄχρι μεσημβρίας δώδεκα, ἀπὸ δὲ μεσημβρίας ἄχρι μεσονυκτίου ἀριθμῶντες τὰς λοιπὰς δώδεκα. ἀλλὰ καὶ ἐκκλησιαστικῶς ἡ ἀρχὴ τοῦ ἡμερονυκτίου ἀπὸ μεσονυκτίου λαμβάνεται (α). ἔχοντες ὑποληπτέον μέντοι κατὰ τὴν κοινὴν δόξαν ἴσα ἀλλήλοις τὰ ἡμε-

(α) Χρόν. ἱερ. Γεωγρ. εἰσγ. κεφ. θ'.

ρονύκτια. εὐρίσκεται γὰρ καὶ τῆτοις τὸ ἄνισον ὡς περ καὶ ταῖς ἡμέραις καὶ ταῖς νυξί· ἀλλ' ἐν ταύταις ἡ ἀνισότης συμβαίνει παρὰ τὰς διαφορὰς οἰκήσεις καὶ τὰ τῆ πόλε ὑψώματα καὶ ταπηνώματα· ἥτις ἅπασιν ἐστὶ καταφανής, ὡς ὑπ' αὐτῆς μαρτυροῦμένη τῆς αἰδήσεως. τίς γὰρ ἔκ οἷδε τὰς θεινὰς ἡμέρας μείζους εἶναι τῶν χαμερινῶν, καὶ τὰς νύκτας ἐλάττω τῶν νυκτῶν; ἐν δὲ τοῖς ἡμερονυκτίοις ἡ ἀνισότης συμβαίνει παρὰ τὸ ἀνώμαλον τῆς προαιρετικῆς λεγομένης τῆ ἡλίου κινήσεως. κακείνη μὲν ἡμέρας πρὸς ἡμέραν, ἡ νυκτὸς πρὸς νύκτα παραβαλλομένης εὐρίσκεται, αὕτη δὲ ἡμερονυκτίᾳ πρὸς ἡμερονύκτιον. καὶ ὅσον ἡ πρώτη κατάδηλος τοῖς πᾶσι, τοσοῦτον ἡ δευτέρα τοῖς πολλοῖς ἠγνόηται. ἐπεὶ δὲ τῷτο τοῖς πλείοσι ξένον ἂν δόξαι καὶ ἀπίθανον, δεῖξαι ταύτην τὸν ἐνόντα τρόπον πειρασόμεθα, λαβόντες ἐξ ἀστρονομικῆς ἀποδείξεως, ἧς ἔργον τὰ τοιαῦτα ἐξακριβῆν, ὅτι ὁ ἥλιος παρὰ τήνδε τὴν φαινομένην κίνησιν, ἣν συγκινεῖται τῷ πρώτῳ κινήτῳ ἀνίσχων, καὶ δύνων, καὶ μεσηρανῶν, καὶ ἑτέραν κινεῖται τὴν προαιρετικὴν λεγομένην κίνησιν, τὴν ἐπὶ τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων, τὴν ἀπὸ δυσμῶν λέγω ἐπ' ἀνατολὰς· αὕτη δὲ ἔκ ἐσιν ἡ αὐτὴ ἐκάστοτε. ἔδὲ ἐν ἴσῳ χρόνῳ αἰὲ ἀποτελεῖται· καὶ γὰρ τῶν διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλον διερχόμενος ὑποτίθεται κοινότερον δαπανᾶν ἐφ' ἐκάστης ἡμέρας ἐξηκοσὰ 59', 8'', 2''', ἔκ αἰ μέντοι τῷτο φαίνεται ποιούμενος ἀλλ' ὅτε μὲν πλείω, ὅτε δὲ ἐλάττω.

Τέτων ἔτω καμίνων ὑποκείδω νῦν ὑπάρχειν
 τὸν ἥλιον ὑπὸ τὸν ἡμέτερον μεσημβρινὸν συνοδεύον-
 τα ἐν τινι τῶν ἀπλανῶν ἀσέρων· εἶμὲν ἔν ἡ αὐριον κατὰ
 τὴν αὐτὴν ὥραν ὁ ἥλιος συνοδεύων τῷ αὐτῷ ἀσέ-
 ρι τὸν μεσημβρινὸν καταλάβοι, ἢ δὲ μία ἂν γένοι-
 το ἐν τοῖς ἡμεροϋκτίοις παραλλαγή· νῦν δὲ τῷ
 μὲν ἥλιῳ ἐπὶ τὰ ἐπόμενα ἐνεχθέντος τῇ προαιρε-
 τικῇ κινήσει, τῷ δὲ ἡμερονυκτίῳ ὀριζομένῃ, ἢ τῇ
 τῷ ἀσέρος, ἀλλὰ τῇ τῷ ἥλιῳ ἀποκαταστήσει ἐπὶ
 τὸν αὐτὸν μεσημβρινὸν, ἢ κ' ἂν ῥηθῇ ἡμερονύκτι-
 ον ἢ τῷ ἀσέρος ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν ἀποκατάσσει,
 ἢ σαφέστερον εἰπεῖν ἢ τῷ παντὸς περιφορὰ μόνῃ·
 ἀλλὰ μετὰ μέρους ἐκείνου, ὃ διήλθεν ὁ ἥλιος κατὰ
 τὴν προαιρετικὴν αὐτῷ κίνησιν· τέτων δὲ τῶν μερῶν
 ἢ κ' αἰὲ τὸ ἴσον τηρούντων ἀνάγκη ἢ τὰ ἡμερονύκτια
 ἄνισα γίνεσθαι. (α)

Ὅρος πῆμπτος.

Τι ἐστὶν ὧρα.

ὧρα ἐστὶ μέρος τῷ ἡμερονυκτίῳ τὸ κδ'. οἱ γὰρ
 ἄλλως διαιρῶντες τὸ ἡμερονύκτιον παραιτητέοι.

Σχόλιον.

Εἰσι τινὲς τῶν ἀστρονόμων εἰς δυοκαίδεκα μέρη
 εἶτ' ἔν ὥρας τέμνοντες τὸ ἡμερονύκτιον, ἢ ἐκάστην

(α) ὅρα ἢ νικηφόρον τὴν βλεμ. φουσ. κειφ. κδ'.

ἀπό τινος τῶν ζώων ἐπονομάζοντες. ἦτοι τὴν μὲν
 α'. μῦν, τὴν δὲ β'. βῆν, τὴν γ'. πᾶρδαλιν, τὴν
 δ'. λαγῶν, τὴν ε'. προκόδαλον, τὴν ς'. ὄφιν, τὴν
 ζ'. ἱππον, τὴν η'. πρόβατον, τὴν θ'. πίθηκον, τὴν
 ι'. ὄρνιθα, τὴν ια', κύνα, τὴν ιβ'. χοῖρον. ἀλλ' εἰκαὶ
 παρὰ τύτης πάντες οἱ ἄλλοι ἄνθρωποι εἰς εἴκοσι
 ἢ τέσσαρας ὥρας διαιρῶσι τὸ ἡμερονύκτιον, ἢ κα-
 τὰ τὸτο ἕδεν παραλλάττουσι, τῆς ἀρχῆς μέντοι
 τύτῃ ἔχ' ὁμοίως, ἕδ' ἀπὸ τῆς αὐτῆς παρὰ πᾶσι λαμ-
 βανομένης, ἔχ' ἡ τυχεῖσα παραλλαγή περὶ τὰς κλή-
 σας αὐτῶν ἀναφύεται. αἱ μὲν γὰρ βαβυλώνιαι,
 αἱ δὲ Ἰταλικαί, ἢ ἄλλαι ἄλλως προσαγορεύονται.

"Ορος ἕκτος.

Αἱ βαβυλώνιαι ὥραι εἰσὶν ἀλλήλαις ἴσαι, ἀπὸ
 τῆς τῆς ἡλίου ἀνατολῆς ἀρχόμεναι, ἢ μέχρι τῆς κδ'.
 συνεχῶς ἀριθμύμεναι.

"Ορος ἑβδόμος.

Αἱ Ἰταλικαὶ ὥραι ἢ αὗται ἴσαι, ἀρχονται
 ἀπὸ δύσεως ἡλίου, ἢ ἀριθμοῦνται μέχρι τῆς κδ'.
 συνεχῶς.

Ο'ρος ὀγδοος.

Αἱ ἀστρονομικαὶ εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις ἀρχόμεναι
 ἀπὸ μεσημβρίας, συνεχιζομένης τῆς ἀπαριθμή-
 σεως μέχρι τῆς κδ'.

"Ορος ἑννατος.

Αἱ Γερμανικαὶ ἴσαι ὕσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ με-
σονυκτίου ἄρχονται ἀριθμύμεναι δώδεκα ἄχρι με-
σημβρίας, καὶ αἱ λοιπαὶ δώδεκα, ἀρχόμεναι ἀπὸ
μσημβρίας ἀριθμῶνται ἄχρι τοῦ μεσονυκτίου τῆς
ἐπομένης νυκτός.

Πόρισμα.

Ταῦτ' ἄρα αἱ μετὰ μσημβρίαν Γερμανικαὶ
ὥραι συμπέπτυσιν ταῖς ἀστερονομικαῖς.

"Ορος δέκατος.

Αἱ Ἰουδαϊκαὶ ὥραι, ἡ τῶν πλανητῶν, ἡ καιρι-
κη, τριχῶς γὰρ ἐπονομάζονται. δώδεκα μὲν εἰσὶ
τῆς ἡμέρας, ἢ ἑτεραί δώδεκα τῆς νυκτός, κατὰ
πάντα χρόνον· Ἰσάριθμοι γὰρ αἱ ἡμεριναὶ ταῖς νυκ-
τεριναῖς.

Πόρισμα πρῶτον.

Εἴη τέτε συνάγεται πρῶτον δις τοῦ ἐνιαυτοῦ μό-
νον τετέσι κατὰ τὴν ἱαρινὴν, καὶ φθινοπωρινὴν ἰση-
μερίαν γίνεσθαι τὰς ἡμερινὰς Ἰουδαϊκὰς ὥρας ἴσας
ταῖς νυκτεριναῖς.

Δεύτερον.

Ἐπεὶ περ τοῖς ἐκτὸς τοῦ Ἰσημεριῦ οἰκῶσιν αἱ ἡ-
μέραι ἄχρι μὲν τῆς θωρινῆς τροπῆς αὖξονται, με-

τὰ δὲ ταύτην ἀχρὶ τῆς χειμερινῆς μειῦνται, συμβαίνει ἀνίσως εἶναι τὰς Ἰουδαϊκὰς ὥρας ἀλλήλαις.

Τρίτον.

Ὅτι εὐχερῶς τὸ ποσὸν τῆς Ἰουδαϊκῆς ὥρας ἡμερινῆς, ἢ νυκτερινῆς εὐρεθήσεται· δοθέντος γὰρ ἡ ὑψώματος τῆ πόλεως, ἢ τῆ πλάτους τῆ τόπου ἢ χηλεπὸν εὐρεῖν τὸ ποσὸν τῆς ἡμέρας, καὶ τῆς νυκτὸς τῶν κατὰ τὸν τόπον ἢ τὸ πλάτος ἢ τὸ ὕψος δίδοται. ἑκατέρας δὲ τούτων παρὰ τὸν 12, διαιρέσεις, ὃ ἐκ τῆς διαιρέσεως ἐξαχθεὶς ἀριθμὸς πηραγήσει τὸ τῆς Ἰουδαϊκῆς ὥρας ποσὸν· οἷον εἰω ἡμέρα καθ' ἣν ἡ ζήτησις γίνεται ὥρων κοιῶν 15, διαιρεθῆτω ὁ 15 ἐπὶ τὸν 12, καὶ ἐπεὶ ἐξάγεται ὁ 1, καὶ $\frac{3}{12}$ ἥτοι 1, καὶ $\frac{1}{4}$, προδήλον ὅτι κατ' αὐτὴν τὴν ἡμέραν ἡ Ἰουδαϊκὴ ὥρα σύγκειται ἐκ μιᾶς ὥρας κοινῆς, καὶ ἐνὸς τετάρτου τῆς αὐτῆς. ἔπε δὲ κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν ἡ νύξ ἐστὶ κοινῶν ὥρων ἑνέα, καὶ διαιρεμένη τῇ 9 παρὰ τὸν 12, ἀναφύεται τὸδε τὸ κλάσμα $\frac{9}{12}$, ὅπερ ἴσον τῷ δε $\frac{3}{4}$ συναγεται τὴν νυκτερινὴν ὥραν ἴσην εἶναι τρισὶ τετάρτοις τῆς κοινῆς.

Σχόλιον.

Παρὰ τὴν εἰς δώδεκα τῆς ἡμέρας, καὶ τῆς νυκτὸς διαιρέσιν, καὶ ἑτέραν οἱ Ἰουδαῖοι τὸ πάλαι τούτων ἐποίησαν διανομήν. ὅτοι γὰρ δίνεμον ἑκατέραν εἰς μέ-

ρη τέσσαρα· τὰ μὲν τῆς ἡμέρας μέρη ὁμωνύμως ταῖς καιρικαῖς ὥραις, ὥρας ἀποκαλῶντες· τὰ δὲ τῆς νυκτὸς ἰδίῳ ὀνόματι φυλακάς. ἦσαν δὲ καὶ αὗται ἄνισοι κατὰ τὰς αὐξομειώσεις τῶν καιρικῶν ὥρῶν, ἐξ ὧν καὶ συνίσταντο. τῆς μὲν ἐν πρώτης φυλακῆς ἀρχὴν ἐποιῦντο τὴν πρώτην ὥραν τῆς νυκτὸς, τῆς δὲ δευτέρας τὴν τετάρτην, τῆς δὲ τρίτης τὴν ἐβδόμην, τῆς δὲ τετάρτης τὴν δεκάτην. ὡσαύτως καὶ τῆς πρώτης τῶν ὁμωνύμων ταῖς ὥραις ὥρῶν τὴν ἀρχὴν ἐκ τῆς πρώτης ὥρας τῆς ἡμέρας λαμβάνοντες παρέτανον ταύτην ἄχρι τῆς τρίτης.

Τῆς αὐτὸ ποιῦντες ἐφεξῆς ὅπερ καὶ ἐπὶ τῶν φυλακῶν, πλὴν ὅτι τὸ δεύτερον σύστημα τῶν ὥρῶν τρίτην ἐκάλουν ὥραν ἐκ τῆς πρὸ αὐτῆς καιρικῆς ὥρας τὴν κλῆσιν ἐρανιζόμενοι, τὸ δὲ τρίτον ὥραν ἑκτην, τὸ δὲ τέταρτον ἑνάτην. γίνεται τῶν μυστικῶν καὶ ἐν εὐαγγελίοις. φησὶ γὰρ ὁ κύριος. ἕχι δώδεκα ὥραι τῆς ἡμέρας εἰσιν, ἐνθα προσεπινοῶν δέον τὸ καιρικαί· καὶ εἰ ἦδαι ὁ οἰκοδισπότης ὅποια φυλακῇ τῆς νυκτὸς ὁ κλέπτης ἐρχεται, ἐξηγόρησεν ἂν. Ἰωάννης δὲ καὶ Μάρκος οἱ ἱεροὶ εὐαγγελισαὶ διὰ τῶν τοιούτων ὥρῶν παρισώσι τὸν χρόνον τῆς τοῦ σωτῆρος σαυρώσεως. ὁ μὲν λέγων, ἦν δὲ ὥρα τρίτη καὶ ἐσαύρωσαν αὐτὸν, ὁ δὲ, ὥρα ἦν ὡσεὶ ἑκτη. καὶ ταῖς καιρικαῖς ὥραις, ἀλλὰ τὰς ὁμωνύμους ταύταις χρώμενοι. διὸ τοιούτον ἂν εἴη τὸ ὑπὲρ ἡμῶν λεγόμενον, καὶ ἐ διαφωνία ὡς τισιν ἔδοξε ἀσεβῶς τε ἅμα καὶ λανθάνῶς τὰ τῶν

εὐαγγελίων ἐκλαμβάνουσιν, ὅτι παρεδόθη ὁ Σωτὴρ
 ὑπὸ τοῦ Πιλάτου ἵνα τσαυρωθῇ τῇ τρίτῃ ὥρᾳ, ἦτο,
 τῇ ὁμωνύμῳ τῇ καιρικῇ, διεξοδευομένη ἤδη καὶ ἐγγὺς
 ἔσθ' ἀποπερατώσεως, καὶ τῆς ἑκτῆς ὅσων ἔπω ἐνεση-
 κείας. τῷτο γὰρ βέλεται τὸ, ὥσει ἑκτη. ὅτι ἔπω
 ἀρχὴν εἰλήφω ἡ ἑκτη τῆς τρίτης εἰσέτι διαρκύσης.
 ἐγγὺς μέντοιγε ἦν, καὶ ὥσει ἑκτη ὥρα ὁ χρόνος
 ἐκεῖνος ἐλογίζετο.

Πρόβλημα πρῶτον.

Τὰς ἀστρονομικὰς ὥρας εἰς γερμανικὰς ἀγαγῶν, καὶ
 ταύτας εἰς ἀστρονομικὰς.

Ἐπεὶπερ αἱ μετὰ μεσημβρίαν γερμανικαὶ ὥραι
 συνάρχονται, καὶ συμπέπτωσι ταῖς ἀστρονομικαῖς ἐν
 μόναῖς ταῖς πρὸ μεσημβρίας, ἔξω χῶραν τὸ ζητῆ-
 μενον. καὶ ταῦτα ἡνίκα αἱ δοθεῖσαι ἀστρονομικαὶ
 πλείους ὥσι τῶν δώδεκα. ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ τοίνυν
 τῶν ἀστρονομικῶν ἀφαιρεθέντος τοῦ 12, αἱ ἐναπο-
 λαφθεῖσαι ἔσονται ὥραι κατὰ γερμανὸς τῆς ἐπιύ-
 σης. οἷον ἔσω ὥρα ἀστρονομικὴ τῆς 19. Ἰαννουαρίῳ
 κ'. αὕτη εὐρεθήσεται ἡ. ἐωθινή κατὰ Γερμανὸς
 τῆς 11. τοῦ αὐτοῦ.

Τῷπαλιν δὲ τῇ δοθείσῃ πρὸ μεσημβρίας κα-
 τὰ Γερμανὸς ὥρᾳ προσκειμένῳ τοῦ 12, ἀνακύπ-
 τουσιν αἱ ἀστρονομικαὶ τῆς προηγμένης ἡμέρας.

οἶον ἢ πρὸ μεσημβρίας ζ'. τῆς ιθ'. Ἰαν. ἔσαι
ιθ'. ἀστρονομικῶς τῆς ιη'. τῷ αὐτῷ μηνός.

Πρόβλημα δεύτερον.

Τὰς τῶν Βαβυλωνίων ὥρας εἰς ἀστρονομικὰς ἀγαγεῖν.
καὶ ταύτας εἰς τὰς τῶν Βαβυλωνίων.

Ἐπεὶ ἡ ἀρχὴ τῶν ἀστρονομικῶν ὥρῶν διίτατο,
τῆς ἀρχῆς τῶν Βαβυλωνίων τεταρτημορίῳ. αἱ δὲ
πρὸ μεσημβρίας ὥραι κατὰ βαβυλωνίους τῆς προη-
γουμένης εἰσὶν ἡμέρας ἀστρονομικῶς, εὐρεθήτω τὸ
ἡμισυ τῆς δοθείσης ἡμέρας, καὶ ἀφαιρεθήτω τῶν Βα-
βυλωνίων ὥρῶν, καὶ τὸ λαπόμενον ἔσαι παρασατι-
κὸν τῶν ἀστρονομικῶν. οἶον δεδόσθω κατὰ τὴν κα'.
μαρτίαν, ἐν ἣ τὸ ἡμισυ τῆς ἡμέρας εἴξ ὑπάρχει
ὥρῶν, ἡ κατὰ Βαβυλωνίους ὥρα θ'. δῆλον ὅτι αὐ-
τῇ ἔσαι τρίτη κατὰ τοὺς ἀστρονόμους τῆς αὐ-
τῆς ἡμέρας. Εἰ δὲ αἱ δοθεῖσαι ὥραι ἐλάττωσι ὥστε
τῷ τεταρτημορίῳ, καὶ ἐκ ἐγχωρεῖ γενέσθαι ἀφαίρε-
σιν, συναφθήτωσαν πρῶτον τῷ 24, εἴτα γινέσθω ἡ
ἀφαίρεσις, ὃ γὰρ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς παρα-
τήσῃ τὰς ὥρας τῆς προτεραίας ἀστρονομικῶς. οἶον
ἡ κατὰ Βαβυλωνίους δ'. ὥρα τῆς κα'. μαρτίαν κβ'.
εἰσὶν ἀστρονομικῶς τῆς κ'. τῷ αὐτῷ.

Συνάπτονται δὲ αἱ δοθεῖσαι ὥραι τῷ 24, ὅτι
ἔπω ἂν ἀρξαιντο τῆς κα'. μαρτίαν οἱ ἀστρονόμοι, ἡνί-
κα τετάρτην ὥραν τῆς αὐτῆς ἡμέρας ἀριθμῶσιν οἱ

Βαβυλώνιοι, διάτοι τῦτο προσεθεῖσαι αὐται ταῖς εἴκοσι καὶ τέτταρσι τῆς προτεράας, καὶ τῆς μεταξύ Βαβυλωνίων καὶ Ἀστρονόμων διαφορᾶς, ἥτοι τῷ ἡμίσεως τῆς ἡμέρας ἀφαιρεθείσης, αἱ ἐναπεσλάπόμεναι τῆς κ'. ἡμέρας ὥραι ἴσονται ἀστρονομικῶς.

Δοθείσης δὲ τῆς ἀστρονομικῆς ὥρας, καὶ ζητημένης τῆς βαβυλωνίας προσεθῆναι δεόν τῇ δοθείσῃ τὸ ἡμισυ τῆς ἡμέρας. εἰδὲ τὸ ἐξ ἀμφοῖν ὑπερέχῃ τὸν 24, ἀφαιρετέον αὐτὸν ἀπὸ τῷ ὅλῃ. ἔσαι γὰρ διὰ μόνης μὲν τῆς προθέσεως ἡ βαβυλωνία ὥρα τῆς αὐτῆς ἡμέρας, διὰ τῆς προσαφαιρέσεως δὲ ἡ τῆς ἐπιύσης. οἷον εἶγε κατὰ τὴν κα' μαρτίῃ δοθῇ ὥρα ἀστρονομικὴ τρίτη, ἡ αὐτὴ κατὰ Βαβυλωνίως εὐρεθήσεται δ'. εἰδὲ δοθῇ ἡ κβ'. τῆς κ'. τῷ αὐτῷ μηνός, ἔσαι ἡ αὐτὴ δ'. τῆς κα'. κατὰ Βαβυλωνίως.

Πόρισμα.

Ἐξ ὧν συνάγεται πῶς ἂν τις ἀγάγοι τὰς βαβυλωνίας ὥρας εἰς γερμανικὰς, καὶ τὰς γερμανικὰς εἰς βαβυλωνίας. ἀγαγὼν γὰρ ταύτας πρῶτον εἰς ἀστρονομικὰς τεύξαι τ' ἂν ὁ χαλεπῶς τῆς εἰς ἀλλήλας μεταποιήσεως, τῶν ἀστρονομικῶν μεταπιπτουσῶν ἐφ' ἑκάτερα. ἀλλ' ἔσι τέτε τυχεῖν καὶ ἀμέσως διὰ τῷ ἐπομένῳ προβλήματος.

Προβλημα τρίτον.

Τὰς βαβυλωνίας ὥρας εἰς γεμανικὰς ἀγαγεῖν
καὶ τῦμπαλιν.

Ληφθήτω τὸ ἡμινυκτερινὸν διάστημα κατὰ
τὴν δοθεῖσαν ἡμέραν ἐπὶ τὸ δοθὲν πλάτος τῷ τό-
πῳ ἐφ' ᾧ ἡ ζήτησις γίνεται. τῷτο δὴ ταῖς βαβυ-
λωνίαις ὥραις προσεθῇ, τῶν πρὸ μεσημβρίας γε-
μανικῶν ὥρῶν ἔσαι παρασατικόν, εἴγε τὸ ἐξ ἀμ-
φοῦν συγκείμενον ἐλλείπει τῷ 12, εἶδὲ ὑπερέχει
τέττε, ἀφαιρεθήτω ἐξ αὐτῆς ὁ 12, καὶ ὁ ἐναπο-
λειφθεὶς ἀριθμὸς τῶν μετὰ μεσημβρίαν γεμα-
νικῶν ὥρῶν ἔσαι δηλωτικός. οἷον ἔσω ἡμινυκτερι-
νὸν διάστημα ὥρῶν 7, ὥρα δὲ κατὰ βαβυλωνίους
τετάρτη, αὕτη ἐνδεκάτη πρὸ μεσημβρίας κατὰ γε-
μανὸς λογιθήσεται. εἰάν δὲ ἡ δοθεῖσα ἐνάτη
κατὰ βαβυλωνίους, δ'. ἔσαι μετὰ μεσημβρίαν κατὰ
γεμανὸς. καμένων δὲ τῶν γεμανικῶν ὥρῶν, καὶ
ζητημένων τῶν βαβυλωνίων ἀπὸ μὲν τῶν πρὸ με-
σημβρίας ἀφαιρεθήτω τὸ ἡμισυ τῆς νυκτός, ταῖς
δὲ μετὰ μεσημβρίαν προσεθήτω τὸ ἡμισυ τῆς ἡμέ-
ρας, καὶ γνωθήσονται αἱ βαβυλώνιοι, ὡς δῆλον
ἐκ τῆς αὐτῆς ὑποδείγματος.

Πρόβλημα τέταρτον.

Τὰς ἰταλικὰς ὥρας εἰς γερμανικὰς ἀγαγεῖν,
καὶ τῦμπαλιν.

Δοθέντος τῷ πλάτους τῷ τόπῳ γνωθῆσεται τῆς ἡμέρας καὶ τῆς νυκτὸς τὸ διάστημα, καθ' ὃ ἡ ζήτησις γίνεται. ἀπὸ τῶν Ἰταλικῶν τοίνυν ὥρῶν ἀφαιρεθέντος τῷ ἡμινυκτερινῷ, γνωθῆσονται αἱ πρὸ μεσημβρίας γερμανικαὶ ὥραι, εἴγε ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς ἐλλάττει τῷ 12, εἶδε ὑπερέχῃ, ἀφαιρετίον ἐτι ἀπ' αὐτῷ τὸν δώδεκα, καὶ ὁ ἐσχάτως ἐναπολειφθεὶς τῶν μετὰ μεσημβρίαν γερμανικῶν ὥρῶν ἔσαι παρασατικός. οἷον ἔσω κατὰ τὴν κα'. μαρτίῃ ὥρα κατὰ Ἰταλὸς ἐνάτῃ, ἔσαι αὕτη κατὰ γερμανὸς τρίτῃ πρὸ μεσημβρίας. εἶδε εἴη κ'. κατὰ Ἰταλὸς δευτέρῃ, ἔσαι μετὰ μεσημβρίαν κατὰ Γερμανὸς.

Ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι Ἰταλικάι ὥραι ἐλάττωσι ὥσι τῷ ἡμινυκτερινῷ διαστήματος προσκειμένῃ ταύταις τῷ ἡμινυκτερινῷ, ἐξαχθήσονται αἱ μετὰ μεσημβρίαν τῆς προτεράιας ὥραι κατὰ γερμανὸς. οἷον δεδόσθω κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν ὥρα Ἰταλικὴ τετάρτῃ συναπτομένη τῷ 6 τῷ 4. παραχθήσεται ὁ 10, τῆς ι'. ὥρας μετὰ μεσημβρίαν τῆς κ'. μαρτίῃ γερμανικῶς ὑπάρχων δηλωτικός.

Ἐμπαλιν δὲ ἀπὸ τῶν μετὰ μεσημβρίαν γερμανικῶν ὥρῶν, εἴγε ὑπερέχωσι τῷ ἡμίσεος τῆς ἡμέ-

ρας, ἀφαιρεθέντος αὐτῷ δὴ τῷ ἡμίσεως τὸ ἐναπο-
λειφθὲν δηλώσει σοι τὰς ὥρας τῆς ἐπιύσεως κατὰ
τὴν Ἰταλίαν. οἷον ἡ μετὰ μεσημβρίαν δεκάτη τῆς
κ'. Μαρτίου γερμανικῶς, τετάρτη ἔσται τῆς κα'. τῷ
αὐτῷ Ἰταλικῶς.

Τελευταῖον δὲ εἰάν ὥσιν αἱ δοθεῖσαι γερμανι-
καὶ ὥραι πρὸ μεσημβρίας, προοιτιόν ταύταις τὸ
ἡμινυκτερινόν, ταῖς δὲ μετὰ μεσημβρίαν, ἐλάττο-
σιν ἐμπης ἔσσις τῷ ἡμιημερινῷ, αὐτὸ δὴ τὸ ἡμι-
νυκτερινόν, καὶ προσέτι τὰς ἄχρι μεσημβρίας ὥρας,
καὶ ἔχομεν κατ' ἄμφω τὰς Ἰταλικὰς ὥρας τῆς αὐ-
τῆς ἡμέρας. ἔσω γὰρ γερμανικὴ ὥρα τρίτη πρὸ με-
σημβρίας τῆς κα'. μαρτίου τῷ 3 προσκειμένον τοῦ
6, ἐξάγεται ὁ 9 τῆς ἐνάτης ὥρας τῆς αὐτῆς
ἡμέρας κατὰ τὴν Ἰταλίαν παρασατικός. Ἐσω δὲ
ἡ μετὰ μεσημβρίαν δευτέρα συναπτομένον τῷ 2
τῷ 6, καὶ 12, ἀναφύεται ὁ 20 τῆς εἰκοστῆς ὥρας
Ἰταλικῶς τῆς αὐτῆς ἡμέρας δηλωτικός.

Πόρισμα.

Τῶν Γερμανικῶν ὥρων εἰς ἀστρονομικὰς, καὶ τέ-
των εἰς γερμανικὰς ἀμειβομένων κατὰ τὸ πρῶτον
πρόβλημα, πρόδηλον ὅτι καὶ αἱ Ἰταλικαὶ εἰς ἀστρο-
νομικὰς ἀναχθῆσονται, καὶ αἱ ἀστρονομικαὶ εἰς Ἰτα-
λικὰς.

Πρόβλημα πέμπτον.

Τὰς καιρικὰς ὥρας εἰς γεμανικὰς, καὶ ταύτας
εἰς καιρικὰς ἀγαγεῖν.

Εὐρεθῆτω πρῶτον κατὰ τὸ δοθὲν πλάτος τοῦ
τόπου, καὶ κατὰ τὸν δοθέντα χρόνον, τὸ ποσὸν
τῆς τε ἡμέρας καὶ τῆς νυκτὸς, ἔτι δὲ καὶ ὁ χρόνος
καθ' ὃν ἀνατέλλει, καὶ καθ' ὃν δύει ὁ ἥλιος, εἴτα
διαρεθέντος ἑκατέρου ἐπὶ τὸν 12 χωρὶς, εἶσαι τῶν
διὰ τῆς διαρέσεως παραγομένων ἀριθμῶν, ὁ μὲν
τῆς ἡμερινῆς καιρικῆς ὥρας, ὁ δὲ τῆς νυκτερινῆς πα-
ρασατικός. ἔσω γὰρ ἡ δοθεῖσα ἡμέρα ὥρων ἐξ
πρὸς ταῖς δέκα', δῆλον τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαν-
τι, ὅτι ληγέσης τῆς κατὰ γεμανὸς δ'. πρὸ με-
σημβρίας, ἀνίσχει κατ' αὐτὴν τὴν ἡμέραν ὁ ἥλιος,
δύει δὲ ὁ αὐτὸς τῆς κατ' αὐτὸς ἡ. μετὰ μεσημβρί-
αν περατωθείσης. διαρεθῆτω δὴ ὁ 16 ἐπὶ τὸν 12,
καὶ εἶσαι πηλίκον $1\frac{1}{3}$. τῆς καιρικῆς ἡμερινῆς ὥρας
δηλονότι παρασατικόν, τὸ δὲ $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ τὸ νυκ-
τερινῆς καιρικῆς ὥρας δηλωτικὸν διαριζομένου τῆς 8
ἐπὶ τὸν 12. δοθείσης τοίνυν τῆς καιρικῆς ὥρας πολ-
λαπλασιασέον ἐπ' αὐτὴν τὸ πηλίκον, τὸν δὲ ὑπ' αὐ-
τῶν γενόμενον ἀριθμὸν συναπτεόν ταῖς πρὸ τῆς ἀνα-
τολῆς τῆς ἡλίου γεμανικαῖς ὥραις, τὸ γὰρ ἐξ ἀμ-
φοῖν δηλώσει τὰς πρὸ μεσημβρίας γεμανικὰς ὥρας,
ἄλλεπον μέντοι τῆς 12, ὑπερέχον δὲ τὰς μετὰ με-
σημβρίαν, εἴγε τῆς ἀφίλης τὸν 12. οἷον δευδόσω

καιρικὴ ἡμερινὴ ὥρα ὀγδόη, ἣν δὲ ἀγαγεῖν εἰς γε-
 ρμανικὰς· πολλαπλασιαζομένῃ τῷ 8, ἐπὶ τὸν $1\frac{1}{3}$
 καὶ τῷ ὑπ' αὐτῶν $10\frac{2}{3}$, προσκειμένῃ τῷ 4, ἀπὸ
 δὲ τῷ ἐξ ἀμφοῖν $14\frac{2}{3}$ ἀφαιρουμένῃ τῷ 12. λείπει-
 ται ὁ 1 καὶ $\frac{2}{3}$ ὁ τῶν γερμανικῶν μετὰ μεσημβρίαν
 ὥρῶν σημαντικός.

Καὶ ταῦτα μὲν εἶγε ἡ δοθεῖσα ὥρα ὑπάρχει
 ἡμερινή. εἰάν δὲ ἡ ζήτησις γένηται περὶ νυκτερινῆς
 πολλαπλασιασίου τὰς δοθείσας ἐπὶ τὸ νυκτερινόν
 πηλίκον, καὶ τῷ ὑπ' αὐτῶν συναπτέον τὰς πρὸ τῆς
 δύσεως τῷ ἡλίῳ γερμανικὰς ὥρας· καὶ μὲν τὸ ἐξ
 αὐτῶν ἐλλείπει τῷ 12, τῶν μετὰ μεσημβρίαν γε-
 ρμανικῶν ὥρῶν τῆς αὐτῆς ἡμέρας, εἰδὲ ὑπερέχει τῆς
 ἐπιύσης ἔσαι παρασατικόν, εἰάν ἀφίλῃς τὸν 12.
 οἷον ἔσω ὥρα νυκτερινὴ ὀγδόη, τῷ 8 ἐπὶ τοῦ $\frac{2}{3}$
 πολλαπλασιαζομένου πρόσσιν ὁ $5\frac{1}{3}$, ὅτος συναπ-
 τόμενος τῷ 8, ποιεῖ τὸν $13\frac{1}{3}$, ἐκ τούτου ἀφαιρου-
 μένῃ τῷ 12, λείπεται $1\frac{1}{3}$ τῶν τῆς ἐπιύσης γε-
 ρμανικῶν ὥρῶν παρασατικός. ἀνάπαλιν δὲ δοθείσης
 τῆς γερμανικῆς ὥρας, καὶ ζητυμένης τῆς καιρικῆς,
 ἀφαιρετέον τὰς πρὸ τῆς ἀνατολῆς τῷ ἡλίῳ γερμα-
 νικὰς ὥρας, καὶ τὸ λειπόμενον διαιρετέον ἐπὶ τὸ πη-
 λίκον τῆς καιρικῆς· ἔσω γὰρ ὥρα γερμανικὴ 9.
 ἀφαιρουμένῃ ἀπὸ τῷ 9 τῷ 4, λείπεται ὁ 5, ὅ-
 τος ἐπὶ τὸν $1\frac{1}{3}$ διαίρετός παρέρχει τὸν $3\frac{1}{4}$, τῆς
 καιρικῆς ὥρας σημαντικόν.

Πόρισμα.

Ἐπει κατὰ τὰ προσηχῶς εἰρημένα αἱ γερμανικαὶ ὥραι μεταποιῶνται εἰς βαβυλωνίαν, καὶ ἀσσυριομικὰς, καὶ Ἰταλικὰς, ἔξῃς καὶ τὰς παικρικὰς εἰς αὐτὰς ταύτας ἀγαγεῖν, καὶ τῦμπαλιν.

Ὅρος δέκατος πρῶτος.

Μόριον ὡριατὸν χαλδαϊκὸν ἐστὶ τὸ χιλιοσὸν ὀγδοηκοσὸν τῆς ὥρας.

Σχόλιον.

Οἱ γὰρ Χαλδαῖοι διαιρῶντες τὸ ἡμερονύκτιον ὁμοίως τοῖς ἄλλοις εἰς μέρη 24 ἴσα ἀλλήλοισι, ὑποδήρην ἑκάστον τῶν εἰς 1080, ἐλαβίμ παρὰ τοῖς Ἰνδαίοις λεγόμενα. ἐν χεῖρσιν δὲ ταῦτα αὐτοῖς τε καὶ τοῖς ἄραψι καὶ ἄλλοις. ὥστε τὸ παρ' ἡμῶν ἐξηκοσὸν πρῶτον τῆς ὥρας ἴσον ἐστὶ 18 ὡριαίοις Χαλδαϊκοῖς.

Πόρισμα.

Ἐν τῶν εἰρημένων δῆλον πῶς ἄν τις ἀγάγοι τὰ παρὰ Χαλδαίοις ὡριατὰ μόρια εἰς ἐξηκοσὰ, καὶ ἀνάπαλιν. εἰάν γὰρ ζητηθῇ τὸ πρῶτον, ἀναχθῆσονται διὰ διαιρέσεως αὐτῶν ἐπὶ τὸν 18, εἰδὲ τὸ δεύτερον, διὰ πολλαπλασιασμῶ. προκείδω γὰρ ὑποδείγματος χάριν εἰς ζήτησιν πόσοις ἐξηκοστοῖς ἰσοδυνα-

μῦσι τὰ 500 κατὰ Χαλδαίως ὠριατὰ μέρη, ἢ
 εὐρεθήσονται = $27', 46'', 40'''$. ὁ γὰρ 500,
 ἐπὶ τὸν 18 διαιρέμενος παρέχει πηλίκον $27' \frac{7}{9}$
 ἅπες ἐξισϋνται $27', 46'', \frac{2}{3}$. ἂν γάρ τις διέλῃ
 τὰ $60''$, ἃ εἰσὶν ἴσα ἐνὶ πρῶτῳ ἐξηκοσῷ ἐπὶ τὸν 9
 ἔξω πηλίκον τὸν $6'' \frac{2}{3}$, τότε ληφθέντος ἐπτάκις
 γενήσεται ὁ $40'''$ ἢ $\frac{2}{3}$, ὅς ἐστιν ἴσος τῷ $27', 46'',$
 $40'''$, τὰ γὰρ $\frac{2}{3}$ τῷ δευτέρῳ ἐξηκοσῷ ἰσοδυναμῶ-
 σι $40'''$.

Ζητηθήτω δεύτερον πόσοις Χαλδαϊκοῖς ὠριαί-
 οῖς μέρεσιν ἴσα εἰσὶ τὰ $30', 15''$, καὶ εὐρεθήσον-
 ται = $544, \frac{1}{2}$, τῷ γὰρ 30, ἐπὶ τὸν 18, πολ-
 λαπλασιαζομένη ἀναφύεται ὁ 540, εἰσὶ δὲ ἢ τὰ
 $15''$ ἴσα 4, καὶ $\frac{1}{2}$, ὠριαίοις εἰ γὰρ τὰ $60'' =$
 18 , τὰ $15''$ πάντως τοῖς 4, καὶ $\frac{30}{60}$, ἥτοι
 $4 \frac{1}{2}$, ἴσα ἔσονται.

Ὁ'ρος δέκατος δεύτερος.

Τι ἐστὶν ἑβδομάς.

Ἡ ἑβδομάς ὥς καὶ τένομα δηλοῖ χρονικὸν
 σύστημα ἐστὶν, ὑπὸ ἑπτὰ ἡμερονυκτίων συνιστάμενον.

Σχόλιον.

Ταῖς ἑβδομάσι πρὸ τῶν ἄλλων οἱ Ἰουδαῖοι ἐ-
 χεῖσαντο αὐτὸν τὸν θεὸν εἰσηγητὴν ταύτης παράγον-

τες, ἐν ἡμέραις μὲν ἐξ τὸ πᾶν συμπηξάμενον, τῇ ἐβδόμῃ δ' ἀπὸ παντὸς ἔργου καταπαύσαντα. ἦν ἡ δὲ αὐτὸ τῷτο καλῶσι σάββατον, ὅπερ τῇ ἐκείνων Φωνῇ σημαίνει κατάπαυσιν. ταῦτ' ἄρα ἀπὸ παντὸς ἔργου ἐν τοῖς σάββασι σχολάζουσι, τῷ νόμῳ τῷτο αὐτοῖς διακελεύοντος. ἢ μόνον δὲ τὴν ἐβδόμην τῆς ἐβδομάδος ἡμέραν καλῶσι σάββατον, ἀλλὰ ἡ αὐτὴν δὴ τὴν ἐβδομάδα, κατὰ τὸ ἐν εὐαγγελίοις εἰρημένον. νησεύω δις τῷ σαββάτῳ, τὴν δὲ δις τῆς ἐβδομάδος. τὰς δὲ λοιπὰς ἡμέρας καλῶσι πρώτην, δευτέραν, τρίτην, τετάρτην, πέμπτην, τὴν δὲ ἑκτὴν, ἕχ' ἑκτὴν, ἀλλὰ παρασκευὴν, οἷον αὐτὴν παρασκευὴν ἦσαν πρὸς τὸ σάββατον. ἐκείθεν τοίνυν διέβη εἰς τε ἄλλους, ἡ εἰς ἡμᾶς ἢ τῆς ἐβδομάδος χρεῖσις, μετὰ τινος μέντοι διαφορᾶς. ἡ γὰρ τὴν πρώτην ἡμέραν τῆς ἐβδομάδος κυρίαν, ἡ κυριακὴν καλῶμεν ἡμεῖς, διὰ τὸ κατ' αὐτὴν ἐκ τῶν νεκρῶν ἀναστῆναι τὸν κύριον, ἡ σχολὴν δὲ ἡ ἀργίαν ἐν αὐτῇ ἄγομεν, ἕχ' ἰσθαϊκῶς, ἡ μετ' ἀλόγου δασιδαιμονίας ὁμοίως ἐκείνοις, ἀλλ' εὐλόγως καὶ εὐσεβῶς, ὡς τιμῶντες τὴν τῷ σωτῆρος ἀνάστασιν τῶν δὲ λοιπῶν ἡμερῶν τὰς πλήρεις ἀπαραλλάκτως τηροῦμεν, τὰς τε ἄλλας τοῖς αὐτοῖς σημαίνοντες ὀνόμασι, καὶ τὴν ἑκτὴν τῷ τῆς παρασκευῆς, καὶ τὴν ἐβδόμην τῷ τοῦ σαββάτου. καὶ ἡμᾶς μέντοι κυρίως σάββατον ὑπάχει ἡ κυριακή, καὶ παρασκευὴ πρὸς αὐτὴν τὸ σάββατον. Φέρεται δὲ ὅτι πάντες οἱ παρ' αἰθίοψι, καὶ Ἀραβίαι, καὶ Σύροις, καὶ Πέρσαις χριστιανοὶ πα-

πάσας τὰς τῆς ἑβδομάδος ἡμέρας κοινῷ ὀνόματι
 σαββάτ προσαγορεύουσι, διατίλλοντες ταύτας ἀπ' ἀλ-
 λήλων τῷ καταλλήλῳ ἑκάσῃ τακτικῷ ὀνόματι. τῷ-
 τίσι λέγοντες τὴν μὲν πρώτην σαββάτ πρῶτον,
 τὴν δὲ δευτέραν, σαββάτ δευτέρου, καὶ ἐφεξῆς ὁ-
 μοίως. οἱ δὲ Αἰγύπτιοι καὶ ἄλλοι τοῖς πλάνησι τῶν
 ἀστέρων τὰς ἡμέρας τῆς ἑβδομάδος προσοικειῶντες,
 καὶ ἑκάστην, ἑνὸς ἑκάστου τῶν πλανητῶν ἡμέραν ἑ-
 λεγον. ἦτοι τὴν πρώτην ἡμέραν Ἡλίου, τὴν δευτέ-
 ραν Σελήνης, τὴν τρίτην Ἀρεως, τὴν τετάρτην Ἑρ-
 μῆ, τὴν πέμπτην Διὸς, τὴν παρασκευὴν Ἀφροδί-
 τῆς, τὸ σάββατον Κρόνου, κατὰ τι ἔθος καὶ δόξαν
 ἀστρονομικὴν τὰς τοιαύτας κλήσεις ἐρανισάμενοι· οἱ
 γὰρ ἀρχαῖοι τῶν ἀστρονόμων ἑκάστῳ τῶν πλανητῶν
 καὶ ἣν ἔλαχον τάξιν ἐπὶ τῶν ὑρανίων κύκλων ἑκά-
 στην τῶν ὥρων ἀποκληρούμενοι, καὶ τὰς ἡμέρας ἐκείνῳ
 ἀπεκληρώσαντο. καὶ τὴν τυχεύσαν ἑμπὴς ἡμέραν τῷ
 τυχόντι αὐτῶν, ἀλλ' ὥς ἂν ἐμπέσῃ ἡ πρώτη ὥρα τῆς
 ἡμέρας αὐτῆς, ἦν ἐκ τῶν πλανήτων ἐπονομάζουσι. καὶ
 γὰρ ἐκ τῆς κυριακῆς τὴν ἀρχὴν ποιησάμενοι, καὶ
 ταύτην τῷ Ἡλίῳ ἀποκληρώσαντες, καὶ τὴν πρώτην
 ὥραν αὐτῆς τῷ ἁπονέμεται, τὴν δευτέραν τῇ Ἀφρο-
 δίτῃ, τὴν τρίτην τῇ Ἑρμῇ, τὴν τετάρτην τῇ Σελήνῃ
 τὴν πέμπτην τῷ Κρόνῳ. τὴν ἑκτην τῷ Διὶ, τὴν ἑβδο-
 μην τῷ Ἀρεῖ, τὴν ὀγδοὴν πάλιν τῷ Ἡλίῳ, καὶ ἕτω
 καθεξῆς μέχρι τῆς εἰκοστῆς τετάρτης, ἥτις τῷ Ἑρ-
 μῇ ἀπονέμεται. ἀρχάμενοι δὲ πάλιν, ἐπεὶ ἡ τῆς δευ-
 τέρας πρώτη ὥρα τῇ σελήνῃ συμπέπτει, τῇ σελήνῃ
 αὐτὴν ἀποδίδουσι, καὶ ἡμέραν ταύτης καλεῖται, ἕτω

ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ποιήσαντες τὰς ἐπωνυμίας τῶν ἡμερῶν ἀπό τινος τῶν πλανητῶν ἐρανίζονται.

Περὶ μηνῶν.

Ὁ μὴν κατὰ πρώτην τομὴν διαιρεῖται εἰς ἡλιακὸν ἢ σεληνιακόν. ὧν ἑκάτερος ὑποδιαιρεῖται εἰς ἀστρονομικὸν ἢ πολιτικόν. ὁ δὲ σεληνιακὸς ἀστρονομικὸς διαιρεῖται εἰς συνοδικὸν ἢ περιοδικόν.

Ὁρος δέκατος τρίτος.

Μὴν ἡλιακὸς Ἀστρονομικὸς ἐστὶ χρόνος, ὃν ὁ ἥλιος δαπανᾷ διερχόμενος τὸ δωδεκατημόριον τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου, ὅσις κατὰ τῆς ἀκριβεστάτης τῶν ἀστρονόμων ὑποτίθεται, $30^{\circ}, 10', 29'', 5'''$.

Ὁρος δέκατος τέταρτος.

Μὴν ἡλιακὸς πολιτικὸς ἐστὶ χρόνος ἐξ ὠρισμένων ὁλοπλήρων ἡμερῶν συγκείμενος, ἢ προσεγγίζων τῷ ἀστρονομικῷ.

Ὁρος δέκατος πέμπτος.

Μὴν σεληνιακὸς ἀστρονομικὸς, ὁ περιοδικὸς λεγόμενος ἐστὶ χρόνος, ἐν ᾧ ἡ σελήνη ὅλον τὸν ζωδιακὸν περιτρέχει κύκλον ἐπανακάμπτουσα ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, ὃθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ὅσις σύγκειται ἐξ $27^{\circ}, 7', 43'', 8'''$.

“Ορος δέκατος ἕκτος.

Μὴν σεληνικὸς ἀστρονομικὸς, ὁ Συνοδικὸς καλόμενος, ἢ κατ’ ἀντανομασίαν σεληνιακὸς μὴν ἐστὶ χρόνος ὁ μεταξὺ δύο συζυγιῶν, ἢ συνόδων ἑφίξῃς καμίνων, Ἡλίω τε ἢ Σελήνης, σύγκειται δὲ ἐξ 29^h, 12^m, 44^s, 3^{'''}, 11^{'''}.

Σχόλιον.

Γινα δὲ σαφίσερον γίνηται τὸ λεγόμενον, δεδο-
 ὦν συνοδεύσασαν ἤδη τῷ ἡλίῳ τὴν σελήνην κατὰ τι
 σημεῖον τῆς ἐκλαπτικῆς, Φερεῖ εἰπεῖν τῷ Κριῦ τὴν
 ἀρχὴν, ἀποχωρῆσαι τότε Φερομένην ἐπὶ τὰ ἐπό-
 μενα, κατὰ τὴν ἰδίαν αὐτῆς κίνησιν. τότε τοίνυν
 καμίνου, ἔπεται ὅτι ἡλίκα καταλάβῃ πάλιν τὸ ση-
 μεῖον, ἐξ ὧ περ ἤρξατο Φερεῖσθαι. ἢ συνοδεύσει πάν-
 τως κατὰ τὸ αὐτὸ αὐθις τῷ Ἡλίῳ, ὡς ἀποχωρή-
 σαντος καμίνου ἐπεῖθεν τῇ ὁμοίᾳ κινήσει πρὸς τὰ
 ἐπόμενα, ἀλλὰ δεῖσαι καμίνου προσέτι τὸ μέρος δια-
 δραμεῖν, ὃ δὴ ἔλθεν ὁ Ἡλίου, ἵνα καταλάβῃ αὐ-
 τόν, ἢ ἑτέρα γίνηται σύνοδος. ἐπεὶ δὲ διέρχεται
 ἡ Σελήνη τὸ διάστημα τῷτο κατὰ τὰς Ἀστρονόμους
 ἐν 2^h, 5^m, 0^s, 55^s, 11^{'''}, προσιδεμένων τῶτων τῷ πε-
 ριοδικῷ μῆνι ἀναφύεται ὁ συνοδικός.

Ὅρος δέκατος ἑβδομος.

Μὴν σεληνιακὸς πολιτικὸς ἐστὶ χρόνος προσεγγίζων τῷ συνοδικῷ ἐξ ὁλοκλήρων ἡμερῶν συνιστάμενος.

Σχόλιον.

