

ΣΕΙΡΑΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ

ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΩΝ

ΕΚ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΥΓΓΡΑΜΜΩΝ ΣΤΑΛΕΧΘΕΙΣΑΝ

ΤΟ Κ. Μ. ΚΟΥΜΑ

ΛΑΡΙΣΣΑΙΟΥ

ΤΟΜΟΣ ΠΕΜΠΤΟΣ

Περιέχων τῆς ἐν γένει Φυσικῆς τὰ ἔχόμενα, τὴν
Μηχανικὴν, ἔ τὴν Τ'δροστατικὴν.



ΕΝ ΒΙΕΝΝῃ ΤΗΣ ΑΥΣΤΡΙΑΣ

ΕΚ ΤΗΣ ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΒΕΝΔΟΥΤΟΥ.

Α Ω Ζ.



Σ Ε Ι Ρ Α

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ

ΤΩΝ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΩΝ.

Τῆς ἐν γένει Φυσικῆς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων.

256. **Ε**ν παντὶ σώματι τῷ Α, κυκλικῶς κινημένῳ περὶ τι σημεῖον (σχ. 1), δύο διάφοροι εἰσι δυνάμεις, καί πως ἐναντίαι· α. ἡ προβλητικὴ δύναμις, ἣν ἐμφαινέτω ἡ Α Β, κατεπείγουσα αἰέποτε τὸ κινητὸν ἀποχωρῆσαι τῷ Τ κέντρῳ κατὰ τὴν φορὰν τῆς ἀπτομένης ΑΒ· καλεῖσθω δὲ αὕτη Α' πόκεντρος· β. ἡ δύναμις ΒΓ = ΑΤ, καθ' ἣν τὸ κινητὸν ἀναγκάζεται καταλθεῖν πρὸς τὸ κέντρον τῆς ἑαυτὲ κινήσεως κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, καθ' ὃν σπεύδει διαδραμεῖν τὴν ἀπτομένην εὐθεῖαν, εἴτ' ἔν πειθαρχῆσαι τῇ προβλητικῇ δυνάμει ΑΒ· καλεῖσθω δὲ αὖ-

τῇ Ε' π (κ ε ν τ ρ ο ς · κοινῷ δὲ ὀνόματι αὐτῇ τε καὶ κείνῃ ἀκκέτωσαν δυνάμεις Κεντρικάι.

257. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. ἢ Σεμελιῶδες. Ἀ' παν σῶμα, περί τι σημεῖον περιηγόμενον, κτάται ἀναγκαίως δύναμιν ἀπόκεντρον.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἀ' παν σῶμα Α, περί σημεῖον τὸ Τ κινέμενον, τείνει συνεχῶς εἰς τὸ κατ' εὐθείαν γραμμὴν κινήσθαι (102) · εἰν ἔν ἀπὸ τῷ Δ, φέρε, γένηται κατὰ τὸ Α, σπένσει χωρῆσαι τὴν ἀπτομένην ΑΒ · ἀλλ' ἐδύναται διαδραμεῖν τὴν ΑΒ ἀπτομένην, μὴ ἀποχωρῆσαι τῷ κέντρῳ Τ ποσότητι τῇ ΒΖ · ἄρα πᾶν κινητόν, ὃ κινεῖται περί τι σημεῖον, τείνει εἰς τὸ ἀποσῆναι τῷ δε τῷ σημείῳ, ἢ δὴ κτάται δύναμιν ἀπόκεντρον · δῆλον δὲ ἢ ἐκ πείρας.

α. Λίθος σφενδόνη περιηγόμενος, ἣν ὑπεκχωρήσῃ, κατ' εὐθείαν δραμεῖται τὴν ἐφαπτομένην τῆς περιγωγῆς τὴν ΑΒ · ἀποσῆσεται ἔν τῆς χειρὸς Τ, ἢ ἀντὶ κέντρου ὑπάρχει τῆς περιόδου, τῇ ἀποκέντρῳ δυνάμει ΒΖ, ἣν ἀφίκηται κατὰ τὸ Β, ὅθεν ἐπ' ἄπειρον προαχθήσεται φερόμενος τὴν ἀπτομένην ΑΒ.

β'. Σπείρος ὕδατος πλήρης, τετρημένον πρὸς τῷ πυθμένι, σφενδόνη περιηγόμενον ἰσχυρῶς, α. ἥνίκα ὑπερβῇ τῆς χειρὸς γένηται κατὰ τὸ Α κατὰ θέσιν ἀντίθετον, ἔκ ἐκρεύσει τὸ ὕδωρ, καί τοι τῇ βαρύτητι ἐκινῆσθαι κατεπιηγόμενον · ἀνάγκη ἄρα προσεῖναι αὐτῷ δύναμιν τῇ βαρύτητι ἀντίθετον, ἱκανὴν καταργῆσαι πᾶν τὸ τῆς βαρύτητος, δύναμιν, καδ' ἣν κινήσθαι ἐπείγεται κατὰ φεραν τὴν ΟΑ, ἐναντίαν τῇ ἐκ τῆς βαρύτητος ΟΤ, δύναμιν, καδ' ἣν ἀποσῆναι τῆς χειρὸς Τ σπένδει, εἴτ' ἔν δύναμιν ἀπόκεντρον.

Τετρημένῳ δὲ τῷ κατὰ τὸ ἄγγυς πυθμένος ἐν τῷ

Α, εἰν τάχιστα τὸ ἄγγος περιάγεται, ὥς τὴν κατὰ τὴν φορὰν ΟΑ δύναμιν τῷ ὕδατος μείζω εἶναι τῆς διὰ τὴν βαρυτήτα ΟΤ, τοσαύτας προέσεις ὕδατος προβαλεῖ εἰς τὸν αἶρα ὑπερβεν τῆς ΟΑ, ὅσας ἂν ἔχοι ὅπας πρὸς τῷ πυθμένι τὸ ἄγγος· καὶ ἐν γένει ἀναλόγως τῇ ταχύτητι τῆς περιαγωγῆς φανήσεται τὸ ὕδωρ ἐνδελεχῶς προϊέμενον βολίδας κατ' εὐθείαν γραμμὴν καὶ ἀπτομένην τῆς κυκλικῆς περιαγωγῆς.