Αἴτιον τῆς τοιαύτης διαφορᾶς ἐστίν, ὅτι οἱ μὲν ἀφρονόμοι ἐν πᾶσι τηρῶντες τὸ ἀκριβές, ἢ δὲ βραχύτι παρορῶσιν, ἀλλὰ τὴν μῆνα λαμβάνουσι μετὰ τῶν προσκαίμενων ταῖς ἡμέραις ὥρῶν καὶ ἐξηκοσῶν, ὡς συντάσσοντας αὐτοῖς εἰς εὐρεσιν συνόδων, καὶ διαμετρήσεων, ναὶ μὴν καὶ αὐτῶν τῶν ἐκλείψεων τῶν φωσῆρων τούτων· ὁ δὲ πολὺς ἕτος ἄνθρωπος δυσαρρετίζων τοῖς τοιούτοις, μὴ ἔχων τὴν ὁμοίαν ἐκείνων φυλάττειν ἀκρίβειαν. διὸ παρορῶμενων τῶν ὥρῶν καὶ τῶν ἐξηκοσῶν, ἐξ ὁλοκλήρων ἡμερῶν οἷτε ἡλιακοὶ καὶ σεληνιακοὶ μῆνες πολιτικῶς συνίστανται. καί τοι ἢ πάντες ἰσαριθμοὺς κεκλήρονται. τῶν γὰρ Ῥωμαϊκῶν ἡλιακῶν μηνῶν οἱ μὲν τριακονδήμεροι εἰσιν, οἱ δὲ μίᾳ ὑπερέχοντες, ἐστὶ δ' ὅς ὅτε μὲν μίᾳ, ὅτε δὲ δυοὶ τῷ τριακονδημῆρι ἐλλείπων.

Οἱ δ' αὖ σεληνιακοὶ οἱ ἐξ ἡμερῶν 29 καὶ 30, ἐν μέρει συγκείμενοι ἐν χρήσει ὑπῆρχον τοῖς παλαιῇ ἀθηναίοις καὶ ἄλλοις ἔθνεσιν, ὡς ἐν τοῖς εἰσέπειτα δηλωθήσεται. ἐπεὶ δὲ ἐκ ταύτης τῆς ὑποδείσεως συμβαίνει μὴ συνάδειν τὰς πολιτικὰς ἀπα-

ριθμήσεις ταῖς ὑρανίαις κινήσειν, ζητήσιν ἄντις
 εὐλόγως, τῷ τρόπῳ γένοιτ' ἂν εὐμεθόδως τέτων
 τε καὶ κένων ἢ ἐξίσωσις. ὅθεν ἔτι παρὰ χορδῇ,
 τὸ τῆς λόγῃ, καὶ περὶ ταύτης βραχεία διαλαβεῖν,

ΕΞΙΣΩΣΙΣ ΣΕΛΗΝΙΑΚΗ.

Πρόβλημα ἕκτον.

Δοθέντων τῶν συνοδικῶν καὶ πολιτικῶν σεληνιακῶν
 μηνῶν, τὴν τέτων ἐξίσωσιν εὐρεῖν.

Ἐπεὶπερ, ὡς εἴρηται, οἱ πολιτικοὶ σεληνιακοὶ
 μῆνες ὑποτίθενται συγκαίμενοι ἐξ ἡμερῶν 29, καὶ
 30, καὶ τῆς συμβαίνει παρορᾶσθαι καθ' ἑκάστην
 τέτων 44', 3", 11" (ἅπερ συμποσύμενα ἐν δια-
 σήματι ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα μηνῶν πρὸς τοῖς ἐν-
 νεακοσίοις ποιῶσιν ἡμέρας ἐννέα πρὸς ταῖς εἴ-
 κοσι) δυνατόν μετὰ παρέλευσιν 984 μηνῶν προ-
 δεῖναι τέτοις τὰς 29, ἡμέρας ἂν θ' ἐνὸς ἐμβολί-
 μῃ, καὶ ἀριθμῆσθαι μῆνας 949.

Ἄλλως.

Τῶν 44', 3", 11", μετὰ τρεῖς καὶ τριάκοντα
 μῆνας εἰς ἡμέραν 1. 13', 45", 3", συμποσυμένων,
 εἴτις ἐκάστῳ τριακοσῷ τρίτῳ μηνὶ προδεῖν ἡμέραν
 μίαν τριακονθήμερον. τῆτον ποιούμενος προσεγγίσει
 τῇ ζητούμην ἐξίσωσιν τῶν μηνῶν.

Ἐξίσωσις ἡλιακῆ.

Πρόβλημα ἑβδομον.

Δαθέντος τοῦ ἡλιακοῦ δρόμου, τοῖς ἡλιακοῖς πολιτικοῖς μῆσιν αὐτὸν ἐξισῶσαι.

Τὸ ἡλίου τὸν ζωδιακὸν περιππεύοντος ἐν 365^η, 5^η, 49'. διελώντις τὰς 365, ἐπὶ τὸν 12, ποιήσειεν ἂν τὴς μὲν ἐπὶ τῶν 12, μηνῶν τριακονθήμερος, τὴς δὲ λοιπῆς 5, ὑπερέχοντας μίαν. ἐπεὶ δὲ ἐν ἐκάστῃ δωδεκάδι καταλείπει 5^η, 49', ποιῶντα ἐν διαστήματι μηνῶν τεσσαράκοντα ὀκτὼ 23^η, 16'. ἥτοι ἡμέραν μίαν ἐγγύς, προθεῖς ἐνὶ τῶ τῶν τῆς τετάρτης δωδεκάδος μηνῶν ἡμέραν μίαν ἐξισάσειεν ἂν ὁ αὐτὸς τοὺς μῆνας τῷ δρόμῳ τῷ ἡλιακῷ.

Περὶ ἐνιαυτοῦ ἢ ἔτους.

Ὁ ἐνιαυτὸς, ὅς δὴ καὶ ἔτος ἦ καλεῖται διττὸς ἐστίν, ἡλιακὸς, καὶ σεληνιακός· ἐστὶ δ' ἐκάτερος ἢ ἀστρονομικὸς ἢ Πολιτικὸς.

Ὁβὸς δέκατος ἑβδομος.

Ἡλιακὸν ἀστρονομικὸν ἔτος ἐστὶ τὸ ἐξ ἡμερῶν 365^η, 5^η, 49', συνιστάμενον κατὰ τὴς ἀκριβεστέρας τῶν ἀστρονόμων. λέγεται δὲ τὸ αὐτὸ καὶ τροπικὸν ὅτι ὡς ἀπότινος τῶν τροπικῶν σημείων ἀρχόμενον, ἀλλ' ὡς περιεκτικὸν ὑπάρχον τῶν ἡλιακῶν

τροπῶν, καὶ τῇ πρὸς τὰς τροπικὰς κύκλῳ τῷ Ἡλίῳ
προσχωρήσατε καὶ ἀποχωρήσει ἀποτελούμενον.

Ὁ'ρος δέκατος ὀγδοος.

Ἡλιακὸν πολιτικὸν ἔτος ἐστὶ τὸ ἐξ ἡμερῶν
ὀλοκλήρων συγκείμενον, ὅτε μὲν ἐκ 365, ὃ ἡ
κοινὸν λέγεται, ὅτε δὲ ἐκ 366 ὃ δὴ καὶ βίσιζ-
τον προσαγορεύεται.

Ὁ'ρος δέκατος ἑννατος.

Σεληνιακὸν ἀστρονομικὸν ἔτος ἐστὶ σύστημα δώδε-
κα μηνῶν συνοδικῶν, ἥτοι περιεκτικὸν 357', 8",
48", 38", 12".

Ὁ'ρος κ'.

Τὸ σεληνιακὸν πολιτικὸν ἔτος διττὸν ἐστὶ, τὸ
μὲν κοινὸν, τὸ δὲ ἐμβόλιμον. καὶ κοινὸν μὲν ἐστὶ
τὸ ἐκ μηνῶν σεληνιακῶν πολιτικῶν δώδεκα, ἐμβό-
λιμον, δὲ τὸ ἐκ δέκα ἢ τριῶν μηνῶν συγκείμενον.
κακεῖνο μὲν ἐστὶ 354, τῆτο δὲ 384, ἡμερῶν περιεκ-
τικόν.

Ὁ'ρος κα'.

Ἀρχὴ τῷ ἔτους ἐστὶν ἡμέρα ὠρισμένη, ἐξ ἧς πᾶ-
σαι αἱ λοιπαὶ ἡμέραι τῷ ἔτους ἀριθμῶνται συνεχῶς.
οἰκειότερον δὲ ταύτην εἶναι μίαν τῶν ἰσημεριῶν, ἢ

τῶν τροπικῶν ἡμερῶν, ἵνα τὸ διάφορον αὐτῆς πρὸς τὰς ἄλλας ἡμέρας ᾖ καταφανές. ἐν μὲν γὰρ ταῖς ἰσημερίαις ἡ ἰσότης ὑπάρχει τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν νυκτῶν, ἐν δὲ ταῖς τροπαῖς ἡ ἀνισότης κατὰ τὸ μέγιστον καὶ ἐλάχιστον.

Σχόλιον.

Τὸτο ὑπότινων ἐθνῶν τηρῶμενον εὖρηται. Χαλδαῖοι μὲν γὰρ καὶ Αἰγύπτιοι περίεχον τὴν μετοπωρινὴν Ἰσημερίαν τῷ ἔτους ἐποιῶντο τὴν ἀρχήν. Οἱ Ἰουδαῖοι περὶ τὴν ἱαρινὴν πρὸ τῆς εἰς Αἴγυπτον καταβάσεως. μετὰ γὰρ ταύτην τὴν τῶν Αἰγυπτίων διέξοδον λέγονται, καὶ αὐτοὶ παραλειψάμενοι ταύτην ἐκεῖθεν ἐξελθόντες, ἔτι τῷ θεῷ διὰ Μωϋσέως θεοπίσαντος. Οἱ δὲ Ῥωμαῖοι πρὸ μὲν τῆς νημέας ἐκ καλενδῶν μαρτίου τῷ ἔτους ἤρχοντο, ὑστερον δὲ ἐκ καλενδῶν Ἰαννουαρίου. ὃ δὴ ἐξ ἐκείνων καὶ εἰς ἡμᾶς διεφοίτησε, πλὴν ὅτι ἡμεῖς τῶν ἀπὸ τῆς θαλάσσης ἐνανδρωπήσεως ἔτι τὴν ἀρχὴν ἐκ καλενδῶν Ἰαννουαρίου λαμβάνομεν. ἀρχὴν δὲ ἐνιαύσιον πολιτικῶς, ἢ κρηϊττον εἰπεῖν ἐκκλησιαστικῶς, τὴν πρώτην τῆ Σεπτεμβρίου μηνὸς οἶδαμεν καὶ εὐορτάζομεν.

Ὅρος κβ'.

Ἐποχὴ ἐστὶν ὅρος χρονικὸς, ἀφ' οὗ, ὡς ἀπὸ τίνος ἀρχῆς, τὰ ἔτη ἀριθμεῖν εἰώθασιν οἱ τοῖς τὴν ἐποχὴν διαταξάμενοις ἐπακαλεσθήσαντες. εἰσι δὲ ἐ-

καὶ πολλαὶ καὶ διάφοροι κατὰ τὰς διαφορὰς τῶν
χρωμένων αὐταῖς ἐθνῶν, περὶ ὧν ἐν οἰκίῳ τόπῳ
ἐξηθήσεται.

Πρόβλημα ὄγδοον.

Δοθέντος ἔτους τινὸς τῆς τυχέσης ἐποχῆς εἰς ἔτος
ἐτέρας τινὸς ἐποχῆς ἀγαγεῖν.

Ληφθήτω περίοδος χρονικὴ μείζων τῶν κα-
μένων ἐποχῶν, ἐφ' ἣν ἀναχθήτω ἑκατέρα αὐτῶν,
ἵνα κατὰδὴλα γένηται τὰ τῆς περιόδου ἔτη, ἐξ ὧν
ἄρχονται αἱ ἐποχαί. καὶ γὰρ εἰάν τὸ δοθέν ἔτος
συναφθῇ τοῖς ἔτεσι τῆς περιόδου, τοῖς ἄχρι τινὸς
ἐποχῆς, καὶ ἐκ τῆς γενομένης ἀφαιρεθῶσι τὰ μέχρι
τῆς ἐτέρας ἐποχῆς ἔτη, γνωθήσεται τὸ ἔτος τῆς
ἐποχῆς ταύτης ᾧ συμπίπτει τὸ δοθέν. οἷον εἰλήφ-
θω περίοδος ἑτῶν ἑπτακισχιλίων, ἥτις ἐστὶ περιεκ-
τικὴ πασῶν τῶν φερομένων ἐποχῶν, τὸ δὲ δοθέν
ἔτος εἰκοσὸν ἐποχῆς τινὸς ἀρχαμένης τῷ τετρακο-
σιοσῷ ἔτει τῆς περιόδου ταύτης, καὶ ζητηθήτω τί-
νι ἔτει συμπίπτει ἐτέρας τινὸς ἐποχῆς ἀρχαμένης ἀπὸ
τῆς τριακοσιοσῆς. συναφθῆτω ὁ 20 τῷ 400, ἀπὸ
δὲ τῆς ἐξ ἀμφοῖν 420 ἀφαιρεθῆτω ὁ 300, καὶ
ὁ ἐναπολειφθεὶς 120 παρίσχησιν, ὅτι τὸ δοθέν ἔτος
συμπίπτει τῷ ἑκατοσῷ εἰκοσῷ τῆς ἀπὸ τῆς τριακο-
σιοσῆς ἔτους τῆς περιόδου ἀρχαμένης ἐποχῆς.

Δοθέντος δὲ τῆ 120, συναφθῆτω τῷ 300,
ἢ ἀπὸ τῆ 420, ἀφαιρεθῆτω ὁ 300, ἢ ἐξαπολεφ-
θῆσεται ὁ 20.

Ὁρος κγ'.

Ὁ αἰὼν τῶν πλεοναχῶς ἐστὶ λεγομένων, ση-
μαίνει μὲν τοιγε κυριώτερον ἅπασαν τὴν χρενικὴν
παράτασιν. ὥς δὲ ἐπὶ τῆ παρόντος λαμβάνεται,
ὑπὸ ἑκατὸν ἐτῶν ὑποτίθεται συγκείμενος, κατὰ
τὴν δόξαν καὶ συνθήκην τῶν νεωτέρων· ὁθεν ἔτω
λαμβανόμενος, ἔδεν ἄλλο ἂν εἴη, ἢ σύστημα τοσού-
των ἐτῶν, ταῦτόν δ' ἐστὶν εἰπεῖν ἑκατονταετὴς χρο-
νικὴ περίοδος, ἢ ἑκατονταετηρεῖς.

Περὶ διαφόρων πολιτικῶν ἐτῶν.

Ἐκ πρώτον.

Περὶ Ῥωμαϊκοῦ.

Εἰ καὶ πάντες ἄνθρωποι, οἷς κίχρηται ἔτεσι,
κατὰ τὰς κινήσεις τῶν Φωσφῶν λαμβάνειν ταῦτα
περῶνται, ἀλλ' ἔν γε ἔ κατὰ μίαν καὶ τὴν αὐτὴν
κίνησιν· οἱ μὲν γὰρ τῇ τῆ ἡλίᾳ, οἱ δὲ τῇ τῆς σε-
λήνης κίνησι τὸ ἔτος, ὀρίζονται. εἰσὶ δὲ οἱ κατ'
ἄμφω τὰς κινήσεις τοῖς ἔτεσι χρησάμενοι βέλον-
ται κατὰ τινὰς περιόδους, ἃς αὐτοὶ ἐπιενέγκασιν τὰ
σεληνιακὰ ἔτη τοῖς ἡλιακοῖς ἐξισῆσθαι, ἢ ἀπικαθίστα-
σθαι. αὐτίκα γέν οἱ Ῥωμαῖοι ἐν τοῖς ἄνω χρόνοις

τῇ τῆς σελήνης Φορᾷ τὸ οἰκεῖον ἔτος ὠρίζοντο ἀπὸ
 Ρ'ωμύλῃ λαβόντες τὰς ἀφορμὰς, καὶ τῷ ἔθει καὶ
 διορισμῷ τέττε κατακολυθίσαντες. ἀλλ' εἰς δέκα
 μῆνας τὸ ἔτος διανέμοντες, τὴν μὲν τριακονθήμε-
 ρος, τὴν δὲ μιᾷ ὑπερέχοντας, ἐποίησαν αὐτὸ ἡμερῶν
 τριακοσίων, καὶ τεττάρων περιεπτικόν. ἐπεὶ δὲ ἐλ-
 λείπαι συνέβαινε τῇ σεληνιακῇ δρόμῃ ἡμέραις πεν-
 τήκοντα, ὥς λογιζομένα κατ' αὐτὰς ἡμερῶν 154,
 προσθέτοντες καὶ ταύτας τοῖς δέκα μηνσὶν, οἷον εἰ ἡπα-
 γομένας, ᾤοντο συναπαρτίζεσθαι τὴν ἀπαριθ-
 μῆσιν αὐτῶν τῇ οὐρανίᾳ κινήσει. ὁ δὲ Νουμᾶς με-
 τὰ Ρ'ωμύλον Φωρέσας τὴν ἀπάτην τὰς τῶν μη-
 νῶν ἡμέρας ἐναλλάξας, καὶ ἑτέρους δύο μῆ-
 νας προσθεῖς, δωδεκάμηνον τὸ ἔτος εἰργάσατο ἐκ
 355 ἡμερῶν συνισάμενον. βουλόμενος δὲ τὴν

Μάρτιος.	31.	Ἰαννουάριος.	29.
Ἀπρίλλιος.	30.	Φεβρουάριος.	28.
Μάιος.	31.	Μάρτιος.	31.
Ἰούνιος.	30.	Ἀπρίλλιος.	29.
Κυβιντίλιος.	31.	Μάιος.	31.
Σεξτίλιος.	30.	Ἰούνιος.	29.
Σεπτέμβριος.	30.	Κυβιντίλιος.	31.
Ὀκτώβριος.	31.	Σεξτίλιος.	29.
Νοέμβριος.	30.	Σεπτέμβριος.	29.
Δεκέμβριος.	30.	Ὀκτώβριος.	31.
		Νοέμβριος.	29.
		Δεκέμβριος.	29.

τῷ ἔτους ἀρχὴν σώζεσθαι ἀπλανῆ, τῷτέσι συμβαίναν ἀεὶ κατὰ τὴν χειμερινὴν τροπὴν, ἐξ ἧς τὴν ἀρχὴν τῷ ἔτους ἐλάμβανεν, ἐμβολισμὸν τινα ἐπινενόηκε, καὶ κατ' ἐκάστην διέτριβαν μετὰ τὸν Φεβρουάριον γίνεσθαι διατάξατο, τὰς ἑλλήνας καὶ τῷ ζηλώσας, καὶ ἐξ ἐκείνων λαβὼν τὰς ἀφορμὰς πειραθέντων, ὡς ἐν τοῖς ἐξῆς δηλωθήσεται, τῇ προδίῃ ἑνδεκά ἡμερῶν ἐξισῶσαι τὸν σεληνιακὸν δρόμον τῷ ἡλιακῷ. καὶ δὴ τῷ μὲν δευτέρῳ τῶν κατ' αὐτὸν ἔτων δύο καὶ εἴκοσιν ἡμέρας τῷ Φεβρουαρίῳ μηνὶ ἐπεπαριθμεῖσθαι ὥριστο, τῷ τετάρτῳ 23, τῷ ἑκτῷ 22, τῷ ὀγδόῳ αἰθρῆς 23, καὶ τοῖς λοιποῖς ὡσαύτως ἐκ τριακοσίων ἐξήκοντα ἐξ ἡμερῶν, καὶ ἐξ ὥρῶν τὸ ἡλιακὸν ἀστρονομικὸν ἔτος, ὡς εἴοικεν οἰόμενος συνίστασθαι. ἕτεροι δὲ Φασὶ τὰς ἡμέρας ταύτας μεταξὺ τῆς κγ'. καὶ κδ'. τῷ Φεβρουαρίῳ ἐμβολίζεσθαι, καὶ μῆνα Μερκιδιον, κατὰ Πλάταρχον ὀνομάζεσθαι· καὶ ταῦτα μὲν ὁ Νυμῆας. τῷ χρόνῳ μέντοι τὸ τοιοῦτον ἔτος ἐξελέλεγκται ἐκπίπτον τῷ ἀληθῆς, καὶ χεῖρον ἐπιδιόρθώσεως. διὸ ἦτε ἐπιδιόρθωσις τῷ ἔτους, ναὶ μὴν καὶ ὁ ἐτήσιος διορισμὸς καὶ ἐμβολισμὸς τοῖς κατ' ἐκείνους Ποντίφιξιν ἐπετράπη. ἀλλ' ἐκείνων, ὑπὸ τε τῶν ἐν τέλει, καὶ τῶν τελωνῶν φθαρέντων χρημάσι, καὶ ἐλάττω, ἢ ἔδει, τὰ πλεῖστα τῶν ἔτων πεποιηκότων, μέχρι ἐβδομήκοντα καὶ ἐννέα ἡμερῶν ἐπὶ Ἰουλίου Καίσαρος διαμαρτάνοντες εὗρηται οἱ τῷ τοῖς ἐπόμενοι, ἦτοι πρὸ ἐβδομήκοντα ἡμερῶν τὴν χειμερινὴν τροπὴν οἰόμενοι, καὶ τὴν ἀρχὴν τῷ ἔτους ποιεῖμενοι. τὸ τοιοῦτον ἄτολόν τοπον ἐκκλίνων ὁ Ἰού-

λιος ὁ Καῖσαρ, τά τε ὑπ' ἐκείνων ἐσφαλμένα διορθώ-
 σασθαι, καὶ τὸ ἡλιακὸν ἔτος ἐπανορθώσασθαι προ-
 θυμύμειος. Σωσιγένην τὸν ἐν ἀερο-όμοις διαβόητον
 ἐξ Αἰγύπτου μεταπέμψατο, καὶ τὴν ἐπανόρ-
 θωσιν τῷ ἔτους ἀνέθηκεν. ἔτος ἕν, κατὰ τὴν τῷ
 Καίσαρος βύλησιν, τήν τε ἀρχὴν τῷ ἔτους ἐπὶ τῆς
 χαμερινῆς τροπῆς ἀποκαταστήσαι, καὶ τὰς ὑπ' ἐκείνων
 ἐναπολαφθιάσας ἡμέρας ἀναπληρῶσαι μηχανώμενος,
 δεκαπέντε μηνῶν, ἤτοι ἡμερῶν 445, τὸ ἔτος ἐκεῖ-
 νο συνεστήσατο· ὃ δὴ κατὰ Ῥωμαίων ἔτος ἐκλήθη
 Κινφουσιόνης τῆτις συγχύσεως. τὸ ἀπ' ἐκείνου δὲ
 ἐκ μηνῶν 12, ἢ ἡμερῶν τριακοσίων ἐξήκοντα πέντε καὶ
 ὡρῶν ἐξ τὸ ἔτος συνε-
 σάναι ὠρίσατο· ἀλλὰ
 τὴν ἐκ τῶν ὡρῶν ἀπο-
 ποιούμενος δυσχέρεαν,
 ὡς τῆς ἀρχῆς, καὶ τῷ
 τέλει ἐκάστη ἔτος ἕκ ἐξ
 ὁλοκλήρου ἡμέρας, ὃ δὲ
 ἐκ τῆς αὐτῆς ὥρας μελ-
 λόντων λαμβάνεσθαι,
 εἶγε ἀριθμοῖντο καὶ αἰώ-
 ραι πρὸς ταῖς ἡμέραις,
 ἐπὶ μὲν τῷ πρώτῳ δευ-
 τέρῳ καὶ τρίτῳ ἔτος τὰς
 ὥρας παρορᾶσθαι διατά-
 ξατο, τῷ δὲ τετάρτῳ εἰς ἡμέραν μίαν συμποσεμέ-
 νας λογίζεσθαι· ἀνθ' ὅτου τὸ τέταρτον, ὄγδοον, δε-
 κατον δεύτερον, δέκατον ἕκτον, καὶ τὰ λοιπὰ ἀνα-

Μῆνες κατὰ Ἰουλίον Καίσαρα.

Ἰαννουάριος.	31.
Φεβρουάριος.	28.
Μάρτιος.	31.
Ἀπρίλλιος.	30.
Μάϊος	31.
Ἰούνιος.	30.
Ἰούλιος.	31.
Αὐγούστος.	31.
Σεπτέμβριος.	30.
Ὀκτώβριος.	31.
Νοέμβριος.	30.
Δεκεμβριος.	31.

λόγως ἐκ 366 ἡμερῶν ὑπάρχει συγκεείμενα, ἢ βί-
σεξτα κατ' ἐκείνης καλύμενα, τῶν ἄλλων ἐκ 365
συνεσώτων.

Πρόβλημα ἑννατον.

Δοθέντος, ὅποιον ἦν τὸ ἔτος τῆς θείας ἐνανθρω-
πήσεως, τὰ πρὸ αὐτῆ, καὶ μετ' αὐτὸ βίσεξτα
εὔρεϊν.

Ἐπεὶ τὸ ἔτος τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως βί-
σεξτον κοινότερον ὑποτίθεται, διαιρεμένων τῶν ἀπο-
ταύτης ἐτῶν ἐπὶ τὸν 4, εἰμὲν ὑδέντι ἐναπολαφθῆναι,
βίσεξτον τὸ ἔτος ἐστίν, ἐφ' ᾧ ἡ ζήτησις γίνεται,
εἰδὲς ἐναπολαφθῆναι ἀριθμὸς, ἡ μονὰς αὐτά σοι
παρὰσίσεται, πόσον ἐστὶ τὸ ἔτος μετὰ βίσεξτον.
οἶν τὸ ἀλξή. ἐστὶ βίσεξτον, μηδενὸς ἐναπολαπο-
μένον ἐπὶ τῆς διαιρέσεως τῆ 1768 ἐπὶ τὸν 4, τὸ
δὲ αψύγ. πρῶτον μετὰ βίσεξτον, ὅτι τῆ 1773
παρὰ τὸν 4 διαιρεμένου ἐναπολείπεται μονάς. τὸ
δὲ πρὸ ἐκείνου πεντηκοστὸν ὑπῆρξε πρὸ βίσεξτου
δεύτερον, οἶον ἦν τὸ μῆ. πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπή-
σεως. τῆ γὰρ 50 ἐπὶ τὸν 4 διαιρουμένου, ἐναπο-
λείπονται 2, ἐπεὶ δὲ τὰ ἑκατοστὰ πάντα βίσεξτα
εἰσὶν, ἀπόχρη τῆς ἐσχάτους μόνους τῶν ἀριθμητικῶν
χαρακτῆρων διαιρεῖν, ὥς ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω τὸν 68,
καὶ 73.

Περὶ ἀπαριθμήσεως τῶν ἡμερῶν κατ'
αὐτὰς ἥτοι περὶ καλενδῶν, εἰδῶν,
Ἑ νόνων.

Τοιοῦτος μὲν ὁ τῶν μηνῶν καὶ τῆ ἔτους κατὰ
Ρωμαίους διορισμός. παρ' ἐκείνων δὲ καὶ εἰς ἡμᾶς διε-
φοίτησε τὰ ὑπὸ Ἰουλίου Καίσαρος νομοθετηθέντα.
Βραχύ τι μὲντοι παρηλαγμένα ὑπ' Αὐγύστου Καί-
σαρος, κατὰ τε τὰ ὀνόματα τῶν μηνῶν, καὶ τὴν πο-
σότητα τῶν ἐν αὐτοῖς ἡμερῶν. ὁ γὰρ Αὐγουστος
ζηλώσας τὸν Ἰήλιον ὁμώνυμον ἑαυτῷ πεποιηκότα
τὸν κουιντίλιον, ἐν ᾧ ἐτέχθη, μετέδωκε καὶ αὐτὸς
τὴν Ἰδίαν ἐπωνυμίαν τῷ σεξτιλίῳ μηνί, καλέσας
αὐτὸν Αὐγουστον, τῷ πλεῖστα κατὰ τῆτον τὸν μῆ-
να ζήλη καὶ μνήμης ἄξια διαπράξασθαι, ἥτοι
ὑπατεῦσαι τὸ πρῶτον, τρεῖς θριαμβεῦσαι, τὴν Αἴ-
γυπτον ὑπήκοον Ρωμαίοις ποιήσασθαι, καὶ πέρας
ἐπιθεῖναι τοῖς ἐμφυλίοις πολέμοις. ἀλλὰ τέττε
τριακονθημέρης ὑπάρχοντος, ἵνα μηδὲ κατὰ τῆτον
ἦ/των ἢ τῇ Ἰυλίᾳ, προσέθηκεν αὐτῷ ἡμέραν μίαν.
ἐπεὶ δ' ἐκ τέττε συνέβη τρεῖς μῆνας ἐφεξῆς ἐκ τριά-
κοντα καὶ μιᾶς συγκεῖσθαι ἡμερῶν, ἥτοι Ἰήλιον, αὐ-
γυστον, Σεπτέμβριον. ἀπὸ γὰρ μαρτίᾳ πρότερον
ἀρχόμενοι συνίσταντο ἐκ 31, καὶ 30 ἐναλλάξ ἡμε-
ρῶν, τριακονθημέρης συνησάμενος τὸν Σεπτέμβριον
καὶ τὸν Νοέμβριον, μιᾷ τέττων ὑπερέχαν τὸν Ὀκτώ-
βριον, καὶ Δεκέμβριον ἐποίησεν. ἡ τῶν ἡμερῶν δὲ
κατ' αὐτὰς ἀπαρίθμησις ξένη τις δοκεῖ εἶναι καὶ ἀλ-

λόκοτος. ἡ γὰρ κατὰ τὴν Φυσικὴν πρόοδον τῶν
 ἀριθμῶν τὰς ἡμέρας ἀριθμῶσιν, ὁμοίως τοῖς ἄλλοις,
 ἔδε εἰς ἐβδομάδας αὐτὰς διανέμωσιν, ἀλλὰ τὰς μῆ-
 νας καλένδαις, ἢ εἰδοῖς, ἢ νόναις τέμνοντες, ταύ-
 ταις δὴ τὰς τῶν μηνῶν ἡμέρας ὑποσημαίνονται·
 ἢ καλένδας μὲν καλῶσι τὰς παρὰ τοῖς ἑλλήσι τε-
 μηνίας, νόνας δὲ τὰς ἐβδόμας, ἢ μὴν δὲ ἀπάν-
 των, ἀλλὰ τῶν τεσσαρῶν τέτων μηνῶν Φημί μαρ-
 τίς, μαΐου, ἰουλίῃ ἢ οκτωβρίῃ, εἰδῶς δὲ τὴν
 δεκάτην πέμπτην ἐκάστη αὐτῶν. τῶν δὲ λοιπῶν μη-
 νῶν ἐκάστη τὴν μὲν πέμπτην νόνας, τὴν δὲ δεκάτην τρί-
 τὴν εἰδῶς καλῶσιν. ἥτινα τοίνυν βύλονταί τι δηλῶσαι
 τῇ πρώτῃ οἰκοδόμῳ μηνὸς προχθὲν, δὸς εἰπεῖν τῇ
 μαρτίῃ, ἐν καλένδαις μαρτίου λέγουσιν, εἰάν δὲ τῇ
 δευτέρᾳ, ἢ τρίτῃ, ἢ τετάρτῃ, ἢ πέμπτῃ τῶν εἰρη-
 μένων τεττάρων μηνῶν, τῇ ἑκτῇ πρὸ νονῶν μαρτίου,
 ἢ πέμπτῃ, ἢ τετάρτῃ, ἢ τρίτῃ προσιδέοντες ἐκάστη ἢ
 τὸ πρὸ νονῶν μαρτίῃ. εἰάν δὲ τῇ ἑκτῇ, τὸ πρὸ
 νονῶν μαρτίῃ μόνον λέγουσιν, ἐν δὲ τῇ ἐβδόμῃ το
 ἐν νόναις. ὡσαύτως τὰς ἐφεξῆς τῶν νονῶν ἡμέρας
 ἄχρι εἰδῶν ἀπὸ τέτων κατωνόμαζον λέγοντες τῇ ὀγ-
 δῷ, ἐννάτῃ, δεκάτῃ, ἐνδεκάτῃ, δωδεκάτῃ, δε-
 κάτῃ τρίτῃ, ἢ ἁπλῶς δὲ, ἀλλὰ τὸ πρὸ εἰ-
 δῶν ἐκάστη προσιδέοντες, τῇ τε δεκάτῃ τετάρτῃ τὸ
 πρὸ εἰδῶν μόνον, ἢ τῇ δεκάτῃ πέμπτῃ τὸ ἐν εἰ-
 δοῖς ἀπονέμοντες. τὸν αὐτὸν τρόπον ἢ τὰς λοιπὰς
 ἀπὸ τῶν καλενδῶν τῇ ἐπομένῃ μηνὸς ὑποσημαίνονται,
 οἷον εἰπεῖν τὴν δεκάτην ἑκτην μαρτίῃ δεκάτην ἐβδό-

μην, πρὸ καλενδῶν Ἀπριλλίων ὀνομάζουσι, δῆλον ὅτι καὶ
 τὴν πρώτην τῆς Ἀπριλλίου ἐν τῇ ἀριθμῇ λαμβάνον-
 τες. ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἐπὶ τῶν τεττάρων ποιῶσι μηνῶν,
 ἐπὶ δὲ τῶν ἐχόντων τὰς νόνας κατὰ τὴν πέμπτην,
 τὰς τε εἰδὲς κατὰ τὴν δεκάτην τρίτην, τρεῖς μόνους ἡμέ-
 ρας ἐφ' ἐκάστῃ ἀπὸ τῶν νονῶν παραδηλῶσι, τὴν δευτέ-
 ραν, τρίτην, καὶ τετάρτην, ἑπτὰ δὲ ἐκ τῶν Εἰδῶν
 τὴν ἑκτὴν, ἑβδόμην, ὀγδοὴν, ἐννάτην, δεκάτην, δεκά-
 την πρώτην καὶ δεκάτην δευτέραν, τὰς δὲ λοιπὰς, ὡς
 περ καὶ ἐπ' ἐκείνων ἐκ τῶν καλενδῶν τῆς ἑξῆς μηνός.
 ταῦτ' ἄρα συμβαίνει τέττες ἔχ' ὁμοίως ἡμῖν τε καὶ
 ἄλλοις τὰς κλήσεις τῶν ἡμερῶν ἔχειν ἐφ' ἀπάντων
 τῶν μηνῶν τῶν τε τριακονθήμερων, καὶ τῶν μίᾳ αὐ-
 τῆς ὑπερεχόντων. αὐτίκα γὰρ ἡμεῖς τῆς τε μαρτίης,
 καὶ τῆς Ἀπριλλίου τὴν ις'. τῷ αὐτῷ ἀριθμητικῷ ὀνόμα-
 τι σημαίνομεν ἑκατέραν ις'. ἀποκαλῶντες· ἐκεῖνοι
 δὲ τῆς μὲν μαρτίης τὴν ις', ιζ' πρὸ καλενδῶν Ἀπριλ-
 λίου λέγουσιν, ἐκείνι δὲ καὶ τὴν ις'. αὐτῆς ιζ'. πρὸ
 καλενδῶν Μαΐων, ἀλλὰ ις'. πρὸ καλ. Μαΐων. αἴ-
 τιον ταύτης τῆς διαφορᾶς, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς μαρτίης
 ἀπὸ τῆς ις'. μέχρι τῆς πρώτης Ἀπριλλίου συναριθμη-
 μέιης μέντοι γε καὶ αὐτῆς πρώτης, δέκα καὶ ἑπτὰ ἡμέραι,
 ἀπὸ δὲ τῆς ις' Ἀπριλλίου ἄχρι τῆς πρώτης Μαΐου
 ἕξ πρὸς ταῖς δέκα ἀριθμῶνται, τὸ αὐτὸ καὶ ἐπὶ
 τῶν ἄλλων ἀναλόγως εὐρίσκεται. περὶ δὲ τῆς τῶν
 ὀνομάτων τούτων παραγωγῆς τοιάδε φέρεται, ὃ συνω-
 δὰ τοῖς ἀρχαίοις τῶν νεωτέρων φθεγγομένον. Θεόδωρος γὰρ ὁ Γαζῆς, ἐν τῷ περὶ μηνῶν αὐτῷ

Φιλοπονήματι ἔτῳσι περὶ τούτων γράφει κατὰ
 „ Πλάταρχον. ἔμην ἅλ᾽ ἡ Ρωμαῖοι ὡς Πλάταρ-
 „ χος ἰσορεῖ, τὴν εἰς τρεῖς διαίρεσιν τῆ μηνὸς πρὸς
 „ τὰς μεγίστας τρεῖς διαφορὰς τῆς Σελήνης τυγ-
 „ χάνεσι πρότερον πεποιηκότες. καλένδας μὲν τὴν
 „ νεμηνίαν καλέσαντες, ὅτι περὶ τὴν σύνοδον ἔσα
 „ τόθ' ἡ σελήνη, ὡς περὶ λέληθεν, ἐπιλελοιπότες
 „ δὴ παντελῶς τῆ Φωτός· τὸ γὰρ κλῆμ Ρωμαί-
 „ οῖς τὸ λάθρα διασημαίνει.“ συνάγεται τοίνυν
 κατ' αὐτὸν προφανῶς ἐκ τῆ κλῆμ τὰς καλένδας
 παρὰγεσθαι. „ἐφεξῆς δὲ Φησὶ, νῶνας δὲ ὅταν κα-
 „ ταφαίης πρῶτον ἀπὸ δυσμῶν γένηται νέα. Εἰ-
 „ δὲς δὲ ὅταν πανσέληνος ἔσα εὐαδεστέρα τὴν ὄψιν
 „ ἢ ἄλλ' ὅμως ὕστερον, καί τοι καθ' ἡλίον ἄγοντες
 „ τὰς μῆνας, ὁμοίως ὀρίζοντες τὸν χρόνον καλέν-
 „ δας, ἢ νῶνας, ἢ Εἰδὲς ἔτι καλῆσιν ὀνόμασι
 „ καταχρώμενοι, οἷς πρότερον ἄγοντες κατὰ σελή-
 „ νην ἐχρῶντο κυρίως.“ ἢ ταῦτα μὲν ἐκεῖνος. τῶν
 δὲ νεωτέρων οἱ πλείστοι τὸ τῶν καλενδῶν ὄνομα ἀπὸ
 τῆ καλῶ παρῆχθαι φασὶ ξήματος, καί τοι τοῖς
 ἑλλησιν ἐδόλως ἐν χρήσει τὸνομα τούτο γενόμενον,
 ἢ τῷ χρόνῳ ἴσως διέφθαρται. ἔθος γὰρ ἦν τοῖς
 Ρωμαίοις ἐν ταῖς νεμηνίαις καλεῖσθαι ὑπὸ τῶν ἐν
 τέλει τὸν δῆμον, ἢ τὰ πρὸς διοίκησιν τῶν κοινῶν ἢ
 τῆς πολιτείας δόξαντα ἐνωτίζεσθαι. τὸ δὲ τῶν
 νονῶν παρὰ τῆ νόνημ, ὃ σημαίνει τὸ ἔννατον εἰ-
 λῆφθαι φασὶν, αἱ γὰρ νόναι τῇ ἐξ Σιδῶν ἐννάτῃ
 συμπίπτουσι, ἢ τὸ τῶν εἰδῶν ἀπὸ τῆ κατ' αὐτὰς
 ἀχρήστου ξήματος ἰδοῦναι, τετέεσι διακρίν. ὅτι κατὰ

ταύτας τὰς ἡμέρας διχοτομῶνται οἱ μῆνες, εἰ καὶ
μὴ πάντες, ἀπόχρη μέντοι γε ἐνίοις τῷτο συμβᾶν
αἴτιον γενέσθαι τῆς τοιαύτης τῶν ἡμερῶν κλήσεως.

Πόρισμα.

Ἐκ τῶν εἰρημένων συνάγεται, ὅθεν εἰληπται
τὸ τῷ βισέξτῳ ὄνομα· τῶν γὰρ Ῥωμαίων καθ'
ἐκάστην τετραετίαν τὰς ἐπὶ τῶν τριῶν πρώτων ἐτῶν
παραλειπομένας ὥρας τῷ τετάρτῳ λογιζομένων,
τὴν δὲ προδήκην ταύτην ποιῶντων ἐφεξῆς τῆς κδ'.
τῷ Φεβρουαρίῳ, συνέβαινεν αὐτοῖς καθ' ἐκάστην τε-
τραετίαν ἐπὶ τῷ τελευταίῳ ταύτης ἔτους δις λέγειν
τὸ πρὸ καλενδῶν μαρτίῳ, ἥτοι κατὰ τε τὴν κδ'. καὶ
τὴν μετ' αὐτὴν ἐμβόλιμον. ἐκ τῷ βίς τοῖνον καὶ
σεξτέμ τετέσι τῷ δις καὶ ἑκτον καθ' ἑλλήνας,
συνετέθη ἡ φωνὴ αὕτη βίσεξτος, καὶ τὸ ἔτος
τὴν κλήσιν ταύτην ἰδέξατο, ὡς ἔχον ἐν ἑαυτῷ τὴν
προδήκην τῆς ἡμέρας κατὰ τὸν παρ' ἐκείνοις διο-
ρισμόν.

Περὶ Αἰγυπτίᾳ ἔτους ἢ τῷ κατὰ Ναβονασάε.

Οἱ Αἰγύπτιοι κατ' ἀρχὰς μηνιαῖον ἐποίουν τὸ
ἔτος, ἐσῦσερον δὲ τριμήνιον κατὰ Πλήνιον καὶ Πλά-
ταρχον, ἀλλὰ καὶ δωδεκάμηνον, ἑσχατον δὲ ἐκ 360 ἡμε-

ρῶν τὸ δωδεκάμηνον συνισάμενον. ὑπὸ Ἀσίθ δὲ τῇ
 λβ'. βασιλέως Αἰγύπτου ἢ ἑτεραι πέντε ἡμέραι τῷ
 πέρατι τῇ ἔτις προσετίθησαν, ἃς δὴ ἐπαγομένης
 ἐκῆλυν· ἀλλ' ὅτε Ῥωμαίοις ὑπετάγησαν, τὴν κατ'
 αὐτὴς ἐνιαύσιον ἀπαρίθμησιν τῶν ἡμερῶν ἐδέξαντο,
 βραχύτι παραλλάττοντες, τῆς γὰρ οἰκείας μῆνας
 μετὰ τῶν ἐπαγομένων ἡμερῶν τηρήσαντες προσε-
 τίθεν ὁμοίως τοῖς Ῥωμαίοις ἐφ' ἐκάστης τετραετί-
 ας ἐμβόλιμον ἡμέραν μεταξὺ τῆς κη', ἢ κθ'. τῇ
 Αὐγύστῃ μνησθε, ὅτι ἡ μὲν πέρας, ἡ δὲ ἀρχὴ τοῦ
 κατ' αὐτὴς ὑπῆρχεν ἔτις. συνέβη τὴν τοιαύτην προ-
 ᾤκησιν πρῶτον γενέσθαι ἢ ἐν βισέξτῳ κατὰ Ῥω-
 μαίους ἔτεα, ἀλλ' ἐν τρίτῳ μετὰ βίσεξτον, ὅπερ ἢ
 Ἀκτιανὸν κέκληται, διὰ τὸ ἔ πολλῷ ὑπερον τῆς ἐν
 Ἀκτίῳ τῇ Αὐγύστου Καίσαρος νίκῃς τῷ τοιούτῳ ἔτεα
 αὐτὴς χεῖρας εἶναι.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι τὸ Αἰγύπτιον ἔτος πρὸ
 τῆς προσθήκης ταύτης, μιᾷ ἡμέρᾳ ἐλλείπον τῇ Ῥω-
 μαϊκῇ, ἢ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας τῇ αὐτῇ ἐλάμβαν-
 νε τὴν ἀρχὴν, ἀλλὰ καθ' ἐκάστην τετραετίαν τὰς ἡμέ-
 ρας παρήμειβεν, ὥστε κατὰ μίαν ἀπάσας διελθὼν ἐν
 χιλίοις τετρακοσίοις ἢ ἐξήκοντα ἔτεσι τὴν α'. ἀρχὴν
 καταλαβεῖν· ταῦτα δὲ τὰ 1464 ἔτη μέγας, ἢ
 κυνικός, ἢ περίοδος σωθιακὴ ἐκλήθησαν, ὡς ἐκ
 τῆς ἐπιτολῆς τῇ κυνὸς ἀσέρος, ὃς Σώθης κατ' Αἰ-
 γυπτίους, καθ' ἑλλήνας δὲ Σύριος, λέγεται λαβόντα

τὴν ἀρχὴν. τοῖς τοιούτοις Αἰγυπτίοις ἔτεσι κίχρηται ἡ Πτολεμαῖος ἐν τῷ περὶ μεγάλης συντάξεως. ἀνθ' οὗτο ἡ παροπτία ταῦτα τῷ μέλλοντι τὰς τῶν νεωτέρων παρατηρήσεις ταῖς τῶν ἀρχαιοτέρων παραβάλλον.

Περὶ ἔτους Αἰθιοπικῆς.

Τὸ Αἰθιοπικὸν ἔτος ταυτὸν ἐστὶ τῷ Αἰγυπτίῳ μόνοις διαφέρειν τοῖς τῶν μηνῶν ὀνόμασι.

Μῆνες τῶν Αἰγυπτίων.	Θώθ.	30.	Μῆνες τῶν Αἰθιοπίων.	Μασκαράμ.	30.
	Φαωθί.	30.		Τυκύμτ.	30.
	Αἰθύρ.	30.		Υἰδάε.	30.
	Χοϊάα.	30.		Τυσάς.	30.
	Τυβί.	30.		Τύε.	30.
	Μεχειρ.	30.		Ίανατίτ.	30.
	Φαμενώθ.	30.		Μαγαβίτ.	30.
	Φαεμουθί.	30.		Μιλαζία.	30.
	Παχών.	30.		Γινβάτ.	30.
	Παυνί.	30.		Σύνε.	30.
	Εἰπηφί.	30.		Αἰμλε.	30.
	Μεσορί.	30.		Ναχάσε.	30.
Ἐπαγόμεναι 5.			Ἐπαγόμεναι 5.		

Περὶ ἔτους Συριακῆς.

Τὸ τῶν Σύρων ἔτος, ἡλιακὸν ἐστὶ καὶ δωδεκάμηνον, παραλλάττον τῇ ῥωμαϊκῇ κατὰ τε τὴν ἀρχὴν, ἀρχεται γὰρ ἐκ τῆς πρώτης τῇ ὀκτωβρίου, ἡ τὰς

κλήσεις τῶν μηνῶν, σῶζον μέντοι τὴν ποσότητά τῶν
ἐν αὐτοῖς ἡμερῶν.

Μῆνες Σύλων.	Τισρὴν πρῶτος.	31. Οὐκτώβριος.
	Τισρὴν δεύτερος.	30. Νοέμβριος.
	Κανὸν πρῶτος.	31. Δεκέμβριος.
	Κανὸν δεύτερος.	31. Ἰαννουάριος.
	Σαβάτ.	28.
	Ἐν βισέξτοις.	29. Φεβρουάριος.
	Αἰάρ.	31. Μάρτιος.
	Νισάν.	30. Ἀπριλλιος.
	Αἰθάρ.	31. Μαῖος.
	Ναζιρέμ.	30. Ἰούνιος.
	Ταμούζ.	31. Ιούλιος.
	Αἰβ.	31. Αὐγυστος.
	Ἐλούλ.	30. Σεπτέμβριος.

Μῆνες Περσῶν.	Φρουνδὴν ἢ Φερβαρδίν.	30.
	Ἀρδεπάσχετ. ἄρδαβαίστ.	30.
	Κορδάδ.	30.
	Θιρ, ἔσφανδαμόδ.	30.
	Μορδάδ.	30.
	Σχααρίρ σχαχειβάρ.	30.
	Μααρά μαχίρ.	30.
	Αἰβάν.	30.
	Αἰθάρ.	30.
	Δί.	30.
	Βεεμάν.	30.
	Ἀσπίρερ.	30.
	Ἐπαγόμεναι 5, ἐν πᾶσι προ- σετίθουν τὸ Μαῖ, ὃ ἐστὶ μῆν.	

Περὶ ἔτους Περσικῆ.

Οἱ Πέρσαι τὸ πρότερον ἔτα ἔχρῳ· το παρα-
πλησίῳ τῷ Αἰγυπτίῳ ἐκ καλειδῶν Σεπτεμβρίων
ἔχοντι τὴν ἀρχὴν, ἐκ μηνῶν δώδεκα τριακονθήμε-
ρων, ἡμερῶν δὲ τριακοσίων ἐξήκοντα, ἢ πέντε ἑκα-
τομύριον. Μῆσερα κατ' αὐτὰς λεγομένων, συισά-
μενον. ἀλλ' ἐν τοῖς ὑστέροις χρόνοις ἐκλήθη Τερεγε-
δικόν, εἰς διαφορὰν τῆς, ὅπερ αὐτοὶ κατὰ τὸ αἰθ'.
ἔτος τὸ σωτήριον ἀστρονομικώτερον συνεσήσαντο, ἢ
τῆς τυχῆς ἀποδοχῆς ὑπὸ τῶν νεωτέρων ἀξιόμενον,
ὡς ἐξ ἡμερῶν 365', 5", 49', 15", 0'", 48", συ-
νεσητός, καὶ μᾶλλον τῶν ἄλλων προσεγγίζον τῷ
ἀληθεῖ.

Περὶ ἔτους Ἀττικῆ.

Ἀθηναῖοι δὲ καὶ τῶν ἄλλων ἑλλήνων συχνοὶ
ἦγον τὰ ἔτη κατὰ τὴν τῆς σελήνης Φορὰν δώδε-
κάμηννα ποιῶντες, καὶ περὶ τὴν Θερινὴν τροπὴν τῆ-
των ἀρχόμενοι. τῶν δὲ μηνῶν ἑκαστον πρότερον μὲν
τριακονθήμερον, ὑστέρον δὲ τῆς μὲν πλήξεως, τῆς δὲ
κοίτης καὶ μιᾶ τῶν ἄλλων ἡμέρα λειπομένης ἐναλλάξ
παρ' ἑνα συνεσήσαντο. οἱ δ' αὐτοὶ ἔτοι καὶ τῇ ἐνια-
καιδεκαετηρίδι χρώμενοι, ἐποίησαν ἐμβόλιμον τὸ γ',
ε'. η'. ια'. ιδ'. ις'. ιθ', ἔτος ταύτης τῆς περιόδου,
προσθεύοντες ἑκάστῳ τέττων ἐφεξῆς τῆ Ποσειδεῶος
καὶ ἕτερον μῆνα τριακονθήμερον καλέμενοι Ποσειδεῶος.

β'. ἡ ὕπερον, (α) πρὸς ἐξίσωσιν τῆς σεληνιακῆς κινήσεως τῇ ἡλιακῇ. καὶ ἀποκατάσασιν τῶν νεμηνιῶν τε καὶ πανσελήνων ἐπὶ τῷ αὐτῷ τῷ προτέρῳ χρόνῳ.

Περὶ ἀπαριθμήσεως τῶν ἡμερῶν κατ' ἀθηναίους.