γ. Ἰδεῖν πάρεσιν ἐν ἀναφλεγομένῳ ῥεύσῃ, ὅσῳ τὸ τεχνητὸν πῦρ περίτι σημεῖον περιστρέφεται, προϊέμενον συνεχῶς βολίδας πυρίνας κατ' εὐθείας ἀπτομένας τῆς καμπύλης, ἣν διαγράφει περιστρεφόμενον· ὡσαύτως ῥανίδες ὕδατος ἐκ διαφόρων σημείων τροχῇ μυλικῇ περιδινόμεναι προβάλλονται εἰς αἶρα κατ' εὐθείας ἀπτομένας τῇ τροχῇ ἐν τοῖς σημείοις, ἀφ' ὧν αἱ ῥανίδες ἀποτινάσσονται. Ο. Ε. Δ.

258. Εἰν σφαῖρα (σχ. 2) ἡ ΤΟΤΧ περὶ τὸν ἐ. αὐτῆς σφάριται ἄξονα ΤΧ, ἕκαστον τῶν σημείων ταύτης, ἐν ὅλῃ τῇ περιαγωγῇ, καταγράφει κύκλον, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ἄξονος ἀπόστασις ἴση τῇ ἀκτίνι· τὸ Ο φέρε καταγράφει κύκλον, καὶ ἀκτὶς ἔσται ἡ ΟΚ· τὸ Β κύκλον, καὶ ἀκτὶς ἡ ΒΑ, κ. τ. λ.· ἕκαστον ἄρα τῶν τῶν σημείων προσκλήσεται ἐκ τῆς περιαγωγῆς τῆς σφαίρας δύναμιν, δι' ἧς ἐπείγεται ἀποχωρῆσαι τῷ σημείῳ τῷ ἄξονος τῆς σφαίρας, ὃ ἀντιστοιχεῖ κατὰ κάθετον· καὶ δι' τὸ μὲν Ο, κείμενον ἐν τῷ ἰσῳτῇ τῆς σφαίρας, ἀποχωρῆσαι σπεύσει αὐτῷ τῷ κέντρῳ Κ, περὶ ὃ σφάριται· τὸ δὲ Β, τῷ Α σημείῳ τῷ ἄξονος, περὶ ὃ σφάριται, καὶ ὡσαύτως τὰ ἄλλα· ἄρα μόνον τὰ ἐπὶ τῷ κύκλῳ τῷ ἐξισῳτῷ ἐπείγονται ἀποχωρῆσαι τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας· τὰ δ' ἄλλα πάντα, ἀπὸ

σημείων τῷ ἄξονος· ἡ δύναμις ἐν αὐτῇ, καθ' ἣν σπένδει ἀποχωρῆσαι τὰ σώματα τῷ ἄξονος, καλείσθω ἀπαξώ-
νιος.

Ἀλλὰ πάντα τὰ μεταξὺ τῷ ἐξισωτῇ καὶ τῶν πόλων κείμενα σημεία, οἷον τὸ Β, καὶ μὴ δυνήσονται ἀποσῆναι τῷ κέντρῳ τῆς ἐαυτῶν κινήσεως, εἰ μὴ ἅμα ἀποχωρήσει-
αν τῷ Κ κέντρῳ τῆς σφαίρας· τὸ Β φέρε ἀποσῆναι τῷ Α καὶ δυνήσεται διὰ τῆς ἀπαξωνίᾳ τῇ ποσότητι ΒΕ, εἰ μὴ ἅμα ἀποσῇ τῷ Κ κέντρῳ τῆς σφαίρας τῇ ποσότητι ΔΕ.

259. α. Ἄρα ἅπαν σημεῖον, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ σφαῖρα, ἔξει ἀναγκαίως μετὰ τὴν ἀπαξώνιον καὶ δύναμιν τὴν ἀπόκεντρον· β'. μόνον τὰ ὑπὸ τὸν ἐξισωτὴν σημεία ἔξει τὴν ἀπαξώνιον ἴσην τῇ ἀποκέντρῳ· παντὸς δὲ ἄλλου σημείου, οἷον τῷ Β, ἡ ἀπόκεντρος ΕΔ ἔσται ἀναγκαίως ἐλάττων τῆς ἀπαξωνίᾳ ΕΒ, καὶ τοσούτῳ μᾶλλον, ὅσῳ τοῖς πόλοις ἑγγιον ἂν ᾖ τὸ σημεῖον (Γεωμ. 430)· διὰ δύο δὲ λόγους· α. καὶ γὰρ ἡ ἀκτὶς ΡΠ κύκλου, ὃν καταγράφει τὸ σημεῖον Ρ, ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀκτίνος ΑΒ κύκλου γραφομένη ὑπὸ τῷ Β κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, καὶ δὴ τὸ Ρ ἔχει δύναμιν ἀπαξώνιον ἥττονα ἢ τὸ Β· β'. ἐπεὶ, καὶ τὰ δύο ταῦτα σημεία τὴν αὐτὴν ἔχοιεν ἀπαξώνιον δύναμιν, ἡ ἐντεῦθεν ἀποτελεσμένη ἀπόκεντρος ἐλάττων ἔσται ἐν τῷ Ρ, ἢ ἐν τῷ Β.

Ἐὰν ἄρα ὑποτεθῇ ἡ ΟΤΤΧ (χ. 2) σφαῖρα, ἡ περιεγχομένη περὶ τὸν ἄξονα ΤΧ, συγκειμένη ἐκ ψάμμου κόκκων βραχύτι συγκεκολλημένων, πάντες οἱ ψαμμώδεις κόκκοι, οἱ ἐν τῇ περιφερείᾳ τῷ ἐξισωτῇ, ἀποσπαθῆσονται τῆς σφαίρας, καὶ ἀποχωρήσουσιν εἰς αἴρα, τὴν ἀπτομένην φερόμενοι· καὶ γὰρ ἀναλόγως τῇ ταχείᾳ τῆς σφαίρας περιεργῇ, τὰ σημεία τὰ τῷ ἐξισωτῇ ἑγγύτερα τὰ ἐ-

κατέρωθεν τῷ ἐξίσωτῷ ἀποχωρήσῃσι πρῶτα· τὰ δὲ πρὸς τοῖς πόλοις, ἔχοντα· τέλος δὲ αὐξομένης αἰετῆς ταχυτῆτος τῆς κινήσεως, πάντα τὰ σημεῖα, ἀφ' ὧν σύγκεινται αἱ διάφοροι σιβάδες τῆς σφαίρας, ἀποχωρήσουσιν ἐκ διαδοχῆς, ἐχάτων τῇ ἀποχωρήσει γινομένων τῶν πρὸς τοῖς πόλοις, καὶ ἡ ὅλη σφαῖρα κατὰ ταύτην τὴν τάξιν ἐξαφανισθήσεται.

260. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Πᾶν σῶμα Α, περίτι σημεῖον τὸ Τ σρεφόμενον, ἀναγκαιῶς ἔχει δυνάμιν ἐπίκεντρον (χ. 1).

ΔΕΙΞΙΣ. Εἰ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου Τ ὑπ' ὑδεμιᾶς εἴληκετο δυνάμεως, διὰ τῆς ἀποκέντρου δυνάμεως ἀπεχώρει ἂν φερόμενον τὴν ἀποτομένην ΑΒ, καὶ δὴ ἀφίστατο τοῦ κέντρου ἀπάσῃ τῇ ποσότητι ΒΖ. τὸ ἄρα κινητὸν ἴσασθαι ὅτι δύναται εἰς τὸ Ζ, εἰ μὴ δυνάμεις τις ἄλλη καταναγκάζοι αὐτὸ χωρεῖν πρὸς τὸ κέντρον ποσότητι τῇ ΒΖ, ἢ μᾶλλον εἰπεῖν, εἰ μὴ, δυνάμεως τῆς ΑΒ περιγύσεως αὐτὸ ἐκ δεξιῶν ἐπ' ἀριστερὰ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ = ΤΓ, δυνάμεις ἄλλη ἢ ΑΤ ἀπὸ τοῦ κέντρου προῖῃσα περιάγοι αὐτὸ εὐθείᾳ τῇ ΑΤ = ΒΓ· ἀλλ' ἡ δυνάμις αὕτη, ἡ ἀπαύτως τὸ κινητὸν πρὸς τὸ κέντρον ὠθῶσα, καλεῖται ἐπίκεντρος· ἄρα κ.τ.λ. Ο. Ε. Δ.

261. ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἰς τῶν προεκτεθέντων δὲ θεωρημάτων δῆλον, ὡς σῶμα ἅπαν, περίτι σημεῖον περιηγόμενον, ὑπὸ δύο κινεῖται δυνάμεων, τῆς μὲν προβλητικῆς, ὅθεν γεννᾶται ἡ ἀπόκεντρος, τῆς δ' ἐπίκεντρος.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Χρῶνται δὲ ἀπειροσφ' τόξῳ καμπύλης εἰς διορισμὸν τῶν ἐν αὐτῇ κεντρικῶν δυνάμεων· ἐν γὰρ καμπύλῃ τὸ τοιοῦτον ἰσομερῶς θεωρεῖται διατρεχόμενον.

262. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον (σχ. 1)

ΑΟ ἐμφαίνει τὴν ἐπικέντρον δύναμιν, καθ' ἣν γέγραπται τὸ ΑΠ ἀπειροσὸν τόξον τῆ κύκλου· ἀλλ' ἐμφαίνει καὶ τὴν ἀπόκεντρον, ἀναγκαίαν εἰς τὸ καταγραφῆναι τὸ τόξον· τὸδε· ἐστὶ μὲν γὰρ τῷ ὄντι ΒΠ ἡ ἀπόκεντρος· ἀλλὰ ΒΠ = ΑΟ, εἴγε ΒΠ, ΑΟ ἐμπεριέχονται δυσὶ παραλλήλοις ταῖς ΑΒ, ΟΠ, καὶ διὰ τὸ ἀπειροσὸν τόξον ΑΠ, ἡ ΒΠ ἀπειροσὸν ὅσον προσκέκλιται τῇ ΟΠ· ἄρα καὶ διενήνοχε τῆς ΑΟ, εἰ μὴ ἀπειροσῶ δευτεροταγεῖ· ἄρα ΒΠ = ΑΟ (Συμβ. Λογ. 528).

263. Πᾶν σῶμα, ἀγόμενον ὑπὸ δύο δυνάμεων κεντρικῶν (261) ΑΒ, ΑΔ (σχ. 3), ὧν αἱ φοραὶ γωνίαν περιέχουσιν, οἰσθήσεται τὴν ΑΓ διαγώνιον παραλληλογράμμου τῷ ΑΒΓΔ τῷ ἐπὶ τῶν φορῶν ΑΒ, ΑΔ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων, καθ' ὃν χρόνον ἂν διέδραμε μίαν μόνην πλευρὰν τὴν ΑΒ, ἢ ΑΔ, εἰ ἤγετο ὑπὸ μόνης τῆς προβλητικῆς δυνάμεως ΑΒ, ἢ ὑπὸ μόνης τῆς ἐπικέντρον ΑΔ (131)· ἐν δὲ διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης τὸ κινητὸν διεδραμεῖται τὴν διαγώνιον, ἢ τετραγώνου ἐντελῆς, ἢ ὀρθογωνίου ἐπιμήκης, ἢ ῥόμβου, ἢ ῥομβοειδῆς, τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν φορῶν τῶν κεντρικῶν δυνάμεων ἢ σης ὀρθῆς, ἢ ὀξείας, ἢ ἀμβλείας, καὶ τῶν δυνάμεων τῶν ἰσχυμένων, ἢ ἀνίσων ἢ ὧν ἀλλήλαις (132).

264. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἐ'σω κινητὸν τὸ Τ, ἀγόμενον ὑπὸ δυνάμεως προβλητικῆς εὐθεροῦς, καὶ ὑφ' ἐτέρας ὠθέσεως αὐτὸ αἰετὶ πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον Σ, ἣν διὰ τῆτο καλεῖμεν δύναμιν ἐπικέντρον· λέγω δὴ ὡς ἡ ὀρθία ἀκτὺς

(*) Διαδραμεῖται ἐμβαδὰ ΣΤΑ, ΣΑΓ κτ. ἀνάλογα τοῖς χρόνοις.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐΰω ΤΑ διάσημα, διατρεχόμενον ὑπὸ τῆς προβλητικῆς δυνάμεως ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ.· ἐν τῷ ἐφ. ἐξῆς διαδραμεῖται τὸ ΑΒ, = ΤΑ, εἰ μὴ ἐπενεργοίῃ ἢ ἐπίκεντρος (98)· τὰ δὲ δύο τριγωνικὰ ἐμβαδὰ, ΣΤΑ, ΣΑΒ εἰσὶν ἴσα (Γεωμ. 292).

Α' Μ' εἴπερ ἐπενεργοίῃ ἢ ἐπίκεντρος, κατερχεύω τὸ κινητὸν πρὸς τὸ Σ ποσότητι τῇ ΑΔ, ὅτε ἡ προβλητικὴ ἀπώθει αὐτὸ πρὸς τὸ Β καθ' ὅλον τὸ διάσημα ΑΒ· ἔκυν τὸ κινητὸν διαδραμεῖται τὴν διαγώνιον ΑΓ (131)· εἰ δὲ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΑ διαδραμεῖται τὸ τρίγωνον ΣΑΓ, ὃ φημί ἴσον εἶναι τριγώνῳ τῷ ΣΑΒ, τῷ διανυομένῳ κατὰ τὸ αὐτὸ δευτ. λεπτὸν ὑπὸ μόνῃς τῆς ἐνεργείας τῆς προβλητικῆς δυνάμεως, εἰ δὲ ἴσον τῷ ΣΑΤ, ὅτι τὰ ΣΑΒ, ΣΑΓ τρίγωνα, τὴν αὐτὴν βάσιν ΣΑ ἔχοντα, ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ΑΣ, ΒΓ (*) (Γεωμ. 294).

263. Τῆτ' αὐτό ἐσι, καὶ, ὡς συνήθως συμβαίνει (172), ἡ ὑπὸ τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως ἐγχειρομένη ταχυτὴς αὐξή· εἰ γὰρ ἐν τῇ προηγησαμένη περιπτώσει, ληξάσης τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως, τὸ κινητὸν διαδράμοι

(*) Ὁρῶσαν ἐνταῦθα ἐκδεχόμεθα ἀκτῖνα, γραμμὴν εὐθεΐαν τὴν ΣΤ, ἐπιξευγυμένην ἐκ τοῦ σημείου Σ, περὶ ὃ τὸ κινητὸν Τ περιερίφηται, πρὸς αὐτὸ τὸ κινητὸν, αἰέτοτε τῷ κινητῷ ἀναποστάτως ἀκαλεῖσθαι ἐν ἀπάσῃ τῇ περιγωγῇ αὐτῆς.

(**) Εἰσὶ γὰρ παραλλήλοι αἱ εὐθεΐαι ΑΣ, ΒΓ ὡς ἐναντίον πλευραὶ τῷ παραλληλογράμῳ ΑΒΓΔ τῷ ἐπὶ τῶν φορῶν ΑΔ, ΑΒ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων.

ἂν τὸ ΓΕ = ΑΓ ὑπὸ τῆς προβλητικῆς δυνάμεως (98). ἄλλ' εἰς τὴν ἐπικέντρον καταφέρει τὸ κινητὸν κατὰ τὴν ΓΘ = 3ΑΔ (177), τὸν κινητὸν ἀφίξεται εἰς τὸ Ζ· ὁμοίᾳ ἄρα συλλογισμῷ ἴδοιτις ἂν, ὡς τὸ ΣΓΕ = ΣΑΓ ἔστιν = ΣΓΖ· ἄρα ἐν γένει ἡ ὀρθία ἀκτὶς διαδραμεῖται ἐμβαδὰ ἴσα ἐν ἰσοῖς χρόνοις, εἴτ' ἐν ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα. Ο. Ε. Δ.

266. Φημί, ὑπὸ δυνάμεως προβλητικῆς σταθερῆς, εἴτ' ἐν μὴ κωλυομένης ὅτε παρὰ τῆς τῆ μέσου ἀντιστάσεως, ἢ τε παρ' ἄλλης αἰτίας, ἢ τῆς ἐπικέντρον· εἰ γὰρ αἰτία τις ἐπιβραδύνει ἐν τῷ δευτέρῳ λεπτῷ τὴν προβλητικὴν δυνάμιν ΑΒ, τὸ κινητὸν ἢ μὴ ἀφίξεται εἰς τὸ Γ τελευτῶντος τῆ δευτέρου λεπτῷ, ἢ τὸ καταγραφόμενον ἐμβαδὸν ἀναγκασίως ἔσαι ἑλάττω τῆ ΣΑΓ, ἢ δὴ ἑλάττω τῆ ΣΤΑ· τὴναντίου δὲ, εἰ ἡ προβλητικὴ δύναμις ΑΒ αὐξοίτο, τὰ ἐμβαδὰ ἐκ ἔσονται τοῖς χρόνις ἀνάλογα· αἱ μέντοι ἐκ τῆς ἐπικέντρον δυνάμεως ἐπακυληθῆσαι μεταβολαί, ὡς ἤδη εἶδομεν, ὁδῶς ἀλλοιῶσι τὴν ἀναλογίαν.

267. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Οἷον ὁ χρόνος τῆς περιόδου ἔσαι ὡς τὸ πηλίκον τῆ ὅλης ἐμβαδῆς τῆς καταγραφόμενης καμπύλης, διηρημένον ὑπὸ τῆ διανυθέντος τομέως ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ.

268. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἡ ταχύτης κινήσεως ἐν διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης ἐν λόγῳ ἔστιν ἀντιθέτω τῶν καθέτων, τῶν ἀγομένων ἐκ τῆ τῶν δυνάμεων κέντρον Σ ἐπὶ τὰς ἀπομένας ΤΑ, ΑΓ, ΓΖ κτ, αἵ εἰσι τὰ χοιρεῖα τῆς καμπύλης. Τὸ γὰρ κινητὸν ἐν ἴσῳ χρόνῳ διανύσει τὰς πλευρὰς ΑΓ, ΓΖ τῶν ἰσῶν τριγώνων ΣΑΓ, ΣΓΖ (264). ἄλλ' ἵνα ταῦτα τὰ τρίγωνα ἴσα ᾖσιν, ἀνάγκη τὰς βάσεις αὐτῶν ΑΓ, ΓΖ (εἴτ' ἐν τὰς ἐκ δια-

δοχῆς δὴ ταχυτήτας τῷ κινήτῳ ἐν λόγῳ εἶναι ἀντιστρόφῳ τῶν κατ' αὐτὰ ὕψων (Συμβ. Λογ. 303). τὰ δὲ, αὐταίς αἱ κάθετοι αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῶν δυνάμεων Σ ἐπὶ τὰς ἀπομένας ΑΓ, ΓΖ (Γεωμ. 196) ἀγόμεναι· ἄρα. κτ.

269. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐν κύκλῳ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὰς ἀπομένας ἀγόμεναι εἰσὶν ἴσαι (Γεωμ. 41)· κινήτὸν ἄρα, καταγράφει κύκλον διὰ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων, ἔξει αὖ ταχυτῆτα ἰσομερῇ.

270. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Οἱ πλανήτες κινῶνται περὶ τὸν ἥλιον δι' ἐνεργείας δυνάμεως προβλητικῆς σαφεῆς, καὶ ἐτέρας δυνάμεως ἐπικέντρου (261)· ἐντεῦθεν ἄρα, α'. πρῶτος νόμος, ὃν παρατετήρηκεν ὁ περίπυσος Κέπλερος, τὸς πλανήτας καταγράφειν ἐμβαδὰ τοῖς χρόνις ἀνάλογα, β'. ἐπεὶ ἐν τῇ περιηλιότητι Α (*), ἢ τῇ ἀφηλιότητι Β (σχ. 4), ἡ προβλητικὴ δύναμις ἢ τῆς ἐλλείψεως ΑΒΓΔ ἀπομένη ἐστὶ κάθετος τῇ ὀρθῇ ἀκτίνι ΣΑ, ἢ ΣΒ· αὕτη δὲ ἢ κάθετος ἔσται ἢ ἀπόσημα· ἢ περιηλιακὴ ἄρα ταχύτης πλανήτου τινὸς πρὸς τὴν αὐτὴ ἀφηλιακὴν ἔσιν ὡς τὸ ἀφηλιακὸν ἀπόσημα ΣΒ πρὸς τὸ περιηλιακὸν ΣΑ· ἢ ἐπεὶ περ αἱ κάθετοι αἱ ἐκ τοῦ Σ ἐπὶ τὰς ἀπομένας ἀγόμεναι αὔξουσιν ἐκ τοῦ Α μέχρι τοῦ Β, ἢ ἐλαττωθῶσιν ἐκ τοῦ Β μέχρι τοῦ Α, ἢ ταχύτης τοῦ πλανήτου αὖ ἐλαττωθήσεται μὲν ἐκ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπὶ τοῦ τόξου ΑΓΒ, αὖξου-

(*) Περιηλιότης μὲν ἐστὶ σημεῖον τὸ Α τῆς τροχιάς ἢ καμπύλης, ἢ πλανήτης, ὃ Ζεὺς φέρε, καταγράφει περὶ τὴν ἴσιν (ΤΨ. Γ. 17) Σ, ἐν ᾧ εἰς ἥλιος, τὸ προσεχέστερον τῷ ἡλίῳ πάντος ἄλλου σημείου· ἀφηλιότης δὲ τὸ μακρόν τῶν ἄλλων τῷ ἡλίῳ ἀφεστὼς σημεῖον Β.

θίσεται δὲ αἶε ἐκ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Α πρὸς τὸ τόξον ΒΔΑ, καὶ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον· ἄρα ὁ πλανήτης ἔξει αἶε, μηδεμιᾶς ἐξωτερικῆς αἰτίας κωλυέσης αὐτὸ τὴν κίνησιν, τὴν αὐτὴν ταχύτητα ἐφ' ἐκάστης περιαγωγῆς ἐν τῷ αὐτῷ σημείῳ τῆς ἐαυτοῦ καμπύλης, καὶ ἐν δυσὶ πέρασι τῆς αὐτῆς τεταγμένης ἐπὶ τὸν μείζονα ἄξονα ἐαυτῆς.

271. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τὸναντίον δὲ, εἰ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΤ (σχ. 3) διανύει περίτι σημειῶν Σ ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις φέρεται πρὸς τὸ τοῦ σημείου· καὶ γὰρ ἡ ὀρθία ἀκτὶς ΣΑ, ὅ δύνανται ἀκριβῶς διαδορμεῖν τὸ ἐμβαδὸν ΣΑΓ, εἰ μὴ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις ΑΔ φέροτο πρὸς τὸ Σ.

272. ΠΟΡΙΣΜΑ. Καίπερ οἱ πλανῆται περὶ τὴν γῆν κινεῖσθαι φαίνονται, διατρέχουσι μέντοι ἐμβαδὰ τοῖς χρόνοις ἀνάλογα, ὅ περὶ τὴν γῆν, ἀλλὰ τὸν ἥλιον· ἄρα κινεῖνται περὶ τῆτον τὸν ἄστέρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ κεντρικῶν δυνάμεων τῶν ἐν τῷ κύκλῳ.

273. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον ΠΤ (σχ. 2) τόξον ἀπειροσῶς τῆ ΤΡ ἴσον ἐστὶ τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆδε τῆ τόξου, διαιρεθέντι διὰ τῆς διαμέτρου.

$$\text{ΔΕΙΞΙΣ. } \Pi\Gamma = \frac{\Pi\Gamma^2}{\Gamma\chi} \quad (\Gamma\psi. \text{ Γεωμ. } 238) \cdot \text{ἀλλὰ δι}$$

ὅ,τι ἀπειροσὸν τὸ ΤΡ τόξον, συμπίπτει τῷ ἡμίτονῳ ΤΡ· ἄρα

$$\Pi\Gamma = \frac{\Pi\Gamma^2}{\Gamma\chi}. \quad \text{Ο. Ε. Δ.}$$

274. ΠΟΡΙΣΜΑ. Α'. Εἰν τῷ αὐτῷ κύκλῳ διὰ τὴν εὐστάθειαν τῆς ΤΧ τὰ πλάγια ἡμίτονα τῶν ἀπειροσῶν τόξων ἔσονται ἀνάλογα τῷ $\frac{TP^2}{1}$, εἴτ' ἐν τοῖς ἀπὸ τούτων τῶν τόξων τετραγώνοις.

275. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τὸ πλάγιον ἡμίτονον ἐμφαίνει τὰς κεντρικὰς δυνάμεις (262). αἱ δὲ ταχύτητες, ἔσαι, ὡς τὰ τόξα τὰ διανύμενα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ (112 Τόμ. Δ'), δηλωθήσονται ὑπ' αὐτῶν τῶν τόξων· δυνατόν ἄρα ἀντὶ μὲν τῆς πλαγίου ἡμίτονου ΠΤ ἀντικαταστήσαι τὰς κεντρικὰς δυνάμεις Δ, ἀντὶ δὲ τῆς τόξου TP τὴν ταχύτητα Τ· ἡκὼν γενομένης τῆς διαμέτρου ΤΧ = 2Α, καὶ ΠΤ = Δ, ἀντὶ $\frac{TP^2}{ΤΧ}$, ἔσαι Δ = $\frac{ΤΤ}{2Α}$ · ἄρα παρατιθεμένης διαφο-

ρως κεντρικὰς δυνάμεις ἔσαι Δ : δ :: $\frac{ΤΤ}{2Α}$: $\frac{ττ}{2Α}$:: ΤΤ :

ττ (Συμβ. Λογ. 247). τούτοις αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγωνα· ἵν' ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ ἡ ταχύτης τριπλασιασθῇ, ἐνεαπλασιασθῇαι ἀνάγκη τὰς δυνάμεις.

276. Τελευταῖον δὲ τῶν ἀκτίων Α ἑσῶν, ὡς αἱ διάμετροι 2Α, ὁ λόγος Δ = $\frac{ΤΤ}{2Α}$ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων

παρασθῆναι δύναται διὰ Δ = $\frac{ΤΤ}{Α}$

277. ΠΟΡΙΣΜΑ. Γ'. Τῶν ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ διὰ ταχυτήτος ἴσης διατρεχομένων τόξων οἷων ὡς οἱ χρόνοι (110 Τόμ. Δ'), οἱ χρόνοι σημειθῆναι δύνανται διὰ τῶν τῶν τόξων· καὶ κληθέντος τῆς χρόνου Χ, διὰ συλλογισμῶ δ·

μοίς τῷ προτέρῳ ἔσται $\Delta = \frac{XX}{2A}$, τῷ τῶν αἰ κεντρικαὶ

δυνάμεις, εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν χρόνων τετράγωνα.

278. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Δύο κινητῶν διατρεχόντων ἄμα δύο κύκλους διαφόρους τὸ μέγεθος, αἱ κεντρικαὶ αὐτῶν δυνάμεις ἔσονται ὡς αἱ τῶν κύκλων ἀκτῖνες· αἱ μὲν γὰρ αὐτῶν ταχύτητες ἔσονται ὡς αἱ περιφέρειαι (110. Τόμ. Δ'). αἱ δὲ, ὡς αἱ ἀκτῖνες Α. α (Γεωμ. 393), ἢ ἡ ἐκ-

θεσις $\Delta = \frac{TT}{2A}$ γενήσεται $\Delta = \frac{A^2}{2A} = \frac{A}{2}$. ἄρα $\Delta : \delta$

$:: \frac{A}{2} : \frac{\alpha}{2} :: A : \alpha$ ὅθεν δυνατόν ἀναγαγεῖν τὴν ἀπό-

κεντρον δύναμιν, ἣν ἐπιδέξαιντ' ἂν διάφορα σημεῖα σφαι-
ρας ἐν τῇ περὶ τὸν ἄξονα αὐτῆς περιόδῳ.

279. Σῶμά τι τὸ Ο (χ. 2), κείμενον ἐν τῷ τῆς γῆς ἰσημερινῷ, καταγράφει ἐν ὥραις 23 λεπ. 56 κύκλον ὅλον $= 360^\circ$, ἢ ἀκτὶς $= 1432\frac{1}{2}$ λεύγαις· 360° ἀναχθέντων εἰς λεπτὰ δευτέρα κυκλικά, ἢ 23 ὥρων ἢ 56 λεπτῶν εἰς λεπ. δευτ. χρονικά, εἰάν ἐκεῖνα διὰ τῶν διαιρεθῇ, εὐρεθήσεται τὸ σῶμα Ο διανύον ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. τόξον $15'', 0417$. τὸ ἐν πλάγιον ἡμίτονον τοιούτου τόξου ληφθὲν ἐκ τῶν πινάκων περιέξει δεκαδικὰ σύμμετρα τῇ γήινῃ ἀκτίνι λαμβανομένη ἀντὶ μονάδος, ἢ ὁλοκλήρῃ ἡμίτονον· ἀνάγοντες ἔν εἰς γραμμὰς ἢ τὴν γήινην ἀκτῖνα $= 1432\frac{1}{2}$ λεύγαις, εὐρήσῃμεν τὴν δύναμιν (Α'ριθμ. 243) τῶν δεκαδικῶν $= 7,55$ γραμμαῖς περί πρ.