Ἡρίθμεν δὲ τὰς ἡμέρας τριχῇ διαίρωντες τὸν μῆνα. καὶ τὸ μὲν Ἰσάμενον, τὸ δὲ μεσοῦν, τὸ δὲ Φθίνον λέγοντες. τὰς τοῦτον ἡμέρας ἐξ ἑνὸς τέτων τῶν τριῶν μερῶν τῆς διαίρεσεως ἐσημαίνον τῷ ἀναλογῶντι ἐκάστη τακτικῷ ὀνόματι προσχωμένοι,

Μῆνες Ἀθηναίων.

Ἑκατομβαιῶν.	29.
Μεταγαστριῶν.	30.
Βοηδρομιῶν.	29.
Μαιμακτηριῶν.	30.
Πυανεψιών.	29.
Ποσειδεῶν.	30.
Γαμηλιῶν.	29.
Ἀνθεστηριῶν.	30.
Ἐλαφηβολιῶν.	29.
Μουιχιῶν.	30.
Θαργηλιῶν.	29.
Σκίρφοφοριῶν.	30.

πλὴν τῆς πρώτης, ἣν ἐκάλεον νεμηνίαν, καὶ τῆς ἐσχάτης, ἣτις ἐνῆ καὶ νέα (β) ἡ τριακάς λέγεται. ἐπὶ δὲ τῷ τρίτῳ τμήματι ἢ προσιδέντες ὡς καὶ τοῖς ἄλλοις, ἢ ἀφαιρῶντες καὶ ἀναλύοντες μέχρι τῆς τριακάδος κατὰ τὸ ἐξῆς διάγραμμα.

(α) Πτολεμ. μεγ. συντ. βιβλίῳ δ'. Ἀ'ρχοντος Ἀ'θήνησιν Εὐάνδρου μηνὸς ποσειδεῶνος προτέρου.

(β) ὃ ἐστὶ παλαιὰ καὶ νέα, ἅτε δὴ πρὸς τε τὴν παρωχημένην καὶ τὴν ἐπελθοῦσαν σελήνην ἀνήκουσα.

1. Νεμηνία.				
2. Δευτέρα				
3. Τρίτη				
4. Τετάρτη				
5. Πέμπτη				
6. Ἑκτη	Ἰσαμένου μηνός, ἢ ἀρχομένου.			
7. Ἑβδόμη				
8. Ὀγδοή				
9. Ἐνάτη				
10. Δεκάτη				
11. Πρώτη.				
12. Δευτέρα.				
13. Τρίτη.				
14. Τετάρτη.	Μεσοῦντος μηνός, ἢ ἐπὶ δεκάτη.			
15. Πέμπτη.				ἢ δεκάδι.
16. Ἑκτη.				
17. Ἑβδόμη.				
18. Ὀγδοή.				
19. Ἐνάτη.				
20. Εἰκάς, ἢ εἰκοστή.				
21. Δεκάτη.				Πρώτη.
22. Ἐνάτη.				Δευτέρα.
23. Ὀγδοή.				Τρίτη.
24. Ἑβδόμη.	Φθι.	ἢ	Ἐπὶ	Τετάρτη.
25. Ἑκτη.	νον		εἰκά-	Πέμπτη.
26. Πέμπτη.	τος		δι, ἢ	Ἑκτη.
27. Τετάρτη.	μη-		μετὰ	Ἑβδόμη.
28. Τρίτη.	νός.		εἰκά-	Ὀγδοή.
29. Δευτέρα.			δα.	Ἐνάτη.
30. Ἐνῇ καὶ νεία.				Ἐνῇ καὶ νεία.
				Ἡ τριακάς.

Πλήρης μὲν ὄντος τῆ μηνὸς ἢ μετὰ τὴν
ἐκάδα, λέγεται δεκάτη, πόλις δὲ, ἐννάτη.

Πέμπτη, τετράς, τρίτη, μετὰ ταύτην δευτέρα.
Εἰς ἣν ἐγὼ μάλις πασῶν ἡμερῶν
Δέδοικα, πέφρικα, καὶ βδελύττομαι.
Εὐχὺς μετὰ ταύτην ἔσθ' ἔνη καὶ νέα.

(Ἀριστοφ. ἐν νεφέλαις.)

Περὶ ἔτους Μακεδονικῆ.

Τὸ τῶν Μακεδόνων ἔτος πρότερον μὲν ὑπῆρχε
σεληνιακὸν ὡς καὶ τῶν ἀθηναίων, πλὴν ὅσον ἐπὶ τῇ
τάξει τῶν μηνῶν, καὶ τοῖς τέτων ὀνόμασι διέφερε,
τῆ πρώτῃ τῶν παρὰ μακεδόνι μηνῶν τῷ μαιμακτι-
ριῶνι συμπέτοντος· ὑπερον δὲ ἡλιακὸν παραπλήσιον
τῷ ῥωμαϊκῷ ἀρχόμενον ἐκ τῆς πρώτης Ἰαννουαρίου, ὅς
δὴ κατὰ τινας συμπέπτει τῷ Αὐθινάλῳ· ἀλλ' ἐπεὶ ἔχ'
ἡ τυχεῖσα διαφορὰ εἰσίσκεται ἐν τοῖς τῶν μηνῶν ὀ-
νόμασιν, ἄλλως τέτῃς καλέντων τῶν Συρομακεδόνων,
καὶ ἄλλως Βιθυνῶν, καὶ ἄλλων· ἐκκείδωσαν ἐφεξῆς
τριχῶς τὰ τέτων ὀνόματα, καὶ αἱ ἡμέραι τῶν ῥω-
μαϊκῶν μηνῶν καθ' ἃς ἤρξαντο.

Μῆνες Μακεδόνων, ἢ Συρομακεδόνων.
 Ὑπερβетаῖος.
 Δῖος.
 Ἀπελλαῖος.
 Αὐδινάιος.
 Περίτιος.
 Δρύσιος.
 Ξανθικός.
 Ἀρεμισίσιος.
 Δαίσιος.
 Πάναιμος.
 Λῶος.
 Γορπιαῖος.

Μῆνες Βιθυνῶν.
 Ἡρεως.
 Ἑρμεος.
 Μητρώος.
 Διονύσιος.
 Ἡράκλειος.
 Δῖος.
 Βενδιδαῖος.
 Στρατήγιος.
 Ἀρεῖος.
 Περιέπιος.
 Ἀφροδίσιος.
 Δημήτριος.

Μῆνες Παφλων.
 Ἀφροδίσιος.
 Ἀπογονικός.
 Αἰνικός.
 Ἰελος.
 Καισάρειος.
 Σεβαστός.
 Αὐτοκρατορικός.
 Δημεξασχικός.
 Πληθύτατος.
 Ἀρχιερεύς,
 Ἑωδιος.
 Ῥωμαῖος.

Ἀἱ μέντοι τῶν ἑσῶν μηνῶν καθ' ἃς ἀρχονται.
 24. Σεπτ. ζυγός.
 24. Οὔκτ. σκορπίος.
 23. Νοέμ. τοξοτ.
 24. Δεκ. αἰγ.
 23. Ἰαν. ὑδροχ.
 22. Φεβρ. ἰχθ.
 25. Μαρ. κριός.
 25. Ἀπρ. ταῦρος.
 25. Μάιος. δίδ.
 25. Ἰούν. καρκ.
 25. Ἰούλ. λέων.
 25. Αὐγ. περσ.

Οἱ μὲν Μακεδόνες ἀρχονται ἐν τῷ δίσ, οἱ δὲ
 Συρομακεδόνες ἐν τῷ Ὑπερβетаῖ.

Περὶ ἔτους Ἰσδαϊκῆ.

Ως ἐν τοῖς παρ' ἡμᾶς χρόνοις χρώνται οἱ Ἰσδαῖοι ἔτα, σεληνιακὸν ἐστίν, ἀρχόμενον ἐκ τῆς προσεχῆς νημενίας τῇ ἐαρινῇ Ἰσημερίᾳ· τὰτε τὸ μὲν κοινὸν δωδεκάμηνον, τὸ δὲ ἐμβόλιμον τρισκαιδεκάμηνον, τῶν τε μηνῶν οἱ μὲν τριακονθήμεροι, ἢ πλήρεις, οἱ δὲ κοῖλοι ἢ μιᾷ ἑλλείποντες ἐναλλάξ παρ' ἑνα· ὅτοι ποιῶσιν ἐπὶ τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος ἐμβόλιμα τὸ τρίτον, ἑκτον, ὄγδοον, δέκατον πρῶτον, δέκατον τέταρτον, δέκατον ἑβδομον, δέκατον ἑνατον· ὅπω μέντοι δῆλον, ὅτι καὶ ἐπὶ Μωσείως τῷ αὐτῷ ἢ παραπλησίῳ ἔχρῳτο ἔτα, καὶ ἐκ τῶν αὐτῶν μηνῶν κατὰ τὰ αὐτὰ συνισαμένῳ· ἐν γὰρ ταῖς Ἱεραῖς βίβλοις ἐνθα ὁ λόγος περὶ τῶν κατ' αὐτὰς ἐορτῶν πρῶτος καὶ ἑβδομος, μὴν ἀπλῶς λέγεται· ἀλλ' ὅθεν παρὰ τούτο ἐν ἐκείναις περὶ μηνῶν εὐρίσκεται σαφέστερον, φέρεται μέντοι κοινότερον, ὅτι ἐν τοῖς Σελευκιδῶν χρόνοις, ὃ πολλῷ ὕστερον Ἀλεξάνδρῳ τῷ Μακεδόνης τοῖς σεληνιακοῖς ἐχρήσαντο ἔτεσιν, ὡς ἐκεῖνοι, καίτοι διενηχόσι, τῇ τε τάξει καὶ τοῖς ὀνόμασι, τῶν μηνῶν.

Περὶ ἔτους Ἀραβικῆ.

Καὶ τὸ τῶν Ἀράβων δε, καὶ Τέρκων ἔτος σεληνιακὸν ἐστίν, τὸ μὲν κοινὸν δωδεκάμηνον, τὸ δὲ ἐμβόλιμον τρισκαιδεκάμηνον πλήρεις, καὶ κοῖλως ἔχοντα τὰς μῆνας ἐναλλάξ.

Σητ.	1.	Τισρι ἡ	30.	Μααράμ	30.
		Θερσι		Σαφάρ	29.
		Θεελίφ		Ρ'αβνὲ α'.	30.
	2.	Μαρσουάμ	29.	Ρ'αβιὲ β'.	29.
		Μαρχεσουάν		Γιμαδι α'.	30.
	3.	Χασλειύ	30.	Μ Γιμαδι β'.	29.
		Κιθλειύ		Ρ'αγιαβ	30.
	4.	Τιβιτ	29.	Σααβάν	29.
	5.	Σαββάτ	30.	Ρ'αμαδάν	30.
	6.	Α'δάρ	29.	Σχειβάλ	29.
		Βεαδάρ	30.	Δελκαϊδάδ	30.
		ἐν τοῖς ἐμβολίοις.		Δουλειά	29.
	7.	Νισάν	30.	καὶ	30
	8.	Ίάρ	29.	ἐν τῷ κατ' αὐ-	
	9.	Σιβάν	30.	τοὺς ἐμβολίμω	
		Σουιάν		ἔτα.	
	10.	Ταμὲρ	29.		
		Θαμνι			
	11.	Α'β	30.		
		Α'ε'			
	12.	Ε'λὰλ	29.		
		Εἰλὰ.			

Ἰαν.
Φευ.
Μάγ.
Αἰπρ.
Μάιος.
Ἰουν.
Ἰουλ.
Αὐγ.
Σεπτ.
Ὀκτ.
Νοέμ.
Δεμ.

Μῆνες κατὰ Ναβονασάρ ἀρχόμενοι ἐκ τῆς
κς. Φεβρουαρίου ἀνὰ 30η ἡ ἑπαγ.

μεσογ.
3ωδ.
πασφί
αἰδύε
χοιάν.
τυβί
μεχελ.
Φαμελιώθ
Φαμελιώθ
παχών
πασυ
επιφί

Μῆνες Αἰγυπτίων ἀρχομένων ἐκ τῆς κς.
αὐγούστου, ἀνὰ 30η ἡ ἑπαγ.

μεχελ.
Φαμελιώθ
Φαμελιώθ
παχών
πασυ
επιφί
μεσογ.
3ωδ.
πασφί
αἰδύε
χοιάν
τυβί

Μῆνες Αἰθιοπῶν ἀρχόμενοι ἐκ τῆς κς. αὐ.
γούστου ἀνὰ 30η ἡ ἑπαγ.

ἰανκαρίτ
μαγαβίτ.
μυιαζία.
γυνβάτ
σύνε
αἰμάε
παχάσε
μωσκαράμ
τυμύμτ
υδάε
πυσα.
τύε.

29.
25.
27.
26.
26.
25.
25.
28.
27.
27.
27.

Μῆνες Περσῶν ἀρχόμενοι ἐκ τῆς 15.
Ἰουν. ἀνὰ 30η ἡ ἑπαγ.

αἰβάν.
υἰδάε.
Δί.
βερμάν.
ἀσπίδες.
Φεββιαρδίν.
αἰδύβιας.
καρδάδ.
Ἐσφαιδαμὸδ.
μορδάδ.
σχαχρεϊβάε.
μεχέε.

Μῆνες Σουρῶν ἀνὰ ἡμ. 30. ἡ 31.

καχύν β.
σαβιάτ.
αἰδύε.
νισα.
αἰδύε.
παζιγιάμ.
ταμμά.
αἰβ.
ἐλάλ.
τισερί α.
τισερί β.
καχύν α.

31.
28.
31.
30.
31.
30.
31.
31.
30.
31.
30.
31.

() τῶν ἀεὶ μνηστῶν χαράσσει τὸν εἶχον
δείκνυσσι κατὰ τὴν τῶν ἡμερῶν τῶν ἑω-
μαίων μνηστῶν λαμβάνονταί αἱ ἀρχαί
ἐκείνης τῶν κατ' Αἰγυπτίους καὶ Αἰθιοπίας
μνηστῶν

Περὶ περιόδων χρονικῶν.

Περὶ πεντεκαιδεκαετηρείος,
ἥτις
Ἐπινέμεσις, καὶ Ἰνδικτιῶν κοινότερον
λέγεται.

Ὅρος καδ'.

Ἰνδικτιῶν ἐστὶ περίοδος δεκαπέντε ἐτῶν συνεχῶς ἐπαναστρέφουσα. ὑπάρχει δὲ τριττὴ, Καισάρεια εἴτην βασιλική, Ῥωμαϊκή, καὶ ἡ τῆς Κωνσταντινουπόλεως. ὧν ἡ μὲν ἀρχεται ἐκ καλενδῶν Ὀκτωβρίου ἡ δὲ ἐκ καλενδῶν Ἰαννουαρίου, ἡ δὲ ἐκ καλενδῶν Σεπτεμβρίου· ὃ μόνον δὲ ἡ περίοδος πᾶσα τοιαύτω καλεῖται ὀνόματι. ἀλλὰ καὶ ἕκαστον τῶν ἐν αὐτῇ ἐτῶν τῷ αὐτῷ μετέχει ὀνόματος, προσαγορευόμενον Ἰνδικτιῶν, οἷον τὸ πρῶτον, πρώτη Ἰνδικτιῶν, τὸ δεύτερον, δευτέρα Ἰνδικτιῶν, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως.

Σχόλιον.

Ὅσοι ὑπειλήφασιν ἐξ Αὐγύστη Καίσαρος τὴν περίοδον ταύτην εἰληφέναι τὴν ἀρχὴν, βέβλονται σημαντικὴν ὑπάρχειν τὴν τοιαύτην φωνὴν τῆς ἐν Ἀκτίῳ νίκης. κατὰ παραφθοράν δὲ λέγεσθαι Ἰνδικτιῶν ἀντὶ

τῷ Ἰνᾶκτιον. ἐπειὸς γὰρ ἐν Ἀκτίῳ τῆς ἡπείρου Ἀντωνιον ἢ Κλεοπάτραν τροπώσάμενος, καὶ αἰμνήσον τὴν νίκην ταύτην ποιῆσαι βυλόμενος, τὴν τοιαύτην περίοδον ἔθετο καλέσας in actio, ὃ ἐστὶν ἐν Ἀκτίῳ. οἱ δὲ ἐκ Κωνσταντίνου, ἢ Βάλεϊτος εὐρεθῆναι δοξάζοντες, ἔχι τῷτο σημαίνειν ἐθέλειν, ἀλλὰ τὸ διάταγμα. ἀρχομένης γὰρ κατὰ πᾶν ἔτος τῆς Ἰνδικτιόνης ἢ τῶν δασμῶν διατάττετο εἰσπραξίς. Τὴν ἀπὸ καλ. Σεπτ. ἀρχομένην Ἰνδικτιόνα οἱ οἰκημενικοὶ πατριάρχαι ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις ἐγχαράττεσιν ἐνίοις τισὶ τῶν γραμμάτων, εἶναι ὠλυγώρηται ὑπότινων.

Πρόβλημα δέκατον.

Δοθέντος τινὸς ἔτους τὴν Ἰνδικτιόνα εὐρεῖν.

Εἰ ἢ πάντες ὁμοίως Ἀνατολικοί τε ἢ Δυτικοὶ τῇ Ἰνδικτιόνι κέχρηται, καὶ ταῖς ἐφεξῆς περιόδοις, ἐφαρμόττοντες ταύτας τοῖς ἔτεσι, καὶ κατὰ ταύτας ἐπεὶνα χαρακτηρίζοντες. ἀλλ' ὅν γε ἢ συμφώνως χωρῶσιν ἑκάτεροι περὶ τὴν εὐρεσιν, ἢ γὰρ ἔδῃ ἢ αὐτῇ ἑκατέρωθεν ἢ περὶ αὐτὰς ὑπόθεσις. ῥητέον πρῶτον τῷ τρόπῳ οἱ Δυτικοὶ τὰς Ἰνδικτιόνας εὐρίσκουσιν, ἢ γὰρ κατὰ τῆς Ἀνατολικῆς εὐρεσεως ῥάσητις ἂν εἴη ἢ πρόχειρος, περὶ ἧς εἰσέπειτα. τῷ δοθέντι ἔτει συναφθῆτω ὁ 3, ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν ἀριθμὸς διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν 15, ἢ τὸ ἐναπολειφθὲν τὴν Ἰνδικτιόνα ἐνδείξεται. πᾶν ἔδῃ ἐναπολειφθῇ, 16.

ἔσαι Ἰνδικτιών. οἷον δοθέντος ἔτους τῆ αψογ'.
 συνῆπται ὁ 3 τῷ 1773, ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν 1776
 διήρηται ἐπὶ τὸν 15, καὶ ἐπει ἑναπολείφθη ὁ 6, Ἰν-
 δικτιόνα 5'. κατὰ τῆς Δυτικῆς τῆτο τὸ ἔτος ἔχειν
 παρίσῃσιν. ἡ πρᾶξις τὸ πῖσόν ἔχει ἐξ ὑποθέσεως, ἡ
 δὲ ὑπόθεσις ἔδει τε καὶ παραδόσθαι εἰρίδεται.
 λαβόντες γὰρ ἐκεῖνοι ἐγνωσμένον ἐκ παραδό-
 σεως, ἐντι τῶν πρὸ τῆς ἐτῶν, ὅπερ ἂν ἔχοι Ἰν-
 δικτιόνα 16'. οἷον ἐπὶ καὶ τὸ αχλβ'. καὶ διαιρῶντες
 τὸν 1632 ἐπὶ τὸν 15, ἐπει ἑναπολείπεται ὁ 12, συ-
 νάγῃσιν ἐπομένως ὅτι τὸ 12'. τῶν ἀπὸ τῆς θείας
 ἐνανθροπήσεως ἐτῶν 16'. ἔσχεν Ἰνδικτιόνα. εἶδε τῆ-
 το πρὸδῆλον ὅτι τὸ πρῶτον τῶν πρὸ αὐτῆς ἔσχε
 τρίτην. τὸ δεύτερον, β'. τὸ δὲ τρίτον πρῶτην,
 διάτοι τῆτο τὸν 3 τῷ δοθέντι προσιθέντες ἔτει τὸν
 ἐξ αὐτῶν διαιρῶσιν ἐπὶ τὸν 15. οἱ δ' αὐτοὶ θηρεύ-
 σι καὶ τῶν πρὸ ἐκείνης ἐτῶν τὰς Ἰνδικτιόνας προσι-
 θέντες τὸν 11 ἀριθμὸν τῷ δοθέντι ἔτει, τὸν δὲ γι-
 οόμενον διαιρῶντες ἐπὶ τὸν 15, καὶ τελευταῖον τὸ ἑνα-
 πολειπόμενον ἀφαιρῶντες ἐξ αὐτῆς. εἰ γὰρ καὶ ἢ
 ἦν ἐν χρήσει ἡ περίοδος αὕτη τοῖς ἐν ἐκείνοις τοῖς
 ἔτεσι βεβιωκόσιν, ἔδει μὲν τοὶ κωλύει, ὡς εἶγε ἦν,
 ζητεῖν καὶ ἐπ' ἐκείνων τὰς Ἰνδικτιόνας. οἷον δεδόσθω
 τὸ πρὸ τῆ τῆς θείας ἐνανθροπήσεως τρίτον, συναπ-
 τομένου τοῦ 3, τῷ 11, γίνεται ὁ 14, ἔτος ἀφαι-
 ρέμενος ἀπὸ τῆς 15, ἑναπολείπει μονάδα, ὥς τὸ
 ἔδει ἔτος ἔσχε πρῶτην Ἰνδικτιόνα. αὕτις δεδόσθω
 τὸ πρὸ τῆ τῆς θείας ἐναν. ν'. συναπτομένου τοῦ

11 τῷ 50, ἀναφύεται ὁ 61, τέττε διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 15, ἐναπολειφθήσεται μονάς, ἣτις ἀφαιρεμένη τῷ 15, ἐναπολείπει τὸν 14. τῆς 14, Ἰνδικτιόνος παραστατικόν· προσίθεται δὲ τῷ δοθέντι ὁ 11. ὅτι ὑποτεθέντος τῷ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως γ'. ἔτις πρώτης Ἰνδικτιόνος, ἔσαι τὸ ἐν ᾧ ἡ θεῖα ἐνανθρώπησις δ'. τὸ οὐ μετ' αὐτὸ 14'. 16'. ταῦτ' ἄρα συναπτόμενος ὁ 11 ἀριθμὸς τῷ πρὸ τῷ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως δοθέντι ἔται, καὶ τῷ γινομένῳ ὡς ἐπὶ τῷ πρώτῳ ὑποδείγματος, ἡ τῷ ἐναπολειπομένῳ μετὰ τὴν διάρῃσιν ὡς ἐπὶ τῷ δευτέρῳ, ἀφαιρεμένη ἐκ τοῦ 15, εὐρίσκεται κατὰ τῆς Δυτικῆς ἢ ζητημένη Ἰνδικτιών.

Περὶ εἰκοσιοκτωετηρίδος, ἣτις ἔστι τοῦ ἡλίου κύκλοι ὀνομάζεται.

Ὅρος κε'.

Ἡ λίστα κύκλοι περιόδου ἐστὶν ὀκτὼ καὶ εἴκοσι ἐτῶν, ὧν παρελθόντων αἱ κυριακαὶ ἐκάστη ἔτις ταῖς αὐταῖς συμπίπτουσιν ἡμέραις τῶν μηνῶν, αἷς καὶ πρότερον, καὶ ἡ αὐτὴ ἐπάνεισι τάξις τῶν χαρακτηριστικῶν στοιχείων τῶν κυριακῶν. σημαίνεται δὲ τῇ αὐτῇ προσηγορίᾳ καὶ ἡ ὅλη περίοδος, καὶ ἑκάστου τῶν ἐν αὐτῇ ἐτῶν.

Σχόλιον.

Εἰς σαφερέραν μὲντοι κατάληψιν τῶν εἰρημέ-
 των ληπτέον ὅτι, ἐπεὶ τὸ Ῥωμαϊκὸν ἔτος ἐστὶ διτ-
 τὸν, κοινὸν καὶ βίσεκτον, τὸ μὲν κοινὸν ἅτε δὴ ἐκ πέντε καὶ
 ἐξήκοντα πρὸς ταῖς τριακοσίαις ἡμέραις συνεσηκός,
 ἢ ἐξ ἐβδομάδων δύο καὶ πεντήκοντα, καὶ ἡμέρας μιᾶς·
 ἐξ οἷας ἂν ἡμέρας ἄρξῃται εἰς τοιαύτην καὶ λήξῃ,
 δὸς εἰπεῖν, εἰς κυριακῆς, εἰς κυριακὴν. τὸ δ' ἐφε-
 ξῆς τέτρω ἄρξεται ἐκ δευτέρας. Εἰ τοίνυν ὑποτεθῶ-
 σιν, ὡς δὴ καὶ ὑποτεθεῖνται τοῖς Δυτικοῖς τὰ ἐπτά
 πρῶτα τῶν εἰκοσιτεσσάρων γραμμάτων, a. b. c. d.
 e. f. g. χαρακτηριστικὰ τῶν τῆς ἐβδομάδος ἡμερῶν,
 καὶ κατὰ σειρὰν αὐταῖς προσγεγραφῶσιν, ὡς ἔχουσιν
 ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων κατ' ἐπανάληψιν
 συνεχῇ, ἑκάστον τῶν τὴν προσκληρωθεῖσαν αὐτῷ
 ἡμέραν ἐνδείξεται. ἀλλ' ὅπερ ἦν ἐπὶ τῇδε τῇ ἔτις
 χαρακτηριστὸν τῆς δε τῆς ἡμέρας, φερ' εἰπεῖν κυρια-
 κῆς, ἐκέτι τὸ αὐτὸ εἶναι καὶ ἐπὶ τῇ ἐφεξῆς ἔτις,
 ἀλλ' ἑτερόν τι τέτων τῶν ἐπτά- τέτρε καὶ ἐπὶ τῶν
 ἄλλων συμβαίνοντος πρόδηλον, ὡς εἴπερ κοινὰ πάν-
 τα ἦσαν τὰ ἔτη, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἂν ἐπανεέλθοι τά-
 ξεως τὰ φοιχεῖα μετὰ ἑπταετίαν, καὶ τῶν αὐτῶν
 ἡμερῶν, ὧν καὶ πρότερον εἶεν ἂν χαρακτηριστικὰ. Ἐπεὶ δὲ
 καὶ ἐκάστην τετραετίαν παρεμπύπτοντα τὰ βίσεξτα
 διακόπτει τὴν τοιαύτην σειρὰν. πρὸς δὲ, καὶ διὰ τὴν
 προσηκόντα τῆς ἐμβολίμου ἡμέρας, δύο λαμβάνουσι
 φοιχεῖα χαρακτηριστικὰ τῆς κυριακῆς, τὸ μὲν ἀπὸ
 τῆς πρώτης Ἰαννουαρίε ἀρχὴ τῆς κα. Φεβρουαρίε, τὸ

δὲ ἀπὸ ταύτης μέχρι τῆς ἰσχύος δεκεμβρίου, ἀνάγκη ἐπταπλασιασθῆναι τὴν τετραετίαν, ἵνα ἐπὶ τῆς αὐτῆς τάξεως ἐπανεέλθωσι τὰ σοιχαῖα· ὅτω γὰρ συνδυαθήσεται πάντα ταῦτα, καὶ ἐπὶ τὸν πρῶτον εἰρμόν ἐπανεήξουσιν. Ἐξω γὰρ τὸ μὲν α. χαρακτηριστὸν κυριακῆς, τὸ β. δευτέρας, καὶ τὰ λοιπὰ ἐφεξῆς μίας τινὸς τῶν ἐφεξῆς ἡμερῶν ἄχρι τῆς σαββάτου, ἢ ἔσαι χαρακτηριστικὸν τὸ γ, τὸ δὲ ἔτος ἀρχαῖον ἐκ κυριακῆς οἷον ὑπῆρξε τὸ αψοβ'. Ἐπει τοίνυν τὸ α. ἐπὶ τούτῃ τῇ ἔτις ὑπόκειται χαρακτηριστικὸν εἶναι κυριακῆς, πᾶσαι αἱ ἡμέραι, αἷς αὐτὸ πρόσκειται, ἐλογίσθησαν ἂν κυριακαί. εἴγε τὸ αὐτὸ ἔτος ἦν κοινόν, καὶ ἐπομένως ἔληξεν ἂν εἰς κυριακὴν· ταῦτ' ἄρα τὸ αψογ'. ἤρχετ' ἂν ἐκ δευτέρας, καὶ τὸ α. ἐπὶ τῷδε τῇ ἔτις μετέπιπτεν ἂν εἰς τὸ β. εἶναι σημαντικόν, τὸ δὲ γ, κυριακῆς· μετὰ δὲ τῷτο ἐπὶ τῇ ἐξῆς ἔτις τὸ f. μεθ' ὃ τὸ e. εἴτα τὸ d. καὶ c, καὶ b, μεθ' ὃ αὖθις τὸ a. ἐξ ὑπαρχῆς, καὶ τὰ λοιπὰ ὡς πρότερον. ἐπεὶ δὲ βίσεξτον τὸ ἔτος ἐκεῖνο ὑπῆρξεν, ἢ διήρκεσεν ἐπὶ παντός τοῦ ἔτους τὸ α. χαρακτηριστικὸν εἶναι κυριακῆς, ἀλλὰ μέχρι τῆς κέ. Φεβρουαρίου. αὕτη γὰρ ἔσα σάββατον, μετέπεσε διὰ τὴν προοδήκην εἰς κυριακὴν, τὸ, τε προσκειμένον ταύτῃ γ. εἰς τὸ χαρακτηριστικὸν εἶναι κυριακῆς μέχρι τέλους τῆς ἔτις. ἀλλὰ τῷτο τὸ ἔτος λῆξαν εἰς δευτέραν, ὡς βίσεξτον, ἀρχὴν τῇ μετ' αὐτὸ ἔτις τὴν τρίτην, καὶ τὸ f. χαρακτηριστικὸν ἐπ' αὐτῇ τῆς κυριακῆς εἶναι πεποίηκε. διὰ τὸν αὐτὸν λόγον μετὰ τὸ f. ἔσαι τὸ e, μετὰ τὸ e. τὸ

d, ή c, ή b, καὶ καθεξῆς μέχρι τῆς ἀποκατα-
τάσεως τῶν αὐτῶν σοιχείων ἐπὶ τῆς προτέρας τά-
ξεως, ἥτις ἀποτελεῖται ἐν ἑτεσιν ὀκτὼ πρὸς τοῖς
εἴκοσιν. ὅθεν ή ή περίοδος αὕτη ήλίε κύκλοι ὠνό-
μασαι, ὅτι κατ' αὐτὴν ἐπάνησι τὸ χαρακτηριστικὸν
σοιχεῖον τῆς κυριακῆς, ἐφ' ἧς ἐν ἀρχῇ ἔλαχε τά-
ξεως, τῷ προσκεκληρωθῆναι ὑπὸ τῶν ἀρχαίων τῷ
ήλῳ τὴν κυριακὴν, καὶ ἡμέραν ήλιου προσαγόμε-
σθαι.

Πρόβλημα δέκατον πρῶτον.

Τῷ ἔτους δοθέντος τῆς τῷ Η'λίε κύκλῳ εὐρεῖν· ή
τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτηριστικὸν σοιχεῖον εἶσαι
κατὰ τῆς Δυτικῆς.

Οἱ Δυτικοὶ τὴν ἀρχὴν τῶν τῷ Η'λίῳ κύκλων ἀπὸ
τῆς πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἐνάτῃ λαμβά-
νοντες, ὃ δὴ βίσεξτον λογίζεται, καὶ δυοὶ σοιχείοις
GF. κατ' αὐτὰς χαρακτηρίζεται, τῶν τε πρὸ τῆς
θείας ἐνανθρωπήσεως, ή τῶν μετ' αὐτὴν ἑτῶν τῆς
κύκλῳ θηρεύσει προοδίσαι, ή ἀφαιρέσει τῆς ἐννέα
ἀριθμοῦ· εἰν γὰρ τὸ δοθὲν ἔτος ὑπάρχει τῶν μετ'
ἐκείνην, προσιδέντες τῷ τῶν γ, τὸν ἐξ ἀμφοῖν διαι-
ρῶσιν ἐπὶ τὸν 28, ή τὸν ἐναπολειπόμενον ἀριθμὸν
λαμβάνουσι τῶν τῷ ήλίῳ κύκλων σημαντικόν· μηδε-
νὸς δὲ λαπομένῃ μετὰ τὴν διαίρεσιν, εἶσαι ὃ τῷ ήλίῳ
κύκλος κή. ἐπὶ τῷ ἔτει ἐκείνῃ· εἶον ἐπὶ τῷ αψογ.
συναπτομένου τοῦ 1773 τῷ γ, τῷ δὲ ἐξ αὐ-

τῶν 1782 διαιρεμένου ἐπὶ τὸν 28, ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 18, τὸν δεκάτον ἔγδοον τῷ ἡλίῳ κύκλον σῶ ἔσσι τέτρω προσοικεῖσι· τέτρω δὲ γνωσθέντος καὶ τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτηριστικὸν σοιχείον γενήσεται καταφαίς· ἔσαι γὰρ ὁ συντρέχων ἐπὶ τῷ ἐξῆς κανόνι τῷ εὐρεθέντι κύκλῳ.

Κανόνιον τῶν τῷ ἡλίῳ κύκλων κατὰ τὰς δυτικές.

GF. α'.	A. ια'.	D. κ'.
E. β'.	G. ιβ'.	CB. κα'.
D. γ'.	FE. ιγ'.	A. κβ'.
C. δ'.	D. ιδ'.	G. κγ'.
BA. ε'.	C. ιε'.	F. κδ'.
G. ς'.	B. ις'.	ED. κε'.
F. ζ'.	AG. ιζ'.	C. κς'.
E. η'.	F. ιη'.	B. κζ'.
DC. θ'.	E. ιθ'.	A. κη'.
B. ι'.		

Περὶ ἐννεακαιδεκαετηρίδος, ἥτις ἔς πε-
ρίδος Μέτωνος, ἔς σελήνης κύκλοι λέ-
γεται.

Ὅρος κς'.

Κύκλοι Σελήνης εἰσὶ περίοδος ἐννέα ἢ δέκα ἑ-
τῶν· ὧν πληρωθέντων αἱ νεομηνίαι τε, ἢ πανσέλη-
νοι κατὰ τῆς πάλαι ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἐπανερχονται τῇ
ἐτῆς ἡμέρας· καλεῖται δὲ καὶ ἕκαστον τῶν ἐν αὐτῇ
ἐτῶν τῷ αὐτῷ ὀνόματι.

Σχόλιον.

Οἱ ἀρχαῖοι τῶν Ἑλλήνων, εἰ ἢ σεληνιακῶ ἑ-
χεῶντο ἔτι ὡς εἴρηται, ἐμήντοι ἀπλῶ ἢ ἀπολύ-
τῳ, ἀλλὰ καὶ πρὸς τὴν ἡλιακὴν ἀναφερομένῳ κινή-
σιν· ἐνθεν τοι ἢ ἐξίσωσιν τινα τῶν κινήσεων, ἡλια-
κῆς Φημί ἢ σεληνιακῆς εὐρεῖν ἐπεγράθησαν· ἦτοι
περιόδου τινὸς τυχεῖν χρονικῆς, μεθ' ἣν ἀπὸ τῆς αὐ-
τῆς ἂν ἡμέρας καὶ ὥρας τότε ἡλιακὸν ἔτος ἢ τὸ
σεληνιακὸν ἀρξαιτο, ἀφ' ἧς ἢ πρότερον· πολλαχῶς
τοῖνυν τέττε ἐπιτυχεῖν περαθέντες, ἀλλ' ἐν ἅπασι
τῷ χρόνῳ ἀπάτην φωράσαντες, τελευταῖον διὰ τῆς
ἐννεακαιδεκαετηρίδος ἐγκρατεῖς γε:έσθαι τῇ κυ-
νηγεσίῳ ᾤκησαν· Ἐν γὰρ τοῖς ἄνω χρόνοις, ἐν ^{Δυσ-}
οῖς ἔπω τὰ τῆς ἀεριοιομίας αὐτοῖς ἐξηκριβωτο, τῇ ^{τηρίδ·}
δυετηρίδι ἐχρέσαντο, κατὰ ταύτην οἰόμενοι ἀποκα-
τάσασιν γίνεσθαι τῶν Φωσῆρων κατὰ τὴν οἰκείαν

αὐτῶν κίνησιν· ἀλλ' ἐξηλέγχθησαν τῷ χρόνῳ ψευ-
δόμενοι, ὅπερ αὐτόθεν δῆλον· δύο γὰρ σεληνιακά
ἔτη, ὧν τὸ μὲν εἴη κοινὸν κατ' αὐτὰς, ἦτοι δωδεκά-
μηνον, τὸ δὲ ἐμβόλιμο· τῆτέσι τρισκαιδεκάμηνον πε-
ριέχουσιν ἡμέρας ἐννέα καὶ τριάκοντα πρὸς ταῖς ἑπτα-
κοσίαις, δύο δὲ ἡλιακὰ τριάκοντα πρὸς ταῖς ἑπτα-
κοσίαις· ὥσε μεταξὺ τούτων κακείνων παρεμπίπτειν
ἐννέα ἡμερῶν διαφοράν· ταῦτ' ἄρα ταύτην καταλι-

Τετρα-
ετηρίς.

πόντες πρὸς τὴν τετραετηρίδα ἀπειδον· ἀλλὰ καὶ διὰ
ταύτης τῆς σκοπεμένης ἔκτυχον. Τέτταρα γὰρ ἔτη ἡλι-
ακὰ συνίστανται ἐξ ἡμερῶν τετρακοσίων ἐξήκοντα καὶ μίας
πρὸς ταῖς χιλιάς, ἀλλὰ τοσαῦτα σεληνιακὰ περιεκτι-
κὰ ὄντα μηνῶν ἐννέα καὶ τεσσαράκοντα, ἢ κατ' ἄλλης πεν-
τήκοντα, συσαθῆσονται ἐξ ἡμερῶν τετρακοσίων τεσσα-
ράκοντα ἐξ καὶ χιλίων, ἢ τετρακοσίων ἑβδομήκοντα πέν-
τε πρὸς ταῖς χιλιάς· καὶ μικρὰ ἐκατέρωθεν ἢ δια-
φορὰ· κατὰ γὰρ τὴν πρώτην ὑπόθεσιν εἶναι ἡμερῶν
δεκαπέντε καὶ ὑπεροχὴν, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν τεσ-

Ὀκτωε-
τηρίς.

σάρων καὶ δέκα κατ' ἑλλειψιν, διὸ οἱ μετ' ἐκείνους
τῇ Ὀκτωετηρίδι προσέσχον· ἀλλὰ καὶ αὕτη, εἰ καὶ προ-
σεγγίζει τῇ ἀληθείᾳ, καὶ μὲν τοι παντάπασιν ἔχεται
ἀκριβείας· καὶ ταῦτα γὰρ τὰ μὲν ἡλιακὰ ὀκτὼ ἔτη
ἔχουσιν ἡμέρας ἐννεακοσίας εἴκοσι δύο πρὸς ταῖς δι-
σχιλίαις, τὰ δὲ σεληνιακὰ μίαν ἡμέραν καὶ ἡμισείαν
πλεονάσθαι· τῶν μὲν πέντε κοινῶν ὄντων κατ' ἐ-
κείνας, καὶ ἐκ μηνῶν ἐξήκοντα συνεσηκότες, τῶν δ'
ἄλλων ἐμβολίων, καὶ περιεκτικῶν ὄντων μηνῶν
ἐννέα καὶ τριάκοντα· ἐπεὶ δὲ καὶ τούτοις τοιαύτη εὐ-
ρίσκεται διαφορά, καὶ ἂν εἴη κατὰ τὸν αὐτὸν πάντως

χρένον ἀμφοτέρων ἢ ἀρχή· ἀλλὰ θάττον ἂν ἄρ-
 ξαιτο τὸ ἡλιακὸν τῷ σεληνιακῷ· ὅθεν δοκιμωτέρα
 τούτων ἔδοξε τοῖς πάλαι ἢ Μένωνος τῷ ἀθηναίου
 ἐννεακαιδεκαετηρεῖς, εἰ καὶ τοῖς νεωτέροις καὶ αὕτη
 μὴ κατὰ σκοπὸν βάλλουσα ἐφάνη, καὶ διὰ τούτο ἀ-
 δοκιμος, ὡς κατωτέρω ῥηθήσεται· ἀλλὰ πρότερον
 ῥητέον περὶ τῆς κατὰ Μένωνα ἐτησίας καὶ μηνιαίας
 ὑποθέσεως· ἔτος γὰρ, ὡς εἶοικε, συνιστὰς τὸ μὲν
 ἡλιακὸν ἔτος ἐκ 305^η, 6^η, 18^η, 56^η, 50^η, 31^η,
 34^η, τὸν δὲ σεληνιακὸν μῆνα ἐκ 29^η, 12^η, 45^η,
 47^η, 26^η, 48^η, 30^η, συνῆγε δὲ ἀστρονομικῆς ψη-
 φηφορίας ἐκ μὲν ἡλιακῶν ἐτῶν ἐννέα πρὸς τοῖς δέκα,
 ἡμέρας τριάκοντα ἐννέα, καὶ ἐννεακοσίας πρὸς ταῖς
 ἑξακισχιλίαις, καὶ ὥρας 23, τοσαύτας δὲ καὶ ἐκ
 μηνῶν διακοσίων τριάκοντα πέντε, καὶ ἐπομένως τὴν
 εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν τῶν Φωσῆρων ἀποκατάσασιν· οἱ
 δὲ μετ' ἐκεῖνον καὶ ἐξ ἐκείνου τὴν περίοδον ταύτην
 ἐρανισάμενοι, τὸ μὲν ἡλιακὸν ἔτος κατὰ τὴν τῷ
 Σωσιγένης διορισμὸν ἐξ ἡμερῶν 365, καὶ ὥ-
 ρων ἐξ συγκριῖσθαι ὑποτιθέμενοι, τὸν δὲ συνοδικὸν
 μῆνα ἐκ 29^η, 12^η, 44^η, 30^η, συνῆγον ἐκ μὲν ἐννέα
 καὶ δέκα ἐτῶν, ἐν οἷς τελάχιστον τέτταρα ἂν εὐρε-
 θεῖεν βίσεξτα, ἡμέρας ἐννεακοσίας τριάκοντα ἐννέα
 πρὸς ταῖς ἑξακισχιλίαις, καὶ ὥρας δέκα καὶ ὀκτὼ,
 τοσαύτας δὲ καὶ ἐκ μηνῶν διακοσίων τριάκοντα πέν-
 τε· ἀλλ' ἐπεὶ περ τὰ προκείμενα τοῖς μῆσι λεπτὰ
 εἰς πολιτικὴν χρῆσιν ἀνόικεα, ὃ γὰρ ἀπασιν εὐπα-
 ρακολέθητος ὁ κατ' αὐτὰ ἐπιλογισμὸς, τὸν μῆνα
 ἐξ ἡμερῶν ἐννέα πρὸς ταῖς εἴκοσι καὶ δώδεκα ὥρων

λαμβάνοντες διὰ τὸ εὐχερέστερον, ἐποίουν ἐξ αὐτῶν
 τὰ σεληνιακὰ ἔτη, ἀπονέμοντες ἐκάσῳ μῆνας δυο-
 καίδεκα, τὲς μὲν ἐξ τριακονθήμερες καὶ πλήρεις,
 τὲς δὲ λοιπὲς μιᾷ ἐλλείποντας καὶ κοίλῃς ἐναλλάξ
 παρ' ἑνα· καὶ γὰρ εἴτε ἐξ ἡμερῶν 29, καὶ ὥρῶν 12
 ληφθεὶς ἕκαστος τῶν μηνῶν, εἴτε ὁ μὲν τριάκοντα,
 ὁ δὲ μιᾷ ἐλλείπων, τριακόσιοι πεντήκοντα τέσσαρες
 ἡμέραι κατ' ἑκατέραν ὑπόθεσιν συναχθήσονται, καὶ
 τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐκ τούτων συσταθήσεται. ἐλλεί-
 πον τῷ ἡλιακῷ ἡμέραις εἰδεκα· τούτων δὲ τῶν ἐνδε-
 κα ἡμερῶν ἐν ἔτεσι δέκα καὶ ἐννέα εἰς ἡμέρας ἐννέα
 πρὸς ταῖς διακοσίαις συμποσυσμένων, ἀναφύονται
 μῆνες ἑπτὰ, ἐξ μὲν πλήρεις, εἰς δὲ κοῖλος, ὅς
 προσειλῶν τῷ τρίτῳ, ἑκτῷ, ὀγδῶ, δεκάτῳ πρώτῳ,
 δεκάτῳ τετάρτῳ, δεκάτῳ ἐβδόμῳ, δεκάτῳ ἑννάτῳ
 εἶτα τῆς περιόδου ταύτης ἑκατον ἐκάσῳ, ἐμβολιμαῖα
 ταῦτα ποιῶντες ἦτοι τρισκαιδεκάμηνα, ἵνα τὰ
 δέκα καὶ ἐννέα ἔτη κοινὰ τε φημὶ καὶ ἐμβολιμαῖα πε-
 ριεκτικὰ γένωνται ἡμερῶν ἐνεακοσίων τριάκοντα πέν-
 τε πρὸς ταῖς ἑξακισχιλίαις· ταύταις δὲ προσθεμέ-
 νων καὶ τῶν τεσσάρων τῶν ἐν τοῖς βισέξτοις· λογί-
 ζεσθαι γὰρ καὶ ταύτας προσήκει καὶ προσκεῖσθαι ὥς
 περ ἐν τοῖς ἡλιακοῖς, ὅτῳ καὶ τοῖς σεληνιακοῖς ἀ-
 παιτέσθης τὸ τοῦ ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως, κατ' ἣν
 ὑπόκειται τὸν μῆνα περιεκτικὸν εἶναι ἡμερῶν 29, ὥ-
 ρῶν 12, τῶν προσκειμένων λεπτῶν παρεωραμένων·
 συναχθήσονται καὶ ἐκ τούτων ἡμέραι, ἴσαι δὲ καὶ ἐκ
 τῶν ἡλιακῶν· αἱ δ' ἑκατέρωθεν λειπόμεναι ὥραι
 δέκα καὶ ὀκτὼ τῷ ἐφεξῆς βισέξτῳ προσίθενται· Ε'.

πισάσειως μέντοι ἄξιον, ὅτι εἴπερ τὸ ἔτος, ἐξ ἧς ἡ ἀρχὴ τῆς περιόδου ταύτης ληφθῇ, πρῶτον ἢ μετὰ βίσεξτον, τέτταρα ἐν τῇ περιόδῳ εἰσονται βίσεξτα, ἦτοι τὸ τέταρτον, ὀγδόον, δέκατον δεύτερον, δέκατον ἕκτον, εἰάν δε δεύτερον, ἢ τρίτον, ἢ καὶ βίσεξτοι, πέντε· ἡ αὐτὴ μέντοι γε μέθοδος κατ' ἀμφοτέρας, τῆς τρόπης, πλὴν ὅτι κατὰ τὴν δευτέραν ὑπόθεσιν πλεονάζει ὁ τῶν ἡμερῶν ἀριθμὸς μιᾷ ἡμέρᾳ κατ' ἑκατέραν ἐννεακαιδεκαετηρίδα, ἡλιακὴν Φημί καὶ σεληνιακὴν.

Πρόβλημα δέκατον δεύτερον.

Δοθέντος τῆς ἔτης, τῆς τῆς σελήνης κύκλος εὐρεῖν.

Εἴπερ καὶ ἐπὶ τῶν τῆς σελήνης κύκλων, ὥς καὶ ἐπὶ τῶν τῆς ἡλίου, καὶ τῆς Ἰνδικτιόνης ὀπισθοδρομῶντες οἱ δυτικοί, εὐρίσκῃσι τὸ ἔτος τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἐσχηκέναι δύο κύκλος σελήνης, ῥᾶσα τῆς κύκλος παντὸς ἔτης τῶν ἐπομένων τέτρω θηρεύσῃ, προσιδέντες μονάδα τῷ δοθέντι, καὶ τὸν ἐξ ἀμφοῖν διαιρῶντες ἐπὶ τὸν 19· ὁ γὰρ ἐναπολειπόμενος ἀριθμὸς μετὰ τὴν διαίρεσιν, τῆς ζητούμενης κύκλος παρίσῃσι· καὶ μὴδὲν ἐναπολαφθῇ, δέκατος ἐνατος κύκλος εἶναι ὁ ζητούμενος.

Εὔρεσις Ἰνδικτιόνης, ἡλίου κύκλων καὶ σελήνης κατὰ τὰς ἀνατολικάς.

Οἱ δ' ἀνατολικοὶ ἀπονώτερον τὰ τοιαῦτα εὐ-
ρίσκουσι· τὴν γὰρ ἐκκλησιαστικὴν περίοδον αὐτ' ἐπο-
χῆς τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐτῶν χρώμενοι, ἥ συ-
νάρχονται αἱ τρεῖς αὗται περίοδοι, καὶ συμπερατῶν-
ται τὸ δοθεὶς ἔτος ἀπ' ἐκείνης ἀριθμῶντες, καὶ τὸν
ἀναλογῶντα αὐτῷ ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 15, καὶ 19,
καὶ 28, διαιρῶντες τὴν ἐναπολειπομένην ἀριθμὸς τῶν
ζητημένων, λαμβάνουσι παρασαπτικές.

Περὶ τῆς κατὰ Κάλλιπον περιόδου.

Οἶρος. κζ'.

Ἡ κατὰ Κάλλιπον περίοδος ἐστὶ σύστημα ἐξ καὶ
ἐβδομήκοντα ἐτῶν συνεχῶς ἐπεισκυκλωμένων, ἐν οἷς
καθ' ἑκάστον ος'. ἔτος αἱ νημηναὶ καὶ πανσέληνοι ἐπὶ
τὸν αὐτὸν χρόνον κατ' αὐτὸν ἐπανίστασι.

Σχόλιον.

Ὁ γὰρ Κάλλιπος, ἑκατὸν ἕξαιον ἔτεσι μετὰ
Μίτωνα, ἐξ ἐτέρων ὑεμώμενος ἀστρονομικῶν ὑποθέ-
σεων, καὶ τὸ μὲν ἡλιακὸν ἔτος 365 ἡμερῶν καὶ ὡ-
ρῶν 6 ὑποτιθέμενος, τὸν δὲ σεληνιακὸν μῆνα 29^η,
12^η, 44^η, 25^η, καὶ ἐπομείως συνάγων καθ' ἑκάστην

ἐννεακαίδεκαετηρίδα ἡμέρας 6939, καὶ ὥρας 18, καὶ τετραπλασιάσας ταύτην, ἵνα καὶ αἱ προσκείμεναι ὥραι εἰς ἡμέρας συμποσοθῶσιν, καὶ ἡ περίοδος ἡ συγκειμένη ἐξ ὁλοκλήρων ἡμερῶν τὴν τῶν ἐβδομήκοντα, καὶ ἐξ ἐτῶν συνεστήσατο περίοδον· συναγομένων δὲ ἐκ τήτων ἡμερῶν 27759, ὅσαι δὴ καὶ ἐκ μηνῶν σεληνιακῶν 940 ἐμπεριεχομένων τέτοις τοῖς ἔτεσιν, ὥτε μετὰ τὴν συμπλήρωσιν τῶν 76 ἐτῶν εἰς νημησίας καὶ πανσελήνης ἐπὶ τὴν πρώτην ἐπανιέναι χώραν.