280. Ἄ. Ἄρα σῶμα Ο, κείμενον ἐν τῷ ἰσημερινῷ, ἀποσῆσεται τῆς γῆς ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. γραμμὰς 7,55, εἰ μὴ καταχευεῖται τῇ τῆς βαρύτητος δυνάμει· ἢ τοιαύτη τίς

ἔσιν ἡ ἀπόκεντρος δύναμις, ἣν πᾶν σῶμα τοιοῦτο λαμβάνει ἐκ τῆς περιόδου τῆς γῆς· ἀλλὰ β'. τῇ βαρύτητι τὰ σώματα διατρέχει ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. πόδας 15, ποσότης ἔχουσα πρὸς 7,55 γραμ. περίπεως 287:1· ἄρα ἡ ἀπόκεντρος δύναμις, ἣν κτάται τὰ γήινα σώματα ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν ἔστι $\frac{1}{287}$ τῆς βαρύτητος αὐτῶν, καὶ δὴ $\frac{1}{287}$ περίπεως τῆς, ἥς ἀνείχον, εἰ μὴ περὶ τὴν γῆν ἐκινῶντο. γ'. τῶν κεντρικῶν δυνάμεων ὡσὼν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνον (275), ἵνα ἡ περιοδικὴ τῆς γῆς κίνησις κατασθέσῃ πᾶσαν τὴν βαρύτητα τῶν ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν κειμένων σωμάτων, ἑπτακαίδεκαπλασίᾳ περίπεως γενέσθαι ὀφείλει.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐξω ττο ἰσημερινὸς γήινος, καὶ ττροχ εἰς τῶν μεσημβρινῶν· αἱ κεντρικαὶ ὅν δυνάμεις, ἃς ἐκτῆσαντο ἐκ τῆς περιαγωγῆς τῆς γῆς τὰ σώματα O, B, P, ἀναφερόμενα πρὸς κέντρα κινήσεως τὰ K, A, Π, φθίνουσιν ὥσπερ αἱ ἀκτῖνες KO, AB, ΠP (278), ἐξ δὴ ὥσπερ τὰ συνημίτονα KO, AB, ΠP τῶν κατ' αὐτὰς γήινων πλάτεων O, BO, PO (*).

281. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐν τοῖς κινητοῖς τοῖς περὶ τὸ σημεῖον κοινὸν κύκλῳ διὰφόρος ὁμοκέντρος καταγράφου-

(*) Πλάτος τότε καλεῖται ἡ αὐτὴ ἀπὸ τῆ ἰσημερινῆ TKO ἀπόστασις, λαμβανόμενον ἐπὶ τῇ μεσημβρινῇ ΤΤΡΟΧ· ἔκκον πλάτος μὲν τῇ τότε O ἔστιν = O· τὸ δὲ τῇ μεσημβρινῇ τόξον, ὃ ἐστὶ παραπλήρωμα τῇ τότε τὸ πλάτος καταμετρεῖντος τόξον, ἔστι τὸ τεταρτημόριον OT, ὃ τὸ ἡμίτονον, καὶ ἰσομεινὸς τὸ συνημίτονον τῇ κατὰ τὸν O τόπου πλάτης, ἔστιν ἡ ἀκτὶς OK· ῥᾶσα τοῖσιν καταφαίνεται, ὅτι τὸ μὲν AB ἔστι συνημίτονον τῇ πλάτης BO, τὸ δὲ ΠP συνημίτονον τῇ πλάτης PO.

σιν, ἐπεὶ αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἐν λόγῳ εἰσὶν ἀντιστρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν τετραγωνικῶν ριζῶν τῶν ἀποσημάτων· ἔσω γὰρ τὸ μὲν εἰς ἡμίσημα $= 1$, τὸ δὲ μέγιστον $= A$, ἢ ἡ μὲν εἰς ἡμίσημα κεντρικὴ δύναμις $= 1$, ἡ δὲ μέγιστη $= \Delta$. φημί δὴ ὡς ἔστι $\Delta : 1 :: \sqrt{1} : \sqrt{A}$. ἔστι γὰρ ἐξ ὑποθέσεως $\Delta : 1 :: 1^2 :$

A^2 . ἄρα $\Delta = \frac{1}{A}$ (Συμβ. Λογ. 248). Ἀλλὰ $\Delta = \frac{T^2}{A}$

(276)· παραθέσει ἄρα τῶν δύο δυνάμεων τῆς Δ ἔστι

$$\frac{T^2}{A} = \frac{1}{A^2} \cdot \text{ἄρα } T^2 = \frac{A}{A^2} \text{ (Α'ριθ. 107) } = \frac{1}{A} \text{ (Συμ.}$$

$$\text{Λογ. 58) } \cdot \text{ ἄρα } T = \sqrt{\frac{1}{A}} \cdot \text{ ἄρα } T : 1 :: \sqrt{1} : \sqrt{A}$$

(Συμ. Λογ. 240).

282. ΠΟΡΙΣΜΑ 5'. Ὅταν αἱ ταχύτητες ᾧσιν ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀποσημάτων, αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις Δ ἔσονται ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ τῶν κατὰ τὰ ἀποσήματα κύβων.

Καὶ γὰρ τηρεμένων τῶν αὐτῶν ὀνομάτων, ἃ ἔχον ἐν τῷ ἡγησαμένῳ πορίσματι, ἐκ τῆς ἀναλογίας $T : 1 ::$

$$1 : A, \text{ ἔσται } T = \frac{1}{A} \text{ ἢ } T^2 = \frac{1}{A^2} \cdot \text{ ἄρα } \Delta = \frac{1}{A^2} : A$$

$$(276) = \frac{1}{A^3} \text{ (Α'ριθ. 203) } \cdot \text{ ἄρα } \Delta : 1 :: 1^3 : A^3.$$

283. ΠΟΡΙΣΜΑ 2'. Ὅταν αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ᾧσιν ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων, τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα εἰσὶν ὡς οἱ τῶν ἀποσημάτων κύβοι, εἴτ' ἔν $X^3 : 1^3 :: A^3 :$

1³. ἡ γὰρ αἱ διανυθεῖσαι περιφέρειαι διὰ κινήσεως ἰσομερῆς (266), εἰσιν ὡς $T \times X$ (107). αἱ δὲ εἰσιν ὡς αἱ ἀκτῖνες, εἴτ' ἔν τὰ ἀποσήματα A . ἄρα αἱ ἀκτῖνες, ἢ τὰ ἀποσήματα A , εἰσιν ἀνάλογα τοῖς $T \times X$. ἔξέσται ἄρα τῶντα ἐμφῆναι διὰ $A = TX$. ὅθεν $A^2 = T^2 X^2$ (Δ).