Περὶ τῆς καθ' Ἰππαρχον περιόδου.

Ὅρος. κη'.

Ἡ καθ' Ἰππαρχον περίοδος συνέστηκεν ἐξ ἐτῶν ἡλιακῶν 304 τριακοσίων τεσσάρων, ὧν πληρωθέντων ἐπανέρχονται καθ' Ἰππαρχον αἵτε νημησίαι καὶ πανσελήνοι ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἡμέρας, ἐφ' αἷς καὶ πρότερον.

Σχόλιον.

Καὶ γὰρ ὁ Ἰππαρχος τοῖς τῷ Καλλίπῃ μὴ ἀρεκιδῆς, ἀλλ' ἐλαττον τὸ ἡλιακὸν ἔτος ὑποτιθέμενος, ἥτοι 365^η, 5^ο, 55', 12", συνῆγεν ἐπομέναις ταῖς αὐτῇ ὑποθέσεσιν ἐν τοῖς 76 ἔτεσιν, ὥρας ἐξ, καί τι πρὸς πλεονάζειν κατὰ Κάλλιπον, ἐν δὲ 304 ἔτεσι τετράκις τοσαύτας, ἥτοι ἡμέραν μίαν· διὸ τὴν οἰκείαν περίοδον τετραπλασίονα τῇς τῷ Καλλίπῃ

συνησάμενος, ἦτοι ἐτῶν τριακοσίων τεττάρων μηνῶν δὲ σεληνιακῶν ἑπτακόσιων ἐξήκοντα πρὸς τοῖς τρισχιλίοις ἐβύλετο περιεκτικὴν εἶναι ταύτην ἔχ ἡμερῶν 111036, ὅσαι δὴ συνάγονται ἐκ τῶν εἰρημένων μηνῶν, ἀλλὰ ἐξ 111035, αἶγε παράγονται κατ' αὐτὸν, καὶ ἐκκόπτεται ὁ κατὰ Κάλλιπον πλεονασμός, ὅς ἐστι μιᾶς ἡμέρας.

Περὶ τῆς κατὰ Βίκτορα, ἢ Διονύσιον περιόδου.

Οὔρος. κθ'.

Ἡ Βίκτορος, ἢ Διονυσίου περίοδος συνέστηκεν ἐκ 532 ἐτῶν ἡλιακῶν πολιτικῶν, μεθ' ἃ αἶτε νημηνίαι, καὶ πανσέληνοι ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἐπανέρχονται ἡμέρας.

Σχόλιον.

Τὴν περίοδον ταύτην πρῶτον μὲν Φασὶν ἐπινοήσθαι ὑπὸ Βίκτορος ἐπὶ Ἰλαρίᾳ πᾶπα ῥώμης· ὕστερον δὲ ἐν χερίσει γενέσθαι καὶ τῇ ἐκκλησίᾳ εἰσηγησαμένῳ Διονυσίῳ, ὅς ὑπὸ τῶν δυτικῶν ἐξίγνης, ἦτοι ἐλάχιστος ἢ μικρὸς ἐπονομάζεται, εἰς εὐρεσιν τῶν τῆ ἡλίου, καὶ σελήνης κύκλων, καὶ μὴν καὶ τῆς τῆ ἀγίας Πάσχας ἑορτῆς· ἀνθ' ὅτε διονυσιακὴ κατ' αὐτὸς λέγεται καὶ κύκλος πασχάλιος, κατὰ δὲ τῆς ἀνατολικῆς ἄλφα· ὅτι τῶν ἐν τῷ γράμματι συμφη-

φιζομένων, ὁ 532 συνίσταται ἀριθμός· αὕτη τὴν γένεσιν ἴσχει ἐκ τῆς ἐννεακαίδεκαετηρίδος, καὶ τῆς εἰκοσιοκτῶετηρίδος· τῇ γὰρ 28 ἐπὶ τὸν 19 πολλαπλασιαζομένη, ἀναφύεται περιεκτικὴ ἥσα, ὡς εἴρηται, ἐτῶν μὲν 532, μηνῶν δὲ 6580, καὶ ἡμερῶν 194313· τοῖς γὰρ ὑποτιθεμένοις τὴν ἐννεακαίδεκαετηρίδα ἀληθεύουσιν ἐπὶ τῇ ἀποκαταστάσει τῶν νεμνηῶν καὶ πανσελήνων, συνάγεται καὶ τὴν περίοδον ταύτην χρησιμεύειν, ἢ μόνον εἰς εὗρεσιν τῶν τῇ ἡλίου κύκλων καὶ σελήνης, ἀλλὰ γε δὴ καὶ κείνων.

Ἐλεγχος τούτων κατὰ τοὺς νεωτέρους.

Ταῦτα μὲν ἔστωι, οἱ δὲ νεώτεροι ἑδεμίαν τέτων τῶν περιόδων ἐγκρίνουσιν, ἀλλὰ πάσας ὁμοίως ὡς ἐμποίησας τοῖς χρωμένοις ἀπάτην ἀποδοκιμάζουσι· περὶ γὰρ τῆς ἐννεακαίδεκαετηρίδος τί χρὴ καὶ λέγειν, ὅτι γε μᾶλλον τῶν ἄλλων διαμαρτάνουσα τῇ σκοπῇ ἐφάνη, καὶ διὰ τούτο ἐν δίκῃ τῶν κατ' αὐτὰς χρονολογικῶν πινάκων ἐξέωσαι, ὡς ἐν τοῖς ἑπειτα δηλώσῃσεται· ἡ δὲ κατὰ τὰς ἄλλας ἀπάτη ὥδε πως ἐξελέγχεται· ὑποτιθέμενοι οἱ νεώτεροι τὸ μὲν ἡλιακὸν ἔτος ἐξ ἡμερῶν 365^η, 5^ω, 49', τὸν δὲ σεληνιακὸν μῆνα ἐξ ἡμερῶν 29^η, 12^ω, 44', 3", 11'''· συνισάμενον, συνάγουσιν ἐκ μὲν 76 ἐτῶν 27758^η, 10^ω, 4', ἐκ δὲ μηνῶν 940, 27758^η, 18^ω, 9', 52", 20'''· καὶ ἀκολούθως τὴν ἐν τέτοις διαφορὰν 8^ω, 9', 52", 20'''· ἀλλὰ ταύτης ἐν τρισὶ καὶ πεντήκοντα πρὸς τοῖς πεντακοσίοις ἔτεσιν εἰς ἡμέραν συμποσθμένης, συμβαίνει

τὰς νημενίας θᾶττον λογίζεσθαι κατὰ Κάλλιπον ,
καὶ ἐν τοσούτοις ἔτεσι πρὸ ἡμέρας μίας.

Ὡσαύτως ταῖς ἐξ ἀρχῆς ἐπόμενοι ὑποθέσει,
καὶ τὸν Ἰππαρχον εὐρίσκουσιν ἀπατῶμενον, ὅτε δὴ
πρὸ τῆ ἀληθείας 1° , $8''$, $23'$, $29''$, $21'''$, τὰς νεο-
μηνίας συναγωγῆς τῆς κατ' αὐτὸν περιόδου, ἦτοι τῶν
 304 ἐτῶν. ταῦτα γὰρ ἀποδιδόασιν ἡμέρας
 111033° , $16''$, $16'$, οἱ δὲ 3760 , μῆνες 111035 ,
 $0''$, $39'$, $29''$, $20'''$, ὥς τῶν μηνῶν πρὸς τὰ ἔτη
διαφορὰ κατ' ὑπεροχὴν 1° , $8''$, $23'$, $29''$, $21'''$.
ὁ δὲ Βίκτωρ κατὰ πάντα τῇ ἐννεακαιδεκαετηρίδι
ἐπόμενος ἐκ ἂν ἀληθεύσειε ψευδομένης ἐκείνης. ἀλ-
λὰ καὶ αὐτόθεν δῆλον τὸ ἔρηθ'· τῆς γὰρ κατ'
αὐτὸν περιόδου ἐξ ἡμερῶν 194313 , μηνῶν δὲ 6580
συνεσηκείας, ἐκ δὲ τοσούτων μηνῶν συναγομένων ἡ-
μερῶν 194311° , $7''$, $9'$, $6''$, $20'''$, ἀναφύεται με-
ταξὺ τέττων διαφορὰ κατ' ἔλλειψιν 1° , $16''$, $58'$,
 $59''$, $40'''$, ὥς θᾶττον ἂν συμβαῖεν ἐπὶ τῇ παν-
τὸς αἱ τῶν Φωσῆρων σύνοδοι καὶ διαμετρήσεις, ἣ
ταύτας παρίσθιν ἢ κατὰ Βίκτορα περίοδος· αὐ-
τῇ γὰρ βραδύτερον τοῦ ἀληθοῦς συμβαινούσας
δείκνυσιν.

Περὶ Περιόδου Ἐκκλησιαστικῆς,
ἢ
Ἰουλιανῆς.

Ὅρος. λ'.

Ἰουλιανὴ περίοδος ἐστὶ σύστημα χρονικὸν ἐξ ἐτῶν
7980 συγκείμενον.

Σχόλιον.

Τῆς περιόδου ταύτης ἐν μὲν τοῖς ἄνω χρόνοις
Πανόδωρος μοναχὸς, πολλοῖς δ' ὕστερον ἔτασιν Ἰω-
σήφ Σκαλίγερος ὁ τῷ Ἰουλίῳ, ἐξ ὧ καὶ τὴν ἐπωνυ-
μίαν αὕτη ἐδέξατο, κοινότερον φέρονται ἐφευρεταί,
τὴν γένεσιν ἐκ τῶν τῷ ἡλίῳ καὶ σελήνης κύκλων καὶ
τῆς ἰνδικτιόνης ἐχέσης· ἀναφύεται γὰρ ὑπὸ τῷ
15, 19, καὶ 28 πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζομέ-
νων· ἀλλ' εἶναι ἐκ Πανοδώρου ἐκεῖνος ταύτην ἡρανίσα-
το, ὅχ' ὁμοίως μέντοι τῷ τῷ ἐχρήσατο· ἴδιον ταύ-
της τῆς περιόδου ἐστὶ τὸ ἕκαστον τῶν ἐν αὐτῇ ἐτῶν
ἰδίως ἔχειν κύκλους ἡλίῳ καὶ σελήνης, καὶ Ἰνδικτιόνα,
ὡς ὅθεν ἕτερον τῶν πρὸ αὐτῷ ἔσχευ, ἢ ἐξαι ἕτερόν τι
τῶν μετ' αὐτό. οἷον τὸ πρῶτον μόνον ἔτος ἔχει κύ-
κλον ἡλίῳ πρῶτον, καὶ κύκλον σελήνης πρῶτον, καὶ ἰν-
δικτιόνα πρῶτον· ὡσαύτως, καὶ τὸ ἔσχατον μόνον ἡλίῳ
κύκλον καὶ καὶ σελήνης 19. καὶ ἰνδικτιόνα 15. ὅθεν δὲ
τῶν ἄλλων τὰς τρεῖς τέττας, ἢ ἐκεῖνους ὁμοῦ, ἀλλ'
ἑτέρως, οἷτινες ἂν ἐκείνῳ συνέλθοιεν· καὶ γὰρ ἕκα-

τον ἰδίῳ κύκλῳ καὶ Ἰνδικτίοσι χαρακτηρίζεται· τὸ δὲ κινήσαν τέτρες τὴν δὲ συμπῆξαι τὴν περίοδον ἐστὶ τὸ ἐκ ποδῶν ποιῆσαι πάσας τὰς χρονολογικὰς ἀντιλογίας τε καὶ διαφωνίας· τῆ γὰρ χρόνῳ, τῆ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἀγνοομένη δι' ἄλλατε πολλὰ, καὶ ταῦτα διὰ τὸ μὴ συνάδαν τὴν τῶν Ὁ. ἐρμηνείαν τοῖς ἑβραϊκοῖς ἀντιγράφοις, μήτε τὰ ἀντιγραφα ταῦτα, καὶ κείνην τε τοῖς σαμαρειτικοῖς, ἔχ' ἢ τυχεῖσα εὐρίσκεται ἐν ταῖς ἰσορίαις διαφωνία· τῶν συγκομικῶν ταύτας πρός τε ἀλλήλους, καὶ πρός τὴν θείαν διαφωνούντων γραφὴν, ἅτε δὴ ἐκάστη Ἰδίᾳ ἐποχῇ καὶ ἀπαριθμήσει τῶν ἐτῶν χρωμένου, καί τοι ἐν τοῖς πλείοσι συνωδὰ φθεγγομένων· ἡ γὰρ ἀπ' ἀρχῆς ληφθεῖσα διαφωνία, καὶ τὴν ἐν τοῖς ἐξῆς ἔτεσι διίτησι συμφωνίαν· ταῦτ' ἄρα ἐδέησε τοῖς τε πάλαι καὶ νῦν τῆς περιόδου ταύτης, ἥτις περιεκτικὴ τυχεῖσα πασῶν τῶν χρονικῶν ἐποχῶν, εἴαν ἐν χρήσει γένηται, οἷα τε εἴη τὰς μεταξὺ διαφωνίας ἀνελεῖν, ὥς μηκέτι ἄλλου ἐξ ἄλλης τὰ ἔτη ἀριθμῶντος ἀρχῆς, ἀλλὰ πάντων μίαν καὶ τὴν αὐτὴν τηρῶντων ἀρχὴν τὴν ἐκ τῆς περιόδου ὑποτεθεῖσαν· ἐν μὲν δὴ τῷτο τῆς περιόδου τὸ χρήσιμον, ἕτερον δὲ ἔχ' ἥττον ἐκείνου τὸ ῥαδίως τὰ ἔτη τῆς τυχεῖσης ἐποχῆς πρός τὰ ἑτέρας ἐποχῆς ἔτη ἀνάγειν, καὶ τί ἂν εἴη σὺνδρομον δείκνυσθαι.

Οὐχ' ὁμοίως μέντοι οἱ ἀνατολικοὶ τοῖς δυτικοῖς τῇ περιόδῳ κέχρηται· οἱ μὲν γὰρ ἀνατολικοὶ τῷ Πανοδώρῳ ἐπόμενοι ἀντ' ἐποχῆς τῶν ἀπὸ κτί-

σεως κόσμῳ ἐτῶν ταύτῃ χρώμενοι, ἢ τὸ ὅπ' ἐκείνου
μέχρι τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως πέντε χιλιάδας
ἀριθμῶντες ἐτῶν, καὶ ὁκτὼ πρὸς τοῖς πεντακοσί-
οις, τῷ εφθ' ἔτα τῆς περιόδου τὴν τῆ κυρίας προ-
σάπτεισι γένησιν, καὶ ἀπ' αὐτῆς τὴν τῆς θείας ἐ-
νανθρωπήσεως ἐποχὴν λαμβάνουσιν. οἱ δὲ δυτικοὶ
ἐκ τῶν ὑσέρων συλλογισζόμενοι ἐκ τῆ τετρακισχιλιο-
ς ἐπτακοσίου δεκάτη τετάρτη ἔτις τῆς περιόδου
ταύτης τὴν ἀρχὴν ποιῶνται τῆς κατὰ τὴν θείαν ἐ-
νανθρωπήσιν ἐποχῆς, ἥτοι πρὸ ἐπτακοσίων ἐννεήκοντα
ἢ πέντε ἐτῶν, ἢ οἱ ἀνατολικοὶ. λαβόντες γὰρ ὁμο-
λογούμενον ὅπερ, ὡς εἴρηται, ἐκ τῶν ὑσέρων συνά-
γασι, τὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἔτος ἐσχηκέναι
κύκλον μὲν ἡλίου ι'. σελήνης δὲ β'. Ἰνδικτιόνα
δὲ δ'. καίτοι καὶ περὶ τῆς δὴ τῆς ἔτις ἢ μικρὰ
ἢ πρὸς ἀλλήλους τῶν νεωτέρων διαφωνία, τῶν μὲν
προσεχὲς τῷ ἐν ᾧ ὁ σωτὴρ ἐνηνθρώπησεν οἰομένων,
τῶν δὲ πέμπτον ἀπ' ἐκείνης λογιζομένων, ἀλλ' ἀπαξ
σοῖς ῥηθεῖσι κύκλοις ἢ τῇ Ἰνδικτιόνι χαρακτηρίσαν-
τες, ἢ ὡς ἀναντίρρητον λαβόντες, ἢ διὰ τῆ ἐξῆς
ιδ'. προβλήματος τὸ τῆς περιόδου ἔτος, ἐν ᾧ ταῦτα
συτρέχουσι θηρεύσαντες, ἐπεὶ εὐρίσκεται τοιοῦτον
τὸ τετρακισχιλίου ἐπτακοσίου δέκατον τέταρ-
τον· τοῦτο δὴ τῷ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἔτα
ποιῶνται σύνδεσμον.

Πρόβλημα ιγ'.

Τῆ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως, ἡ μετ' αὐτὴν ἔτις δοθέντος, τὸ σύνδρομον αὐτῷ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτος εὔρεϊν, καὶ τὰς τῆς ἡλίου καὶ σελήνης κύκλους, καὶ μὴν καὶ Ἰνδικτιόνα ἐρίσασθαι.

Τῶτων ἔτις ὑπὸ τῶν νεωτέρων ὑποτιθεμένων, εὐχερῶς ἄν τις κατ' αὐτὰς θηρεύσειε τὸ ζητούμενον. Ἐῶ γὰρ ἔτος τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιαστὸν, καὶ ζητηθῆτω τίνι τῆς περιόδου ἔτις ὑπάρχει σύνδρομον. συναφθῆτω ὁ 1700 τῷ 4713, τὸ γὰρ δψιγ'. ἔτος ὑπόκειται προσεχῶς ἡγούμενον τῆς ἔτις τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως. ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν 6413 ἀριθμὸς ἔσται παρασατικός τῆς ἔτις τῆς περιόδου. Ἰῆτον εἰ τις διέλη ἐπὶ τὸν 28, καὶ 19, καὶ 15, εὐρήσῃ ἡλίου κύκλου πρῶτον σελήνης ἢ Ἰνδικτιόνα ἢ.

Δοθῆτω τὸ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως τρισχιλιοσὸν ἐννεακοσιοστὸν ὀγδοηκοστὸν τρίτον, ἀφαιρεθῆτω ὁ 3983 ἀπὸ τῆς 4713, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 730, πρόδηλον ὅτι τὸ δοθὲν ἔτος ἐστὶ τὸ ψλα'. τῆς περιόδου, διαίρεθέντος δὲ τῆς 731 ἐπὶ τὸν 28, καὶ 19, καὶ 15, γνωσθήσονται οἱ κύκλοι ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ ἡ Ἰνδικτιών. εἰ δὲ τὸ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως τρισχιλιοσὸν ἐννεακοσιοστὸν ὀγδοηκοστὸν τρίτον καὶ α'. εἴη τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου, καθὰ δὴ ἡ κοινοτέρα αὐτῶν πρεσβεύει δόξα, πρὸ τῆς τὸν χρόνον γενέσθαι, λαμβάνειν τὴν

ἀρχὴν τῆς πολυθρυλλήτου ταύτης χρονικῆς περιόδου οἱ γενάδαι ἀναγνάσκονται. παραινεῖσιν ἔμπης τῆς ἔτιω διανοομένης μηδόλως ἐπὶ τῷτο ξενίζεσθαι, εἴργειν δὲ ἐπὶ τοιαύτῃ χρονικῇ ἀναπλάσει τὸ τῆς περιόδου ἀναλογιζομένους χερίσιμον. ἀνάγκη γὰρ Φασὶ τῶν τῷ ἡλίῳ καὶ σελήνης κύκλων καὶ τῆς ἰνδικτιόνης κατὰ συνθήκην συνιστάτων, ἐπὶ τοσούτον χρονικῶς τῇ ἐπινοίᾳ συνεκδραμεῖν, ἵνα ἡ τούτων κοινὴ ἀρχὴ κατὰδῆλος γένηται.

Πρόβλημα. ιδ'.

Τῶν τῷ ἡλίῳ καὶ σελήνης κύκλων, καὶ τῆς ἰνδικτιόνης δοθέντων, τὸ ἔτος τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου εὐρεῖν ἐφ' ᾧ συντρέχουσι.

Πολλαπλασιασθήτω ὁ μὲν τῷ τῷ ἡλίῳ κύκλῳ ἀναλογῶν ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 4845, ὁ δὲ τῷ τῆς σελήνης ἐπὶ τὸν 4200, ὁ δὲ τῇ ἰνδικτιόνι ἐπὶ τὸν 6916, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι ἀριθμοὶ συναφθήτωσαν, ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν διαιρεθήτω ἐπὶ τὸν 7980, καὶ ὁ ἐναπολείπόμενος ἀριθμὸς εἶσαι δηλωτικὸς τῆς ζητουμένης ἔτιος τῆς περιόδου· οἷον ἔσωσαν οἱ δοθέντες κύκλοι μὲν σελήνης 7, ἡλίου δὲ 11, ἰνδικτιῶν δὲ 16. πολλαπλασιασθήτω ὁ μὲν 4200 ἐπὶ τὸν 7, ὁ δὲ 4845 ἐπὶ τὸν 11, ὁ δὲ 6916 ἐπὶ τὸν 16, καὶ οἱ ἐκ τούτων συναφθήτωσαν εἰς ἑνα τὸν 18643523, ἔτος δὲ διαιρεθήτω ἐπὶ τὸν 7980, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 2895 ἀριθμὸς, παρίσῃσιν ὅτι τὸ δι-

σχιλίουσὺν ὀκτακοσίουσὺν ἐννεηκοσὺν πέμπτου ἔτος
ἔχα τὰς δοθέντας κύκλους, καὶ τὴν δοθεῖσαν ἰνδικ-
τιόνα.

Δεῖξις.

Ὁ γὰρ $4200 = 28 \cdot 150 = 15 \cdot 280 =$
 $19 \cdot 221 + 1$ ἔτσι ἐπεὶ ὁ 4200 ἀριθμὸς γίνεται
πολλαπλασιαζομένου τῷ 28, ἐπὶ τὸν 150, ἢ τοῦ
15 ἐπὶ τὸν 280, ἢ τῷ 19 ἐπὶ τὸν 221, προ-
σκαμένης τῷ ὑπὸ αὐτῶν γινομένῳ μονάδος, ἴσος ἐστὶ
τοῖς ἀριθμοῖς τοῖς διὰ πολλαπλασιασμῶν ἐκείνων γι-
νομένοις ἔχ. ἅμα, ἀλλ' ἐκάστῳ χωρὶς· γνωθῆσεται
δὲ ὅτι ὁ ὑπὸ τῷ 28 ἐπὶ τὸν 150 πολλαπλασιαζο-
μέ·8, ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῷ 15 ἐπὶ τὸν 280, εἰ
γένηται ὡς ὁ 15 πρὸς τὸν 28, ἔτι·8 ὁ 150 πρὸς
ἄλλον τινὰ, εὐρεθήσεται γὰρ ὁ 280· ὁμοίως ὡς ὁ
19 πρὸς τὸν 15, ὁ 280 πρὸς ἄλλον τινὰ καὶ εὐ-
ρεθήσεται ὁ $221 + 1$ · ὅθεν τῷ 4200 πολλαπλα-
σιαζομένῳ ἐπὶ τὸν 7, καὶ τῷ γινομένῳ διαιρεμένου
ἐπὶ τὸν 15, καὶ 28 χωρὶς, ἔδεντι ἐναπολείπεται·
ἐπὶ δὲ τὸν 19, διαιρεθέντος ἐναπολειφθήσεται ὁ 7,
ὅπερ γένοιτ' ἂν σαφέστερον διὰ τῷ ἐπομένου ἐπιλο-
γισμῶ· καὶ γὰρ ὁ $4200 \cdot 7 = 28 \cdot 150 \cdot 7 = 28 \cdot$
 $1050 = 15 \cdot 280 \cdot 7 = 15 \cdot 1900 = 19 \cdot 221 \cdot 7$
 $+ 7 = 19 \cdot 1547 + 7$ · ἔτσι ὁ ἐκ τῷ 4200 ἐπὶ τὸν
7 ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν 28, 150, 7, πρὸς ἀλλή-
λης πολλαπλασιασθέντων, ταὐτὸ δ' ἐστὶν εἰπεῖν τῷ
ἐκ τῷ 1050 ἐπὶ τὸν 28· ὁ γὰρ 1050 γίνεται
ἐκ τῷ 150 ἐπὶ τὸν 7, καὶ ἔτι·8 ἐφεξῆς· ὥστε ὁ

4200.7, ὑπὸ μὲν τῷ 28, ἢ 15, καταμετρεῖται, ἄκρτι δὲ ὑπὸ τῷ 19.

Ἐτι ὁ 4845 = 19.323 = 28.173 + 1, ὁμοίως ὁ 6916 = 19.364 = 28.217 = 15.461 + 1. ὁθεν τὸν αὐτὸν τρόπον δεῖχθήσεται ἂν ὁ 4845 ἐπὶ τὸν 11 πολλαπλασιασθῇ, ἢ ὁ γε-
νόμενος ἐπὶ τὸν 19, καὶ 15 διαιρεθῇ, μηδέν τι ἑ-
ναπολείπεται, ἐπὶ δὲ τὸν 28, διαιρεμένου ἑναπο-
λείπεται τὸν 11.

Ὡσαύτως ἂν ὁ 6916 ἐπὶ τὸν 15 πολλα-
πλασιασθῇ, ἢ ὁ γεόμενος ἐπὶ τὸν 19, ἢ 28 δι-
αιρεθῇ μηδὲν ἑναπολείπεται· εἰ δὲ ἢ ἐπὶ τὸν 15
διαιρεμένη ἔδεν ἑναπολείπεται, ἀλλὰ καὶ ἔτις ἡ Ἰν-
δικτιῶν κατάδηλος γίνεται· τὸ γὰρ μηδὲν ἑναπολειφ-
θῆναι παρίσῃσιν εἶναι Ἰνδικτιόνα τὴν 16· ὥς κ' ἂν ἢ
οἱ ἐκ τῶν 4200, 4845, 6916 ἀριθμῶν διὰ πολ-
λαπλασιασμῶν ἐπὶ τὸν 7, 11, ἢ 15 γινόμενοι εἰς
ἑνα συναφθῶσι, προόηλον ὅτι ὁ ἐκ τῆς συνάψεως
ἀποδοθεὶς ἀριθμὸς, ἂν μὲν διαιρεθῇ ἐπὶ τὸν 28, ἑ-
ναπολειφθήσεται ὁ 11, εἰδὲ ἐπὶ τὸν 19, ὁ 7, εἰδὲ
ἐπὶ τὸν 15, μηδὲν, ἃ παρισῶσι κύκλος μὲν ἡλίου 11,
σελήνης δὲ 7, Ἰνδικτιόνα δὲ 16.

Ἐπεὶ δὲ ἡ περίοδος καταμετρεῖται ὑπὸ τῷ 15,
28, 19, καταμετρήσῃ καὶ αὕτη ὁμοίως τέτοις τὸν
ἀποδοθέντα ἀριθμὸν κατὰ τὸν 15, ἢ καταμετρή-
σῃ κατὰ τὸν 28, ἢ 19· δι' ὃ ἀφαιρεῖται ἐκάνου

ὁ τῆς περιόδου σημαντικὸς ἀριθμὸς, ὅσῳκις ἐγχωρεῖ, ὃ δὲ ἀποτελεῖται διὰ τῆς διαιρέσεως· ὃ δὲ ἐναπολειπόμενος ἀριθμὸς ἦτοι ὁ 2895 τῷ ζητυμένου ἔτους τῆς περιόδου παραλαμβάνεται δηλωτικὸς, ὃ προσοικεῖται ἡλίου μὲν κύκλος 11, σελήνης δὲ 7, ἰνδικτιόνα δὲ 1ε'.

Περὶ τῆς τῷ σωτηρίου Πάσχα πανσέπτου ἑορτῆς.

Προοιόκησις.

Τῶν προεκτεθασῶν περιόδων δύο εἰς ταμάλιστα, καὶ τῇ ἐκκλησίᾳ ἐν χρήσει ἐγένετο, ἡ ἐνεακαιδεκατηρὶς λέγω, καὶ ἡ ἐκοσιοκτωετηρὶς, ὡς συντελεῖσθαι εἰς εὐρεσιν τῆς τῷ Πάσχα πανηγύρεως, καὶ τῶν τέττα ἐξημμένων κινητῶν ἑορτῶν, ἃς δεσποτικὰς οἱ ἀρχαῖοι ἐκάλεον· ἀλλ' ἵνα κατ' ὁδὸν ὁ λόγος ἡμῖν βαδίζῃ, σκεπτέον πρῶτον ὅσα περὶ τε τῷ τυπικῷ Φάσκα, καὶ τῷ σωτηρίου Πάσχα θεῶν τε καὶ τοῖς θεοῖς ἀνδράσι τεθρόσπισαι· ἐκ τούτων γὰρ καὶ τὸ χρήσιμον τῶν περιόδων γνωσθήσεται· περὶ μὲν οὖν τῷ τυπικῷ Φάσκα τοιαύδε φέρεται παρὰ τῇ θείᾳ γραφῇ (α) «εἶπε δὲ ὁ κύριος πρὸς Μωϋσῆν καὶ Ἀαρὼν ἐν γῇ Αἰγύπτῳ λέγων· ὁ μὲν ἔτος ἐμὴν ἀρχὴ μηνῶν, πρῶτος ὑμῶν ἐσὶν ἐν τοῖς μηνὶ τῷ ἐνιαυτοῦ· λάλησον πρὸς πᾶ-

(α) Εἰς τὸν κεφ. ιβ'. Λευϊτ. κεφ. ιβ'. Αριθ. κεφ. ιβ'.

σαν συναγωγὴν υἱῶν Ἰσραὴλ λέγων· τῇ δεκάτῃ
 τῷ μηνὸς τούτου λαβέτωσαν ἕκαστος πρόβατον κατ'
 οἴκους πατρῴων· ἢ μετ' ὀλίγα· πρόβατον τέλειον
 ἐνιαύσιον, ἄρσεν, ἄμωμον, ἢ ἔσαι ὑμῖν διατετη-
 ρημένον ἕως τῆς τεσσαρεσκαίδεκάτης τοῦ μηνὸς τού-
 του, ἢ σφάξουσιν αὐτὸ πᾶν τὸ πλῆθος συναγωγῆς
 υἱῶν Ἰσραὴλ πρὸς ἐσπέραν, ἢ φάγονται τὰ κρέα
 τῇ νυκτὶ ταύτῃ ὅπτα πυρὶ, Πάσχα ἐστὶ κυρίως· ἐξ
 ὧν ἀριδὴλως συνάγεται ἡ ἰδ', τοῦ πρώτου μηνὸς δεῖν
 τὸ Πάσχα θύεσθαι· πρῶτος δὲ μῆν, σεληνιακὸς δη-
 λοῦνός τι, ἐστίν, ἢ ἡ ἰδ'. συμπίσταται τῇ ἐαρινῇ Ἰση-
 μερίᾳ, ἣ προσεχῶς ταύτῃ ἔπεται, κατὰ τε Ἰώσηπον,
 καὶ Ἀνατόλιον Λαοδικεῖας ἐπίσκοπον παρ' Εὐσεβίῳ
 τοῦ Παμφίλου. (α) Τῷ δὲ μηνὶ τῷ ξανθικῷ, ὅς
 Νισὰν παρ' ἡμῖν καλεῖται, καὶ τοῦ ἔτους ἐστὶν ἀρχὴ
 τεσσαρεσκαίδεκάτῃ κατὰ σελήνην ἐν κρείῳ τοῦ ἡλίου
 καθεστώτος· τότε γὰρ τῷ μηνὶ τῆς ὑπ' Αἴγυπ-
 τὸς θυεῖας ἠλευθερώθημεν, ἢ τὴν θυσίαν, ἣν
 τότε ἐξιόντας Αἰγύπτῳ θῦσαι προῖπον ἡμᾶς, Πά-
 σχα λεγομένην δι' ἔτους ἑκάστου θύειν ἐνόμισεν· ἢ
 δὴ τελευτήσαν αὐτὴν κατὰ Φατρίδας, μηδενὸς τῶν
 τεθυμένων εἰς τὴν ἐπιῦσαν τηρεμένων· πέμπτη δὲ
 ἢ δεκάτῃ διαδέχεται τὴν τοῦ Πάσχα ἢ τῶν ἀζύ-
 μων ἑορτὴ ἑπτὰ ἡμέρας ἔσται, καθ' ἣν ἀζύμοις
 τρέφοντο· (β) ἔχει τοιοῦτον ἐν τῷ πρώτῳ ἔτει τὴν

(α) Ἰώσηπος Ἰουδαϊκῆς ἀρχαιολογίας βιβλίῳ γ'. κεφ. ι'.

(β) Ἀνατόλιος παρ' Εὐσεβίῳ ἐκλ. Ἰστορ. βιβ. ζ'. κεφ. λβ'.

νημερίαν τῇ πρώτῃ μηνός, ἥτις ἀπάσης ἐστὶν ἀρ-
 χὴ τῆς ἐννεακαιδεκατηρίδος τῆς κατ' Αἰγυπτίους
 μὲν Φαμενώθ ἑκτη καὶ εἰκάδι, κατὰ δὲ τῆς Μα-
 κεδόνων μῆνας δύς τε δευτέρα καὶ εἰκάδι, ὡς δ'
 ἂν εἴποιεν Ῥωμαῖοι πρὸ ἑνδεκα καλανδῶν ἀπριλλίῃ.
 εὑρίσκεται δὲ ὁ ἥλιος ἐν τῇ προκεμένη Φαμειώθ
 ἑκτη καὶ εἰκάδι ἕκτον ἐπιβάς τῇ πρώτῃ τμήμα-
 τος, ἀλλ' ἤδη καὶ τετάρτην ἡμέραν ἐν αὐτῷ δια-
 πορευόμενος· τῷτο δὲ τὸ τμήμα πρῶτον δωδεκα-
 τημέριον, καὶ Ἰσημερινόν, καὶ μηνῶν ἀρχὴν, καὶ κε-
 φαλήν τῃ κύκλῳ, καὶ ἄφεισιν τῇ τῶν πλανητῶν
 δρόμῳ καλεῖν εἰώθασιν· τὸ δὲ πρὸ τῆς μηνῶν ἑ-
 σχατον, καὶ τμήμα δωδέκατον, καὶ τελευταῖον δω-
 δεκατημέριον, καὶ τέλος τῆς τῶν πλανητῶν περιό-
 δου· διὸ καὶ τῆς ἐν αὐτῷ τιθεμένου τοῦ πρώτου
 μηνῆ, καὶ τὴν τεσσαρεσκαιδεκάτην τῇ Πάσχᾳ κατ'
 αὐτὴν λαμβάνοντας, ἕμικρως, ἕδ' ὡς ἐτυχεν ἀ-
 μαστάνειν Φαμέν· ἐστὶ δὲ ἕχ ἡμέτερος ἕτος ὁ λό-
 γος, Ἰουδαίοις δ' ἐγινώσκετο τοῖς πάλαι, καὶ πρὸ
 χριστοῦ, ἐφυλάττετό τε πρὸς αὐτῶν μάλιστ'· μα-
 θεῖν δ' ἐστὶν ἐκ τῶν ὑπὸ Φίλωνος, Ἰωσήφου, Μου-
 σαίων λεγομένων καὶ ἕκτον τέτων, ἀλλὰ καὶ τῶν
 ἐτι παλαιότερων, ἀμφοτέρων Ἀγαθοβέλων τῶν
 ἐπὶ κληρὸν διδασκάλων Ἀριστοβέλου τῇ πάνυ, ὅς ἐν
 τοῖς ἑβδομήκοντα κατελεγμένους, τοῖς τὰς ἱερας
 καὶ θείας ἐξημερεύσασιν γραφὰς Πτολεμαίῳ τῷ φι-
 λαδέλφῳ, καὶ τῷ τέτῳ πατρὶ, καὶ βίβλους ἐξηγη-
 τικάς τῃ Μωσέως νόμῳ τοῖς αὐτοῖς προσεφώνησε
 βασιλεῦσιν· ἔτσι τὰ ζητούμενα κατὰ τὴν ἐξοδὸν

ἑπιλύοντες, φασὶ δεῖν τὰ διαβατήρια θύειν ἐπίσης
 ἅπαντας μετὰ Ἰσημερίαν ἑαρίην μισθίτος τῆ
 πρώτη μηνός· Τῆτο δ' εὐρίσκεισθαι, τὸ πρῶτον
 τμήμα τῆ ἡλιακῆ, ἣ ὥςτινες αὐτῶν ὠνόμασαν ζω-
 φόρον κύκλον, διεξιόντος ἡλίου· Ὁ δ' Ἀρισόβου-
 λος προσίθῃσιν, ὡς εἴη ἐξ ἀνάγκης τῇ τῶν δια-
 βατηρίων ἑορτῇ, μὴ μόνον τὸν ἥλιον τὸ Ἰσημερι-
 ον διαπορεύεσθαι τμήμα, καὶ τὴν σελήνην δέ· τῶν
 γὰρ Ἰσημερινῶν τμημάτων ὧντων δύο, τῆ μὲν
 ἑαρινῆ, τῆ δὲ μετοπωριῆς, καὶ διαμετρῆντων ἄλλη-
 λα, δοθείσης τε τῆς τῶν διαβατηρίων ἡμέρας τῇ
 τεσσαρεσκαίδεκάτῃ τῆ μηνός μεθ' ἑσπέραν, ἐση-
 ζεται μὲν ἡ σελήνη τὴν ἐναντίαν κατὰ διάμετρον
 τῷ ἡλίῳ εἶσιν, ὡς περ ὅν ἐξεσι ἐν τοῖς πανσελή-
 νοις ὄραν, εἰσονται δὲ ὁ μὲν κατὰ τὸ ἑαρινὸν Ἰση-
 μερινὸν ὁ ἥλιος τμήμα, ἡ δὲ ἐξ ἀνάγκης κατὰ
 τὸ μετοπωριὸν Ἰσημερινὸν, ἡ σελήνη· οἶδα πλεῖ-
 στα καὶ ἄλλα πρὸς αὐτῶν λεγόμενα, τῆτο μὲν πι-
 θανὰ, τῆτο δὲ κατὰ τὰς κυριακὰς ἀποδείξας προϊ-
 όντα, δι' ὧν παριστάνειν περῶνται τὴν τῆ Πάσχα,
 καὶ τὴν τῶν ἀζύμων ἑορτὴν δεῖν πάντως μετ' Ἰση-
 μερίαν ἄγεσθαι· παρήμι δὲ τὰς τοιαύτας τῶν
 ἀποδείξεων ὕλας ἀπ' αὐτῶν, ὧν περιήρηται μὲν τὸ
 ἐπὶ τῆ Μωσέως νόμῳ κάλυμμα, ἀτακεκαλυμμένῳ
 δὲ τῷ προσώπῳ λοιπὸν ἤδη χρεῖον, καὶ τὰ χρι-
 στῆ ἀει κατοπτρίζεσθαι μαθηματὰ τε καὶ παθήμα-
 τα· τῆ δὲ τὸν πρῶτον παρ' Ἑβραίοις μῆνα περὶ Ἰση-
 μερίαν εἶναι, παραστατικὰ καὶ τὰ ἐν τῷ Ἑνὼχ μα-
 θήματα· καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοσούτον· τὸ δὲ σω-

τήριον Πάσχα, ἢ τύπος ἐκεῖνο καὶ σκιά, ἀνέκαθεν ἡ ἐκκλησία ἀποστολικαῖς κατακολουθεῖσα παραδόσεσιν ἐθέσπισεν εορτάζεσθαι τῇ μετὰ τὴν τεσσαρεσκαίδεκάτην τῆ πρώτης μηνὸς ἐπομένη κυριακῇ, ταύτης εἴτε κυριακῆς ἑσθῆς, εἴτε τινος ἄλλης τῶν τῆς ἐβδομάδος ἡμερῶν· τὸ μὲν ἵνα ὡς περ τῇ πρώτῃ τῇ μετὰ τὸ νομικὸν Πάσχα κυριακῇ ἐκ νεκρῶν ἀνέστη ὁ κύριος, ἕτω καὶ τοῖς ἑπτα χρόνοις ἡ τῆς ἀναστάσεως τελεῖται εορτή, τὸ δὲ ἵνα μὴ τοῖς Ἰουδαίοις συνεορτάζωσιν οἰπισοί· ὡς ἐσιν ἰδεῖν παρ' Εὐσεβίου τῆ Παμφίλου, (α) καὶ ἄλλοις· ἃ δὲ ἦτε ἐν Νικαίᾳ πρώτη ἐπεκύρωσε, καὶ ἡ ἐν Ἀντιοχείᾳ ἐπεσφράγισαν ἀγιώταται σύνοδοι.

Κανὼν πρῶτος τῆς ἐν Ἀντιοχείᾳ συνόδου.

„ Ὅρον ἐξενήνοχεν ἡ ἐν Νικαίᾳ πρώτη σύνοδος
 „ ὑπ' ὧν τῆ εὐσεβῆς βασιλέως Κωνσταντίνου, τὴν
 „ τῆ ἁγίης Πάσχα τελετὴν μὴ συνάμα τοῖς Ἰουδαίοις
 „ τῆς χριστιανῆς ἄγειν, ἀλλ' ὡς περ τοῖς νόμοις καὶ
 „ τῷ Φρονήματι, ἕτω καὶ τῷ διαλλάττοντι τῶν ἡμε-
 „ ρῶν τύτων ἀποδιίσασθαι· τῆς δὲ τὸν ὅρον ἐκεῖ-
 „ νον παραλύειν τολμῶντας κληρικὲς, καὶ ἕτω τὸν
 „ λαὸν πειρωμένους διδάσκειν τῇ ἀφαιρέσει ζημιοῦ
 „ τῆς ἱερωσύνης.

Πόρισμα πρῶτον.

Ἐκ τούτων ἔασι συνάγεται, ὅτι ὑποτιθεμένης τῆς ἰσημερίας ἐν τῇ κα'. τῷ κατὰ ῥωμαίους Μαρτίου μηνός, ὡς περ ἦν ὅτε ἡ ἐν νικαία συνεκροτήθη πρώτη σύνοδος, εἰάν ὁ σεληνιακὸς πρῶτος μὴν ἐν τῇ ὀγδῷ τῷ αὐτῷ ἄρξῃται, ἡ τεσσαρεσκαίδεκάτη ἐκείνῃ συμπεσεῖται τῇ κα'. τῷ Μαρτίῳ· ἢ πρῶτος εἶσαι ἕτος μὴν κατὰ Μωσῆν· εἰμὲν ἂν αὕτη τύχη ἔσα σάββατον τῇ ἐξῆς κβ'. ἔση κυριακῇ, τὸ σωτήριον αὐτελισθεῖν Πάσχα, εἰμήτις εἴποι μὴ δεῖν ἐν ταύτῃ τελεῖσθαι, ἵνα μὴ ἢ ἔτω οἱ πιστοὶ τοῖς Ἰουδαίοις φανῶσι συνεορτάζοντες· εἶδε ἡ κα'. Μαρτίῳ εἴη κυριακῇ, τελεσθεῖν ἂν τὸ Πάσχα τῇ κη'. Μαρτίῳ ἦτοι τῇ ἐξῆς κυριακῇ· εἰάν δὲ ὁ σεληνιακὸς α'. μὴν ἀπὸ τινος ἡμέρας τῶν πρὸ τῆς ὀγδῆς τῷ Μαρτίῳ ἄρξῃται, ὁ τοιοῦτος ἔκ ἂν εἴη πρῶτος μὴν ὡς ἐσχηκὼς τὴν τεσσαρεσκαίδεκάτην πρὸ τῆς Ἰσημερίας· ἀλλ' ἕτερός τις τῶν ἀπὸ μιᾶς τινὸς τῶν μεταξὺ τῆς ζ'. Μαρτίῳ ἢ ε'. Ἀπριλίῳ ἐχόντων τὴν ἀρχὴν· ἕκαστος γὰρ τῶν ἀπὸ τινος τῶν ἡμερῶν τούτων εἴκοσι ἢ ἑννέα ἔσων τὸν ἀριθμὸν ἀρχόμενος, πρῶτος ἐστίν, ὅτι ἡ κατ' αὐτὸν ιδ', ἡ τῇ ἐαρινῇ Ἰσημερία, ὡς τῷ ἐν τῇ ὀγδῷ Μαρτίῳ ἀρχομένῃ, ἡ ἑτέρα τινὶ τῶν μετ' ἐκείνην ἡμερῶν εἶσαι συμπίπτουσα, ὡς τῶν λοιπῶν μηνῶν τῶν παρὰ τὴν ὀγδὴν Μαρτίῳ ἀρχομένων· ἀλλ' ἔδ' ὁ ἀπὸ τῆς ε'. Ἀπριλίῳ ποιούμενος τὴν ἀρχὴν πρῶτος ἂν εἴη, τοιοῦτος γὰρ ὁ πρὸ αὐτοῦ, ἦτοι ὁ ἐν τῇ ὀγδῷ Μαρτίῳ λαβὼν τὴν ἀρχήν.

Πόρισμα δεύτερον.

Ἔτι δηλῶται σαφῶς, τῷ χάριν ἢ τῷ σωτηρίου Πάσχα ἑορτὴ ἀνιῶσι μὲν μέχρι τῆς κβ'. Μαρτίου, κἀντιστοιχεῖ δὲ μέχρι τῆς κ'. Ἀπριλλίῳ· ὅτι εἰ μὲν ὁ πρῶτος μὴν ἀρξῆται ἐκ τῆς η'. Μαρτίου, τῇ κβ'. τῷ τῷ ἔσαι ἡ ἑορτὴ· εἶδε ἐκ τῆς ε'. Ἀπριλλίῳ, τῇ κ'. τῷ αὐτῷ· ἡμερησίας γὰρ συμβάσεως τῇ ε'. τῷ Ἀπριλλίῳ συμπεσῶται ἡ ιδ'. τῷ μηνὸς τῇ ιη'. τῷ αὐτῷ, ἥτις ἐὰν μὲν τύχῃ ἕτα ἄλλη τις τῶν ἡμερῶν ἐκτὸς κυριακῆς, τῇ ἐφεξῆς τὸ Πάσχα τελεῖται κυριακῇ, ἐὰν δὲ ἡ κυριακὴ, διὰ τὸ μὴ συνορτάζειν τοῖς Ἰουδαίοις τῆς πίστεως, ἢ τοῖς τεσσαρεσκαίδεκατίταις, ὑπερτίθεται ἡ ἑορτὴ τῇ ἐχομένῃ κυριακῇ, ταῦτό δ' ἐστὶν εἰπεῖν τῇ κ'. τῷ Ἀπριλλίῳ.

Περὶ τῆς τῶν χρονολογικῶν πινάκων κατασκευῆς.

Ἐπεὶ τοῖνυν εἰς εὐρεσιν τῆς ἡμέρας τῆς πανσέπτης τοῦ Πάσχα ἑορτῆς προσαπαιτεῖται ἡ γνώσις τῆς τεσσαρεσκαίδεκάτης τῷ πρώτου μηνός, καὶ τῆς μετ' αὐτὴν κυριακῆς, πρῶτον ἂν ἡμῖν γένοιτο ἡ μέθοδος τῆς εὐρέσεως αὐτῶν· ἢ μία μὲν τοι, ἢ δὲ παρὰ πᾶσιν ἡ αὐτὴ· καὶ περὶ μὲν τῶν ἄλλων λέγειν περιστὸν, τῶν τὰ τοιαῦτα πραγματευσα-

μένων, (α) περί δὲ τῆς μεθόδου, ἥπερ ἡ τῶν ῥωμαίων ἐκκλησία ἐχρήσατο, διὰ τῶν ὑπ' ὧσιν καμίων χρονολογικῶν πινάκων πειρασόμεθα ὥς ἐν συντετμημένῳ καὶ σαφῶς διαλαβᾶν· ὧν εἰσηγητῆς Διονύσιος ὁ τῆς Πίπλης Ἐξίγνης, εἴτε αὐτὸς εἴη ὁ πρῶτον τῆς πίνακος συμπηξάμενος, εἴτε ὑφ' ἐτέρου τινὸς κατεσκευασμένοις χρῆσάμενος, ἀμφότερα γὰρ φέρεται.

Ἐν τούτοις πρῶτον μὲν κεῖνται αἱ ἡμέραι τῶν δώδεκα μηνῶν εἰληθόν ἀπὸ τῆς πρώτης Ἰαννουαρίου, ἄχρι τῆς ἐσχάτης Δεκεμβρίου· δεύτερον δὲ τὰ ἐπὶ τὰ πρῶτα λατινικὰ γράμματα· a, b, c, d, e, f, g, κατ' ἐπανάληψιν συνεχῇ συστοιχῆντα ἐκείναις, καὶ τρίτον οἱ τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος χαρακτῆρες· εἰώθασι δὲ τινες καὶ ἐτεῖς ἅττα ἐγχαράττειν τοῖς πίναξι, οἷον τῆς τῶν καλανδῶν, καὶ νουνῶν, καὶ Εἰδῶν σημαντικὰς ἀριθμοὺς, καὶ τὰ ὀνόματα τῶν κατ' ἐκάστην ἡμέραν ἀγίων· ἀλλὰ ταῦτα παρὲλθον, ὥς μηδὲν ἡμῖν πρὸς τὸν προκείμενον σκοπὸν συμβαλλόμενα· ὁ δὲ πρὸ τῶν ἄλλων ἐπιστάσεως ἄξιον, ἡ τάξις ἐπὶ τῶν τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος χαρακτῆρων, οἱ καὶ χρυσοῖς ἐχαράττοντο γράμμασι, καὶ χρυσοῖς

(α) Οἷον ὁ θεὸς Ἰππόλυτος Πόρτου ῥώμης, διὰ τῆς ἐκκαίδεκαετηρίδος, καὶ ὁ τοῦ πασχαλίου, ἥτοι τοῦ δ' τόμου τῆς βυζαντινῆς συγγραφῆς κανόνας συμπηξάμενοι εἰς εὐρεσίαν συντελοῦντας τῆς τοῦ Πάσχα ἑορτῆς.

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τὰς ἀρχαιοτέρας.

Γαννουάριος.	Φεβρουάριος.	Μάρτιος.	Ἀπρίλιος.
1 a. III.	1 d.	1 d. III.	1 g.
2 b.	2 e. XI.	2 e.	2 a. XI.
3 c. XI.	3 f. XIX.	3 f. XI.	3 b.
4 d.	4 g. VIII.	4 g.	4 c. XIX.
5 e. XIX.	5 a.	5 a. XIX.	5 d. VIII.
6 f. VIII.	6 b. XVI.	6 b. VIII.	6 e. XVI.
7 g.	7 c. V.	7 c.	7 f. V.
8 a. XVI.	8 d.	8 d. XVI.	8 g.
9 b. V.	9 e. XIII.	9 e. V.	9 a. XIX.
10 c.	10 f. II.	10 f.	10 b. II.
11 d. XIII.	11 g.	11 g. XIII.	11 c.
12 e. II.	12 a. X.	12 a. II.	12 d. X.
13 f.	13 b.	13 b.	13 e.
14 g. X.	14 c. XVIII.	14 c. X.	14 f. XVIII.
15 a. XVIII.	15 d. VII.	15 d.	15 g. VII.
16 b.	16 e.	16 e. XVIII.	16 a.
17 c. VII.	17 f. XV.	17 f. VII.	17 b. XV.
18 d.	18 g. IV.	18 g.	18 c. IV.
19 e. XV.	19 a.	19 a. XV.	19 d.
20 f. IV.	20 b. XII.	20 b. IV.	20 e. XII.
21 g.	21 c. I.	21 c.	21 f. I.
22 a. XII.	22 d.	22 d. XII.	22 g.
23 b. I.	23 e. IX.	23 e. I.	23 a. IX.
24 c.	24 f.	24 f.	24 b.
25 d. IX.	25 g. XVII.	25 g. IX.	25 c. XVII.
26 e.	26 a. VI.	26 a.	26 d. VI.
27 f. XVII.	27 b.	27 b. XVII.	27 e.
28 g. VI.	28 c. XIV.	28 c. VI.	28 f. XIV.
29 a.		29 d.	29 g. III.
30 b. XIII.		30 e. XIV.	30 a.
31 c. III.		31 f. III.	

ἐκαλεῖτο ἀριθμὸς διὰ τὸ χρήσιμον · ἐπεὶ γοῦν ,
οἷς ταῦτα μεμηχάνηται, σκοπὸς ἦν τὰς νημενίας
καὶ πανσελήνους ἐκάστου ἔτους ἐκ προχείρου πολιτι-
κῶς ὑπὸ πάντων γινώσκεισθαι, ἀμέλει ἀριθμουμέ-
νων τῶν μηνῶν τινῶν μὲν τριακονθημέρων, τινῶν δὲ ἢ
μῖα ἐλλειπόντων ἐναλλάξ παρ' ἑα · καὶ ὃν δὲ χρο-
νον ταῦτα ἐποιοῦν, νομηνία ἐγένετο ἰτῇ κγ'. τοῦ
Ἰαννουαρίου, διάτοι τοῦτο ὁ τοῦ πρώτου κύκλου τῆς
σελήνης χαρακτῆρς εὑρίσκεται ταύτῃ συσοικῶν, εἴ-
τα τῇ κα'. Φεβρουαρίου, τῇ κγ'. Μαρτίου, τῇ κα'.
Ἀπριλλίου, τῇ κα'. Μαΐου, τῇ ιθ'. Ἰουνίου, τῇ
ιθ'. Ἰουλίου, τῇ ιθ'. Αὐγούστου, τῇ ιε'. Σεπτεμ-
βρίου, τῇ ιε'. Ὀκτωβρίου, τῇ ιδ'. Νοεμβρίου, ἢ
τελευταίου τῇ ιγ'. Δεκεμβρίου, τῶν κατ' ἐκεῖνο τὸ ἔ-
τος, ἔτι δὲ καὶ τῶν ἀναλογούντων αὐτῷ ἔτων,
νομηνιῶν ὑπάρχων παρασατικός · τοῦτ' αὐτὸ κα-
πὶ τῶν ἐπομένων ἐτῶν τηρήσαντες ἄχρι τῆς ιθ', τῆς
τῶν ἄλλων κύκλων χαρακτῆρας ἐν οἰκείοις ἐκάσθς
τόποις ἐνεχάραξαν, τὰ μὲν τῶν ἐτῶν κοινὰ ἢ δω-
δεκάμηνα, τὰ δὲ ἐμβόλιμα ἢ τρισκαιδεκάμηνα πε-
ποιηκότες, κατὰ τὰ εἰρημένας, ἐνθα περὶ τῆς ἐνεκα-
καιδεκαετηρίδος τὸν λόγον ἐποιοῦμεθα · ἐπ' ἐνίων
μέντοι ἢ τάξις τῶν χαρακτῆρων ἐνήλλακται ὥς ἐπὶ
τοῦδε III. ὅσις κεῖται ἐπὶ τῆς πρώτης καὶ ἐπὶ τῆς
ἐσχάτης τοῦ Ἰαννουαρίου, δεῖον ἐπὶ τῆς λ'. ἵνα ὁ
κατὰ τὸν Ἰαν. σεληνιακὸς μὴν κοῖλος ἦ, ἢ ὁ πλή-
ρης, ὡς καὶ ὁ πρὸ αὐτοῦ πλήρης ὑπάρχων, καὶ
ᾧσι δύο πλήρεις μὴ ἐφεξῆς · ἀλλὰ τοῦτο τυχόν

ἐγένετο ἵνα μὴ κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν ᾗτοι τὴν λ'.
τῆ Ἰαννουαρίᾳ δύο χαρακτηῆρες συνέλθωσιν, ὁ ΙΙΙ.
καὶ ΧΙΙΙ.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων ἄντις γνοίη σαφῶς καὶ τὸ τῶν πι-
νάκων χρησίμιον· εὗρον γὰρ οἱ τοῖτοις χρησάμε-
νοι κατὰ τὸ δοθέν ἔτος, τόντε τῆς σελήνης κύ-
κλον, καὶ τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτηριστικὸν γράμμα
διὰ τοῦ ια'. καὶ ιβ'. τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων, ἢ
ἄλλως πῶς ταῦτα προεγνωσμένα ἔχοντες· καὶ διὰ
μὲν τοῦ τῶ κύκλῳ ἀναλογουῦντος χαρακτηῆρος, τὴν
τε νοუმηνίαν καὶ τὴν ιδ'. τοῦ πρώτου μηνὸς, ἐπὶ
τῶν πινάκων ἐθῆρευσαν, διὰ δὲ τῆς χαρακτηρι-
κοῦ τῶν κυριακῶν γράμματος τὴν μετ' ἐκείνην πρώ-
την κυριακὴν τῆς τοῦ σωτηρίου Πάσχα ἡμέρας ἐγ-
κρατεῖς ἐγίνοντο· εἴη γὰρ ἂν αὕτη ἢ μετὰ τὴν
ιδ'. τοῦ πρώτου μηνὸς συσχοῖχθῃσα τῶ εὐρεθέντι
γράμματι.

Περὶ τοῦ κανονίου τῶν πασχαλίων ὄρων.

Α'λλ' ἵνα ἡ τῆς ζητουμένης ἡμέρας εὗρεσις
προχειροτέρα γένηται, καὶ ἕτερον κανόνιον ὁ Διονύ-
σιος συνεθήσατο τῶν πασχαλίων ὄρων καλούμε-

νον· εἰσι δὲ ὅροι πασχάλιοι ἡμέραι, αἷς ἢ ἰδ'. τῆς σελήνης· ἢ τῇ Ἰσημερίᾳ προσεχιστέρα· συμπίπτεται καὶ ἕκαστον τῶν κύκλων αὐτῆς· θηρεύει δὲ ταύτας ἐκεῖνος ἀρχόμενος ἐκτινος ἔτους, ὥπερ ὁ ιδ'. τῆς σελήνης συντρέχει κύκλος, καὶ ὁ ἢ πασχάλιος νομηνία ἐπὶ τῆς τετάρτης εὐρεται τοῦ Ἀπριλλίου· καὶ ἐπεὶ τὸ ἔτος τοῦτο ἐμβόλιμον ὑπάρχον ἔσχηκεν ἡμέρας 383, διὰ τὸ συγκεῖσθαι ἐκ μηνῶν ἕξ μὲν τριακονθήμερων, ἑπτὰ δὲ μιᾷ ἑλαπόντων, ἀπὸ τῆς ῥηθείσης τετάρτης εἰληφῶς τὴν ἀρχὴν, καὶ ἡμέρας 383, ἀριθμησάμενος, εἶδετο ἐπὶ τοῦ πρώτου κύκλου νομηνίαν πασχάλιον τὴν κγ'. Μαρτίου, καὶ ἐπομένως ὅρον πασχάλιον τὴν πέμπτην Ἀπριλλίου, ἀπὸ δὲ τῆς κγ'. Μαρτίου ἡμέρας 354, ἀριθμησάμενος, εὗρεν ἐπὶ τῷ δευτέρῳ κύκλῳ νομηνίαν πασχάλιον τὴν ιβ'. Μαρτίου, ὅρον δὲ πασχάλιον τὴν κέ. ἀπὸ δὲ ταύτης 384, ἐμβόλιμον γὰρ τὸ ἔτος, ἀριθμησάμενος τὴν λα'. Μαρτίου νομηνίαν, τὴν ιγ'. Ἀπριλλίου ὅρον πασχάλιον ὤρισάτο· τοῦτ' αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πεποιηκῶς τὰ μὲν κοινὰ δηλονότι ἔτη λαμβάνων δωδεκάμηνα, τὰ δὲ ἐμβόλιμα τρισκαιδεκάμηνα, τὸ παρὲν συνεσήσατο κανόνιον, ἢ δὲ χρεῖσις αὐτοῦ τοιαύτη.

*Ἐχων τις ἔγνωσμένον, ὡς καὶ ἀνωτέρω, ἐπὶ τοῦ τυχόντος ἔτους τοὺς τε τῆς σελήνης κύκλους, καὶ τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτηριστικὸν γράμμα, διὰ

μὲν τοῦ χαρακτηῆρος τῶν κύκλων τὸν πασχάλιον
 ὄρον ἐπὶ τοῦ κανονίου εὐρήσαι, διὰ δὲ τοῦ προσκα-
 μένου τούτῳ γράμματος παραβαλὼν αὐτὸ τῷ τῆς
 κυριακῆς χαρακτηρησικῷ γράμματι, τὴν τοῦ Πά-
 σχα εἴσεται ἡμέραν, τοσαύτας ἡμέρας τῷ πασχα-
 λίῳ ὄρῳ προθεῖς, ὅσα δὴ καὶ τὰ ἐξῆς τούτῳ ὑ-
 πάρχα γράμματα, μέχρι τοῦ τῆς κυριακῆς χα-
 ρακτηρησικοῦ.

Κανόνιου τῶν Παχαλίων ὄρων κατὰ Διονύσιον, τῇ εὕρισκον ἐν τίνι ἡμέρᾳ ἐκάστου τῶν πρώτων μηνῶν ἐμπίπτει ἡ ιδ'. τῆς € καδ' ἑκάστου κύκλου τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος, γινομένης ἐκ τῆ ιδ'. κατὰ τοὺς Πίνακας.

I.	5. Ἀπριλίου.	D.
II.	25. Μαγτίου.	G.
III.	13. Ἀπριλίου.	E.
IV.	2. Ἀπριλίου.	A.
V.	22. Μαγτίου.	D.
VI.	10. Ἀπριλίου.	B.
VII.	30. Μαγτίου.	E.
VIII.	18. Ἀπριλίου.	C.
IX.	7. Ἀπριλίου.	F.
X.	27. Μαγτίου.	B.
XI.	15. Ἀπριλίου.	G.
XII.	4. Ἀπριλίου.	C.
XIII.	24. Μαγτίου.	F.
XIV.	12. Ἀπριλίου.	D.
XV.	1. Ἀπριλίου.	G.
XVI.	21. Μαγτίου.	C.
XVII.	9. Ἀπριλίου.	A.
XVIII.	29. Μαγτίου.	D.
XIX.	17. Ἀπριλίου.	B.

Περὶ τῆς ἐπὶ Γρηγορίου δεκάτου τρίτου πάπα ῥώμης γενομένης ἑπανόρθώσεως τῆς τε Ἰσημερίας, ἔ τῶν χρονολογικῶν πινάκων.

Οὕτω μὲν ἐθρεύετο τοῖς ἀρχαιοτέροις τῶν δυτικῶν ἢ τῆ σωτηρίας Πάσχα πάνσεπτος ἑορτῇ, μέχρι τῆ χιλιοστῆ πεντακοσιοστῆ ὀγδοηκοστῆ δευτέρας ἔτους τῆς θείας ἐνανθροπήσεως· ἐπεὶ δὲ τῷ χρόνῳ ἐφωράθησαν μὴ συνάδοντα ταῖς ἡρανίαις κινήσεσιν τὰ τε κατὰ τὰς Ἰσημερίας ἢ ἡλιακὰς τροπὰς, ἢ τὰ κατὰ τὴν σελήνης κύκλου ὑποτιθέμενα, ἐπανόρθωσάν τινα οἱ τῆς δυτικῆς ἐκκλησίας ἐπινενήκασιν ἐπὶ Γρηγορίῳ γ'. τοῦ τῆς πρεσβυτέρας ῥώμης ποντίφικος, διαμαρτάνοντας τῆ σκοπῆ ἀποδεικνύτες τὰς χρονολογικὰς πίνakas, ἢ ἀναγκαίως ἀπαιτῶντας τὴν ἑπανόρθωσιν· εἰ γὰρ, φασὶ, τῆ ἡλιακῆ δρόμου ὑπάρχον μέτρον ἀκριβεὲς αἱ 365^η, 6^α, ὥς περ ὑπὸ Σωσιγένης διώρειται, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀν πάντως ἀπετελοῖτο ἡμέρας ἢ ὥρας διηγεκῶς ἢ Ἰσημερία· ἐπεὶ δὲ κατὰ τὰς ἀκριβεσέρας παρατηρήσεις τῶν ἀστρονόμων τὸ ἡλιακὸν ἔτος ἐξ 365^η, 5^α, 59' συνέστηκεν, ἐπόμενον ἂν εἴη προλαμβάνειν τὴν Ἰσημερίαν ἑδεκα πρώτοις ἑξηκостоῖς τὸν κατὰ Σωσιγένην διορισμὸν· ὥς ἐὰν ἐπίτιμος ἔσται κατὰ μεσημβρίαν ὄντος τοῦ ἡλίου ἐν τῇ κα'. δὲ εἰπεῖν τῇ Μαρτίᾳ γένηται Ἰση-

μερία, ἐπὶ τῷ ἐφεξῆς τῷ ἔτους πρὸ μεσημβρίας
γενήσεται, ἥτοι πρὸ ἐνδεκα πρώτων ἐξηκοσῶν· ταῦ-
τα δὲ, ὡς καὶ ἡ ἐξ αὐτῶν διαφορὰ, εἰ καὶ βραχυτά-
τη, καὶ μέχρι τινὸς ἀνεπαίδητος, καὶ οὐδὲ πᾶσι προ-
φαΐης, ἀλλὰ προϊόντος τῷ χρόνῳ εἰς ὁλοκλήρης ἡ-
μέρας συμποσώθῃσιν· γνωσθήσεται δὲ ἔτω λο-
γισαμένοις· εἰτὰ 11', ἐνὸς ἔτους διαφορὰ, τὰ 1440,
ἥτοι μία ἡμέρα πόσων ἂν εἴη ἐτῶν διαφορά· καὶ εὖ-
ρεθήσεται διὰ τῆς πράξεως 131 ἐτῶν ἑγγίσα· ὁ-
θεν ἀρχομένοις ἀπὸ τῷ τριακοσίου εἰκοσὶ πέμπτου
ἔτους, ἐν ᾧ κατὰ τὴν κοινοτέραν δόξαν, ἢ ἐν νικαία
πρώτῃ συνεκροτήθῃ Ἱερὰ σύνοδος, καὶ ἡ Ἰσημερία
τῇ κα'. Μαρτίῳ συνέπιπτε, μέχρι τῷ χιλιοσῷ πεν-
τακοσίου ὀγδοηκοσὶ δευτέρῳ ἔτους τῆς θείας ἐαν-
δρωπήσεως, συνάγονται ἡμέραι δέκα· καὶ ἐπομένως ὁ
τῆς Ἰσημερίας δεκαήμερος ἀναποδισμὸς· ταῦτ' ἄρα
ἐκ ἂν ἐκτελοῖντο ἥ, τε ἑορτὴ τῷ Πάσχα, καὶ αἱ τέτε
ἐξημμεναι ἑορταὶ κατὰ τὰ ὑπὸ τῆς ἐν Νικαίᾳ συνόδου
θεσπιζόμενα· ὁ δὲ καὶ παραδειγματικῶς ἡμῖν ἐπι-
χειρεῖ τις ἀποδεικνύναι τῶν περὶ τὰ τοιαῦτα θειῶν καὶ
θερμότερων πρὸς τὴν διόρθωσιν· φησὶ γὰρ κατὰ τὸ
χιλιοσὸν πεντακοσιοσὸν ἔτος ἀπετελείσθαι τὸ Πάσχα
κατὰ τὸ προεκτεθέν κανόνιον τῇ 19'. τῷ Ἀπριλίου,
ἦσαν γὰρ ἐν τῷ τῷ ἔτει ἡλίου μὲν κύκλοι κέ. σε-
λήνης δὲ 19'. κυριακῆς δὲ χαρακτηριστικὰ γράμματα
ED, ἀλλ' ἐκ ἐχρῆν τῇ ἐξηθείσῃ ἡμέρᾳ τελεσθῆναι,
ἀλλὰ τῇ 19'. Μαρτίῳ· ὅτι κατὰ τὴν ἀστρονομικὴν ἀκρι-
βεαν νεμηνία ἐγένετο ἐπὶ τῆς πρώτης τῷ αὐτῷ, καὶ ἡ ἀπ'
αὐτῆς ἀριθμημένη 19', ὡς ἔσα μετὰ τὴν Ἰσημερίαν τοῦ

Μάιος.	Ἰούνιος.	Ἰούλιος.	Αὐγούστος.
1 b. II.	1 e.	1 g. XIX.	1 c. VIII.
2 c.	2 f. XIX.	2 a. VIII.	2 d. XVI.
3 d. XIX.	3 g. VIII.	3 b.	3 e. V.
4 e. VIII.	4 a. XVI.	4 c. XVI.	4 f.
5 f.	5 b. V.	5 d. V.	5 g. XIII.
6 g. XVI.	6 c.	6 e.	6 a. II.
7 a. V.	7 d. XIII.	7 f. XIII.	7 b.
8 b.	8 e. II.	8 g. II.	8 c. X.
9 c. XIII.	9 f.	9 a.	9 d.
10 d. II.	10 g. X.	10 b. X.	10 e. XVIII.
11 e.	11 a.	11 c.	11 f. VII.
12 f. X.	12 b. XVIII.	12 d. XVIII.	12 g.
13 g.	13 c. VII.	13 e. VII.	13 a. XV.
14 a. XVIII.	14 d.	14 f.	14 b. IV.
15 b. VII.	15 e. XV.	15 g. XV.	15 c.
16 c.	16 f. IV.	16 a. IV.	16 d. XII.
17 d. XV.	17 g.	17 b.	17 e. I.
18 e. IV.	18 a. XII.	18 c. XII.	18 f.
19 f.	19 b. I.	19 d. I.	19 g. IX.
20 g. XII.	20 c.	20 e.	20 a.
21 a. I.	21 d. IX.	21 f. IX.	21 b. XVII.
22 b. IX.	22 e.	22 g.	22 c. VI.
23 c.	23 f. XIII.	23 a. XVII.	23 d.
24 d.	24 g. VI.	24 b. VI.	24 e. XIV.
25 e. XVII.	25 a.	25 c.	25 f. III.
26 f. VI.	26 b. XIV.	26 d. XIV.	26 g.
27 g.	27 c. III.	27 e. III.	27 a. XI.
28 a. XIV.	28 d.	28 f.	28 b.
29 b. XII.	29 e. II.	29 g. XI.	29 c. XIX.
30 c.	30 f.	30 a.	30 d. VIII.
31 d. XI.		31 b. XIX.	31 e.

Σεπτεμβρ.	Οκτώβριος.	Νοέμβριος.	Δεκέμβριος.
1 f. XVI.	1 a. XVI	1 d.	1 f. XIII.
2 g. V.	2 b.	2 e. XIII.	2 g. II.
3 a.	3 c. XIII.	3 f.	3 a.
4 b. XIII.	4 d. II.	4 g.	4 b. X.
5 c. II.	5 e.	5 a. X.	5 c.
6 d.	6 f. X.	6 b.	6 d. XVIII.
7 e. X.	7 g.	7 c. XVIII.	7 e. VII.
8 f.	8 a. XVIII.	8 d. VII.	8 f.
9 g. XVIII.	9 b. VII.	9 e.	9 g. XV.
10 a. VII.	10 c.	10 f. XV.	10 a. IV.
11 b.	11 d. XV.	11 g. IV.	11 b.
12 c. XV.	12 e. IV.	12 a.	12 c. XII.
13 d. IV.	13 f.	13 b. XII.	13 d. I.
14 e.	14 g. XII.	14 c. I.	14 e.
15 f. XII.	15 a. I.	15 d.	15 f. IX.
16 g. I.	16 b.	16 e. IX.	16 g.
17 a.	17 c. IX.	17 f.	17 a. XVII.
18 b. IX.	18 d.	18 g. XVII.	18 b. VI.
19 c.	19 e. XVII.	19 a. VI.	19 c.
20 d. XVII.	20 f. VI.	20 b.	20 d. XIV.
21 e. VI.	21 g.	21 c. XIV.	21 e. III.
22 f.	22 a. XIV.	22 d. III.	22 f.
23 g. XIV.	23 b. III.	23 e.	23 g. XI.
24 a. III.	24 c.	24 f. XI.	24 a.
25 b.	25 d. XI.	25 g. XIX.	25 b. XIX.
26 c. XI.	26 e.	26 a.	26 c. VIII.
27 d. XIX.	27 f. XIX.	27 b. VIII.	27 d.
28 c.	28 g. VIII.	28 c.	28 e. XVI.
29 f. VIII.	29 a.	29 d. XVI.	29 f. V.
30 g.	30 b. XVI.	30 e. V.	30 g.
	31 c. V.		31 a. XIII.

νομικῶς Φάσκα, ἡ δὲ ιε'. τῆ σωτηρίας Πάσχα, ἅτε
 δὴ ὅσα πρώτη μετ' αὐτὴν κυριακὴ ὑπῆρξεν ἂν παρα-
 σατική· ἐτελείωθη τοῖον βραδύτερον ἢ ἔδει ἡμέρας
 τριάκοντα πέντε· ἡ λαμβανομένης τῆς νομηνίας κα-
 τὰ τὰς χρονολογικὰς πῆλας ἐπὶ τῆς ε'. Μαρτίου
 ἐχρὴν τελεσθῆναι ἐν τῇ κβ'. ἵνα τοῖον τὸ τοιοῦτον
 ἐκκληνώσῃ ἄτοπον, καὶ ἕτερος ἅττα ἀναγκαίως ἐπό-
 μενα, οἷον εἰπεῖν, τῆς τῶν Ἰσημεριῶν ἐαρινῆς καὶ
 Φθινοπωρινῆς, καὶ τῶν τροπῶν θερινῆς καὶ χειμερι-
 νῆς προποδισμὸς, καὶ τῶν μὲν ἐαρινῶν ἐορτῶν εἰς
 θερινὰς, τῶν δὲ θερινῶν εἰς φθινοπωρινὰς μετά-
 βασιν, ἀφαιρετέαν εἶναι ἡγήσαντο τὴν γεγενησάν
 προσηλίκην τῶν ἡμερῶν κατὰ τὴν πολιτικὴν ἀπαρίθ-
 μησιν, καὶ ἦν τὸ πολιτικὸν ἡλιακὸν ἕως μᾶζον εἰ-
 ληπται τῆ ἀξονομικῆς ἐξηκοστοῖς πρώτοις ἐνδεκά· τρι-
 χῶς δ' ἂν γένετο ἡ τοιαύτη ἀφαίρεσις, ἢ ἐπὶ μιᾶς
 τεσσαρακοστίας πάντων τῶν τῶν κοινῶν λογιζόντων,
 ἢ ἐν δέκα μηνὶ δέκα ἡμερῶν παραλειφθέντων, ἢ
 τελευταῖον ἐπίτινος τῶν μηνῶν ἀπαξ, καὶ τῶν δέκα
 ὁμῶς παρωραθέντων, ὃ δὴ καὶ ἔδοξεν ἅπασι· ἀντ'
 ὅτε ἐπὶ τῆ αφπβ'. τὸν Ὀκτώβριον μῆτα τῶν ἄλ-
 λων προσελόμενοι, ὥς ἐπολλὰς τὰς ἐορτασίμους ἢ
 ἐπιστήμους ἡμέρας περιέχοντα, καὶ διὰ τὴν ὑδεμίαν
 παραλλαγὴν κατὰ τὰς τῶν ἐορτῶν ἡμέρας ἐπάζοντα,
 ἐν τούτῳ ἐποίησαν τὴν ἀφαίρεσιν τὴν ε'. ἡμέραν τοῦ
 Ὀκτωβρίου ιε'. τῆ αὐτῆς ὠνομάσαντες· τούτῳ δὲ γε-
 νομένῃ συνέβη τὴν Ἰσημερίαν γενέσθαι ἐν τῇ κατ'
 αὐτὰς εἰκοστῇ πρώτῃ Μαρτίῳ, καὶ τὰς λοιπὰς ἐορτάς
 τελεῖσθαι, εἰ καὶ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ καὶ πρὸς-

τερον· ἀλλ' ἔνγε κατὰ τὰς αὐτὰς ἡμέρας τῶν μηνῶν,
 ἢ τὰς ὁμωνύμους ἐκείναις· ταῦτ' ἄρα καὶ θαυμά-
 ζεται παρ' αὐτοῖς ἕτος ὁ τρόπος τῆς ἐπανορθώσεως,
 ὅτε οὐκ ἦν ὅπως ἐκποδὼν ποιησάμενος τὰ προσηρ-
 μένα ἀτοπα, ἀλλά γε καὶ τὰς κλήσεις τῶν ἡμερῶν,
 ἐν αἷς αἱ Ἰσημερίαι τὸ πρόδεν, καὶ τροπαὶ καὶ ἑορ-
 ται ἐγίνοντο, διασώζων τὰς αὐτάς· μήτε τοῖς ὑπὸ
 τῶν ἀρχαιοτέρων καμένοις ἀντιφθεγγόμενος, καὶ
 τοι ἐναλλάττων ταῦτα καὶ ἐπανορθούμενος· ὥς περ
 γὰρ ἐκ ἐπεινῶν ἐν τῇ κα'. Μαριτίου ἡ ἐαρινὴ ἦγετο
 Ἰσημερία, ἔτω καὶ ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις κατ'
 αὐτὸς ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας λογίζεται, τότε Πά-
 σχα μετὰ τὴν Ἰσημερίαν ἀποτελεῖται· ἐπεὶ δὲ καὶ
 τοῖς ἑπτα χρόνοις τοῖς ῥωμαϊκοῖς ἔτεσιν ἔμελλον
 χρῆσθαι, ἵνα μὴ καὶ τὴς μεταγενεστέρας, δίκην τῶν
 προγενεστέρων, διορθώσεως δεησομένους εἰσώσῃ, δέ-
 δοκται τὴν ἐκ τῶν 11'. συμβαλίσαν προδθήκην, καὶ
 ἐν 400, ἔτεσιν εἰς 3η, 1^η, 20'. συμποσθεμένην δὲ ἀ-
 φαιρέσεως τριῶν ἡμερῶν ἐφ' ἑκάστης τετρακοσαετη-
 ρίδος κωλύσαι· διὸ ἐν τοσούτοις ἔτεσι τὰ τρία τῶν
 ἐν αὐτοῖς ἐμπεριεχομένων ἑκατοσῶν ἐτῶν κοινὰ ἀν-
 τιβισιέζτων λογίζονται, μόνον δὲ τὸ τέταρτον βισιέζ-
 τον· αὐτίκα γὰρ τὸ χιλιοσὸν ἑξακοσιοσὸν βισιέζτον τε-
 τηρηκότες, τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιοσὸν κοινὸν ἀντιβισιέζ-
 τε ἐλογίσαντο· λογίζονται δ' ἔτι καὶ τὸ χιλιοσὸν ἑκ-
 τακοσιοσὸν, καὶ τὸ χιλιοσὸν ἑννακοσιοσὸν· τὸ δὲ
 δισχιλιοσὸν βισιέζτον, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως· αἱ τοιαῦται
 μέντοι γε ἀφαιρέσεις, εἰ καὶ ὅπως κωλύσῃ τὸν
 τῆς Ἰσημερίας προποδισμόν, ἀλλὰ τὴν τάξιν ἀνατρέ-

πασι τῶν ἐν τῷ πανονίῳ τῆ ἡλίου κύκλων χαρακτη-
 ρηριστικῶν γραμμάτων· δι' ὃ ἐδεήσεν αὐτοῖς ἐναλλά-
 ξαι καὶ ταύτην, ἣ ἐπανορθώσασθαι· μέχρι γὰρ τοῦ
 αφβ'. ἔτις ἐν χερίσιν ἦν αὐτοῖς τὸ προεκτεθέν κα-
 νόνιον, ἐν ᾧ ὁ α'. τῆ ἡλίου κύκλος δύο ἐσχηκε γράμ-
 ματα χαρακτηρησικὰ τῆς κυριακῆς ἦτοι τὰ ΓΓ·
 ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ τῷ ἔτα ὑπῆρξαν ἡλίου κύκλοι 23,
 καὶ γράμμα χαρακτηρησικὸν κυριακῆς τὸ Γ, πρό-
 δηλον ὅτι ἡ τῆ Ὀκτωβρίῳ ἐκείνῃ πέμπτῃ ἡμέρᾳ
 ὑπῆρχε παρασκευῇ, ταύτης δὲ λογιωθείσης ιε'. με-
 τέπεσε τὸ προσκείμενον τῇ ιε'. γράμμα τὸ ἐν τοῖς
 πίναξι λέγω τὸ Α, εἰς τὸ σημαντικὸν εἶναι παρα-
 σκευῆς, τὸ δὲ ἐξῆς τῷ b, σαββάτῳ, τὸ δὲ ἐ-
 ξῆς τῷ b, ἦτοι τὸ c, κυριακῆς· ὅθεν τῆ κγ'. κύ-
 κλος πληρωσαμένου τὸ c χαρακτηρησικὸν κυριακῆς,
 τῆ δὲ κδ'. γο b, ὡς λήξαντος τῆ κγ'. εἰς παρα-
 σκευῇ, τῆ δὲ κέ'. ὡς ἐν βισέξτῳ ὄντος ἔτα τὸ ag
 τῆ κς'. τὸ Γ, τῆ κζ'. τὸ e, τῆ κη'. τὸ d ἐκλη-
 ρώσατο ὁ α'. κύκλος τὰ cb, ἀντὶ τῆ gf, συνέστητε
 ὑπὸ τῶν νεωτέρων τὸ παρὸν κανόνιον, ὅπερ διήρκε-
 σεν ἂν ἐπὶ πολὺ, εἰμὴ ἡ τῶν βισέξτων εἰς κοινὰ
 μετάπτωσις ἀνέκοπτε τὴν αὐτῆ συνέχαιαν· ἀλλὰ
 τῆ χιλιοσῆ ἑπτακοσισῆ ἀντὶ βισέξτων κοινῆ παρ' αὐ-
 τοῖς λογισθέντος, μέχρι τῆς ὑπῆρξε τοῖς δυτικοῖς
 χρήσιμον τὸ κανόνιον τῷτο· ἀπ' ἐκείνῃ δὲ μέχρι τι-
 νός, ἄλλο, καὶ ἄλλο, ἄχρις ἂν γίνηται ἐπὶ τὸ αὐτὸ
 ἐπανάκαμψις, ἣν ἐν τῷ δισχιλίῳ πεντακοσιοσῷ ἔ-
 τει τῆς θείας ἐνανθροπήτεως ἀποδεικνύουσι γίνεσθαι·
 ἐπεὶ γὰρ τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιστὸν ἐσχευ ἡλίου κύ-

CB.	1.	A.	8.	F.	15.	D.	22.
A.	2.	GF.	9.	E.	16.	C.	23.
G.	3.	E.	10.	DC.	17.	B.	24.
F.	4.	D.	11.	B.	18.	AG.	25.
ED.	5.	C.	12.	A.	19.	F.	26.
C.	6.	BA.	13.	G.	20.	E.	27.
B.	7.	G.	14.	FE.	21.	D.	28.

κλον α'. πάντως γε δύο αὐτῷ ἀνήκῃσι γράμματα
 χαρακτηριστικὰ κυριακῆς ἦτοι τὰ cb, κοινὸν δὲ ἀντι-
 βισέξτε λογισθέν, ἔσχε μόνον τὸ c, τὸ δὲ μετ'
 αὐτὸ ἔτος, τὸ b, καὶ τὰ λοιπὰ τὸ ἀναλογῶν ἐκάσῳ.
 διὸ καὶ ἕτερον συνέση κανόνιον διαρκέσον μέχρι τοῦ
 χιλιοσῶ ὀκτακοσιοσῶ, ὅπερ εὐρέσας ἐν τῷ β'. εἶχω
 τῷ ἐφεξῆς καθόλου κανονίῳ τῶν γραμμάτων· προ-
 σκεταί δὲ τῷ α'. κύκλῳ ἐπὶ τέττε τῷ ἔτους ἢ τὸ c
 μόνον, ἀλλὰ συνημμένον τῷ d. ὅτι εἰ καὶ ἐπὶ τῷ χι-
 λιοσῶ ἑπτακοσιοσῶ εἴληπται μόνον τὸ c, λογισθέν-
 τος κατ' ἐκείνης κοινῆς, ἀλλά γε ἐπὶ τῷ ἐξ αὐτῆς ἀ-
 ριθμωμένῳ κδ'. ἔτος, ἦτοι τῷ 1728, ὅπερ ὑπῆρξε
 βίσεξτον, δύο γράμματα προσήκῃσι τότε c, καὶ d.
 τὸ μὲν, μέχρι τῆς κδ'. Φεβρουαρίῳ, τὸ δὲ, μέχρι τέλους
 τῷ ἔτους· ἔχ' ὅτι ἐπὶ τῷ χιλιοσῶ ἑπτακοσιοσῶ δύο ἐν
 χρήσει ἐγένοντο γράμματα, ἀλλ' ὅτι ἐν ταύτῃ τῇ
 ἐκαντονταετηρίδι τῇ μέχρι τῷ χιλιοσῶ ὀκτακοσιοσῶ
 διηκῆσῃ, ἐστὶ τι ἔτος ἐσχηκὸς τὸ c, καὶ d χαρακτη-
 ριστικὰ κυριακῆς, ὡς τὸ 1728, οἷον ἂν εἴη, καὶ τὸ

Ἡ Νου Κύκλος.											
1	b.	c.	2	a.	3	g.	4	f.	5	d.	e.
6	c.	d.	7	b.	8	a.	9	f.	10	e.	d.
11	d.	c.	12	c.	13	a.	14	g.	15	f.	e.
16	e.	d.	17	c.	18	b.	19	a.	20	g.	f.
21	e.	d.	22	d.	23	e.	24	b.	25	g.	a.
26	f.	g.	27	e.	28	d.					
1582	1600	2500	1582	1600	2500	1700	1800	2700	2800	100	200
c.	b.	c.	d.	c.	d.	c.	d.	e.	f.	g.	a.
1	a.	2	b.	3	c.	4	d.	5	e.	6	f.
7	c.	8	d.	9	e.	10	f.	11	g.	12	a.
13	b.	14	c.	15	d.	16	e.	17	f.	18	g.
19	a.	20	b.	21	c.	22	d.	23	e.	24	f.
25	g.	26	a.	27	b.	28	c.	29	d.	30	e.
31	f.	32	g.	33	a.	34	b.	35	c.	36	d.
37	e.	38	f.	39	g.	40	a.	41	b.	42	c.
43	d.	44	e.	45	f.	46	g.	47	a.	48	b.
49	c.	50	d.	51	e.	52	f.	53	g.	54	a.
55	b.	56	c.	57	d.	58	e.	59	f.	60	g.
61	a.	62	b.	63	c.	64	d.	65	e.	66	f.
67	g.	68	a.	69	b.	70	c.	71	d.	72	e.
73	f.	74	g.	75	a.	76	b.	77	c.	78	d.
79	e.	80	f.	81	g.	82	a.	83	b.	84	c.
85	d.	86	e.	87	f.	88	g.	89	a.	90	b.
91	c.	92	d.	93	e.	94	f.	95	g.	96	a.
97	b.	98	c.	99	d.	100	e.	101	f.	102	g.
103	a.	104	b.	105	c.	106	d.	107	e.	108	f.
109	g.	110	a.	111	b.	112	c.	113	d.	114	e.
115	f.	116	g.	117	a.	118	b.	119	c.	120	d.
121	e.	122	f.	123	g.	124	a.	125	b.	126	c.
127	d.	128	e.	129	f.	130	g.	131	a.	132	b.
133	c.	134	d.	135	e.	136	f.	137	g.	138	a.
139	b.	140	c.	141	d.	142	e.	143	f.	144	g.
145	a.	146	b.	147	c.	148	d.	149	e.	150	f.
151	g.	152	a.	153	b.	154	c.	155	d.	156	e.
157	f.	158	g.	159	a.	160	b.	161	c.	162	d.
163	e.	164	f.	165	g.	166	a.	167	b.	168	c.
169	d.	170	e.	171	f.	172	g.	173	a.	174	b.
175	c.	176	d.	177	e.	178	f.	179	g.	180	a.
181	b.	182	c.	183	d.	184	e.	185	f.	186	g.
187	a.	188	b.	189	c.	190	d.	191	e.	192	f.
193	g.	194	a.	195	b.	196	c.	197	d.	198	e.
199	f.	200	g.	201	a.	202	b.	203	c.	204	d.
205	e.	206	f.	207	g.	208	a.	209	b.	210	c.
211	d.	212	e.	213	f.	214	g.	215	a.	216	b.
217	c.	218	d.	219	e.	220	f.	221	g.	222	a.
223	b.	224	c.	225	d.	226	e.	227	f.	228	g.
229	a.	230	b.	231	c.	232	d.	233	e.	234	f.
235	g.	236	a.	237	b.	238	c.	239	d.	240	e.
241	f.	242	g.	243	a.	244	b.	245	c.	246	d.
247	e.	248	f.	249	g.	250	a.	251	b.	252	c.
253	d.	254	e.	255	f.	256	g.	257	a.	258	b.
259	c.	260	d.	261	e.	262	f.	263	g.	264	a.
265	b.	266	c.	267	d.	268	e.	269	f.	270	g.
271	a.	272	b.	273	c.	274	d.	275	e.	276	f.
277	g.	278	a.	279	b.	280	c.	281	d.	282	e.
283	f.	284	g.	285	a.	286	b.	287	c.	288	d.
289	e.	290	f.	291	g.	292	a.	293	b.	294	c.
295	d.	296	e.	297	f.	298	g.	299	a.	300	b.
301	c.	302	d.	303	e.	304	f.	305	g.	306	a.
307	b.	308	c.	309	d.	310	e.	311	f.	312	g.
313	a.	314	b.	315	c.	316	d.	317	e.	318	f.
319	g.	320	a.	321	b.	322	c.	323	d.	324	e.
325	f.	326	g.	327	a.	328	b.	329	c.	330	d.
331	e.	332	f.	333	g.	334	a.	335	b.	336	c.
337	d.	338	e.	339	f.	340	g.	341	a.	342	b.
343	c.	344	d.	345	e.	346	f.	347	g.	348	a.
349	b.	350	c.	351	d.	352	e.	353	f.	354	g.
355	a.	356	b.	357	c.	358	d.	359	e.	360	f.
361	g.	362	a.	363	b.	364	c.	365	d.	366	e.
367	f.	368	g.	369	a.	370	b.	371	c.	372	d.
373	e.	374	f.	375	g.	376	a.	377	b.	378	c.
379	d.	380	e.	381	f.	382	g.	383	a.	384	b.
385	c.	386	d.	387	e.	388	f.	389	g.	390	a.
391	b.	392	c.	393	d.	394	e.	395	f.	396	g.
397	a.	398	b.	399	c.	400	d.	401	e.	402	f.
403	g.	404	a.	405	b.	406	c.	407	d.	408	e.
409	f.	410	g.	411	a.	412	b.	413	c.	414	d.
415	e.	416	f.	417	g.	418	a.	419	b.	420	c.
421	d.	422	e.	423	f.	424	g.	425	a.	426	b.
427	c.	428	d.	429	e.	430	f.	431	g.	432	a.
433	b.	434	c.	435	d.	436	e.	437	f.	438	g.
439	a.	440	b.	441	c.	442	d.	443	e.	444	f.
445	g.	446	a.	447	b.	448	c.	449	d.	450	e.
451	f.	452	g.	453	a.	454	b.	455	c.	456	d.
457	e.	458	f.	459	g.	460	a.	461	b.	462	c.
463	d.	464	e.	465	f.	466	g.	467	a.	468	b.
469	c.	470	d.	471	e.	472	f.	473	g.	474	a.
475	b.	476	c.	477	d.	478	e.	479	f.	480	g.
481	a.	482	b.	483	c.	484	d.	485	e.	486	f.
487	g.	488	a.	489	b.	490	c.	491	d.	492	e.
493	f.	494	g.	495	a.	496	b.	497	c.	498	d.
499	e.	500	f.	501	g.	502	a.	503	b.	504	c.
505	d.	506	e.	507	f.	508	g.	509	a.	510	b.
511	c.	512	d.	513	e.	514	f.	515	g.	516	a.
517	b.	518	c.	519	d.	520	e.	521	f.	522	g.
523	a.	524	b.	525	c.	526	d.	527	e.	528	f.
529	g.	530	a.	531	b.	532	c.	533	d.	534	e.
535	f.	536	g.	537	a.	538	b.	539	c.	540	d.
541	e.	542	f.	543	g.	544	a.	545	b.	546	c.
547	d.	548	e.	549	f.	550	g.	551	a.	552	b.
553	c.	554	d.	555	e.	556	f.	557	g.	558	a.
559	b.	560	c.	561	d.	562	e.	563	f.	564	g.
565	a.	566	b.	567	c.	568	d.	569	e.	570	f.
571	g.	572	a.	573	b.	574	c.	575	d.	576	e.
577	f.	578	g.	579	a.	580	b.	581	c.	582	d.
583	e.	584	f.	585	g.	586	a.	587	b.	588	c.
589	d.	590	e.	591	f.	592	g.	593	a.	594	b.
595	c.	596	d.	597	e.	598	f.	599	g.	600	a.
601	b.	602	c.	603	d.	604	e.	605	f.	606	g.
607	a.	608	b.	609	c.	610	d.	611	e.	612	f.
613	g.	614	a.	615	b.	616	c.	617	d.	618	e.
619	f.	620	g.	621	a.	622	b.	623	c.	624	d.
625	e.	626	f.	627	g.	628	a.	629	b.	630	c.
631	d.	632	e.	633	f.	634	g.	635	a.	636	b.
637	c.	638	d.	639	e.	640	f.	641	g.	642	a.
643	b.	644	c.	645	d.	646	e.	647	f.	648	g.
649	a.	650	b.	651	c.	652	d.	653	e.	654	f.
655	g.	656	a.	657	b.	658	c.	659	d.	660	e.
661	f.	662	g.	663	a.	664	b.	665	c.	666	d.
667	e.	668	f.	669	g.	670	a.	671	b.	672	c.
673	d.	674	e.	675	f.	676	g.	677	a.	678	b.
679	c.	680	d.	681	e.	682	f.	683	g.	684	a.
685	b.	686	c.	687	d.	688	e.	689	f.	690	g.
691	a.	692	b.	693	c.	694	d.	695	e.	696	f.
697	g.	698	a.	699	b.	700	c.	701	d.	702	e.
703	f.	704	g.	705	a.	706	b.	707	c.	708	d.
709	e.	710	f.	711	g.	712	a.	713	b.	714	c.
715	d.	716	e.	717	f.	718	g.	719	a.	720	b.
721	c.	722	d.	723	e.	724	f.	725	g.	726	a.
727	b.	728	c.	729	d.	730	e.	731	f.	732	g.
733	a.	734	b.	735	c.	736	d.	737	e.	738	f.
739	g.	740	a.	741	b.	742	c.	743	d.	744	e.
745	f.	746	g.	747	a.	748	b.	749	c.	750	d.
751	e.	752	f.	753	g.	754	a.	755	b.	756	c.
757	d.	758	e.	759	f.	760	g.	761	a.	762	b.
763	c.	764	d.	765	e.	766	f.	767	g.	768	a.
769	b.	770	c.	771	d.	772	e.	773	f.	774	g.
775	a.	776	b.	777	c.	778	d.	779	e.	780	f.
781	g.	782	a.	783	b.	784	c.	785	d.	786	e.
787	f.	788	g.	789	a.	790	b.	791	c.	792	d.
793	e.	794	f.	795	g.	796	a.	797	b.	798	c.
799	d.	800	e.	801	f.	802	g.	803	a.	804	b.
805	c.	806	d.	807	e.	808	f.	809	g.	810	a.
811	b.	812	c.	813	d.	814	e.	815	f.	816	g.
817	a.	818	b.								

1700, εἰμὴ κοινὸν ἐλογίζετο· ταῦτ' ἄρα καὶ συνήπ-
 ται τὰ γράμματα εἰς εὐδειξιν τῶν τῆς κυριακῆς χα-
 ρακτηριστικῶν γραμμάτων κατὰ τε τὸ ἔτος ἐκεῖνο καὶ
 τὰ ἀναλογῶντα αὐτῷ μέχρι τῆς χιλιοστῆς ὀκτακοσιο-
 στῆς· ἐπεὶ δὲ τῷ 1800 ἔχοντι κύκλον ἡλίου ιζ'. ἀ-
 νήκῃσι τὰ dc, δοθήσεται δὲ μόνον τὸ d, ὅτι ἀντι-
 βιπέζτε κοινὸν ὑπ' αὐτῶν λογισθήσεται, ἔσαι ἀπ'
 αὐτῆς ἐν χεῖρσι τὸ ἐν τῷ γ'. εἰχῶ κανόνιον· ἀπὸ δὲ
 τῆς χιλιοστῆς ἐννακοσιαστῆς τὸ ἐν τῷ δ'. ὅπερ διαρκέσει
 καὶ ἐπὶ τῆς δισχιλιοστῆς, ὅτι βίσεξτον τῆς τοῦ ἔτους καὶ
 κατ' αὐτὰς λογισθήσεται· μηδεμιᾶς δὲ διακοπῆς
 γενομένης χρησιμεύσει τὸ αὐτὸ κανόνιον ἀπὸ τῆς χι-
 λιοστῆς ἐννακοσιαστῆς ἄχρι τῆς δισχιλιοστῆς ἑκατοστῆς· ἐπὶ
 τούτῃ δὲ τὸ ἐν τῷ ε'. εἰχῶ, καὶ ἐπὶ τῆς δισχιλιοστῆς
 τετρακοσιαστῆς τὸ ἐν τῷ ζ'. ἀλλὰ τῆς δισχιλιοστῆς πεν-
 τακοσιαστῆς ἔχοντος ἡλίου κύκλον ιζ'. τούτῳ δὲ προσκει-
 μένων ἐν τῷ αὐτῷ κανονίῳ τῶν bc, εὐδὴλον ὅτι ἐν
 τούτῳ τῷ ἔτει ἐπανακάμψῃσι τὰ γράμματα ἐπὶ τὴν
 προτέραν τάξιν, καὶ ἔσαι αὖθις ἡ αὐτὴ τῶν κανονίων
 χρῆσις ἐξ ὑπαρχῆς.

Περὶ ἐναλλαγῆς τῶν χαρακτῆρων τῶν τῆς σελήνης κύκλων εἰς τὰς τῶν ἐπακτῶν.

Τῶν τῆς ἡλίου κύκλων μέχρι τῆς δὲ τὴν ἐπανόρ-
 θωσιν τεθωρηκόσιν, ἐπόμενον ἂν εἴη, καὶ τῶν τῆς
 σελήνης διὰ τῶν ἐπακτῶν ὑπὸ τῶν νεωτέρων γενομέ-

ιην, ἰδεῖν· ἐστὶ δὲ τὸ κινῆσαν τῆς εἰς τὴν τοιαύτην
 ἐπαπόρευσιν ἢ ἐκ τῶν χαρακτήρων προσγινομένη ἀ-
 πάτη, κατὰ τε τὰς ιεμηνίας καὶ πανσελήνους· τῆ γὰρ
 σεληνιακῇ μηνὸς συγκεκριμένη ἐξ 29^η, 12^η, 44^η, 3^η,
 11^η, συμβαίνει μετὰ παρέλευσιν ἐννέα καὶ δέκα ἐτῶν
 μὴ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον γίνεσθαι αὐτῶν τὰς ιεμη-
 νίας καὶ πανσελήνης· ἀλλὰ θάττον, ἢ πρότερον 1^η,
 27^η, 31^η, 55^η. τοσαύτη γὰρ ἡ διαφορὰ εὐρίσκεται
 τῶν ἐννέα καὶ δέκα ἐτῶν πρὸς τὴν διακοσίην τριάκοντα
 πέντε μῆνας· ταύτης δὲ τῆς διαφορᾶς, ἐν τριακοσίοις
 καὶ δυοκαίδεκα ἔτεσιν, εἰς ὁλόκληρον ἡμέραν ἡκούτης,
 προβάσῃς τε ἐν τοῖς ἐμπροσθεν χρόνοις εἰς πλείους
 τῶν τριῶν ἡμερῶν, ὑκίτι κατὰ τὰς αὐτὰς ἡμέρας,
 αἷς πρόσκεινται ἐπὶ τῶν πινάκων οἱ χαρακτῆρες, συ-
 ἰέβαινον αἱ ιεμηνίαι τε καὶ παντέληνοι· ἀλλὰ τῇ πρὸ
 ἐκάστης τῶν τριῶν ἡμερῶν τετάρτῃ· ἐξῆν μὲν τὴν
 κεχρημένον τοῖς πινάξιν ἐκτὸς ἀπάσης ἴσασθαι ἀ-
 πάτης, ἢ τὴν ἐπισυμβάσαν λογιζομένον διαφορὰν
 ἀπαραιομένην τηρεῖν τὴν χρονολογικὴν πινάκα, ἢ
 ἐν τοσούτοις ἢ τοσούτοις ἔτεσιν ἐναλλάττοντας τὴν
 πόσιν τῶν χαρακτήρων ἀνακαινίζειν αὐτὰς· ἐπεὶ δ'
 ἐμελλον αὐτοῖς ἐν τῶν βιτέξτων ἐτῶν κοινὰ λογι-
 σθῆναι προϊόντος τῆς χρόνου, δι' ἧς εἴρηται αἰτίας, καὶ
 ἐτέρας ἢν αὐτῶν· χρεῖα τῶν χαρακτήρων ἐναλλαγῆς,
 (ἢ γὰρ κατὰ τὴν πρώτην Μαγτίαν δὸς εἰπεῖν ιεμηνία
 βιτέξτε τῆς ἔτης τυχόντος κατὰ τὴν δευτέραν ἔσαι,
 εἴπερ κοινὸν λογισθῇ, καὶ δυοῖν ἔσαι θάτερον ἢ τὴν
 χαρακτῆρας πάλιν μετακινεῖν, ἢ κατὰ χώραν ἑῶντας
 ἀπατάσθαι τῇ προτεραίᾳ διὰ τῆς ἐπὶ τῶν πινάκων

χαρακτηῖρος παριστανομένης τῆς κατὰ τὴν Ε'. Μαρτίᾳ
 γινομένης νημηνίας) ἵνα μὴ ἢ ἄλλη γίνηται ἐναλλα-
 γή, ἀπαλεῖψαι μὲν ἐκ τῶν χρονολογικῶν πινάκων
 δίδονται τοῖς δυτικοῖς τῶν τῆς σελήνης κύκλων τοὺς
 χαρακτηῖρας, ἀντεγχαράξαι δὲ τῆτοις τῆς τῶν ἐπακ-
 τῶν· τέτα γὰρ ἅπαξ γενομένῃς εὐχερῶς ἂν γένοι-
 το ἐπὶ τῶν χαρακτηῖρων τῶν ἐπακτῶν ἢ ἐναλλαγῇ τῶν
 τῆς σελήνης κύκλων, ἢ ἢ τῶν νημηνιῶν ἢ πανσελή-
 νων εὐρεσις· ἀλλὰ τῷ τρόπῳ οἱ τῶν ἐπακτῶν χαρα-
 κτήρες τεταγμένοι εἰσὶν ἐν τοῖς χρονολογικοῖς πίναξιν,
 εἰσόμεθα ἐκ τῶν περὶ τῆς τάξεως αὐτῶν ἐξηδησο-
 μένων εἰσέπειτα· νῦν δὲ ὥρα εἰπεῖν περὶ αὐτῶν τῶν
 ἐπακτῶν.

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τῆς νεωτέρας.

Ἰανουάριος.	Φεβρουάριος.	Μάρτιος.
1 a *	1 d XXIX.	1 d *
2 b XXIX.	2 e XXVIII.	2 e XXIX.
3 c XXVIII.	3 f XXVI.	3 f XXVIII.
4 d XXVII.	4 g ²⁵ . XXVI.	4 g XXVII.
5 e XXVI.	5a XXV. XXIV	5 a XXVI.
6 f ²⁵ . XXV.	6 b XXIII.	6 b ²⁵ XXV.
7 g XXIV.	7 c XXII.	7 c XXIV.
8 a XXIII.	8 d XXI.	8 d XXIII.
9 b XXII.	9 e XX.	9 e XXII.
10 c XXI.	10 f XIX.	10 f XXI.
11 d XX.	11 g XVIII.	11 g XX.
12 e XIX.	12 a XVII.	12 a XIX.
13 f XVIII.	13 b XVI.	13 b XVIII.
14 g XVII.	14 c XV.	14 c XVII.
15 a XVI.	15 d XIV.	15 d XVI.
16 b XV.	16 e XIII.	16 e XV.
17 c XIV.	17 f XII.	17 f XIV.
18 d XIII.	18 g XI.	18 g XIII.
19 e XII.	19 a X.	19 a XII.
20 f XI.	20 b IX.	20 b XI.
21 g X.	21 c VIII.	21 c X.
22 a IX.	22 d VII.	22 d IX.
23 b VIII.	23 e VI.	23 e VIII.
24 c VII.	24 f V.	24 f VII.
25 d VI.	25 g IV.	25 g VI.
26 e V.	26 a III.	26 a V.
27 f IV.	27 b II.	27 b IV.
28 g III.	28 c I.	28 c III.
29 a II.		29 d II.
30 b I.		30 e I.
31 c *		31 f *

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τοὺς νεωτέρους.

Ἀπρίλλιος.	Μάιος.	Ιουνίος.
1 g XXIX.	1 b XXVIII.	1 e XXVII.
2 a XXVIII.	2 c XXVII.	2 f ₂₅ XXVI.
3 b XXVII.	3 d XXVI.	3 g XXV. XXIV
4 c ₂₅ XXVI.	4 e ₂₅ XXV.	4 a XXIII.
5 d XXV. XXIV	5 f XXIV.	5 b XXII.
6 e XXIII.	6 g XXIII.	6 c XXI.
7 f XXII.	7 a XXII.	7 d XX.
8 g XXI.	8 b XXI.	8 e XIX.
9 a XX.	9 c XX.	9 f XVIII.
10 b XIX.	10 d XIX.	10 g XVII.
11 c XVIII.	11 e XVIII.	11 a XVI.
12 d XVII.	12 f XVII.	12 b XV.
13 e XVI.	13 g XVI.	13 c XIV.
14 f XV.	14 a XV.	14 d XIII.
15 g XIV.	15 b XIV.	15 e XII.
16 a XIII.	16 c XIII.	16 f XI.
17 b XII.	17 d XII.	17 g X.
18 c XI.	18 e XI.	18 a IX.
19 d X.	19 f X.	19 b VIII.
20 e IX.	20 g IX.	20 c VII.
21 f VIII.	21 a VIII.	21 d VI.
22 g VII.	22 b VII.	22 c V.
23 a VI.	23 c VI.	23 f IV.
24 b V.	24 d V.	24 g III.
25 c IV.	25 e IV.	25 a II.
26 d III.	26 f III.	26 b I.
27 e II.	27 g II.	27 c *
28 f I.	28 a I.	28 d XXIX.
29 g *	29 b *	29 e XXVIII.
30 a XXIX.	30 c XXIX.	30 f XXVII.
	31 d XXVIII.	

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τοὺς νεωτέρους.

Ἰούλιος.	Αὐγούστος.	Σεπτέμβριος.
1 g XXVI.	1c XXV. XXIV	1 f XXIII.
2 a 25. XXV.	2 d XXIII.	2 g XXII.
3 b XXIV.	3 e XXII.	3 a XXI.
4 c XXIII.	4 f XXI.	4 b XX.
5 d XXII.	5 g XX.	5 c XIX.
6 e XXI.	6 a XIX.	6 d XVIII.
7 f XX.	7 b XVIII.	7 e XVII.
8 g XIX.	8 c XVII.	8 f XVI.
9 a XVIII.	9 XVI.	9 g XV.
10 b XVII.	10 e XV.	10 a XIV.
11 c XVI.	11 f XIV.	11 b XIII.
12 d XV.	12 g XIII.	12 c XII.
13 e XIV.	13 a XII.	13 d XI.
14 f XIII.	14 b XI.	14 e X.
15 g XII.	15 c X.	15 f IX.
16 a XI.	16 d IX.	16 g VIII.
17 b X.	17 e VIII.	17 a VII.
18 c IX.	18 f VII.	18 b VI.
19 d VIII.	19 g VI.	19 c V.
20 e VII.	20 a V.	20 d IV.
21 f VI.	21 b IV.	21 e III.
22 g V.	22 c III.	22 f II.
23 a IV.	23 d II.	23 g I.
24 b III.	24 e I.	24 a *
25 c II.	25 f *	25 b XXIX.
26 d I.	26 g XXIX.	26 c XXVIII.
27 e *	27 a XXVIII.	27 d XXVII.
28 f XXIX.	28 b XXVII.	28e XXV. XXVI
29 g XXVIII.	29 c XXVI.	29f XXV. XXIV
30 a XXVII.	30 d 25. XXV.	30 g XXIII.
31 b 25. XXVI.	31 e XXIV.	

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τὰς νεωτέρας.

Ὀκτώβριος.			Νοέμβριος.			Δεκέμβριος.		
1	a	XX.	1	d	XXI.	1	f	XX.
2	b	XI.	2	e	XX.	2	g	XIX.
3	c	XX.	3	f	XIX.	3	a	XVIII.
4	d	XIX.	4	g	XVIII.	4	b	XVII.
5	e	XVIII.	5	a	XVII.	5	c	XVI.
6	f	XVII.	6	b	XVI.	6	d	XV.
7	g	XVI.	7	c	XV.	7	e	XIV.
8	a	XV.	8	d	XIV.	8	f	XIII.
9	b	XIV.	9	e	XIII.	9	g	XII.
10	c	XIII.	10	f	XII.	10	a	XI.
11	d	XII.	11	g	XI.	11	b	X.
12	e	XI.	12	a	X.	12	c	IX.
13	f	X.	13	b	IX.	13	d	VIII.
14	g	IX.	14	c	VIII.	14	e	VII.
15	a	VIII.	15	d	VII.	15	f	VI.
16	b	VII.	16	e	VI.	16	g	V.
17	c	VI.	17	f	V.	17	a	IV.
18	d	V.	18	g	IV.	18	b	III.
19	e	IV.	19	a	III.	19	c	II.
20	f	III.	20	b	II.	20	d	I.
21	g	II.	21	c	I.	21	e	*
22	a	I.	22	d	*	22	f	XXIX.
23	b	*	23	e	XXIX.	23	g	XXVIII.
24	c	XXIX.	24	f	XXVIII.	24	a	XXVII.
25	d	XXVIII.	25	g	XXVII.	25	b	XXVI.
26	e	XXVII.	26	a	25 XXVI.	26	c	25. XXV.
27	f	XXVI.	27	b	XXV. XXIV	27	d	XXIV.
28	g	25. XXV.	28	c	XXIII.	28	e	XXIII.
29	a	XXIV.	29	d	XXII.	29	f	XXII.
30	b	XXIII.	30	e	XXI.	30	g	XXI.
31	c	XXII.				31	a	19. XX.

Περὶ Ἑπακτῶν.

Ἑπακται, περὶ ὧν ἐνταῦθα ὁ λόγος, εἰσὶν αἱ ἐπαγόμεναι ἡμέραι, εἴτ' ἢν ἐναπολαπόμεναι, μετὰ τὴν συμπλήρωσιν τῆ πολιτικῆς σεληνιακῆς ἔτους, μέλει ἀποπερατώσεως τῆ πολιτικῆς ἡλιακῆς· τῆ μὲν γὰρ συγκειμένου ἐξ ἡμερῶν 354, τῆ δὲ, τὰ κοινὰ Φημι, ἐκ 365, εἰς συνάρεξεται τὸ σεληνιακὸν τῷ ἡλιακῷ, ἡμέραι 11 ἐναπολαφθήσονται, ἃς ἔφημεν καλεῖσθαι ἑπακτάς· ἐπὶ δὲ τῆ ἐξῆς ἔτους 22, καὶ ἐπὶ τῆ ἐξῆς τέτρω 33· ἀλλ' ἐπὶ τῆ γ'. τῶν ἐτῶν τέττων ἀφαιρημένῃ τῆ 30, ὥς ἂν ἐμβόλιμον μῆνα συνισῶντος, καὶ τρισκαιδεκάμηνον ἔτος ἀποτελεῖντος, κατὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος· οἱ γὰρ νεώτεροι ἀντὶ ταύτης εἶλοντο τὰς ἑπακτάς σύμβροτον αὐτῇ ποιῆμενοι ἐκάστην σειράν τῶν ἑπακτῶν, ἐναπολείπονται 3, ταύταις προσιδεμένων 11, τῶν ἐναπολαπομένων ἐπὶ τῆ δ'. ἔτους τῶν τε ἐπὶ τῆ ε'. καὶ ε'. συμποσῶνται 36, ἐκ τέττων ἀφαιρημένου τῆ 30, ἵνα γένηται τῇ προσθήκῃ τῆ ἐμβολίμου μηνὸς τὸ ἔτος τρισκαιδεκάμηνον, ἐναπολείπονται 3, συνεχιζομένης δὲ μέχρι ἐννέα καὶ δέκα ἐτῶν τῆς τοιαύτης προ-

Α'.

XI.	β'.	XXII.	γ'.	III.	δ'.	XIV.	ε'.	XXV.	ς'.	VI.
ζ'.	XVII.	η'.	XXVIII.	θ'.	IX.	ι'.	XX.	ια'.	I.	
ιβ'.	XII.	ιγ'.	XXIII.	ιδ'.	IV.	ιε'.	XV.	ισ'.	XXVI.	
ιζ'.	VII.	ιη'.	XVIII.	ιθ'.	XXIX.					

Δαφαιρέσεως, ἰσάριθμοι τῆς τοῖς ἐννεακαίδεκαετηρίδος ἔτεσιν εὐρίσκονται αἱ ἑπакταί, ὡς ἔσιν ἰδεῖν ἐπὶ τῆς προκειμένης σειρᾶς· πλὴν ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ἐννεακαίδ. ὁ ἰσχατος τῶν ἐμβολίων μηνῶν, ὃς προσκεῖται τῷ ιθ'. ἔτεα ταύτης ὑπάρχει κοῖλος, καὶ γὰρ ἐκάστη τῶν 19 σεληνιακῶν ἐτῶν διαφορὰν ἡμέρας ἑνδεκα πρὸς τὸν ἡλιακὸν παρέχοντος, ἔσονται πάσαι αἱ ἡμέραι 209, ἐξ ὧν συσάτῃν ἀνμήνες ἐμβόλιμοι ἑπτὰ, ὧν οἱ μὲν ἐξ ἔσονται πλήρεις, ὁ δὲ λοιπὸς κοῖλος· ἀλλ' ἐπὶ τῶν ἑπакτῶν καὶ ἔτος κατὰ τῆς νεωτέρας λαμβάνεται πλήρης, δι' ἧς ὑπερὸν ἔρῃμεν αἰτίας.

Ἐπεὶ δὲ τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐνδέχεται ἥτοι συνάρεσθαι τῷ ἡλιακῷ, καὶ λήγειν ἐπὶ τῆς κ'. δεκ. ὃ δὴ συμβαίνει ἡνίκα ἐπὶ τῆς α'. Ἰαν. γένηται νεμηνία, ἢ μὴ συνάρεσθαι αὐτῷ, ἀλλ' ἀπότινος ἄλλης ἡμέρας, ἐπὶ τίνος ἄλλης λήγον ἡμέρας τῇ δεκ. ἄλλας καὶ ἄλλας ἐγκαταλείπον ἑπакτάς, καὶ μὲν λήξῃ ἐπὶ τῆς λα', ἕδεμία, εἶδε ἐπὶ τῆς α', τριάκοντα ἐγκαταλειφθήσονται ἑпакταί, ἐπόμενον ἐς τριάκοιτα εἶναι πάσας τὰς ἐνδεχομένας ἑпакτάς, ὧν ἐκάστη ἐφέλλεται τὴν Ἰδίαν σειρὰν ἐν χρήσει ἐσομένην ἐν ἰδίῳ καιροῖς, ὡς ἔσιν ἰδεῖν ἐν τῷ καθόλου κανονίῳ τῶν ἑпакτῶν· ἢ γὰρ προεκτεθεῖσα σειρὰ ἔκ ἐπὶ παντὸς χρόνου χρήσιμος· ταῦτ' ἄρα πάσας τὰς ἐνδεχομένας ἑпакτάς τὸν τρόπον τῆτον θηρεύσαντες οἱ δυτικοί, καὶ τὰς σημαντικὰς ἐκάστης ἀριθμητικὰς ῥωμαϊκὰς χαρακτῆρας τοῖς χρονολογικοῖς αὐτῶν πίναξιν ἐγχα-

εἰζάντες χρώνται τούτοις ἀντὶ τῶν τῆς ἐννεακαίδεκα-
τηρίδος εἰς εὐρεσιν τῶν νημηνίων ἢ τῶν πανσελήνων·
τετάχεται δὲ ἐπὶ τῶν πινάκων τάξει ἀντιστρόφῳ ταῖς
ἡμέραις τῶν μηνῶν· ἐπὶ γὰρ τῆς α'. Ἰαννουαρίῳ τέ-
τακται *, ἐπὶ δὲ τῆς β'. ὁ τῶν 29 ἑκατῶν χα-
ρακτῆρ, ἐπὶ δὲ τῆς γ'. ὁ τῶν 28, καὶ ἔτις ἐφε-
ξῆς ἄχρι τῆς λ'. ἢ πρόσκειται ὁ τῆς μίας, εἴτα
ἐπὶ τῆς λα'. πάλιν *, ἢ οἱ λοιποὶ ὡσαύτως ἐπὶ τῶν
λοιπῶν μηνῶν· πλὴν ὅτι ἐπὶ τῶν ἐξ τέτων μηνῶν ἀ-
μέλει Φεβρουαρίῳ, Ἀπριλίῳ, Ἰουνίῳ, Αὐγύστῳ, Σεπ-
τεμβρίῳ, Νοεμβρίῳ, ἐπὶ τῇ αὐτῇ εἰχῇ κεῖται ὁ
τῶν εἰκοσιτεσσάρων χαρακτῆρ τῷ τῶν εἰκοσι πέντε
ἔτῳ XXV. XXIV. τῷ δὲ τῶν εἰκοσιῆξ ὁ 25 οὕτω
25, XXVI· ἐν δὲ τοῖς ἄλλοις τῶν μηνῶν δις ὁ τῶν
εἰκοσιπέντε τέτακται ἐπὶ τῇ αὐτῇ εἰχῇ ἔτῳ 25,
XXV. ἔσχατον δὲ κειμένου τῇ * ἐπὶ τῆς κα'. Δε-
κεμβρίῳ, σεσημειώνται οἱ ἐφεξῆς τέττε μέχρι τῇ τῶν
20 χαρακτῆρος, ὅς τις ὁμοῦ κεῖται τῷ 19, ἐπὶ τῇ
λα'. δεκ. περὶ ὧν ἐξῆμεν εἰσέπειτα.

Α'λλ' εἴγε μηδεμίᾳ συνέβαινε παραλλαγή περὶ
τὰς νημηνίας τὰς γινομένης ἐπὶ τῇ παντός, ἢ τὰς
διὰ τῶν ἑκατῶν θεωρουμένης, μήτε τῶν κοινῶν ἑ-
τῶν εἰς ἑξῆς ἢ ἀνάπαλιν μετάβασις, εἴεν ἂν ἐπὶ
παντός χρόνου οἱ τῶν ἑκατῶν χαρακτῆρες ἀμετά-
βλητοι, ὥς περ ἢ ὁ τῶν τῆς σελήνης κύκλων, εἰάν
τὰς νημηνίας ἐνῇ δεικνύναι διὰ παντός, καὶ ὅν χρό-
νον γίνονται ἐν τῷ παντί· ἐπεὶ δὲ μετὰ δέκα ἢ ἐν-
νέα ἔτη θάπτων ἢ πρότερον ἐπὶ τῇ παντός αἱ νημηνίαι

συμβαίνουσι, ὃ δὴ κατ' αὐτὸς καλεῖται σελήνης
προέμπτωσις· τῷ μπαλιν δὲ, ἡνίκα τὸ βίσεξτον ἔ-
τος εἰς κοινὸν μεταπίπτει, βραδύτερον, καὶ διὰ τῆ-
το καλῶσι τὸ τοῦτον σελήνης μετέμπτωσιν, ἀνάγ-
κη πᾶσα καὶ τῆς τῶν ἑπακτῶν χαρακτῆρας τῶν οἰ-
κείων μεταπίπτειν τόπων, ἢ ἐμποιεῖν ἀπάτην κατὰ
χώραν μένοντας· ἐπιπόνου δὲ ἐκεῖνε οὗτος ἄτε δὴ
πολλάκις ἐναλλαγὴν τῶν χρονολογικῶν πινάκων, ἢ
πληθυσμὸν αὐτῶν ἀπαιτῶντος, τετάχεται ἐν τού-
τις πίναξι πασῶν τῶν ἐνδεχομένων ἑπακτῶν οἱ χαρακ-
τῆρες συνεχῶς, ἵνα εὐχερῶς μεταβαίνειν ἔχοιεν ὅ-
ταν γένηται τῆς σελήνης προέμπτωσις ἢ μετέμπτωσις
ἀπὸ τῆδε εἰς τὸνδε τὸν χαρακτῆρα, τὸν προηγούμενον
δηλονότι εἶπερ προέμπτωσις, ἢ τὸν ἐπόμενον εἶγε
μετέμπτωσις συμβῇ.

Ζητητέον δὲ α'. διατι ἀσεβίσκος ἔχει δὲ ὁ τῶν
30 ἑπακτῶν χαρακτῆρ ὁδε XXX ἐπὶ τῆς α'.
Ἰαννουαρίου τίτανται.

Πρὸς ὃ ἀπαντῶσι λέγοντες, ὅτι ἐπεὶ τὸ σελη-
νιακὸν ἔτος λήξειεν ἂν καὶ ἐπὶ τῆς α'. Δεκεμβρίου,
ὥς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἡμερῶν τῆ αὐτῆς, ναὶ μὴν καὶ
ἐπὶ τῆς λά. καὶ ἡνίκα μὲν τὸ α'. συμβῇ, ὅτε δὴ
καὶ δωδεκάμηνον τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐστίν, ἐναπολεί-
πονται ἑπακταὶ τριάκοντα, ἡνίκα δὲ τὸ β', ὅτε καὶ
τρισκαιδεκάμηνον, ἑδεμία ἑπακτὴ ἐναπολείπεται·
ἐπεὶ δὲ αἱ ἑπακταὶ τῶν τῆ ἐχομένου ἔτους νημηνιῶν
ὑπόκεινται παρασατικά, ἔδει κατὰ τὸν ἐξ ἀρχῆς

διορισμὸν ἐπὶ τῆς α'. Ἰανναρεῖς δύο ἐγχαράξαι χαρακτῆρας τῶν τε τῶν τριάκοντα, ἢ τῶν ἑδεμῖας, ἦτοι τὸν XXX, ἢ τὸν ο τὸν ζῆρε σημαντικόν, ἢ θάτερον· ὅπερ ἀμφιβυλίας ἢ συγχύσεως πρέξον· διὰ τὸ ἀσύγχυτον τοῖον ἐπαμφοτερίζοιτι χρησίον χαρακτῆρι, ἢ αἴωτε ὅτι ἀνθ' ἐπατέρου λαμβανεῖται, εἰς ὃ ἀσερίσκος ἔδοξε.

Β'. Διατὶ οἱ τῶν ἐπακτῶν χαρακτῆρες κῆνται ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων ἀντιστρόφως ταῖς ἡμέραις τῶν μηνῶν, ὥσε τὸν μὲν τῶν 29 χαρακτῆρα συσοιχεῖν τῇ β'. Ἰανναρείου, τὸν δὲ τῶν 28, τῇ γ'. μέχρι τοῦ τῆς μίας συσοιχοῦντες τῇ λ'.

Πρὸς τὸ β'. φασιν, ἐπάπερ ὅταν λήξῃ τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐπὶ τῆς β'. δεκ. ἐναπολαφθῇσονται ἅπαντα 29, αἱ δὲ ἐπακταὶ τῶν τῆς ἐπομένου ἔτους νεμηνιῶν εἰς δηλωτικά, ἐπόμεον ἐς τὸν τῶν 29 χαρακτῆρα τὸνδε XXIX συσοιχεῖν τῇ β'. τοῦ Ἰανναρείου· ἡ γὰρ α'. τῆς αὐτῆς λ'. ἐς τῆς περηγησαμεία σεληνιακῆς μηνὸς, ἢ νεμηνία εἶναι ἐπὶ τῆς β'. διὸ συσοιχεῖ αὐτῇ ὁ XXIX· διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἢ ὁ τῶν 28 συσοιχεῖ τῇ γ'. Ἰανναρείου· ὅταν γὰρ λήξῃ τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐπὶ τῆς γ'. Δεκεμβρεῖς, εἰσονται ἐπακταὶ 28, αἵτινες μετὰ τῆς α'. ἢ β'. Ἰανναρεῖς συμπληρῶσι πληρὴ μῆνα σεληνιακόν· ὅθεν νεμηνία εἶναι ἐπὶ τῆς γ'. τῆς αὐτῆς· τὸν αὐτὸν τρόπον συσοιχεῖσι καὶ αἱ λοιποὶ χαρακτῆρες ἀντιστρόφως μέχρι τῆς μίας, τῆς ὃ χαρακτῆρ συ-

σοιχεῖ τῇ λ'. Ἰαννουαρίῳ· λήξαντος γὰρ τῷ σεληνιακῷ μηνὸς ἐπὶ τῆς λ'. Δεκεμβρίῳ, μία καὶ μόνη εἶσαι ἐπακτὴ, ἥτις πρώτη ἡμέρα ἐστὶ τῷ ἐπομένῳ σεληνιακῷ μηνός, ἡ δὲ α'. Ἰαν. δευτέρα τῇ αὐτῇ, ὅς τριακονδμήμερος ὧν λήγει ἐπὶ τῆς κθ'. Ἰαννουαρίου· εὐλόγως ἄρα ὁ τῆς μιᾶς χαρακτῆρ ἐπὶ τῆς λ'. Ἰαννουαρίου τέτακται, τὴν ἐξῆς νεμηρίαν παριστῶν.

Γ'. Εἴτις ζητήσεται, διατὶ ὁ XXIV, καὶ XXV, ὅτε 25 καὶ XXVI συνέζευκται ἐπὶ τῶν προσηρημένων ἐξ μηνῶν, ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν μόνος ὁ 25, συνεζευγμένος εὐρίσκεται τῷ XXV, αἰτιῶνται τῆς τοιαύτης τῶν χαρακτῆρων συζεύξεως τὴν τῶν σεληνιακῶν μηνῶν εἰς πλήρεις καὶ κοίλους διαίρεσιν· πλήρεων γὰρ τῶν καὶ κοίλων ἀμοιβαδὸν, εἴγε οἱ χαρακτῆρες συνεχῶς καὶ ἀδιακόπως ἐτάττοντο ἐν τοῖς πίναξιν, πάντες ἂν οἱ μῆνες πλήρεις ἦσαν, καὶ τὸ ἔτος τριακοσίων ἐξήκοντα ἡμερῶν περιεκτικόν· ὅπερ οἱ μὲν ἐξ εἰσὶ πλήρεις, οἱ δὲ λοιποὶ κοῖλοι, καὶ τὸ ἔτος ἐκ τριακοσίων πεντήκοιτα τεσσάρων συνεσηκός· ἵνα γὰρ ἦτε τῶν μηνῶν εἰς πλήρεις καὶ κοίλους διανομὴ, καὶ ἡ τῷ σεληνιακῷ ἔτους ποσότης διατηρηθῇ, ἐξάκις τετάχεται ἐπὶ τῶν εἰρημένων μηνῶν σὺν δύο οἱ χαρακτῆρες, διήκοντες μέχρι τῆς κ'. δεκ. κατ' ἐπαράληψιν· μεθ' ἣν ὁ *, καὶ οἱ λοιποὶ μέχρι τῆς λα'. ὡς καθορῶνται ἐν τοῖς πίναξιν· ὁ δὲ 25, ὁ δὲ ἀραβικῶν χαρακτῆρων γραφόμενος, ἐν ὅσοις τῶν μηνῶν συνδυασμὸς γίνεται τοῦ ταῖς XXIV καὶ XXV, συνδυάζεται καὶ αὐτὸς τῷ XXVI. ἐν δὲ τοῖς ἄλλοις τῷ XXV, ὅτι καθ' ἐκάστην

ἐνεακαιδεκαετηρίδα ἐκ ἂν γένοιτο αὐθις νημηνία ἐπὶ τῇ αὐτῆς ἡμέρας, ἐφ' ἧς ἢ πρότερον, τὸτο γὰρ ἰδίον τῆς κατὰ Μέτωνα μεθόδου, ἢ οἱ νεώτεροι ζηλώσαντες, διαφυγεῖν σπευδάσκει τὴν τῶν δύο νημηνιῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας συνδρομήν· ἐνδεύεται τοι εἰάν ἐπίτινος ἐνεακαιδεκαετηρίδος ἄμφω εὐρεσῶσιν οἱ χαρακτῆρες ὅτοι XXIX. XXV, παρορᾶται μὲν ὁ XXV. ἐν χρήσει δὲ αὐτοῖς γίνεται ὁ μετὰ τοῦ XXVI. 25· εἰ δ' εἴποι τις, ὅτι ἢ ὅτω δις ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας συμβαίη ἂν νημηνία, ἀμέλει τοι ἐφ' ἧς γε κεῖται ὁ XXVI. καὶ 25, τὸ καθόλου προτείνουσι τῶν ἐπακτῶν κανόνιον δεκνύντες, ὅτι ἐφ' ἧς σειράς τῶν ἐν τῷ καθόλου κανονίῳ εὐρίσκεται ἅμα τῷ XXIV ὁ XXV. ἐν αὐτῇ ὑδεμίαν χώραν ἔχει ὁ XXIV, ὁ τῷ 25 συνεξευγμένος· ἔξεσι τῷ βηλομένῳ ἀνιχνεῦσαι τὸ λεγόμενον ἐπὶ τῇ αὐτῇ κανονίᾳ· ἐπεὶ δ' ἀπαξ εἰληπταί ὁ 25, νημηνίας παρασατικός χρεὼν τετάχθαι φασί, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων μηνῶν εἰς ἐνδεξιν τῶν κατ' αὐτὰς νημηνιῶν ταῦτ' ἄρα ἐξέωςαι μὲν ἐκτινῶν σειράν τῶν ἐν τῷ καθόλου κανονίῳ ὁ XXV, ἀπεισῆκται δὲ ὁ 25, κατὰ σειράν μετὰ τῶν ἄλλων χαρακτῆρων κείμενος.

Ἐπὶ τῇ καθόλου τοίνυν κανονίᾳ τῶν ἐπακτῶν α'. μὲν κεῖνται οἱ τῆς σελήνης κύκλοι, ἐπέχει δὲ τὴν α'. χώραν ἀρισερόθεν ἀρχομένοις ὁ III χαρακτῆρ, ὅς ἐπὶ τῶν ἀρχαίων χρονολογικῶν πινάκων ἔκειτο ἐπὶ τῆς α'. Ἰανναρις, τῶν τῇ γ'. κύκλου νημηνιῶν σημαντικός· ἐξ αὐτῆς γὰρ ἡ τῶν πινάκων

ἀρχὴ τοῖς πρῶτον τέττε συμπεξαμένοις εἰληπται .
 ἵνα ὅσις πρῶτος ἐν ἐκείνοις ἦν, ἢ ἐπὶ τῷ κανονίου
 τῶν ἐπακτῶν τὴν α'. χώραν ἔχη· ὕφ' ἐκάσῳ δὲ τέ-
 των πασῶν τῶν ἐνδεχομένων ἐπακτῶν οἱ χαρακτῆρες
 τριάκοντα ὄντες, ὡς εἴρηται, κατὰ βάθος τεταγ-
 μένοι εἰσι, τριάκοντα κατὰ πλάτος ἀποτελῶντες σει-
 ράς· ὧν ἐκάσῃ περιεκτικὴ ὑπάρχῃ ἐννέα καὶ δέκα
 χαρακτῆρων, ἐν ἰδίοις καιροῖς συντελῶσα· ταύτας
 δὴ ἢ δυνάμει χρονολογικὰς πίνακας καλέσας τις ἔκ
 ἂν ἀμάσσοι· ἀλλ' εἰς τὴν ἀπ' ἀλλήλων διάκρισιν πρό-
 σκεται ἐκάσῃ ἐντι τῶν παρὰ τοῖς δυτικοῖς ὑπομνά-
 των, ἐπὶ μὲν τῆς ἐσχάτης τὸ α, ἐπὶ δὲ τῆς ἐχομέ-
 νης τὸ β, ἐπὶ δὲ τῆς ἐξῆς τὸ γ, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων
 ἄλλό τι τῶν σοιχείων τέτων, ἐσχηκότες τῶν χα-
 ρακτῆρων τοιαύτην τάξιν ἐφ' ἐκάστης σειρᾶς, διὰ τῆς
 τῶν ἐπαγομένων ἡμερῶν προδιαφαιρέσεως· αὐτίκα
 γὰρ ἐπὶ τῆς ἐσχάτης σειρᾶς ἔνθα τὸ α, ὧ συσοιχεῖ
 ὁ τῆς μίας χαρακτῆρος προσιδεμένη τῇ μονάδι τῷ ἐν-
 δεκα, ἀποτελεῖται ὁ δώδεκα, τῷ δ' αὖθις τῷ ἐν-
 δεκα, ὁ εἴκοσι τρία, τῷ δὲ 23 συναπτομένη πάλ-
 λιν τῷ 11, συμποσῶται ὁ 34, ἐκ τέττε ἀφαιρεμέ-
 νη τῷ 30, εἰς συμπλήρωσιν πλήρους μηνός, λείπεται
 ὁ 4 τέττε γενομένου ἢ ἐφεξῆς ἐσχατον ἐναπολείπε-
 ται ἐπὶ τῆς αὐτῆς σειρᾶς ὁ 20· παραπλησίως ἢ ἐπὶ
 τῶν ἄλλων σειρῶν τῇ προδῆκῃ τῷ 11, ἢ ἀφαιρέσει
 τῷ 30, ἐν οἷς ὁ γινόμενος ἀριθμὸς ὑπερέχει τῷ
 30, ἢ συμπλήρωσις αὐτῶν ἐγένετο.

Δ'. Διατὶ τῷ ἐσχάτῃ ἐμβολίμῳ μηνὸς ἐπὶ τῆς

ἐννεακαιδεκαετηρίδος κοίλῃ ὄντος, αὐτοὶ πλήρη τοῦ-
τον ποιοῦνται, τριάκοντα ἐπαγομένας αὐτὶ τῶν 29
ὑποτιθέμενοι.

Πρὸς ὃ φασὶν, ὡς εἰκαὶ ἀντὶ κοίλῃ πλήρης ὃ
μὴν ἔτος λαμβάνεται, καὶ ἀπάτη τις διὰ τῆτο συμ-
παρομαρτεῖ, καὶ χαλεπὸν ἡμῖν ἐκκλίνει τὴν προσηγο-
μένην ἀπάτην προσιδεῖσιν ἡμέραν μίαν ταῖς ἐναπολει-
πομέναις ἐπακταῖς, καὶ συνάπτουσι ταύτας ταῖς προη-
γημέναις ἀντὶ 29 ἡμερῶν 30 ἀφαιρεῖν· ἀλλ' ἵνα
τὸ λεγόμεον σαφέστερον γένηται, κείδω τὸ τῆς ἐν-
νεακαιδεκαετηρίδος 19. ἔτος ἀπὸ τῆς 19. Δεκεμβρίῃ
λαβεῖν τὴν ἀρχὴν, καὶ ἐπακταὶ 18, καὶ ὁ XVIII
χαρακτὴρ τῶν κατ' αὐτὸ νεμηنيῶν παρασατικός·
ἀφ' ἧς ἄχρι τῆς β'. τῇ αὐτῇ ἀριθμῶνται αἱ 354
ἡμέραι· εἰ μὲν οὖν κενὸν τὸ ἔτος ἦν, πέρασ ἂν εἴη
αὐτῇ ἡ Δεκεμβρίῃ β'. ἐπεὶ δὲ ἐμβόλιμον ὑπάρχει,
ἔδει προστιθέναι αὐτῷ ἐμβόλιμον μῆνα, τὸν ἀπὸ
τῆς γ'. Δεκεμβρίῃ ἀριθμώμενον μέχρι τῆς λα', κοί-
λον ὄντα καὶ αὐτὸν· ὁ γὰρ ζ'. μὴν τῶν ἐμβολίων
κοῖλος, καὶ ἔτιωτίπως ἀνειλήφει πέρασ τότε ἔτος καὶ
ἡ ἐννεακαιδεκαετηρίς· ἀλλ' οἱ τὰ πάντα νεωτερίζον-
τες, πλήρη καὶ τὸν ζ'. μῆνα ποιοῦντες, καὶ λαμβάνουσι τὴν
ἀρχὴν τῆς ἀπαριθμήσεως τῆτος ἀπὸ τῆς γ'. Δεκεμ-
βρίῃ· ἀλλ' ἀπὸ τῆς β'. μήτε παρέχουσι ταῖς 18 ἐ-
πακταῖς ἑνδεκα ἡμέρας, ἢ ἐπακτὰς ὡς καὶ ἐπὶ τῶν
δώδεκα ἐλαττῶντες τὸν προηγούμενον μῆνα ἡμέρα μίαν
ἦ· οἱ τῇ β'. Δεκεμβρίῃ, ὥσαντι παρέλιπεν αὐτὴν ἡ
σελήνη, ἢ παρῆλθε μεταβᾶσα ἐπὶ τῆς γ'. Δεκεμβρίῃ,

πήδημα τὸ τῶντων σελήνης ἀποκαλῶντες, ἐκ οἷδ' ὅπως, σκιότηματά τινα καὶ πηδήματα καὶ ἐπὶ τῆς σελήνης οἱ γεῖναι τῇ ἐπινοίᾳ ἀναπλάττοντες· ἐρωτώμενοι δὲ τῷ χάριν ἐπὶ ταῖς τοιαύταις περιπλοκαῖς περιπίπτειν αἰσθῆνται, ἐξόν κατὰ τὰς ἀρχαιοτέρους λαμβάνειν τὸν μῆνα κοῖλον, ἔδεν ἄλλο αἰτιῶνται ἢ τὸ ἔθος, καὶ τὸ δεῖν πάντας Ἰῆς ἐμβολίμους μῆνας ὁ μοειδεῖς, ὑπάρχειν ἤτοι πλήρεις· μήποτε δὲ ἀπαιτεῖται τῆτο καὶ ἡ θέσις τῶν ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων χαρακτήρων τῶν ἐπακτῶν· εἰ γὰρ ὁ ἔσχατος ἔτος μὴν κοῖλος ἐλαμβάνετο, ὑπῆρχεν ἂν ὁ τῶν 29 χαρακτήρ τῶν ἐπομένων νεμηνιῶν σημαντικός, τῆτε δὲ κειμένον ἐπὶ τῆς β'. Ἰαννουαρίῃ, ὑπὸ τίνος ἂν σημαίνοιτο ἢ ἐπὶ τῆς α'. Ἰαννουαρίῃ νεμηνία, ἣτις ἔσαι κἄντε κοῖλος, κἄντε πλήρης ὁ μὴν ἔτος ληφθῇ· ὅπως ποτε μέντοι ληφθῶσιν οἱ μῆνες ἔτοι, εἴτε ἐκάτερος ἐξ 29 ἡμερῶν συγκεείμενος, εἴτε ὁ μὲν ἐξ 28, ὁ δὲ ἐκ 30, ἔσαι τὸ αὐτὸ, ἐκατέρωθεν γὰρ 58 ἡμέραι συμποσώθησονται.

Ε'. διατὶ ἐπὶ τῆς ἐσχάτης Δεκεμβρίῃ ὁ XX τῷ 19 συνέζευκται.

Πρὸς δὲ τὸ ε'. καὶ τελευταῖον τοιούδε τινὰ λόγον ἀποδιδόασιν· ὅτι ὁ 19 χαρακτήρ σπανίως ἐν χερσεὶ γίνεται, καὶ ἀπαξ ἐν πολλοῖς ἔτεσι τῆς κατὰ τὴν λ'. Δεκεμβρίῃ νεομηνίας λαμβάνεται παρασατικός· ἥντι κα δὲλονότι τὸ τίνος ἐννεακαεδεκαεταίδος ἔτος τοῖς δετὸν χαρακτήρα XIX τῶν ἐπ' αὐτῇ νεμηνιῶν ἔχει

παρασατικόν, προσκειμένον τε τῇ β'. Δεκεμβρίῳ ·
 τηνικαῦτα γὰρ ἐμβολίμῳ ὄντος τῷ ἔτους, καὶ ἐπακτῶν
 11 ἀντὶ 12 λαμβανομένων ὡς εἴρηται, τῷτε ἐ-
 σχάτω μηνὸς ἀντὶ πολλῆς πλήρης ὑποτιθεμένη, ἐπε-
 ται τὸν μῆνα τῷτον ἀρχεῖσθαι ἀπὸ τῆς α'. Δεκεμβρίῳ,
 καὶ πλήρη ὑπάρχοντα καταλείπειν ἐπακτὴν μίαν · ἀλ-
 λά τῷ τῆς μίας χαρακτῆρος τῇ λ'. Ἰαννουαρίῳ προ-
 σκειμένῳ, συμβαίνει ὑπ' ἑδενὸς ἐνδείκνυσθαι χαρακ-
 τῆρος τὴν ἐπὶ τῆς λα'. Δεκεμβρίῳ γνομένην νημη-
 νίαν · διὸ ἵνα μὴ ὁ XIX τῷ προσκειμένῳ XX ταύ-
 τη συνδυαθῇ, καὶ ἀμφιβολίας γένοιτο πρόξενος,
 τέτακται ἐκ αὐτῆς καὶ ὁ 19, τῆς κατ' αὐτὴν νημη-
 νίας ἐμφαντικός · εἰ γὰρ μὴ τῷτο, συνέβαινεν ἂν
 ἐν διαστήματι 59 ἡμερῶν, ὅσαι δὴ ἀριθμῶνται ἀπὸ
 τῆς β'. Δεκεμβρίῳ, ἄχρι τῆς κθ'. Ἰαννουαρίῳ, μηδε-
 μίαν νηομηνίαν ἐνδείκνυσθαι.

Περὶ ἐξισώτεως τῶν ἐπακτῶν.

Οὐκ ἀρχῶνται οἱ νεώτεροι ἐπὶ μόνῃ τῇ εὐρέσει
 τῶν ἐπακτῶν τῶν ἀνηκεῶν τοῖς ἐκ αὐτῶν χρόνοις,
 ἀλλὰ τῇ διανοίᾳ ἐπὶ τὰ τῆς ἐν Νικαίᾳ ἁγίας πρώτης
 Συνόδου, καὶ αὐτῆς δὴ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἔτη
 συμπαρατείνονται, τάς τε κατ' ἐκεῖνα ἐπακτὰς ἀ-
 ναπλάττοντες, καὶ ταῖς λοιπαῖς παρεισάγοντες · πρόει-
 σι δὲ ὡδέπως ὁ τῶν ἐπιλογισμῶν.

Ἐπὶ τῆς ἐν Νικαίᾳ α'. Συνόδου, ἥτις κατὰ τὴν
 κοινωτέραν δόξαν τῷ τέλει. ἔτει τῆς θείας ἐνανθρω-

xx	xi	haxx	tax	a	aixx	hix	ii	ixx	x	xixx	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	hix	i	e
ixx	x	haxx	hax	ia	axxx	aix	iii	hixx	ix	xix	hix	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	ii	q
hixx	ix	xixx	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	ix	ix	hix	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	iii	o
hixxxx	hix	o	xix	ha	haxx	iax	a	aixx	ix	ii	hix	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	ai	p
aixx	hix	i	xx	xi	haxx	hax	ia	ixx	ax	iii	hix	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	a	e
axx	aix	ii	ixx	x	xixx	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	ia	j
iaxx	ax	iii	ixx	ix	o	ixx	xi	hixx	ax	a	hixx	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	ia	z
haxx	iax	ai	hixx	hix	i	xx	x	hixx	hax	ia	hixx	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	ha	q
haxxx	hax	a	aixx	hix	ii	ixx	x	hixx	hax	ia	hixx	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	xi	!
xixx	hax	ia	ix	aix	iii	hixx	ix	o	xix	ha	haxx	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	x	y
o	xix	ha	iaxx	ax	ai	hixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	axxx	ai	hixx	hix	i	e
i	xx	ha	haxx	iax	a	aixx	hix	ii	ixx	x	xixx	hax	ia	iaxx	ax	ai	hixx	ix	u
ii	ixx	xi	haxxx	hax	ia	ix	ix	hix	ixx	ix	o	xix	ha	haxx	iax	a	aixx	hix	u
hix	hixx	x	xixx	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	ix	d	
ai	hixx	ix	o	xix	ha	haxx	iax	a	aixx	hix	ii	ixx	ix	hixx	x	hixx	hax	ax	b
a	aixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	axx	ix	hix	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	ia	j
ia	axx	hixx	ii	ixx	x	xixx	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	j
ha	iaxx	aix	iii	hixx	ix	o	xix	ha	iaxx	iax	a	aixx	hix	ia	iaxx	x	hixx	hax	i
hix	haxx	ax	ai	hixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	axx	aix	hix	ia	hixx	ix	o	u
xi	haxxx	iax	a	aixx	hix	ii	ixx	x	xixx	hax	ha	iaxx	hax	ia	iaxx	ax	ai	hixx	v
x	xixx	hax	ia	ix	aix	iii	hixx	ix	o	xix	ha	haxx	iax	a	aixx	hix	ii	ixx	b
ix	o	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	axxx	ai	hixx	ix	c
hix	i	xix	ha	haxxx	iax	a	aixx	hix	ii	ixx	x	xixx	hax	ia	iaxx	ax	ai	hixx	d
hix	ii	xx	xi	haxxx	hax	ia	ix	aix	iii	hixx	ix	o	xix	ha	haxx	iax	a	aixx	e
aix	iii	ixx	x	xixx	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	axxx	f
ax	ai	hixx	ix	o	xix	ha	haxxx	iax	a	aixx	hix	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	ia	g
iax	a	hixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	axx	aix	hix	ia	iaxx	hax	ia	axxx	hix	h
hax	ia	aixx	hix	ii	ixx	x	xixx	hax	ha	iaxx	ax	ai	hixx	hix	ia	hixx	ix	xi	m
hax	ha	ix	iii	hixx	ix	o	xix	ha	iaxx	iax	a	aixx	hix	ia	iaxx	xx	hixx	ix	n
xix	ha	iaxx	ax	ai	hixx	hix	i	xx	xi	haxxx	hax	ia	ix	ai	hixx	hix	o	e	p

288 2nd av

200

πῆσεως συνεκροτήθη, Φασί, ἐπὶ τῷ γ'. κύκλῳ τῆς
σελήνης νεομηνία ἐγένετο κατὰ τὴν α'. τῷ Ἰαννουαρίῳ
μηνός· ταῦτ' ἄρα καὶ πρόκειται ταύτῃ ἐπὶ τῶν κα-
τὰ τῆς ἀρχαίας χρονολογικῶν πινάκων ὁ III χα-
ρακτήρ· ἀλλὰ κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν κεῖται ἐπὶ τῶν
κατὰ τῆς νεωτέρας πινάκων *, ὅσις εὐρίσκεται ἐν τῇ
α'. σειρᾷ τῆ ὀλικῆ κανονίᾳ τῶν ἑπακτῶν ὑπὸ τὸν γ'.
κύκλον συστοιχῶν τῷ P, αὕτη ἄρα ἡ σειρὰ ὑπῆρξεν
ἂν τότε χρησίμος, εἴγε κἀκείνοις ἐν χρήσει ὑπῆρχον
αἱ ἑπακταί, ἅχρῃ ὃ γένοιτ' ἂν σεληνιακῇ προέμ-
πτωσις· καὶ γὰρ οἱ τῶν ἑπακτῶν χαρακτῆρες σύνδρο-
μοὶ εἰσι τοῖς τῶν τῆς σελήνης κύκλων χαρακτῆρσι,
κἂν τοῖς αὐτοῖς κεῖται τόποις ἐν τοῖς πίναξί, πλὴν
ἐνθάδε συνῆπται ὁ XXIV τῷ XXV.

Τὸν κειμένον ῥᾶτα εὐρίσκουσι καὶ τὴν πρὸ ταύτης
σειρὰν· εἰ γὰρ αἱ νεομηνίαι ἐν τριακοσίοις ἔτεσι μίαν
ἡμέραν σχεδὸν παραμείβουσιν, ἐπόμενον ἂν εἴη ἐν τοῖς
χρόνοις τῆς τῆ σωτῆρος ἐνανδρωπῆσεως κατὰ τὸν γ'.
τῆς σελήνης κύκλον γενέσθαι τὴν νεομηνίαν ἐπὶ τῆς
β'. τῷ Ἰαννουαρίῳ, ἣ πρόκειται ὁ XXIX. ὄντος δὲ
τέτῃ ἐν τῇ N σειρᾷ τῇ ἐπὶ τῆ ὀλικῆ κανονίᾳ ὑπὸ
τὸν γ'. κύκλον, ἔπεται τὴν αὐτὴν σειρὰν τῶν κατ'
ἐκείνης τῆς χρόνου ἑπακτῶν εἶναι περιεκτικὴν· διὰ
τοῖς τῆτο καὶ ἐν τῷ ἐφεξῆς κανονίῳ τῶν κατ' ἐκάστην
ἑκατονταετηρίδα σειρῶν τῶν ἑπακτῶν πρῶτον τῶν
ἄλλων κεῖται τὸ N, συστοιχῶν τῇ μονάδι, εἴτα τὸ P,
τῷ 320, καὶ αὖθις τῷ 500· ἀλλ' εἰς πληρεστέραν κα-
τάληψιν τέτων εἰδέναι χρὴ, ὅτι οὗτοι τὰ τοιαῦτα

πραγματευσαμένοις σκοπιμώτατον ἦν ἐνδείκνυσθαι ἐν τοῖς πίναξι τὰς νεομηνίας διὰ τῶν χαρακτῆρων τῶν ἐπακτῶν βραδύτερον, ἢ συμβαίνεισι κατὰ τὴν τῆς σελήνης Φορὰν· βέλτιον γὰρ ἔδοξε βραδύνοντας λογίζεσθαι τὴν πανσέληνον μετὰ τὴν ἀληθῆ παντέληνον, ἢ σπεύδοντας ἄγειν ταύτην πρὸ τῆς ἀληθῆς, καὶ τὴν τῆ Πάσχα ἑορτὴν ἐκτελεῖν ἐπομένως πρὶν ἢ γενέσθαι τὴν πανσέληνον· ἀντὶ ὅτι τὰς ἐπὶ τῆ τριακοσιοστῇ εἰκοστῇ ἔτης ἐπακτὰς, καὶ τῇ πεντακοσιοστῇ πεντηκοστῇ ἔτει ἀπένεμαν, καὶ ὅν χρόνον συνέβη διὰ τὴν τῆς σελήνης προέμπτωσιν ἑκαίδεκα ὥραις θᾶττον τὰς νεομηνίας γενέσθαι, ἢ πρότερον, ἥτοι ἐπὶ τῆ τριακοσιοστῇ εἰκοστῇ· τὴν ἐναλλαγὴν μέντοι, ἢ ἐξίσωσιν τῶν ἐπακτῶν ἐπὶ τῶν ἑκατοσῶν ἑτῶν γίνεσθαι βυλόμενοι, διὰ τὸ γνωριμώτερα εἶναι ταῦτα τῶν ἄλλων, καὶ ἑκατέρωθεν δεκτικὰ προεμπτώσεως λέγω καὶ μετεμπτώσεως, λαβόντες τὸ πεντακοσιοστὸν ἔτος οἰονεὶ κρηπίδα ἢ ἀρχὴν, τὰς τε κατὰ τὴν P σειράν τῷ τῷ προσκληρώσαντες ἐπακτὰς, ἢ ἀνὰ τριακοσίους ἔτεσι τὴν σεληνιακὴν προέμπτωσιν λογιζόμενοι, ἀπὸ τῆς ἐφεξῆς ἐπὶ τῶν λοιπῶν γίνεσθαι βύλονται τὴν ἐναλλαγὴν τῶν ἐπακτῶν, ἢ ἐξίσωσιν, ἀμέλειτοι ἐπὶ τῇ ὀκτακοσιοστῇ, ἐπὶ τῇ χιλιοστῇ ἑκατοστῇ, ἐπὶ τῇ χιλιοστῇ τετρακοσιοστῇ, ἢ ἐφεξῆς ὁμοίως· τῆς χάριν ἡ P σειρά μέχρι τῇ ὀκτακοσιοστῇ ἐνομιάθῃ παρασατικῇ τῶν ἐπακτῶν, ἀπὸ τῆς δὲ μέχρι τοῦ χιλιοστῇ ἑκατοστῇ ἢ a, μετ' ἣν ἢ b, ἢ ἐπομένως ἢ c, ἥτις ὑπῆρξεν ἂν ἐν χεῖρει ἀπὸ τῇ χιλιοστῇ τε-

τριακοσίους μέχρι τῆ χιλιοῦς ἑπτακοσίους· ἀλλὰ
 τῆς τῆ καλανδαρίᾳ ἐπανορθώσεως γενομένης κατὰ τὸ
 χιλιοσὸν πεντακοσίουσὸν ὀγδοηκοσὸν δεύτερον, καὶ ἡμερῶν
 δέκα τῷ Ὀκτωβρίῳ μηνὸς ἐκκοπεσῶν, ὅτε δὴ κύκλος μὲν
 σελήνης ἦν ε'. ἐπακταὶ δὲ ἕξ, μετέπεσον καὶ αὗται
 τῇ τῶν ἡμερῶν μεταπτώσει εἰς τὰς εἰκοσιέξ· λο-
 γισθείσης γὰρ τῆς ε'. Ὀκτωβρίῳ ιε'. ἐλογίσθη ἐπο-
 μείως καὶ ἡ ιξ'. καὶ ἦν ἡ νημησία τῷ μηνὸς τέ-
 τε καὶ κξ'. ταύτῃ δὲ προσκειμένων ἐπακτῶν XXVI, με-
 τέπεσε καὶ ὁ χαρακτὴρ ἔτι εἰς τὸ τῆς νημησίας
 εἶναι σημαντικός· διὸ ἐν χρήσει ἐγένετο ἡ ἐπὶ τῷ
 ὀλικῷ κανονίῳ τὸ D ἔχουσα προσκείμενον σειρὰ· ἐν
 αὐτῇ γὰρ κεῖται ὁ XXVI ὑπὸ τὸν VI κύκλον με-
 τὰ δέκα σειρὰς ἦτοι c, b, a, P. N. καὶ ἐφεξῆς·
 καὶ διήρκεσεν ἂν αὕτη ἡ σειρά μέχρι τῷ χιλιοσῷ ἑπ-
 τακοσίους· τῷ γὰρ τῷ ἔτι ἔδει κατὰ τὰ ἐξ
 ἀρχῆς ὑποτεθέντα ἐναλλαγὴν καὶ μετάβασιν γενέ-
 σθαι τῶν ἐπακτῶν· ἐπεὶ μὲντοι ἤρξαντο ἐκ τῷ πεν-
 τακοσίους, δέον ἀρξάσθαι ἐκ τῷ πεντακοσίους πεν-
 τηκοῦς, πρὸς δὲ καὶ τὴν τῆς ἡμέρας παραλλαγὴν
 ὑπέθετο γίνεσθαι ἐν τριακοσίοις ἕτεσιν, ὅπως γὰρ ἐν
 πλείουσιν εὐρίσκεται, ἦτοι ἐν τριακοσίοις δυοκαίδεκα
 μετὰ ἡμίσεως, ἅτινα δυοκαίδεκα μετὰ ἡμίσεως ἐν
 διασέματι διακοσίων ἑτῶν πρὸς τοῖς χιλίοις, ὅσα
 δὴ ἀριθμῶνται, καὶ ἀπὸ τῷ πεντακοσίους μέχρι τοῦ
 χιλιοῦς ἑπτακοσίους συμπληρῶσιν ἔτη πενήκοντα,
 ἵνα μὴ ἐν ἐλάττωσιν, ἢ προσήκει, ἕτεσι ποιήσωσι τὴν
 μετάβασιν, ὁρμήσαν ἐπὶ τῷ χιλιοσῷ ἑπτακοσίους ἐ-
 λογισαίτο πρὸς ἐμπτώσιν· ἀλλ' εἰσάν ταύτην λογι-

ᾠησομένην μετὰ ἑκατὸν ἔτη, ἦτοι ἐπὶ χιλιοσῷ ὀκτακοσιοσῷ· τῷ δὲ χιλιοσῷ ἑπτακοσιοσῷ κατὰ τὰ σφίσιν συγκείμενα μεταπεσόντος ἐκ βισέξτε εἰς κοινόν, μετέπεσον καὶ αἱ ἑπακταὶ διὰ τὴν τῆς ἡμέρας ἀφαίρεσιν, καὶ ἀντὶ τῆς D εἰληπται ἡ C σειρά, διαρκέσουσα κατ' αὐτῆς ἄχρι τῆς χιλιοσῷ ἑνακοσιοσῷ· ἐπὶ γὰρ τῷ χιλιοσῷ ὀκτακοσιοσῷ ἐξίσωσις γενήσεται, αἱ αὐταί τε μενῶσιν ἑπακταί· δείξαι γὰρ ἀνιέναι τὰς ἑπακτὰς διὰ τὴν τῆς σελήνης προέμπτωσιν, κατίεναι δὲ πάλιν διὰ τὴν τῆς ἔτους μετέμπτωσιν, ὅτι κοινὸν ἀντὶ βισέξτε λογισθήσεται· ἐν δὲ τῷ χιλιοσῷ ἑνακοσιοσῷ, εἰ ἢ ἡδεμία εἶσαι τῆς σελήνης προέμπτωσις, ἐπεὶ μέντοι λογισθήσεται ὁ βισέξτον τὸ ἔτος ἐκεῖνο, ἀλλὰ κοινόν, γενήσεται τῶν ἑπακτῶν πρὸς τὰ κάτω μετάβασις, ἢ ἀντὶ τῆς C εἶσαι ἐν χρήτει ἡ B σειρά· τῷ δισχιοςῷ ὁμοίως ἢ ἂν εἴη προέμπτωσις, ἀλλὰ δὴ ἡδὲ μετέμπτωσις, βισέξτον γὰρ· ὅθεν ἡδεμία εἶσαι μετάβασις κατὰ τὰς ἑπακτὰς, ἢ τὰς σεράς· τῷ δισχιλιοςῷ ἑκατοσῷ εἶσαι ἐξίσωσις, καὶ τῆς αὐτῆς σειράς χρήσις· γενήσεται γὰρ προέμπτωσις ὡς ὄντος τριακοσῷ ἀπὸ τῆς χιλιοσῷ ὀκτακοσιοσῷ, ἢ μετέμπτωσις διὰ τὴν εἰς κοινόν ἐκ βισέξτε μετάπτωσιν τῷ δισχιλιοςῷ διακοσιοσῷ εἶσαι μετέμπτωσις, ὁμοίως δὲ ἢ τῷ δισχιλιοςῷ τριακοσῷ ἀντὶ βισέξτων κοινῶν λογισθησομένων, τῷ δὲ δισχιλιοςῷ τετρακοσιοσῷ βισέξτῳ λογισθησομένῳ ἢ εἶσαι μετέμπτωσις· τὸν αὐτὸν τρόπον τὴν τῶν σειρῶν θηρῶνται ἐναλλαγὴν καὶ πρὸς τῶν λοιπῶν ἀρρίθως, ἢ τὸ ὑπὸ ὁ

[illegible]

ψεσι συνεῶσι κανόνιν ἐν ἐκάσῃ τριακοσαετηρίδι λο-
γιζόμενοι τὴν σεληνιακὴν προέμπτωσιν· μετὰ δὲ δι-
σχιλία τετρακόσια ἔτη, ἢ ἐπὶ τῷ δισχιλίῳ τετρακο-
σίοσῃ, ἀλλ' ἐπὶ τῷ δισχιλίῳ πεντακοσίοσῃ ταύτην ποιεῖ-
σι διὰ τὰ παρορώμεια $12 \frac{1}{2}$ ἔτη, ἅπερ ἐν τοσούτῳ
χρόνῳ εἰς ἑκατὸν συνάγοντο· καὶ ἵνα συνελὼν εἰπω,
ἥνικα τὸ ἔτος ἐκ βισέξτου μεταπίπτει εἰς κοινόν, καὶ
ἡδεμία ἐστὶ τῆς σελήνης προέμπτωσις τῇ κατωτέρᾳ,
ἥνικα δὲ βισέξτον λογίζεται, συμβαίνει τε προέμπ-
τωσις, τῇ ἀνωτέρᾳ χρησίῳ σειρᾷ· ἥνικα δὲ συμβῇ
ἑκάτερον, ἥτοι τῷ τε ἔτῳ ἐκ βισέξτου εἰς κοινόν με-
τάπτωσις, καὶ σεληνιακὴ προέμπτωσις, ἡ αὐτὴ ἔσαι
αὐτοῖς ἐν χρίσει σειρᾷ, ἔσαι γὰρ τότε ἐξίσωσις.

Πρόβλημα ιε'.

Τῷ ἔτῳ δοθέντι τὰς ἑπακτὰς εὑρεῖν κατὰ τὰς
δυτικές.

Εὐρεθήτω α'. ἐν τῷ προεκτεθέντι κανόνῳ ἡ
σειρὰ τῶν ἔτων, ἐν οἷς περιέχεται καὶ τὸ δοθέν ἔτος·
β'. οὐ οἱ κύκλοι τῆς σελήνης τῷ αὐτῷ· γ'. ἐπὶ τῷ
ἑλικῷ κανόνι τῶν ἑπακτῶν ζητηθήτω τίς χαρακ-
τὴρ τῆς σειρᾶς ταύτης συντρέχουσιν οἱ τῆς σελήνης
κύκλοι, καὶ ὅτις ἔσαι τῶν ἑπακτῶν παρασατικός· οἷον
ἐπὶ τῷ ἐνεῶτος ἔτους αψοό'. ὄντων ἐν χρίσει κατὰ
τὰς δυτικές τῷ η'. κύκλῳ σελήνης, σειρᾷς δὲ τῆς
C, ἐπεὶ ἐπ' αὐτῆς τῆς σειρᾶς συντρέχει ὁ η'. κύκλος

τῆς σελήνης τῷ XXVIII χαρακτῆρι, εἴκοσι ἢ ἑκτὼ ἔσονται ἐπὶ τῷδε τῷ ἔτῳ ἐπακταί, ἢ ὁ χαρακτὴρ ἔτος ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων τῶν ιεμερνιῶν παρασατικός.

Πρόβλημα 15'.

Εἴπερ ὑγιῶς ἔχει ἡ ἐπανόρθωσις αὕτη.

Καὶ ταῦτα μὲν ὁ τῆς πρεσβυτέρας ῥώμης Πάπας, ἢ οἱ δυτικοὶ τὰ οἰκεῖα κατὰ τὰ σφίσιν αὐτοῖς δοκῶντα ἐπανορθόμενοι· ὁ μὲντοι γε καὶ τὴς ἀνατολικῆς ἀρεσκομένους τῆτοις ἔσχον, ἕτε μὴν εἰργοντάς· ἀλλ' ὥς περ ἐν πλείστιν ἄλλοις διαφωνῶσιν, ἕτω ἢ ἐν τῇ τῶν ἡμερῶν ἀπαριθμήσει διενηνόχασιν· ὁ γὰρ τῆς νέας Ῥώμης ἀρχιεπίσκοπος, ἢ οἰκουμενικὸς Πατριάρχης Ἰερουσάλας μετὰ Σιλβέστρου τῷ Πάπα, ἢ Πατριάρχῃ Ἀλεξανδρείας γράμμασιν ἀπανταχῇ τὸν δυτικὸν σὴλιτεύσας νεωτερισμὸν ἀπειρῶξε τῆς οἱ πειδομένους συννεωτερίζειν τοῖς δυτικοῖς· ἔξῃσι τῷ βυβλομένῳ ἐντυχεῖν τοῖς γράμμασιν ἐν τῷ τόμῳ τῆς Ἀγάπης σελιδὶ φλή· ὅπερ ἅ τις τυχὸν ἐκείνων ἢ μωμήσαιοτο λέγων, ὥς ἔμᾶλλον τοῖς ἐκκλησιαστικῶς ἀποφαινομένοις, ἢ τοῖς ἀξρονομέσιν προσήκει τὰ τοιαῦτα ὀρθίζειν, ἢ ἀποφαίνεσθαι· ἀλλ' ἡμεῖς τῆτοις ἑάσαντες χαίρειν, πρὸς τῆς πυνθανομένης, πότερον ἢ κατ' ἐκείνης ἐπιδιόρθωσις ἔχεται ἀκριβείας, ἢ δεῖται καὶ αὕτη ἑτέρας ἐπανορθώσεως, τὸν λόγον τρέψωμεν· πρὸς ὅς ἐστιν ἡ ἐκείνη, ὅτι καίτοι

τὰ ὑπὸ τῶν νεωτέρων περίτε τῆς Ἰσημερίας, καὶ
 τῶν τῆς σελήνης κύκλων ἀστρονομόμενα προσεγγίζει
 τῇ ἀληθείᾳ, καὶ μᾶλλον συνωδᾷ, ἢ τὰ τῶν ἀρχαιοτέ-
 ρων τοῖς φαινομένοις εὐρίσκεται, ἔ μέντοι γε παν-
 τάπασιν ἔχεται ἀκριβείας, ἡδὲ ἐκτὸς ἀπάτης τὸ
 σύνολον ἢ ἐπιδιόρθωσις αὐτῇ καθέστηκεν· δύο γὰρ
 ἡσῶν τῶν ἐξισώσεων, τῆς μὲν ἡλιακῆς καὶ ἑκάστην
 τετρακοσαετηρίδα, ὡς εἴρηται, τῆς δὲ σεληνιακῆς
 καὶ ἑκάστην τριακοσαετηρίδα, ἡδετέρα τῶν τυγ-
 χάνει τῇ ἀληθείᾳ· διαρξήδην δὲ τῆτο ἀποδεικνύντες
 κηρύττουσιν οἱ τῆς ἐπανορθώσεως ταύτης πατέρες ἐν
 τοῖς οἰκείοις περὶ τῶν συγγράμασι, καὶ ἔ δεῖται
 πολλῶν λόγων εἰς ἐλεγχον· αἴτιον δὲ ἢ περίτε τὴν
 ἡλιακὴν καὶ τὴν σεληνιακὴν φασὶν ἀοριστία· μήπω
 γὰρ ἐγνωσμένα ἀκριβῶς· τῇ μέτῳ τῆς ἑκατέρω τῶν
 φασέων κινήσεως, ἡδὲ τὰς ἐξισώσεις αὐτῶν ἀκριβῶς
 γενέσθαι δυνατόν· ταῦτ' ἄρα ἐν μέτῳ παρέντες τὸ
 ἐν τοσούτοις, ἢ τοσούτοις ἔτεσι χρῆναι τὰς ἐξισώσεις
 γίνεσθαι, καὶ τοῖς μεταγενετέροις τῶν ἀστρονόμων τὴν
 περὶ τῶν ἀναθέντες ἀκριβετέραν ἐρευναν, ὁμολο-
 γῶσι μὴ εἶναι ἀκριβῆ τὴν ἐπανόρθωσιν, καὶ δυσχερὲς
 δὲ τῆτο ἡγνῆται, ἡδὲ πόνον πολλὸν δεόμενον· εἰ γὰρ
 ποτὲ περὶ τὴν ἡλιακὴν κίνησιν δεῖσῃ, διὰ πλεονασμὸν ἡ-
 μέρας, ἢ ἑλλειψιν, ἐπανορθώσεως, ἔξεσι προτιθέ-
 ναι ταύτην ἐν τῷ τῶν κοινῶν ἔτων, ἢ ἀφαιρεῖν ἐκ-
 τινος τῶν βισέζτων· εἶδὲ καὶ περὶ τὴν σεληνιακὴν
 ῥάδιον μεταβαίνειν ἀπὸ μιᾶς σειρᾶς ἐφ' ἑτέραν τῶν
 ἐπακτῶν σειρᾶν εἴτε ἀνωτέραν, εἴτε κατωτέραν,

ὥς περ ἂν ἡ χεῖρα ἀπαιθήσειε, ἢ ἡ σεληνιακὴ συμβαίη μετάβασις.

Πρόβλημα ιζ'.

Τὴν τοῦ σωτηρίου Πάχα ἡμέραν, καὶ τὰς τούτου ἐξημμέας ἑορτὰς εὐρεῖν κατὰ τοὺς ἀνατολικούς.

Οἱ μὲν ἔν δυτικοί, δι' ὧν χρονολογικῶν συνεπύξαντο πινάκων, καὶ διὰ τῶ· ἐν τέτοις τεταγμένων χαρακτηρῶν τῶν ἑπακτῶν, τήν τε ιδ'. τῆς σελήνης, καὶ τὴν ἡμέραν τῆ Πάσχα, ἢ τὰς τέττε ἐξημμέας κατ' αὐτὰς ἑορτὰς θεωρεῖτωσαν, καὶ εἰ δοκεῖ, ἢ ἑορταζέτωσαν· ἡμῖν δὲ ἀνατολικοῖς ταῦτα γράφουσι, καὶ τὸ αἷτιον τῆς περὶ τὰς ἡμέρας διαφόρου ἀπαριθμήσεως κατάδηλον ποιῆσαι σπεύσασι, ὅτι ἀπο σκοπῆ ἂν εἴη περὶ τῆς εὐρέσεως τέτων κατὰ τὰς ἀνατολικὰς εἶπεν· καὶ γὰρ ἐδ' ἄλλης πραγματείας ἰδίου τὰ τοιαῦτα πολυπραγμοῦν· εἰκὸς μὲν ἢ ἄλλας μεθόδους ὑπάρχειν τοῖς πάλαι πρὸς τὸτο συντελέσας, ἢ εὐτόχως τῆ σκοπῆ γινόμενα· ἐγκρατεῖς· ἀλλ' ὁ βαρὺς, εἰμοι, τῆς δουλείας ζυγὸς, καὶ ὁ ἀτερεπῆς τῆς ἀπαιδευσίας χαμῶν, καὶ ὁ θεοσυγῆς τῶν μετῶν διωγμὸς, καὶ ταῦτα ὑφ' ὧν ἴσκει περιθάλπειν ταύτας, ἢ περιέπειν, ὅ γὰρ βέλτερον λευκότερον ἰνομῆναι αὐτῆς, μετὰ τῶν ἄλλων τῆς τε Ἀσίας, ἢ τῆς κλεινῆς Ἑλλάδος καλῶν, μινεῖν δεῖν καὶ τὰς μεθόδους

ταύτας ἐξηφάνισαν· οὐο δὲ ἔσχα καὶ με εἶδειαι καὶ εἰς ἡμᾶς διεφοίτησεν. Πατέρας μὲν διά τινων κανονίων, οἷος ἐστὶ καὶ ὁ ἐνετήσοι (β) ἐκτυπωθεὶς τροχός, ἡ δὲ λοιπὴ ἀριθμητικῶς ὑδεύουσα.

Ἀλλ' ἐπεὶ περ ἔκ ἐνι συστῆναι κανόνια ἕτως ἐντελῆτε, φημί, καὶ ἀκριβῆ, ὥς κατὰ πάντα χροῖον τυγχάνειν τάληθους, περὶ τῆς δευτέρας ἐρῶμεν· ἑπάνυτοι ἐξεθενῶντες τὰ κανόνια, ἀλλὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἑφοδὸν ὥς ἀσφαλεσέραν ἐγκρίνοντας.

Τῷ τοίνυν σωτηρίῳ Πάσχα καὶ ἀπλῶς λαμβανόμενα, ἀλλὰ σχέσει τῇ πρὸς τὸ νομικόν, τέττε δ' αὖ πρὸς τὴν ιδ'. τῷ α'. μηνός, προεργου ἂν εἴη τοῖς θρησκόμενοις τὰ τοιαῦτα, ἡ τῆς ιδ'. τοῦ α'. μηνός εὐρεσις· ἥτις γένοιτ' ἂν ἀκριβῆς δι' ἀστρονομικῆς θρησκευομένη ψηφηφορίας, ἡ ἐξ ἀστρονομικῶν ἑφημερίδων ἀκριβῶς κατεσκευασμένων λαμβανόμενῃ· εἴη δ' ἂν αὕτη ἡ μετὰ τὴν κα'. Μαρτίῃ κατὰ τὴν ἀπαρίθμησιν τῶν ἀνατολικῶν ἔσα, ἡ καὶ ταύτη συμπίπτουσα· ἐν γὰρ τῇ κα'. Μαρτίῃ ἡ ἑαρινὴ Ἰσημερία ὑπὸ τῶν ἀνατολικῶν ὑποτίθεται (γ)· ταύτης ἔν τῆς ιδ'. τῷ α'. μηνός γνωθείσης, εὐχερῶς καὶ τὸ τωτῆριον Πάσχα ἐν ποίᾳ ἡμέρᾳ κατὰ τὰ παραδοθέντα ὑπὸ τῶν θείων Πατέρων ἐορτασθῆναι προσήκει γνωθῆσεται, καὶ αἱ τῶν τῷ Πάσχα ἐξημ-

μένων ἑορτῶν ἡμέραι κατάδηλοι ἔσονται· ἀπὸ γὰρ ταύτης τῆς ἡμέρας, ὥς περ ἀπότινος ἀφειτηρίας ὁ βυλόμενος εὐρήσει τὰς ἑορτάς, ὁπιθ' ὁδομῶν μὲν τὰς πρὸ τῆς Πάσχα, ἐπὶ δὲ τὰ πρόσω χωρῶν τὰς μετὰ τὸ Πάσχα, ναὶ μὴν καὶ ὅσα ἄλλα τέττε ἐξηγή-
 τηται· οἷον ἐπὶ τῆς ἐνεσῶτος ἔτους ἀποεῖ. ἐπεὶ κα-
 τὰ τὰ Ὡρολόγια, καὶ Συνόψεις, καὶ τὰ ἀνὰ χεῖρας
 τῶν πολλῶν Καλενδάρια τῇ δωδεκάτῃ τῆς Ἀπριλίου
 τὸ ἅγιον Πάσχα ἑορταδῆσεται, ἔσαι καὶ τὰ ἐξῆς
 σημειώμενα τῇ πρώτῃ ὑποθέσει συνάδοντα, γινο-
 μένης ὥς εἴρηται τῆς ἐπαριθμήσεως· ἀπὸ γὰρ τῆς
 προηγουμένης ἡμέρας ἦτοι τῆς ια'. Ἀπριλίου πρὸς τὰ
 ἄνω ἡμέρας ἐβδομήκοντα, εἴτην ἐβδομάδας δέκα
 ἀριθμήσαστις, ἐπεὶ ἡ ὁ. συμπίπτει τῇ α'. Φεβρου-
 αρίου, κατὰ ταύτην εὐρήσει τὴν ἀρχὴν τῆς τριωδίου·
 κατὰ δὲ τὴν ιε'. τῆς αὐτῆς μηνὸς τὴν κυριακὴν τῆς
 ἀποκρίου, κατὰ δὲ τὴν κβ'. τὴν τῆς τυροφάγου, καὶ
 κατὰ τὴν κγ'. τὴν ἀρχὴν τῆς τεσσαρακοστῆς· ἀπὸ
 δὲ τῆς κβ'. Φεβρουαρίου, ὥς ἐπὶ τῆς προκειμένης ὑ-
 ποδείγματος τριάκοντα καὶ δύο ἡμερῶν ἀριθμημέ-
 νων, τοσαύτας γὰρ αἱ ἀπὸ τῆς κβ'. Φεβρουαρίου
 μετὰ τῶν 25, Μαρτίου συμπληρῶσιν, εἴτην ἐβδομά-
 δων τεσσαρῶν καὶ Ἰσαριθμῶν ταύταις ἡμερῶν, καὶ
 τοσάτων ὅσων τῶν ἀπὸ τῆς κυριακῆς τῆς τυροφά-
 γου μέχρι τῆς τετάρτης τῆς ε'. ἐβδομάδος, ἦτοι
 ἐβδομάδων τεσσαρῶν καὶ ἡμερῶν τεσσαρῶν ἔσαι ἡ
 τῆς εὐαγγελισμῶ ἑορτῇ τῇ τετάρτῃ τῆς ε'. ἐβδομά-
 δος τῶν νηστῶν.

Τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἐπὶ τὰ κάτω εἰς χωροίη· ἐπεὶ περ ἡ κα'. Μαίε, ἀπὸ τῆς ιβ'. τῆ Α'· πριλλίε τῆς ἀπαριθμήσεως γινομένης, εὐρίσκεται μ'. ἡ δὲ λα'. ν'. ἡ δὲ ζ'. Ἰωνίε, νζ'. τῇ μὲν κα'. Μαίε ἡ ἐορτὴ τῆς ἀναλήψεως, τῇ δὲ λα'. τῆ αὐτῆς ἡ τῆς πεντηκοστῆς, τῇ δὲ ζ'. Ἰωνίε ἡ τῶν ἁγίων πάντων προσκληρωθήσεται.

Μεταξὺ δὲ τῆς ζ'. Ἰωνίε, καὶ τῆς κδ'. μιᾶς καὶ εἴκοσι ἡμερῶν περιεχομένων τοσαύταις ἡμέραις ἡ τῶν ἁγίων ἀποστόλων νηεὶα προσδιοριθήσεται.

(γ) Σχόλιον.

Ὅτι ὁ τῆς Ἰσημερίας ἀποδορισμὸς τοῖς τε πάλαι, καὶ τῶν ἀνατολικοῖς ἐκ ἠγνόηται, ἔξωθεν ἰδεῖν παρὰ Ματθαίῳ τῷ Βλας. ἐν τῷ περὶ τῆ Πάσχα φιλοποιήματι, καὶ τῷ Γρηγορίῳ καὶ ἄλλοις, ἐξ ὧν καὶ οἱ δυτικοὶ τὰς ἀφορμὰς εὐληφότες φαίνονται· ἐν δὲ τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις καὶ ὑπ' αὐτῆς μαρτυρεῖται τῆς αἰσθήσεως· ἀλλ' ἔδει οἶμαι τῶν νῦν ἐχόντων ἀλόγως ἂν αὐτὰς αἰτιάσαιτο, ὡς παροῶντας τῆτον καὶ μὴ ἀνακρίνοντας, καὶ ταῦτα ἃ μικρὸν πρὸς εὐρεσιν τῆς τῆς ἁγίας Πάσχα ἐορτῆς συμβαλλόμενον· μέγα γὰρ αὐτοῖς τοσόντον χρόνον ὑπὸ τὸν τῆς ὁσλείας τελευσὶ ζυγὸν καὶ τῆς Ἰσημερίας ἐνὶ ἐπαίῳ οὐράτος, πολλὰ γε καὶ δεῖ ὑψηλοτέρων ἀπτεῶν ζητημάτων, πολλὴν μὲν οἰκονομικῶν ἐχότων τὴν οὐσχεῖσαν, ἀνευμικῶς δὲ ἐχο-

μένων θεωρίας, καὶ μαθηματικῆς ἀποδείξεως· ἡ συνόδος συγκροτεῖν, καὶ συνοδικῶς ἀνακρίνεν τὰ συνοδικῶς ἀνακριθῆσόμενα· ὅσοι δὲ τῶν ἀμαθῶς δισχυρίζονται, ὅτι ἀμετάπτωτος ἡ Ἰσημερία ἀπὸ τῆς κα΄. Μαρτίου, καὶ ὁ ἐπὶ ταύτης σφαιγμὸς δόγμα συνοδικόν, καὶ πατρικὸν ἀπαράβατον παραιτητέοι, ὡς ἔθεν ὑγιᾶς λέγοντες· ἔγὰρ ἀστρονομικῶν ἐνεκὲν ζητημάτων οἱ Θεσπέσιοι ἐκεῖνοι πατέρες ἐν νικαίᾳ συνήχθησαν· ἀλλὰ κατὰ τῆ ἀδικίαν εἰς ὑψος λαλήσαντος, καὶ κατὰ τῆς τῆ σωτῆρος ποιήσεως λυτήσαντος εὐσεβοφρόνως συνέδραμον.

Καὶ δὴ τὰ περὶ τῆς θείας λόγου λίαν εὐσεβῶς δογματίσαντες, ἵνα καὶ τὴν ἐν τῇ ἐκκλησίᾳ ἀναφύεσαν διαφωνίαν πρόρριζον ἐκτέμωσι, καὶ συμφωνίαν καὶν τῷ τῷ τῆς ἐκκλησίας πληρώματι βραβεύωσι, τῇ μετὰ τὴν τεσσαρεσκαίδεκάτην τῆ πρώτου μηνὸς κυριακῇ τὴν πάνσεπτον ταύτην ἐθέσπισαν τελεῖσθαι ἑορτήν, ἀποστολικαῖς ἐπόμενοι παραδόσεσι, καὶ ταῖς μωσαϊκαῖς περὶ τῆς α΄ μηνὸς σαιχούντες διαταγαῖς· κατὰ δὲ Μωσῆν, καὶ τὰς τὰ ἐκείνου συνιέντας καλῶς, πρῶτος μὲν ἐστὶν, ἢ ἡ ιδ΄. τῇ Ἰσημερίᾳ συμπίπτει ἡμέρα, ἡ ταύτη ἐπεται, ἥτις ποτ' ἂν ᾖ, ἔχει δ' ὠρισμένως ἡ εἰκοστὴ πρώτη τοῦ Μαρτίου μηνός· καὶ ὑπ' ἑδενὸς τῶν θείων πατέρων Ἰσημερίᾳ αὕτη ἡ ἡμέρα ἀπαράβατως διώρισαι, ἀλλ' εἴληπται τότε τοιαύτη, ὡς ἐν τοῖς τότε χρόνοις ἐν αὐτῇ τῆ ἡλίου τὸ ἑαρινὸν σημεῖον διηππεύοντος.

Πρόβλημα. ιη'.

Τῆς ἡμέρας τοῦ τριωδίου δοθείσης, τὸ ἑωδιὸν
Εὐαγγέλιον, καὶ τὸν ἦχον τῆ τριωδίου
εὐρεῖν.

Εὐρεθῆτωσαν α'. αἱ ἀπὸ τῆς κυριακῆς τῶν ἁγίων πάντων τῆ προηγησαμένης ἑτας ἡμέραι ἄχρι τῆς τῆ τριωδίου κυριακῆς τῆ ἐνισταμένης ἑτας, καὶ ὁ τῶν ἀριθμὸς διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν ἑπτὰ ἀριθμὸν, ἵνα γνωθῇ ὁ τῶν εβδομάδων ἀριθμὸς, ὃ πάλιν ἐπὶ τὸν ἑνδεκα διαιρεθὲν γινώσκεται τὸ ἑωδιόν· ἐὰν γὰρ ᾗτοι ἕδεν, ἢ μονὰς ἐναπολειφθῇ ἐπὶ τῆς διαιρέσεως, ἔσαι α'. ἑωδιόν· εἰδὲ ἐναπολειφθῇ ἄλλός τις τῶν ἀριθμῶν, αὐτὸς ἔσαι τῆ ζητούμενης ἑωδιῶν Εὐαγγελίῃ παραστατικὸς οἷον ὁ 2, τῆ β'. ὁ 3 τῆ γ'. καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως.

Β'. ῥεθῆτωσαν αἱ ἀπὸ τῆς κυριακῆς, τῆς μετὰ τὴν τῶν ἁγίων πάντων, ἡμέραι ἄχρι τῆς τῆ τριωδίου, καὶ ὁ τούτων ἀριθμὸς διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν ἑπτὰ, τὸ δὲ πηλίκον ἐπὶ τὸν ὀκτὼ, καὶ ἔσαι ὁ ἦχος κατὰ ὁδὸν· ἐὰν γὰρ ᾗτοι μηδὲν, ἢ μονὰς ἐναπολειφθῇ, ἔσαι ἦχος α'. εἰδὲ ἄλλος τις τῶν ἀριθμῶν τῆ ἦχος ἔσαι σημαντικὸς· ἐπεὶ τῇ τῶν ἁγίων πάντων κυριακῇ, ἑωδιὸν μὲν α'. ἦχος δὲ πλ. δ'. αἱ περὶ τῆς κείνης οἷον ἐπὶ τῆ αὐτῆς ἑτας αψοε'. ἐν ᾧ ἄρχεται τὸ τριωδιὸν Φεβρουαρίου α'. ἔσαι ἑωδιὸν α'. καὶ ἦχος α'. ἀπὸ γὰρ τῆς ιε'. Ἰουνίου, ᾗτοι τῆς κυ-

Περὶ Ἐποχῶν.

Περὶ τῇ, ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἀπαριθμήσεως τῶν ἐτῶν
κατὰ Βυζαντίους.

Πρώτη πασῶν τῶν ἄλλων ἐποχῶν νομίζεται, ἡ τῇ
ἀρχῇ τῆς τῆ παντὸς συστάσεως συμπιπτεσα· ἐξ ἧς
τὰ ἔτη ἀριθμῆμενα, ἀπὸ κτίσεως κόσμου, ἢ ἀπὸ
Αἰδὰμ λέγεται· ἀλλ' ἔμικρά περὶ ταύτης τοῖς χρο-
νολογῶσιν ἢ διαφωνία ὑπάρχει, ἔμόνον πρὸς Ἰουδαίους,
ἀλλὰ καὶ πρὸς ἀλλήλους τῶν χριστιανῶν διαφωνούντων·
περιττέον ἡμῖν ὡς ἐν συντετμημένως τὰς ἀξιολογω-
τέρας ἐκθέσθαι δόξας, καὶ τῇ Ἰουλιανῇ περιόδῳ παρα-
βλητέον, ὡς ἔδος τοῖς νῦν τὰ χρονολογικὰ πραγ-
ματευομένοις.

Α'. Δόξα.

Κατὰ Βυζαντίους.

Κατὰ μὲν ἐν τὴν πρώτην δόξαν, ἐκ καλειδῶν
Σεπτεμβρίων λαμβανομένης τῆς ἀρχῆς, ἀριθμῶνται
ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἄχρι τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτη
795· ἐννεήκοι· τα πέντε πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις· ἄχρι δὲ τῆς
Σωτηρίας ἐποχῆς ὀκτὼ πρὸς τοῖς πεντακισχιλίοις καὶ
5508· πεντακοσίοις· ταύτην οἱ νεώτεροι καλεῶσιν ἐποχὴν πο-
λιτικὴν τῶν Γραικῶν, ἢ Βυζαντικὴν· ὅτι δὲ ἐκ ἑ-
στὴν ἐποχὴν κυρίως αὕτη, ἀλλὰ μᾶλλον περιόδους τεχ-

νική εἴρηται πρότερον· ἢ κατὰ ταύτην· οἱ τὰ σκῆπτρα τῆς νέας Ῥώμης κατεσχηκότες τὰ ἔτη εἰσμάχων, ὡς ἔστιν ἰδίῳ ἐν ἄλλοις τε, ἢ ἐν τῷ τόμῳ τῆς ἐνώσεως, τῷ γενομένῳ ἐπὶ Κωνσταντίνῃ ἢ Ῥωμαῖν·
 η καὶ λοιπὸν ἀποφαινόμεθα κοινῇ γνώμῃ ἢ κρίσει,
 η ἀπό γε τῆ παρόντος ἔτους, ὃ ἐστὶν ἑξάκις χιλιοσόν,
 η τετρακοσιοσὸν εἰκοσὸν ὀγδοόν, ἐπινεμήσεως ὀγ-
 η δόης τέταρτον γάμον μηδὲν τολμᾶσαι, ἀλλ' εἶ-
 η ναι ἀπόβλητον παντελῶς.

Πόρισμα. Α'.

Ἐξ ὧν συνάγεται α'. ὡς εἶγε, τῆ ἀπὸ κτίσεως κόσμου, κατὰ τὴν ἀνωτέρω δόξαν δοθέντος, ὁφαιρεθῇ ὁ 795, ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτων ἔσαι παρασατικός· εἶδ' ἐπροσεθῇ τῆτοις τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου, κατὰ τὴν δόξαν ταύτην· οἷον τῆ παρόντος ἔτους ὃ ἐστὶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς χιλιοσὸν ἑξακοσιοσὸν ἑβδομηκοσὸν πέμπτον, ἀπὸ δὲ κτίσεως κόσμου ἑξακισχιλιοσὶν διακοσιοσὶν ὀγδοηκοσὶν τρίτῃ λογιζομένῃ, εἴτις ἀφέλη τὸν 795 ἀπὸ τοῦ 7283, ὁ ἐναπολειπόμενος ἀριθμὸς 6488 τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτων ἔσαι δηλωτικός· τῆτέσι τὸ 7283 τῆς ἐποχῆς 6488 ἔσαι τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου.

Πόρισμα. Β'.

Β'. Ὅτι ἐπὶ τὸ ἀπὸ κτίσεως κόσμου πεντακισχιλιοσὸν πεντακοσιοσὸν ἑνᾶτον σύμμορον ἐστὶ τῷ 550

Σωτηρίῳ ἐποχῇ, δοθέντος τῆ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτους, ἐάν τις ἀφ᾽ ἐλὼ τὸν 5508 ἀριθμὸν, ἔξει τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίῳ ἐποχῆς, ἐὰν δὲ τῆτοις προσθεῖη τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου· ὅπως εὐρίσκεται τὸ μὲν ἑπτακισχιλιοστὸν διακοσιοστὸν ὀγδοηκοστὸν τρίτον ἔτος τῆς ἐποχῆς εἶναι χιλιοστὸν ἑπτακοσιοστὸν ἑβδόμηκοστὸν πέμπτον ἀφαιρεμένου δηλ. τῆ 5508 ἀπὸ τῆ 7283, τὸ δὲ παρὸν ἔτος εἶναι ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἑπτακισχιλιοστὸν διακοσιοστὸν ὀγδοηκοστὸν τρίτον προσδεμένου τῆ 5508 τῷ 1775.

Β'. Δόξα.

Κατὰ τῆς Ἱστορικῆς Ἑλληνικῆς.

Κατὰ τὴν β'. δόξαν ἀριθμῶνται ἀπὸ κτίσεως κόσμου, ἄχρι μὲν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτη ὀγδοή-
 787. κοντα ἢ ἑπτὰ πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις· ἄχρι δὲ τῆς
 5500. Σωτηρίῳ ἐποχῆς πεντακόσια πρὸς τοῖς πεντακισχι-
 λίοις· ταύτης τῆς δόξης πατὴρ ὁ Ἀφρικανὸς, ὃ πα-
 ρακολαθῆσι Νικηφόρος ὁ πατριάρχης, ἢ Γεώργιος
 Μοναχός· αὕτη ὑπὸ τῶν νεωτέρων καλεῖται Αἰθιο-
 πικὴ, κοινότερον μὲν τοι ἐποχὴ ἱστορικὴ τῶν Γραικῶν
 λειπομένη τῆς πολιτικῆς ὀκτὼ ἔτεσι.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων ἔπεται ὅτι προσδεμένου τὸν 787 τοῖς ἐροθεῖται ἔτεσι τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, εὐρεθεῖη

ἂν τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη κατὰ Ἀφρικαιὸν, ἢ ἀφαιρεθέντος τῷ ἀριθμῷ τέττα ἀπὸ τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου; γνωσθεὶν ἂν τὰ τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου· ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπ' αὐτῆς πεντακισχιλίον πεντακοσίων συμπίπτει τῷ ἔτει τῆς θείας σαρκώσεως, ῥαδίως ἄντις ἀγάγοι τὰ ἀπ' αὐτῆς ἔτη εἰς τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς, καὶ τῷ μπαλιν.

Γ'. Δόξα.

Κατὰ Ἀλεξανδρεῖς.

Ἡ δὲ τρίτη δόξα, ἥτις φέρεται ἐπὶ Πανόδωρον Μοναχὸν τὴν κθ'. τῷ Αὐγύστου μηνὸς ποιῆσα ἀρχὴν, τὸ μὲν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἑπτακοσίων ὀγδοη- 781-
κοσίων πρῶτον τῷ α'. τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου λογί-
ζεται σύνδρομον, τὸ δὲ πεντακισχιλίον τετρακοσιο-
σὸν ἐννεηκοσὸν τρίτον τῷ τῆς θείας σαρκώσεως· ἐπεὶ δὲ 5493.
ταύτην ἐπρέσβευον οἱ Ἀλεξανδρεῖς ἢ Ἀντιοχεῖς, διὰ
τοὶ τῷτο Ἀλεξανδρικῇ, ἢ Ἀντιοχικῇ τοῖς νεωτέροις
λέγεται.

Πόρισμα.

Ἐκ τέττα συνάγεται α'. ὅτι προσιδεμένου τοῦ
5493 ἀριθμοῦ τοῖς ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἔτε-
σιν, ὁ ἐξ αὐτῶν συγκείμενος ἀριθμὸς τὰ ἀπὸ κτίσε-
ως κόσμου ἔτη κατὰ Ἀλεξανδρεῖς παρίσθιν· οἷον τὸ
παρὲν ἔτος εἶναι κατὰ τῆς Ἀλεξανδρεῖς ἑπτακισχι-

λίαν διακοσιοσὸν ἑξήκοσόν ὀγδοὸν συναφθέντος.
τῇ 1775 τῷ 5493.

Β'. ἀφαιρουμένου τῇ αὐτῇ ἀριθμῷ ἀπὸ τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐτῶν κατ' αὐτῆς ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἐτῶν εἶναι δηλωτικός.

Δ'. Δόξα.

Κατὰ δυτικές.

Οἱ δὲ δυτικοὶ ἔμια τινὶ ἀπαριθμῆσαι κέχρηται τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐτῶν· οἱ μὲν γὰρ ἀριθμοῖσιν ἔτη ἄχρι τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς τετρακισχίλια, οἱ δὲ πλείω, οἱ δὲ ἐλάττω· κατὰ μέντοι τὴν κοινοτέραν αὐτῶν δόξαν τέτταρα πρὸς τοῖς τετρακισχιλίοις ἀριθμῶνται ἀπὸ κτίσεως κόσμου μέχρι τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς· ὥστε, τὸ παρὸν ἔτος τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιοσὸν ἑβδόμηκοσὸν πέμπτον, εἶναι κατ' αὐτοὺς τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου πεντακισχιλιοσὸν ἑπτακοσιοσὸν ἑβδόμηκοσὸν ἑννατον.

Ε'. Δόξα.

Πολλὰς οἱ Ἰσδαῖοι κέχρηται ἐποχαῖς· ἡ γὰρ ἀπὸ κτίσεως κόσμου, ἡ ἀπὸ τῆς κατακλυσμῷ, ἡ ἀπὸ τῆς πυργοποιίας, εἴτην διανομῆς τῶν γλωσσῶν, ἡ ἀπὸ τῆς εἰς Αἴγυπτον καθόδου, ἡ ἀπὸ τῆς ἐκεῖθεν ἐξόδου, ἡ ἀπ' ἄλλης τινὸς τῶν ἐπισήμων, ἀριθμοῦσι

τὰ ἔτη · ἣ δὲ ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς κέχρηται χρόνοις ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐστίν, ἣτις σύνδρομος ὑπάρχει τῷ ἐνακοσιοσῷ πεντηκοσῷ τρίτῳ ἔτει τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου συμπίπτουσα τῇ ἐβδόμῃ τοῦ Ὀκτωβρίου μηνός, καθ' ἣν ἀριθμῶνται μέχρι τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἑπτακόσια καὶ ἐξήκοντα ἐν πρὸς τοῖς τρισχιλίοις· ἐπεὶ γὰρ ἀρχὴ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς εἰσὶν ἔτη τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου 4713, ἀφαιρουμένου ἐκ τούτου τοῦ 952, λείπεται ὁ 3761, ὥστε τῷ τρισχιλιοςῷ ἑπτακοσιοσῷ ἐξηκοσῷ πρώτῳ κατὰ Ἰουδαίους, ἐκινήσθησεν ὁ κύριος.

Πορίσματα.

Ἐξ ὧν συνάγεται α'. ὅτι δοθέντος τοῦ ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, καὶ τούτῳ μὲν προσθεμένου τοῦ 3761 ἀριθμοῦ, ἐξ ἐκείνου δὲ ἀφαιρουμένου τοῦ 952, ὁ ἐξαχθεὶς ἀριθμὸς τοῦ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτους κατὰ Ἰουδαίους ἔσται δηλωτικός· οἷον δεδοσθω ἔτος μὲν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς τὸ ἐνεστὸς 1775, καὶ προτεθέντῳ τούτῳ ὁ 6761, τῆς δὲ Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτος τὸ 6488, καὶ ἀφαιρεθέντῳ ἀπ' αὐτοῦ ὁ 952, ἐκατέσθωθεν ἐξάγεται ὁ 5536, τοῦ ἀπὸ κτίσεως κόσμου κατὰ Ἰουδαίους παρσαατικός ἐκ τοῦ Ὀκτωβρίου μηνός ἀρξομένου, εἶγε τὸ ζήτημα πρὸ τούτου προτίθεται, εἰ γὰρ τοῦ 1775 τῷ 3661, συναπτομένου, ὁ 5536 παράγεται ἀριθμὸς, ἐπεὶ μέντοι γε πρὸ τοῦ Ὀκτωβρίου ἡ πρᾶξις γίνεται,

πρόδηλον ὅτι σὺν τῷ κατὰ Ἰουδαίῃς ἡξάτο πεντακισχίλιον πεντακοσίων τριακόν ἐκτον ἔτος, ἀλλ' ἐτι τὸ πρὸ αὐτῆς ἐνέστηεν.

Β'. Ὅτι τῆ ἀπὸ κτίσεως κατὰ Ἰουδαίῃς δοθέντος ἔτους, καὶ τέτῃ τῆ 3761 ἀφαιρεθέντος, ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς τὸ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς παρῆσεν ἔτος, ἐν ᾧ κατὰ τὸν Ὀκτώβριον μῆνα τὸ Ἰουδαϊκὸν ἀρχεται· οἷον ἐς τὸ ἐνεστὸς ἔτος κατὰ Ἰουδαίῃς πεντακισχίλιον πεντακοσίων τριακόν, πέμπτον, καὶ ἐπεὶ ἀφαιρεμένου τῆ 3761 ἐκ τῆ 5555, ἐξαπολείπεται ὁ 1774, πρόδηλον ὅτι τὸ δοθέν κατὰ Ἰουδαίῃς ἔτος ἐν τῷ Ὀκτωβρίῳ μηνὶ τῆ χίλις ἐπτακοσίων ἑβδόμηκος τετάρτῃ ἔτος τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἡξάτο.

Περὶ Ὀλυμπιάδων.

Διάστημα τοῖς πάλαι ἡ τῶν Ὀλυμπιάδων ἐποχῇ ἐκ τῆς προσεχῆς νεμηνίας τῇ θερυνῇ τρεπῇ ἀρχομένων, σύνδεσμος ἔσται τῷ τρισχίλιον ἐνακοσίον τριακόν ὀγδόν ἔτει τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου· τῷ δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἐπτακοσίον ἑβδόμηκος ἔκτω· ἐστὶ δὲ Ὀλυμπιάς τετραετής, εἴτην σύστημα τετάρων ἔτων ἀπὸ Ὀλυμπίας πόλεως τῆς ἐν πελοποννήσῳ Ἠλείων ἐπαρχίας τὴν προσηγορίαν λαχούσα· πρῶτος γάρ Ἡρακλῆς ἔχ' ὁ Ἀλκμήνης ἢ Διὸς, ἀλλ' εἰς τῶν Ἰδαίων δακτύλων ἐν αὐτῇ τῆς Ὀλυμπιακῆς συνεστήσατο ἀγῶνας, καὶ μετ' αὐτὸν Ἰφίτος

ὁ τῶν Ἡλείων βασιλεὺς ἀνὰ τετραετίαν ἐκάστην, τῶ-
 τέσι πληρωθέντων τῶν τεσσάρων καὶ ἀχομένου τῆ
 πέμπτου τελειῶσαι τὴν ἀγῶνας διετάξαντο· περὶ ὧν
 ὁ Φησί καὶ Πίνδαρος ὁποιοῦν· ἔτ' Ὀλυμπίας φέρετε-
 ρον ἀγῶνα αὐθάσομεν· ταύταις ἔν οἱ πάλαι τῶν Ἑλ-
 λήνων ἡρίθμου τὰ ἔτη καὶ ἀπ' ἀλλήλων διέσελλον.

Πρόβλημα ιθ'.

Ὀλυμπιάδος ἢ τῶν κατ' αὐτὴν ἔτων δοθέντων, εἰς
 τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας, ἢ τὰ πρὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς
 ἔτη ἀγαγεῖν, ἢ ἀνάπαλιν.

Ἀπὸ τῆ σημαντικῆ ἀριθμῶ τῆς δοθείσης Ὀλυμ-
 πιάδος μονάδος ἀφαιρεθείσης, ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀ-
 ριθμὸς πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν 4, καὶ τῷ γινο-
 μένῳ συναφθῆτωσαν τὰ προσκείμενα ταύτῃ ἔτη, εἴγε
 τύχωσιν ὄντα, τῷ δὲ ἐξ ἀμφοῖν ἀφαιρεθῆτω ὁ 776,
 ἀριθμὸς, τοσούτοις γὰρ ἔτεσι προλαβεῖν τὰς Ὀλυμ-
 πιάδας εἴρηται τὴν Σωτηρίαν ἐποχὴν, καὶ ὁ λειπόμε-
 νος ἀριθμὸς τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτων ἴ-
 σαι παρασατινός· εἰδὲ ἐλάττων ὑπάρχει τῷ 776,
 ὁ ἀριθμὸς ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ τῷ 776, καὶ παρέξαι
 σοι τὰ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτη.

Ἐσὼ τῷ α'. ὑπόδειγμα ὃ Φησὶν ὁ Τερτυλλιανός·
 ὁ τῷ δ' ἔτε τῆς σβ'. Ὀλυμπιάδος ἐγένετο ἐκλειψις
 ἡλίου μεγίστη τῶν ἐγνωρισμένων πρότερον, καὶ τοῦ
 ὥρα ε'. τῆς ἡμέρας ἐγένετο, ὥστε καὶ ἀσέρας ἐν

„εξανῶ φαῖναι· τῇ β'. ὃ φησὶν Ἰώσηπος· Ἀλέξανδρον δὲ τεθνάναι πάντες ὁμολογῶσιν ἐπὶ τῇ ἐκατοστῇ τεσσαρεσκαίδεκάτῃ Ὀλυμπιάδῃ, ἥτοι τῇ α'. ταύτης ἔτει.

Εὐρεθήσεται τοίνυν τὸ μὲν τῆς ἐκλείψεως ἔτος σὺνδρομὸν τῇ τριακοσῷ δευτέρῳ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, τὸ δὲ τῆς τοῦ Ἀλεξάνδρου τελευτῆς τῷ πρὸ ταύτης τριακοσίου εἰκοσῷ τετάρτῳ, τῷ μετ' ἀκριβείας τὸν εἰρημένον τρόπον ἐπιλογιζομένῳ.

Ἀνάπαλιν δὲ διδομένων τῶν πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, ἡ τῶν ἀπ' αὐτῆς ἐτῶν, τὰ μὲν πρὸ ταύτης ἀφαιρεθήτωσαν ἀπὸ τοῦ 776, τοῖς δὲ ἀπ' αὐτῆς προσκειῶθω ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς, εἴτα ὁ λεπόμενος διὰ τῆς Ἀφαιρέσεως, ἡ ὁ συαγόμενος διὰ τῆς Συναφείας ἀριθμὸς διαιρεθήτω ἐπὶ τὸν 4, τῷ δὲ πηλίκῳ προσκειῶθω μονάς, ἥτις Ὀλυμπιάδῃ ἐστὶ σημευτική· ὡσαύτως καὶ τῷ ἐναπολειπομένῳ ἀριθμῷ καὶ γενήσεται ὁ μὲν ἐκ τῆς πηλίκης καὶ τῆς μονάδος τῆς Ὀλυμπιάδος, ὁ δὲ ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ καὶ τῆς μονάδος τῶν ἐτῶν ταύτης παρασατικός· προσίθεται δὲ τῷ ἐναπολείπομένῳ ἀριθμῷ διὰ τῆς διαιρέσεως μονάς σημευτικῷ ὅτι τῶν ἐτῶν· ὅτι εἰν π. χ. ἐναπολείφθη ὁ 2, τῇ β'. ἔτις ἔσαι παρασατικός αἰὲν προώτης τῆς μονάδος· τὸ μὲν τοι ἔτος ἔσαι τρίτον, καὶ γὰρ ἡ ἀρχὴ τῆς ἀπαριθμήσεως τῶν ἐτῶν λαμβάνεται ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς Ὀλυμπιάδος, ἥς εἰσι ταῦτα εἴη· τρίτον τὸν τρόπον ἐπὶ τῶν ἀνω-

τέρω ὑποδειγμάτων εὑρίσκεται τὸ μὲν πρὸ τῆς Σω-
τηρίου ἐποχῆς τριακσὸν εἰκοσὸν τέταρτον εἶναι πρῶ-
τον ἔτος τῆς ἑκατοστῆς τεσσαρακαίδεκάτης Ὀλυμπι-
άδος, τὸ δὲ ἀπ' αὐτῆς τριακσὸν δεύτερον, τέταρ-
τον τῆς διακοστῆς δευτέρας.

Περὶ τῶν ἀπὸ κτίσεως τῆς πρεσβυτέρας Ῥώμης ἐτῶν.

Ἡ ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἐποχὴ διττὴ ἔσα ἡ
μὲν Βαρονιαάνα, ἡ δὲ Καπιτολίνα λέγεται· ὑπάρχει
δὲ ἑκατέρω σύδρομος τῇ κα'. τοῦ Ἀπριλλίου μηνός·
πλὴν ὅτι ἡ μὲν Βαρονιαάνα τὸ τριτχιλιοςὸν ἑννακοσιο-
σὸν ἑξηκσὸν πρῶτον προσωκείται ἔτος τῆς Ἰουλια-
νῆς περιόδου, ἡ δὲ Καπιτολίνα τὸ ἑφεξῆς ἐκείνῳ·
ἐνθεν τοι ἡ μὲν ἔσχηκεν ἡλίου κύκλος γγ'. σελήνης
κύκλος θ'. Ἰνδικτιόνα α'. ἡ δὲ ἡλίου ιδ'. σελήνης
ι'. Ἰνδικτιόνα β'.

Πορίσματα.

Ἐξ ὧν ἐπεται· α'. ὅτι εἶγε προοδείη τις τοῖς
ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἔτεσι τὸν 3960 ἀριθμὸν, κα-
τὰ τὴν α'. δόξαν, ἢ τὸν 3961, κατὰ τὴν β'. ἔξε-
τα τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτη· ἑμπάλιν δὲ ἀπὸ
τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἐτῶν, ὁπότερον βουλη-
θεὶη τις τῶν ἀριθμῶν τέτων ἀφελῶν, τὰ ἀπὸ κτίσεως
Ῥώμης εὐρήσεται καὶ ἑκατέρω δόξαν.

Β'. Ἐπεὶ ἡ σωτήριος ἐποχὴ σύνδρομος ἐστὶ τῷ τετρακχιλίοσῳ ἑπτακοσίοσῳ δεκάτῳ τετάρτῳ ἔτε της Ἰουλιανῆς περιόδου, πρόδηλον ὅτι τῷ αὐτῷ τέτῳ ἔτε σύνδρομον ἐστὶ κατὰ μὲν τὴν α'. δόξαν τὸ ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἑπτακοσίοσεν πεντηκοσὸν τέταρτον, κατὰ δὲ τὴν β'. τὸ πρὸ αὐτῆς.

Γ'. Τῶν ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἐτῶν ἐλαττόνων ὄντων τοῦ 754, ἡ 753 ἀριθμῶ, καὶ τῶν ἀφαιρουμένων ἐκείνων χωρὶς, τὰ πρὸ της Σωτηρίου ἐποχῆς γνωσθήσονται ἔτη καθ' ἑκατέραν δόξαν.

δ'. Τοῖς ἀπὸ της Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτεσιν εἰς προσεθῆ ὁ 753, ἡ ὁ 752, ὁ ἐξ αὐτῶν ἀριθμὸς τῶν ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἐτῶν εἶναι δηλωτικός· εἶον τὸ ἐνεδὸς ἔτος αἴσοι. ὑπάρχει ὡς ὁ Βάρων πρεσβεύει δις χιλίοσεν πεντακοσίοσεν εἰκοσὸν ὄγδοον ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου βασιλέως βαβυλωνος ἐτῶν.

Η' τῆ Ναβονασάρου ἐποχῇ (α) συμπίπτει τῇ 3967. κς'. τοῦ Φεβρουαρίου μηνὸς τοῦ τρισχιλίοσῳ ἑννα-

(α) Αὕτη ἐγκρίνεται ἐπὶ πολλῶν διὰ τὸ κατ' αὐτὴν ἐπὶ τοῦ

Πτελεμαίου γινέσθαι πελλὰς ἀστρονομικὰς παρατηρήσεις.

κοσμοσού ἑξακοσού ἑβδόμου ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς
 περιόδου, τῷ δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἑπ-
 τακοσμοσού τεσσαρακοσῷ ἑβδόμου ἔχοντος ἡλίου 747.
 μὲν κύκλους ιθ'. σελήνης δὲ ιε'. Ἰνδικτιόνα δὲ ζ'.

Πρόβλημα. κ'.

Τοῦ ἀπὸ Ναβονασάρου δοθέντος ἔτους, εὑρεῖν τὸ
 ἔτος τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, ἧ διεξοδευομένου ἱ-
 κεῖνο ἤρξατο, ἔτι δὲ ἡ τὴν ἡμέραν ἐξ ἧς
 ἤρξατο.

Εἰ μὲν τὸ δοθὲν ἔτος ἔχῃ ὑπερέχει τῷ 227 ἀ-
 ριθμῷ, προσιθέσθαι τὴν δέον τὸν 3966, εἰδὲ ὑπερέχει.
 ἀπὸ μὲν τοῦ διακοσμοσῷ εἰκοσῷ ὀγδόῳ ἔτους ἄχρι τῷ
 χιλιοσῷ ἑξακοσμοσῷ ὀγδοηκοσῷ ὀγδόῳ προαθήσας τὸν
 3965, ἀπὸ δὲ τούτου ἄχρι τῷ τριτχιλιοσῷ ἑκατοσού
 τεσσαρακοσῷ ἐνάτῃ τὸν 3964, ἡ οἱ συμποσέμενοι
 ἀριθμοὶ τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτων ἔσονται δη-
 λωτικοί· οἷον εἰπεῖν τὸ μὲν ἀπὸ Ναβονασάρου ἑκα-
 τοσὸν εἰκοσὸν ἑβδόμον, ἐν ᾧ φησὶν ὁ Πτολεμαῖος
 ὅτι ἐκλεψὶν γενέσθαι τῆς σελήνης, ἥτοι τῷ ε'. ἔτετι Να-
 πολλασάρου, ἐπὶ ρηζ'. ἔτος ἀπὸ Ναβονασάρου,
 κατ' Αἰγυπτίους ἀριθμῷ ρζ'. εἰς τὴν κή. ὥρας ια'.
 ληγούσης· τούτο δὲ τὸ ἔτος ἤρξατο τῷ τετρα-
 κισχιλιοσῷ ἐννεηκοσῷ τρίτῳ τῆς Ἰουλιανῆς περι-
 όδου· τὸ δὲ τριακοσμοσὸν πεντηκοσὸν πέμπτον τῷ τε-
 τρακισχιλιοσῷ τριακοσμοσῷ εἰκοσῷ.

Δεῖξις.

Ἐπεὶ περ τὰ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτη εἰσὶν Αἰγύπτια, ἐν οἷς ἡ προϋήκη τῶν ἐξ ὥρων ὀρίνηται, συμβαίνει ἀναποδίζειν τὴν τῶν ἀρχὴν, ἥτοι τὴν ἰουμηνίαν τῇ Σώτ, ἐναλλάττουσαν τὰς ἡμέρας τῇ Ἰουλιανῇ ἔτους, καὶ πρὸ μιᾶς ἡμέρας ἢ πρότερον κατ' ἐκάστην τετραετίαν ἀρχεῖσθαι· ταῦτ' ἄρα τοῦ πρώτου τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτων τὴν κς. Φεβρουαρίου ἀρχὴν εἰληφύτος, τὸ τέταρτον ἤρξατο ἄλ' ὅτε εἰκοτὴ ἔκτη Φεβρουαρίου ἀριθμηθεῖη ἂν κατὰ Ἰούλιον, ἀλλὰ πρὸ εικοσι καὶ τεσσάρων ὥρων, εἰσὶν ἡμέρας μιᾶς, τὸ ὄγδον πρὸ δύο, καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστη ἀναλόγως, ἄλλοις ἢ τὸ διακοσιεξὸν εἰκοτὸν ἑβδομον ἀπὸ Ναβονασάρου τὴν πρώτην Ἰαννουαρίου καταλάβοι· εἰς εὗρεται τοῦ ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, ὡς συμπέσθην ἂν τὸ δοθέν ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτος μὴ ἐκτὸς ὦν τῶν σηζ'. προσιδεῖται ὅθεν τὸν 3906 ἀριθμὸν, τὸν σηματικὸν τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτων τῶν πρὸ τῆς τῇ Ναβονασάρου δηλοῦσι ἐποχῆς.

Αἴτις ἐπεὶ τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου διακοσιεξὸν εἰκοτὸν ὄγδον ἔσχεν ἀρχὴν τὴν τοῦ Δεκεμβρίου ἐσχάτην, τὸ δὲ διακοσιεξὸν τριακὸν δεύτερον τὴν τριακοτὴν, τὸ δὲ διακοσιεξὸν τριακοτὸν ἕκτον τὴν εἰκοτὴν ἑνάτην, καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως· ἐν δὲ τῷ χιλισμῷ τετρακοσιεξῷ ἑξηκοσῷ πρώτῳ, ἐκ τῆς ἐσχάτης τοῦ Δεκεμβρίου λαμβανομένης τῆς ἀρχῆς τῆς

τάτων ἀπαριθμήσεως, πάσας τὰς τοῦ Ἰουλιανῆς ἔτους ἡμέρας ἢ τοῦ Δωθ νεομηνία διαπερῶσαν ἐξ ὑπαρχῆς τὴν ἐσχάτην τοῦ Δεκεμβρίου αὐθις ἀρχὴν ποιεῖται, καὶ μέντοι ἐκ τῆς 227, καὶ 1461, συνέσεται ὁ 1688, εὐδὴλον τοῖς πᾶσιν, ὡς μέχρι τοῦ χιλιοσῆ ἑξακοσιοσῆ ὀγδοηκοσῆ ὀγδὼς ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτου· τὸν 3965 ἀριθμὸν προσιδέσθαι χρεών· ἀπὸ δὲ τῆς ἄχρι τῆς τρισχιλιοσῆς ἑκατοσῆς τεσσαρακοσῆς ἐνάτου διὰ τὸν αὐτὸν λόγον τὸν 3964. ὁ γὰρ 3149 συνίσταται ἐκτε τοῦ 1688, καὶ 1461· καὶ γὰρ τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτων πλεονάζόντων τὰ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἐλαττωθῆναι προσήκει ἔτη.

Ἵνα δὲ καὶ ἡ ἡμέρα κατ' ἣν ἔρξατο κατὰδηλος γένηται, διαιρεσθήτω τὸ δοθέν ἔτος ἐπὶ τὸν 4 ἀριθμὸν, τὸ δὲ πηλίκον ἐλαττον μὲν ὄν τοῦ 57 ἀριθμοῦ, ἀφαιρεσθήτω ἐξ αὐτῆς, μείζον δὲ ὑπάρχον, ἀφαιρεσθήτω ἐκ τῆς 422, καὶ ὁ ἐναπολεφθεὶς ἀριθμὸς τὴν ἡμέραν δηλώσει σοι, ἐξ ἧς τὸ δοθέν ἔρξατο ἐκ καλενδῶν Ἰαννουαρίῳ τῆς ἀπαριθμήσεως γενομένης· οἷον ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὑποδείγματος τῆς 127 ἐπὶ τὸν 4 διαιρεθέντος, καὶ τῆς 31 πηλίκου ἐκ τῆς 57 ἀφαιρεθέντος, λείπεται ὁ 26 ἀριθμὸς δεκαεὶς τὸ ἑκζ'. ἔτος ἀρξασθαι ἐκ τῆς κς'. τοῦ Ἰαννουαρίου.

Αὐθις τοῦ 355 ἐπὶ τὸν 4 διαιρεθέντος, καὶ τῆς 88 πηλίκου ἐκ τοῦ 422 ἀφαιρεθέντος, ὁ 334

εἰς ἀπολείπεται ἀριθμός· ἐπεὶ δὲ τοσαῦται ἡμέραι ἀ-
 ριθμῶνται ἀπὸ τῆς α'. Ἰαννουαρίου ἄχρι τῆς ἐσχά-
 της Νοεμβρίου, ἐπεται τὸ τριακοσιοστὸν πεντηκοστὸν
 πέμπτον ἔτος ἀρχὴν ἐσχηκέναι τὴν ἐσχότῃ τῆς
 Νοεμβρίου· ὁ λόγος ἐκ τῶν εἰρημένων σαφής· τοῦ
 γὰρ 127 ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν 4 διαιρεθέντος τὸ
 πηλίκον παρίσθῃσι ἡμῖν πρῶτως ὁ 4 μετρεῖ τὸν
 127, ταῦτό δ' ἐστὶν εἰπεῖν πόσαι τετραετίαι πα-
 ρῆλθον ἀπὸ τοῦ α'. τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου ἑτῶν,
 ἢ ἐπεὶ εὐρίσκονται 31, καὶ καὶ ἐκάστην τετραε-
 τίαν ἡμέραν μίαν παραμείβει ἢ τῆς 3ῶς νεομηνία,
 ἐν τοσαύταις ἄρα τετραετίαις παρήμεψεν ἰσαριθ-
 μους ταύταις ἡμέρας ἥτοι 31, ἔσχε δὲ τὸ α'. ἔτος
 ἀρχὴν τὴν κς'. τῆς Φεβρουαρίου· προσήκει τοίνυν ἐκ
 ταύτης μέχρι τῆς α'. τοῦ Ἰαννουαρίου ἑσῶν ἡμέ-
 ρων πεντήκοντα ἑπτὰ ἀφαιρεῖν τὸ πηλίκον, ἵνα ἡ
 ἡμέρα γνωσθῇ, ἐξ ἧς τὸ δοθέν ἔτος ἤρξατο· ὡσαύ-
 τως ἡνίκα τὸ πηλίκον, ὡς περ ἄνωτέρω ὁ 88, ὑ-
 περέχει τοῦ 57, προσθετέον ἡμέρας 365, ὃ ἐστὶν ἔ-
 τος ἐν τῷ 57, καὶ τὸν γινόμενον ἀριθμὸν 422
 διαιρετέον ἐπὶ τὸν 4, ὅτι ὑπερχόντισεν ἢ τῆς 3ῶς
 νεομηνία τὴν α' τοῦ Ἰαννουαρίου.

Πρόβλημα. κα'.

Τῆς ἡμέρας δοθείσης ἔτινος μὲν, τῷ δοθέντος ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους, τὴν συμπέπτεσαν ταύτη ἡμέραν τῷ Ἰουλιανῷ ἔτους εὐρεῖν.

Εὐρεθήτω ἡ ἡμέρα τῷ Ἰηλιανῷ ἔτους, ἐξ ἧς ἀρχεται τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου δοθέν ἔτος, καὶ προσεθήτωσαν ταῖς ἀπὸ τῆς α'. Ἰαννουαρίου ἄχρι τῆς εὐρεθείσης ἡμέραις αἱ ἄχρι τῆς δοθείσης παρελθῶσαι ἡμέραι τῷ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους, καὶ ὁ συμποσήμενος ἀριθμὸς, εἴγε ἐλάττων εἴη τῷ 365, κοινῷ ὄντος τῷ ἔτους, ἢ τῷ 366 βισέξτε λογιζόμενος, τῆς ζητημένης ἡμέρας τῷ Ἰηλιανῷ ἔτει, εἶσαι δηλωτικὸς ἐκ τῆς α'. τῷ Ἰαννουαρίῳ τῆς ἀπαριθμήσεως γινομένης· εἶδε μείζων, ἐξαχθείη τῷ 365, ἢ τῷ 366 ἀφαιρεθήτω, ἢ ὁ 365, ἢ ὁ 366 ἐξ αὐτῷ καὶ γνωσθήσεται ἡ ζητημένη ἡμέρα· οἷον ζητηθήτω τίνι ἡμέρᾳ τῷ Ἰηλιανῷ ἔτους σύνδρομος εἶναι ἡ ἐβδόμη τῷ τυβί μὲν τῷ τριακοσιοστῷ πεντηκοστῷ πέμπτῃ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους· καὶ ἐπεὶ εὐρηται ἀρχὴ τέττε τῷ ἔτους ἡ ἐσχάτη τῷ Νοεμβρίῳ μὲν, προσκείσθωσαν ταῖς τριακοσίαις τριάκοντα τρισὶν ἡμέραις αἱ ἑκατὸν εἴκοσιν ἑπτὰ, ἐκ δὲ τῷ ἐξ αὐτῶν ἦτοι τῷ 460, ἀφαιρεθήτω ὁ 365, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 95, καὶ τοσαῦται ἡμέραι εὐρίσκονται ἀπὸ τῆς α'. τῷ Ἰαννουαρίῳ ἄχρι τῆς ε'. τῷ Ἀπριλίῳ, συνάγεται σύνδρομον εἶναι ταύτῃ τὴν ζ'. τῷ τυβί· ἐν δὲ τοῖς βισέξτοις προστίθεται ἐν τῇ ἀπαριθμήσει τῶν

ἡμερῶν πρὸς τὴν ἡμέραν μίαν, εἶγε μετὰ τὸν Φεβρουαρίου τύχη ᾗσα ἡ ζητούμενη ἡμέρα.

Εἰς εὐχερεστέραν μὲν τοι λύσιν τῆ προβλήματος ἐκκείδωσαν οἱ μῆνες κατὰ τὴν Ῥωμαίαν, ἢ Αἰγυπτίους, καὶ αἱ κατ' αὐτὰς συναγόμεναι ἡμέραι.

Μῆνες Ῥωμαίων.

Μῆνες Αἰγυπτίων.

Ἰαννουάριος. 31

Φεβρουάριος. 29 59.

Μάρτιος. 31 90.

Ἀπρίλλιος. 30 120.

Μάιος. 31 151.

Ἰούνιος. 30 181.

Ἰούλιος. 31 212.

Αὐγустος. 31 243.

Σεπτέμβριος. 30 273.

Ὀκτώβριος. 31 304.

Νοέμβριος. 30 334.

Δεκέμβριος. 31 365.

Θώθ 30

Παωφι 30 60.

Ἀθὺρ 30 90.

Χοϊάκ 30 120.

Τυσί 30 150.

Μεχης 30 180.

Φαμενώθ 30 210.

Φαρμοουθι 30 240.

Παχών 30 270.

Παυνι 30 300.

Ἐπιφι 30 330.

Μεσορι 30 360.

Ἐπαγόμεναι 5 365.

Πρόβλημα, κβ'.

Τοῦ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους δοθέντος, τὸ πρὸ
τῆς Σωτηρίου, ἢ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς
ἔτος εἶρην, ὥπερ συμπίπτει τὸ
δοθέν.

Εἰμὲν τὸ δοθέν ἔτος ἔχει ὑπερέχει τῇ 747,
ἀφαιρεθέντος α'. ἐξ αὐτῆς τῆς 2, ὁ ἐναπολειφθεὶς
ἀριθμὸς ἀφαιρεθήτω ἐκ τῆς 747, καὶ ὁ λοιπόμε-
νος ἀριθμὸς τῶν πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἐτῶν
ἔσαι δηλωτικὸς· οἷον δοθέντος τῆς ἀπὸ Ναβονασά-
ρου πεντακοσίους πεντηκσὺς τετάρτη ἀφίρηται α'.
ἐκ τῆς 554 ὁ 2 ἀριθμὸς, καὶ ὁ λοιπόμενος 552,
ὁμοίως ἀφίρηται ἐκ τῆς 747, ἐναπολειφθεὶς δὲ ὁ
195, παρέστησεν τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου δοθέν ἔτος
συμπίπτειν τῷ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἑκατοσῶ
ἐννεηκοσῶ πέμπτῳ· ἡ πρᾶξις τὸ πῖσόν ἔχει ἐκ
τῶν ἀνωτέρω εἰρημένων· καὶ γὰρ εἰ τὰ ἀπὸ Ναβο-
νασάρου ἔτη σύνδρομα ὑπῆρχον τοῖς Ἰηλιακοῖς, ἐξήρ-
κει μονάδος μόνης ἀφαιρέσει τῆς ζητούμενης τυχεῖν,
ὥς ἐπὶ τῆς προκειμένης ὑποδείγματος ἀφελεῖν ἐκ τῆς
554 μονάδα, ἄλλως γὰρ ἂν τὸ συμπίπτον τῷ δο-
θέντι ἔτει εὐρεθῇσεται, ἀλλὰ τὸ τάτω ἐφεξῆς·
ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου πεντακοσίους πεντηκσὺς
τετάρτον ἔκ ἐστι σύνδρομον τῷ πεντακοσίους πεντηκσῶ
τετάρτῳ τῆς Ἰηλιανῆς περιόδου, ἀλλὰ τῷ πεντακο-
σίους πεντηκσῶ τρίτῳ, ὑπερέβη γὰρ τὴν λ'. Ἰαν-
νουαρίου τὸ Φινδ'. ἔτος ὑπερέχον τῆς σκζ'. εἰν α-

φέλητις τὸν 553, ἔχ' εὐρήσει τὸ συμπύκτον τῷ δο-
θέντι ἔτος, ἀλλὰ τὸ ἐφεξῆς τέτρω, διάτοι τῆτο ἀ-
φαιρέται ἐκ τῆ 554 ὁ 2.

Εἰδὲ τὸ ἀπὸ Ναβονασάρι ἔτος μείζον μὲν εἶη
τῆ 747, ἔλαττον δὲ τῆ 1688, ἀφαιρεθῆτω ἐξ
αὐτῆ μονάς· εἰδ' αὖτις μείζον τῆ 1688, μὴ μὲν
τοι μείζον τῆ 3149, ἀφαιρεθῆτω δυάς, καὶ οἱ
λατόμενοι ἀριθμοὶ τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς
ἐτῶν ἔσονται δηλωτικοί· τῆτον τὸν τρόπον εὐρίσκε-
ται τὸ ἀπὸ Ναβονασάρι ὀκτακοσίουσὸν πεντηκοσὸν
ἵννατον συμπύκτον τῷ ἑκατοσῷ δεκάτῳ πρώτῳ ἀπὸ
τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς.

Περὶ τῶν ἀπὸ Φιλίππου τῆ Αἰγυπτίου ἐτῶν.

Τὸ πρῶτον τῶν ἀπὸ Φιλίππου ἐτῶν σύγδρομον
ἐστὶ τῷ τετρακισχιλίουσῷ τριακοσίουσῷ ἐννενηκοσῷ τῆς
Ἰουλιανῆς περιόδου, καὶ τῷ ἀπὸ Ναβονασάρι τε-
τρακοσίουσῷ εἰκοσῷ πέμπτῳ· ἐσχηκὸς τὴν ἀρχὴν
ἐκ τῆς ιβ'. τῆ Νοεμβρίου μηνός· ἐν ᾧ ἡλίου μὲν
κύκλοι κβ'. σελήνης δὲ α'. Ἰνδικτιῶν α'. εἰσὶ δὲ τὰ
ἔτη ταῦτα παραπλήσια τοῖς Αἰγυπτίοις ἐκ τρια-
κοσίων καὶ ἑξήκοντα πέντε ἡμερῶν συνιστάμενα,
ταῦτ' ἄρα ἔδὲ περιττολογεῖν προσήκει περὶ ἀναγω-
γῆς τέτων εἰς τὰ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου· ἀναχ-
θῆτονται γὰρ κατὰ τὰ ἀπὸ Ναβονασάρι· ἢ ἐπει

τὸ α'. τῶν ἀπὸ Φιλίππου σύνδρομον ἐστὶ τῷ υκε'. ἀπὸ Ναβονασάρου, ἔξῃσι τῷ δοθέντι ἀπὸ Φιλίππου προσιδέναι τὸν 424, καὶ εὗρίσκειν τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτος τὸ συμπίπτειν καὶ συναρχόμενον τῷ δοθέντι ἔτει· ἔτιος κατὰ τὰ προειρημένα εἰς τὰ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἀγομένου, γενήσεται δῆλον, τίτι ἔτει τῆς περιόδου ταύτης συντρέχει τὸ δοθέν.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ἀλεξάνδρου τοῦ μεγάλου ἐτῶν.

Τὰ ἀπὸ Ἀλεξάνδρου ἔτη Σελευκιδῶν ἔτη κοινότερον λέγονται, ἐκ Σελεύκου τοῦ τῶν Βαβυλωνίων βασιλέως τὴν ἐπωνυμίαν λαχόντα, ἀφ' οὗ καὶ ἡ ἀρχὴ τῆς τῶν ἀπαριθμήσεως λαμβάνεται, δώδεκα ὅλοις ἔτεσιν ὑπερίζοντα τῆς τοῦ Ἀλεξάνδρου τελευτῆς· ἐκ γὰρ ταύτης ἀρχονται τὰ ἀπὸ Φιλίππου τοῦ Ἀριδαίου τοῦ ἀδελφοῦ αὐτοῦ, ὃν οἱ Μακεδόνες μετὰ τὴν τοῦ Ἀλεξάνδρου ἀποβίωσιν βασιλεῖα προεῖλοντο· καὶ γὰρ ὁ Ἀλέξανδρος τεθνηκέναι λέγεται τῷ τετρακισχιλίσῳ τριακοσίσι καὶ ἐννενηκόςῳ ἔτει τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, τὰ δὲ τῶν Σελευκιδῶν ἔτη ἀρχονται ἐκ τοῦ τετρακισχιλίου τετρακοσίου δευτέρου ἐκ Καλενδῶν Ὀκτωβρίῳ, ἐν ᾧ ἡλίου μὲν κύκλοι ε'. σελήνης δὲ γ'. ἰνδικτιῶν δὲ ζ'. τὴν τῶν ἀρχὴν καλεῖσιν οἱ ἄραβες ταρίχ, διλκαλναίμ, τῆτέσιν ἐποχὴ τοῦ δικέρωτος· ᾧ δὲ ὀνίματι ἐκείνοι

τὸν Ἀλέξανδρον ὑπαίνιττοντο · δοθέντος δέ τινος
 ἔτους τῆς ἐποχῆς ταύτης εὐρήσαιεν ἄντις ῥαδίως τὸ
 σύνδρομον τῆς Ἰηλιανῆς περιόδου ἔτος, προσθεῖς
 τῷ δοθέντι τὸν 4401 ἀριθμόν · οἷον τὸ ἀπὸ Ἀ-
 λεξάνδρου χιλιοσὸν διακοσιοσὸν δεύτερον συμπίπτει
 τῷ πεντακισχιλιοσὶ ἑξακοσιοσῷ τρίτῳ τῆς Ἰηλια-
 νῆς περιόδου, ἀρχομένης τῆς τισρίν, ὅς ἐστὶ α'. μηνὲς
 ἔτους συναρχόμενος τῷ Ὀκτωβρίῳ, τῶν γὰρ τοιού-
 των ἔτων οἱ μῆνες συρρίκοι.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ἰουλίου Καίσαρος ἔτων, καὶ τῶν ἀπὸ τῆς ἐν Ἀκτίῳ νίκης.

Τὰ μὲν ἀπὸ Ἰηλίου Καίσαρος ἔτη ἀρχονται
 ἐκ Καλενδῶν Ἰανουαρίᾳ τῇ τετρακισχιλιοσὶ ἑξακο-
 σιοσὶ ἑξηκοσὶ ἐννάτῃ ἔτους τῆς Ἰηλιανῆς περιόδου ·
 τῇ δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίᾳ ἐποχῇ τεσσαρακοσὶ πέμπ-
 τη, ἐκ τῆς τῆς Κονφεζιόνος χρόνου, καὶ ὃν ὁ
 Καῖσαρ διὰ Σωσιγένης, ὡς εἴρηται, τὸ ἡλιακὸν ἔ-
 τος ἐπληροθώσατο · κοινότερον μὲντοι ἀρχὴ τῶν
 τὸ ἐφεξῆς ἔτος τῆς Κονφεζιόνος ἔτους, ἐν ᾧ
 ἡλίου μὲν κύκλοι κα'. σελήνης δὲ ιδ'. Ἰνδικτιῶν
 δὲ δ'.

Τὰ δὲ ἀπὸ Αὐγύστου Καίσαρος, ἃ καὶ ἀκτια-
 καὶ καλεῖται, ἀπὸ τῆς Ἀκτίου τῆς ἡπείρου, ἐν ᾧ
 Αὐγύστου Ἀντώνιον καὶ Κλεοπάτραν ἐτροπώσατο,
 τὴν ἐκωνυμίαν λαβόντα, ἀρχεται ἐκ τῆς κθ'. τοῦ

Αὐγύστη μηνὸς τῷ ἐπομένῳ τῆς μάχης ἔτους, ὅπερ
ὑπάρχει σύνδρομον τῷ τετρακισχιλίῳ ἑξακοσίοῳ
ὀγδοήκῳ τετάρτῳ ἔτα τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, τῷ
δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς τριακῳ, ἐν ᾧ ἡλίῳ μὲν
κύκλοι ἡ. σελήνης δὲ ι'. ἰνδικτικὸν δὲ δ'.

Σχόλιον.

Περὶ κοινωνίας καὶ διαφορᾶς Ἰουλιανῆς ἔτους καὶ
ἀκτιακῆς.

Κοινωνῶσι μὲν τὰ ἔτη ταῦτα πρὸς ἀλλήλα,
καθ' ὅτι ἕκαστον τῶν διαίρεται εἰς κοινὸν καὶ ἐμβό-
λισμον· διαφέρει δὲ α'. τοῖς τῶν μηνῶν ὀνόμασι, καὶ
τῇ ποσότητι τῶν κατ' αὐτὰς ἡμερῶν· ἐν γὰρ τοῖς
ἀκτιακοῖς ἔτεσιν οἱ μῆνες οἱ αὐτοὶ εἰσιν, οἵτινες καὶ τοῖς
ἀπὸ Ναβονασάρετος ἔτεσι· β'. ὅτι διάφορον ἔχουσι τὴν
ἀρχὴν, τῷ μὲν γὰρ Ἰουλιανῷ ἀρχὴ ἡ α'. Ἰαννουαρίου,
τῷ δὲ ἀκτιακῷ ἡ κθ'. Αὐγύστη· γ'. διενηνόχασεν τῷ
ἐμβολισμῷ, ὅτι ἐν μὲν τοῖς Ἰουλιανοῖς ἔτεσιν
ἡ προσειθεμένη ἡμέρα παρεσάγεται μετὰ τῆς κγ'.
καὶ κδ'. Φεβρουαρίῳ, ἐν δὲ τοῖς ἀκτιακοῖς μετὰ τῆς
αη'. καὶ κθ'. Αὐγύστη· οἱ γὰρ Αἰγύπτιοι ἅμα τῷ ὑπο-
ταγῆναι Ῥωμαίοις, καὶ τὸ ἀριθμεῖν κατ' ἐκείνης τὰ
ἔτη ἐδέξαντο, ἐπεὶ δὲ τότε τῆς κατ' αὐτὰς ἐποχῆς
ἔτος ἦν ἑξακοσιοστὸν εἰκοστὸν τέταρτον, τῷ δὲ 724
ἀριθμῷ ἐπὶ τὸν 4 διαίρεμένῳ, παράγεται πηλίκον ὁ
181 ἑκατὸν ὀγδοήκοντα καὶ μίας ἡμέρας σημαντι-
κός, εἰ ἔμελλεν ἐκεῖνοι ἐξισῶσαι τὰ κατ' αὐτὰς ἔτη

τοῖς Ῥωμαίοις ἑκατὸν ὀγδοήκοντα ἢ μίᾱ ἡμέρᾳ
 ἔλλειπο·τες, ἔχρην ἀριθμῆσαι ἢ ταύτας μέχρι Ἰαν-
 ναρίου, ἢ τὰς ἀπὸ τῆς α'. τῷ αὐτῷ μηνὸς ὥς
 τῆς κδ'. Αὐγύστη, ἐξ ἧς ἡ ἀρχὴ τῷ οἰκίῳ ἔτος
 ἦτοι ἡμέρας 241· τοσαῦται γὰρ εἰσὶν αἱ ἀπὸ
 τῆς α'. μέχρι τῆς κδ'. καὶ ὁ τῷ πεποιηκότες.
 Ἰσάριθμα ἔσχον τὰ ἔτη τοῖς Ῥωμαίοις, ἢ ἀρχό-
 μενα ἀπὸ τῆς κδ'. Αὐγύστη, πλὴν τῶν τοῖς ἐμβο-
 λίμοις κατ' αὐτὸς προσεχῶς ἐπομένων· ταῦτα γὰρ
 οἱ τὴν προδήκην ἢ ἑτέρας ἡμέρας παρὰ τὰς ἐπα-
 γομένας, ἣν ἀπαιτεῖ ἡ τῶν βισέξτων ἀπολυθία ἐκ
 τῆς λ'. Αὐγύστη τὴν ἀρχὴν λαμβάνει· ταύτην ἐν
 τὴν ἐμβόλιμον ἡμέραν συνηρίθμεν ταῖς πέντε ἐ-
 παγομέναις, μεταξύ τῆς κη'. καὶ κδ'. ὁμοίως ἐ-
 κειναις παρεσάγοντες, καὶ τῷ τὸν τρόπον ἐτε-
 λείτω κατ' αὐτὸς ὁ ἐμβολισμός, προθεῖς ἐν τοῖς
 ἐμβολίμοις ἑτεσι πρὸς ταῖς πέντε ἐπαγομέναις καὶ
 ἑκτὴν λέγω τὴν ἐμβόλιμον· τελευταῖον διαφέρει
 τὰ ἔτη ταῦτα, ὅτι ὑπὸ αὐτὰ Ῥωμαίοις ἢ Αἰγυπ-
 τίοις εἰσὶν ἐμβόλιμα· ἄλλ' αἰ τὸ πρὸ τῷ Ῥωμαϊκῷ
 βισέξτε ὑπάρχει παρ' ἐκείνοις ἐμβόλιμον, τὸ οὐ ἐ-
 φέρῃς τῷ ἔχει ἀρχόμενον τὸν θῶθ' ἐκ τῆς λ'.
 Αὐγύστη· εἰς τὸ ἐνεστὸς ἔτος τρίτον ἐστὶ ἀπὸ βι-
 σέξτε, ἢ πρὸ βισέξτε· ἐν τῷ τοίνυν τῷ ἔτει
 α'. οὐ· εἴπερ εἰσέτι ἢ νῦν ἐν γρήσει ἦσαν ἡ ἀκτια-
 κα ἔτη γινόμενης τῆς προδήκης μεταξύ τῆς κη'.
 καὶ κδ'. Αὐγούστου, συνέβαινε τὸ ἀκτιακὸν ἀρχε-
 σθαι ἐκ τῆς λ'. Αὐγούστου· ῥαδίως δ' ἀντις ἀγά-
 γοι τὰ ἔτη ταῦτα εἰς τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐπο-

χῆς, ἢ τετρακαλιν, τῇ ἀφαιρέσει ἢ προσθείσει τῷ
 45, ἢ 30 ἀριθμῷ· οἷον δοθέντων τῶν ἀπὸ Ἰου-
 λίου ἐτῶν ἀφελὼν τὸν 45, τεύχεται τῶν ἀπὸ τῆς
 Σωτηρίας ἐποχῆς ἐτῶν· τῶν γὰρ ὁ λειπόμενος ἀ-
 ριθμὸς ἐστὶ παρασατικός· δοθέντων δὲ τῶν ἀπὸ τῆς
 Σωτηρίας ἐποχῆς προσθεὶς τὸν 45, εὕρησε τὰ ἀπὸ
 Ἰουλίου· εἶδε τὰ ἀπὸ Αὐγύστε παραβάλλει τοῖς ἀπὸ
 τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἀφελὼν, ἢ προσθεὶς τὸν 80,
 ἐκ ἀσοχήσει τῷ ζητούμεν· τῆτον τὸν τρόπον εὕρι-
 σκεται τὸ μὲν ἀπὸ Αὐγύστε χίλιον ὀκτακοσίων
 ἑκτον, ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς χίλιον ἑπτακοσιο-
 σὸν ἐβδόμηκοσὸν ἑκτον, τὸ δὲ ἐνεδὸς, ἀπὸ Αὐγού-
 στου αἰε'.

Περὶ τῶν ἀπὸ τῆς μισοχρείου Διοκλητιανῆς ἐτῶν.

Τὰ ἀπὸ Διοκλητιανῆς ἔτη ἄρχονται ἐκ τῆς κθ'.
 Αὐγύστε τῷ τετρακισχίλιον ἑννακοσίων ἑννενηκοσίου
 ἐβδόμου ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου· οἱ Αἰθίοπες
 ταῦτα καλῶσιν ἔτη τῆς χάριτος, ἢ κατ' αὐτὰ ἐκ-
 κλησιαστικῶς ἀριθμοῖσι τὰ ἔτη, ἢ μέντοι συνεχῶς,
 ἀλλὰ περιδικῶς· τῶν γὰρ πεντακοσίων τριάκοντα
 δύο ἐτῶν πληρωθέντων, ταῦτ' οὖν εἰπεῖν τῆς
 κατὰ Βίκτωρα περιόδου, ἐξ ὑπαρχῆς ἄρχονται τῆς
 ἀπαριθμήσεως, ὥς τὸ πεντακοσίων τριακοσὸν τρί-
 τον λέγεσθαι πρῶτον· ὑφ' ἑτέρων δὲ καλεῖται ἡ
 τέτων ἀρχὴ, Μαετύρων ἐποχῆς.

Πρόβλημα.

Τῆ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἔτους δοθέντος τὸ ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν Μαρτύρων εὐρεῖν , καὶ τοῦμπαλιν.

Δοθέντος τῆ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἔτους ἀφαιρέσῃτω ἐξ αὐτῆς ὁ 283 ἀριθμὸς , ὁ δὲ ἐκπολειφθεὶς εἰμὲν ἐλάττων εἴη τῆ 532 , τῆ ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν Μαρτύρων ἔτους ἔσαι ὁηλωτικός, εἰδὲ μείζων , διαίρεσθῇτω ἐπ' αὐτὸν , καὶ τὸ μὲν πηλίκον τῶν περιόδων , ὁ δὲ λειπόμενος ἐπὶ τῆς διαίρεσεως ἀριθμὸς τῆ ζητημένῃς ἔτους ἔσονται ὁηλωτικά· εἴη ἀπὸ τῆ ἐκείνουτος ἔτους ἀφαιρέσῃτω ὁ 283 , καὶ ὁ λειπόμενος 1492 , τῶν ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν Μαρτύρων ἔσαι σημαντικός· ἀλλ' ἐπεὶ μείζων ἐστὶ τῆ 532 , διαίρεσθῇτω ἐπ' αὐτὸν , καὶ ἐπεὶ παράγεται πηλίκον μὲν ὁ 2 , λείπεται δὲ ὁ 428 , ὁῦλον ὅτι τὸ ἐνεσὸς ἔτος ὑπάρχει τετρακοσίου εἰκοσὸν ὀγδοὺν ἀπὸ τῆς τῶν Μαρτύρων ἐποχῆς, τῆς τρίτης μὲντοι περιόδου ἐκ τῆς κδ'. τῆ Αὐγέστου ἀρχόμενον.

Δοθέντος δὲ τῆ ἀπὸ τῆς τῶν Μαρτύρων ἐποχῆς ἔτους , εἰμὲν τῆς α'. περιόδου τύχη ὡς συναφῇτω τάττω ὁ 283 , εἰδὲ τῆς β'. ἢ τῆς γ'. προσεθῇτω αὐτῷ ἐτι ἅπαζ , ἢ δις ὁ 532 , καὶ ὁ συμπεσούμενος ἀριθμὸς ὁηλώσει σοι τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἔτη.

Περὶ τῶν ἀπὸ τῆς Αἰγίρας ἐτῶν, εἵ-
 τουν τῶν ἀπὸ τῆς Φυγῆς τοῦ
 Μωάμεθ.

Ἡ ἐποχὴ, ἣ κέχρηται οἱ τὴν δευτὴν αἰχμα-
 λωσίαν ἡμᾶς αἰχμαλωτίσαντες, καὶ ὀσημέραι
 τυρμανικῶς καταπιάζετε, σύδρομος ἐστὶ τῇ ις'. τῇ
 Ἰουλίᾳ μηνὸς, τῇ πεντακισχιλίοσθ' τριακοσιοσθ' τρια-
 κοστῷ πέμπτου ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, ἀπὸ
 δὲ τῆς Σωτηρίᾳ ἐποχῆς ἑξακοσιοσθ' εἰκοσθ' δευτέρᾳ,
 ἐν ᾗ ἡλίῳ μὲν κύκλοι ιε'. σελήνης δὲ ιε'. ἰνδικτιῶν
 δὲ ι'. ἥτις τὴν γενέσιν ἴσχει ἐκ τῆς Φυγῆς, αἰγίρας
 ἀραβισί λεγομένης τῇ παρ' αὐτοῖς προφῆτι Μωά-
 μεθ, ἐκ Μένας εἰς Μεδίνην· καὶ γὰρ τὰ περὶ τὴν
 θρησκείαν νεωτερίσας, καὶ ἀσεβείας ἀλῶς, τῇ φυ-
 γῇ ταύτῃ τὴν Σωτηρίαν ἐπρίατο· ἐνιοὶ τῶν ἀσρο-
 νόμων τῇ ιε'. τῇ Ἰουλίᾳ μηνὸς αὐτὴν προσοικαῶ-
 σιν· ἀλλ' ἡ κοινοτέρα δόξα τῶν ὀπαδῶν ἐκεῖνᾳ σύν-
 δρομον ποιᾶται τῇ ις'. ὡς εἴρηται.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ἑξδεγέρδου ἐτῶν

Ἡ Ἑξδεγεργδική, ἥτις καὶ Περσικὴ ἐποχὴ λέ-
 γεται, συμπίπτει τῇ ις'. τῇ Ἰαννίου μηνὸς τῇ πεν-
 τακισχιλίοσθ' τριακοσιοσθ' τεσσαρακοσθ' πέμπτῃ ἔ-
 τος τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, καὶ ἑξακοσιοσθ' τριακοσθ'
 δευτέρᾳ ἀπὸ τῆς Σωτηρίᾳ ἐποχῆς· ἐν ᾗ κύκλοι ἡ
 λίου μὲν κε'. σελήνης δὲ ε'. ἰνδικτιῶν δὲ ε'. ἀπὸ

Τεξδεγέσδου ὑσάτου βασιλέως Περσῶν τῇ ἐπωνυμίαν λαβῶσα, ἐν τῇ πρὸς Σαρακητὸς συμπλοκῇ πεσόντος.

Πρόβλημα.

Τῷ ἀπὸ Τεξδεγέσδου ἔτους δοθέντος τὸ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτος εὔρεῖν, ὃ διεξοδευσμένου ἐκεῖνο ἤρξατο, πρὸς δὲ καὶ τὴν ἡμέραν ἐξ ἧς ἤρξατο.

Ἐπεὶ περ τὸ περσικὸν ἔτος ἐκ πέντε καὶ ἐξήκοντα πρὸς ταῖς τριακοσίαις συνίσταται ἡμερῶν, ὃ χαλεπὸν τὸ ζητῶμενον εὔρεῖν κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν ταῖς ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτεσι· τῶν ἐν μὲν τοῖς μὴ ὑπερβεβηκόσι τὴν α'. τῷ Ἰαννουαρίου προσιδέντας τὸν 631 ἀριθμὸν, ὅσις παρασατικός ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτων παρωχηκότων μέχρι τῆς Τεξδεργικῆς ἐποχῆς, ἐν δὲ τοῖς ὑπερβεβηκόσι ταύτην τὸν 630· τῆτος γὰρ γενομένου, ὑποδείγματός χάριν, εὔρεθήσεται τῷ τετρακοσισῶ εἰκοσῶ Περσικῷ συμπίπτειν τὸ χιλιστὸν πεντηκοστὸν πρῶτον ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, τὸ δὲ ὀκτακοσιστὸν πεντηκοστὸν τῷ χιλισῶ τετρακοσισῶ ὀγδοηκοσῶ· ἐπεὶ γὰρ τὸ Περσικὸν ἔτος ἀναποδίζει καθ' ἑκάστην τετραετίαν ἡμέραν μίαν, καὶ ἀπὸ τῆς 15. Ἰουνίου, ὣς πρῶτον ἔλαβε τὴν ἀρχὴν ἄχρι τῆς α'. Ἰαννουαρίου ἀριθμῶνται ἡμέραι 167, συνάγεται ἐν διαστήματι ἔτων 668· τοσαῦτα γὰρ ἔτη παράγονται πολλαπλασιαζομένου τῷ 167 ἐπὶ τὸν 4, μὴ ὑπερβῆκει

τὸ ἔτος τὴν α'. τῷ Ἰαννουαρίῳ, μήτε μὴν μετα-
βῆναι εἰς τὸν Δεκέμβριον μῆνα· ἐνθεν τοι ἐλάτ-
τους ὄντος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν Περσικῶν ἔτων τοῦ
668 ἀριθμοῦ, προσίθεται τοῦτοις ὁ 631, μείζο-
νος δὲ ὑπάρχοντος, ὁ 630· εἰς εὐρεσιν δὲ τῆς ἡ-
μέρας χρησέον τῇ διαιρέσει τῷ ἀριθμοῦ τῶν ἔτων
ἐπὶ τὸν 4, ἢ τῇ ἀφαιρέσει τῷ πηλίκου ἀπὸ τῷ α'
ἀριθμοῦ τῶν ἡμερῶν δηλονότι ἢ τῷ 167, ἢ τῷ 532,
ἥτις τὸ πηλίκον ὑπάρχει μείζον τῷ 167· τότε
γὰρ προσίθεται τῷ 167 ὁ 365, αἱ ἐνὸς ἔτους
ὄηλ. ἡμέραι, ἢ γίνεται ὁ 532· οἷον δοθέντος τοῦ
τετρακοσίου εἰκοσὶ διαιεσθῆτω ὁ 420 ἐπὶ τὸν 4,
τὸ δὲ πηλίκον ὁ 105 ἀφαιρεσθῆτω ἀπὸ τῷ 167,
καὶ ὁ ἐναπολαφθεὶς ἀριθμὸς 62 ἐνδείξεται τοι
τὴν β'. Μαρτίου· ἀπὸ γὰρ τῆς α'. Ἰαννουαρίου ἄ-
χρι τῆς β'. Μαρτίου ἐξήκοντα δύο ἡμέραι ἀριθ-
μῶνται ὄντος τοῦ ἔτους βισέξτου.

Παρά τὰς ἐκτεθείσας ἐποχὰς, εἰσι μὲν καὶ
ἄλλαι, οἷον ἡ τῶν Ἀντιοχέων, ἡ τῶν Τυρίων, ἡ
τῶν Λαοδικέων, ἢ ἄλλων· ἐπεὶ δὲ ἡδεμία χρησι-
τέτων, ἢ πάνυ βραχεῖα περὶ αὐτῶν γίνεται μνῆ-
μη, ἐν ταῖς τῶν ἀρχαίων Ἱστορίαις· ἡμῖν δὲ ἡ πρό-
θεσις ἦν περὶ τῶν ἀξιολογωτέρων εἰπεῖν, ἢ οἷς ἐ-
κείνοι κέχρηνται ἐν τοῖς σφῶν αὐτῶν συγγράμμα-
σιν, Ἰκανὰ ἢ τὰ μέχρι τῆδε περὶ αὐτῶν εἰρημένα.

Μόνῳ δὲ σοφῷ Θεῷ κράτος, αἶνος,

δόξα εἰς αἰῶνας

Ἀμήν.

Παροξάματα.

Σελ. 37. 48. Γρ. 46. σελ. 44. 15. Γρ. ¹⁵₇ σελ. 48. τούτω.

• Γρ. τούτου. σελ. 49. αα. Γρ. α†α. σελ. 51. αβγ²δ. Γρ. 2αβγ²δ.

σελ. 76. β. Γρ. —β. σελ. 78. α²κ². Γρ. α² — κ². σελ. 83.

$\frac{2}{3} \delta$. Γρ. $\frac{2}{3} \gamma$. σελ. 94. ζδ. Γρ. ζη. σελ. 101. $\frac{2}{3} \beta$. Γρ. $\frac{2}{3} \gamma$.

σελ. 108. (16''''': 4'''''. Γρ. (16'''''. 4'''. 4'''. σελ. 117. 032.

Γρ. 0,32. αυτ. 05. Γρ. 0,5. σελ. 127. γι. Γρ. γ — ε. σελ. 138.

$\frac{8}{9} - \frac{8}{22}$. Γρ. $\frac{8\alpha - 8}{22}$. σελ. 164. παιδίον εν Γρ. παιδία τέσσαρα.

σελ. 199. χ². Γρ. 2χ². αυτ. $\frac{\beta\alpha^2}{\beta - \alpha^2}$. Γρ. $\frac{\beta - \alpha^2}{\beta - \alpha^2}$. σελ. 201. 65

Γρ. 165. σελ. 202. ($2\frac{3}{4} \frac{1}{4}$) Γρ. ($2\frac{1}{4} \frac{9}{4}$) σελ.

235. εκείθεν. Γρ. εκείθεν. σελ. 244. ατοίνυν τοπον. Γρ.

τοίνυν ατροπον. σελ. 252. του. Γρ. του. σελ. 272. ημέρα. Γρ.

ημέρα. σελ. 289. Εύσοβίω. Γρ. Εύσειβίω. ή 255. των. Γρ. τών.

297. ιούλιου. Γρ. ιουλίεου. σελ. 300. τούτω. Γρ. τούτω και

303. δόξαν. Γρ. δόξαν. σελ. 306. τών τών. Γρ. τών έτων.

σελ. 322. πακταί. Γρ. έπακταί. σελ. 323. του ταίς XXIV.

Γρ. του XXIV. σελ. 327. τινός. Γρ. τινός. αυτ. έννεακαιδεκαε-

τηρίδος. Γρ. έννεακαιδεκαετηρίδος. σελ. 328. αυτήν. Γρ. αυτήν.

ή 329. πρόσκειται. Γρ. πρόσκειται. ή 350. εις. Γρ. εις.

„Είς τδ, Ολβιε Πυθαγόρη. Σελ. 145.

$\chi = \frac{\chi}{2} + \frac{\chi}{4} + \frac{\chi}{7} + 3$ ο έστιν ίσον α.

ἀπεραιώσει

56 χ = 28 χ + 14 χ + 8 χ + 168 = 56 α

συνάψει

56 χ = 50 χ + 168 = 56 α.

ἀδαιρείσει

56 χ — 50 χ = 168 = 56 α

ήτοι

6 χ = 168 = 56 α

αφαίρει

$\chi = \frac{168}{6} = 28, \eta \frac{5}{6} \alpha = 9\alpha + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. ή εἶτος εἰσὶν οἱ εἶς

τούμεις.

$\left\{ \begin{array}{l} 56\alpha \\ 2 \\ 9\alpha + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}\alpha \end{array} \right.$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = 1$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$