Ἀντικαταστάσει δὲ ἐν τῇ Δ, $\frac{1}{A}$ ἀντὶ T^2 (281) ἔσαι

$$A^2 = \frac{1}{A} \times X^2 = \frac{X^2}{A}. \text{ ἄρα } X^2 = A^3 \text{ (Ἀριθμ. 107).}$$

ἄρα $X^2 : 1^2 :: A^3 : 1^3$ (Συμ. Λογ. 240).

284. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Ὅταν τέναντίον τὰ ἀπὸ τῶν περιοδικῶν χρόνων τετράγωνα ᾧσιν ὡς οἱ τῶν ἀποσημάτων κύβοι, αἱ κεντρικαὶ δυνάμεις ἔσονται ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων. ἔστι γὰρ (283) $X^2 : 1^2 :: A^3 : 1^3$, ὅθεν (Συμ. Λογ. 238) $X^2 = A^3$. ἐκὺν ἡ ἐξίσωσις $A^2 = T^2 X^2$ (283) γενήσεται

$$A^2 = T^2 A^3. \text{ ὅθεν } T^2 = \frac{A^2}{A^3}, \text{ ἢ } T^2 = \frac{1}{A}. \text{ ἀλλὰ}$$

$$\Delta = \frac{T^2}{A} \text{ (276). ἄρα } \Delta = \frac{1}{A} : A = \frac{1}{A^2}. \text{ ὅθεν πρόει-$$

σιν ἡ προεκφραθεῖσα ἀναλογία $\Delta : 1 :: 1^2 : A^2$.

285. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἡ ταχύτης, ἥς δεῖται σῶμα, ἵνα περίτι σημεῖον κύκλον καταγράψῃ ἴση ἐστὶ τῇ, ἣν ἂν προσκλήσαιο ἐκ τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως, ἐλευθέρως καταπίπτον διὰ τῆς ἡμισείας ἀκτίνος.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ διανυθὲν διάστημα ὑπὸ τῆς ἐπικέντρου δυνάμεως ἔστι καθ' ὑπόθεσιν $\frac{A}{2}$, ὅπερ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς

δαπανηθέντος εἰς τὸ χρόνον τετράγωνον (151)· ἔστιν ἄρα

$$\frac{A}{2} = X^2.$$

Παρὰ ταῦτα δὲ ἐν διαφόροις ἐπικέντροις δυνάμεσι
ταῖς κατὰ κύκλου διαφόρους ὁμοκέντρος, τὸ διάστημα $\frac{A}{2}$

ἴσον ἔσται τῷ γινομένῳ ἐκ τοῦ ἀπὸ τοῦ χρόνου τετραγώνου,
ἐκ τῆς ἐπικέντρος δυνάμεως· δῆλον γάρ, ὡς τῶν ἄλλων
μενόντων τῶν αὐτῶν, τὸ διανυόμενον διάστημα ἔσται δι-
πλῆν, τριπλῆν κτ. τῆς ἐπικέντρος δυνάμεως ὕψους διπλῆς,

τριπλῆς κτ· ἔκβν ἔσται $\frac{A}{2} = X^2 \times \Delta^2 = X^2 \Delta$ · ἄρα

(Συμβ. Λογ. 393) $A = 2\Delta X^2$. (A).

Ἀλλὰ α'. ἐν κινήσει ἰσομερεῖ τὸ διανυόμενον διά-

στημα $\frac{A}{2}$ ἔστιν $= TX$ (107)· ἄρα $T = \frac{A}{2X}$ (Ἀριθμ. 108)·

β'. ἡ ταχύτης T , ἣν ἔχει τὸ κινητὸν κατελθὼν τὸ $\frac{A}{2}$,

ἔστιν ἴση τῇ, ἥς ἀν αὐτῷ ἔδει, ἵνα διανύσειε τὴν ὅλην ἀκτί-
να (155)· ἄρα ἡ ταχύτης αὕτη παρασθῆσεται διὰ

$$T = \frac{A}{X}.$$

Ἀντικαταστάσει ἀντὶ A τῆς δυνάμεως $2TX^2$, ἐξ ἀνα-

γωγῆς, ἔσται $T = 2\Delta X$ · ἄρα $X = \frac{T}{2\Delta}$ · ἄρα $X^2 = \frac{T^2}{4\Delta^2}$.

Ἀντικαταστάσει νῦν ἐν τῇ A ἐξισώσει ταύτης τῆς δυνά-

μεως ἀντὶ X^2 , ἔσται $A = \frac{T^2}{2X}$ · ἄρα $T^2 = 2\Delta A$, ἐκ T

$$= \sqrt{2\Delta A}.$$

Φημι ὅτι ὡς ἡ ἐν τῷ κύκλῳ ἀναγκαία ταχύτης ἐστὶ
 $\sqrt{2\Delta A}$, καὶ γὰρ ἐκ $\Delta = \frac{T^2}{2A}$ (276) ἀποφέρεται $T^2 =$
 $2\Delta A$, καὶ $T = \sqrt{2\Delta A}$. ὅθεν κτ. Ο.Ε. Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ τῆς ἐν ταῖς Κωνικαῖς τομαῖς κινήσεως.

286. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ὄταν σῶμα καμπύλην καταγράφῃ τὴν ΣΜΔ (χ. 5), καὶ ἡ βαρύτης αὐτῆς, ἢ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ, αἰετὶ φέρεται πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον ε, αὕτη ἡ δύναμις Δ ἐν ἐκάσῳ σημείῳ Μ τῆς καμπύλης παρασθῆσεται διὰ τῆς ὀρθῆς ἀκτίνος $εΜ = ρ$, διατρεφείσης διὰ τῆς παραγομένης ἐκ τῆς κύβου (ψ^3) τῆς καθ' ἑαυτὴν $εΓ$ (ψ), τῆς ἐπιζευγνυμένης ἐκ τῆς σημείου ε ἐπὶ τὴν ἀπτομένην ΜΓ κατὰ τὸ σημεῖον Μ, καὶ ἐκ τῆς διπλῆς τῆς ἀκτίνος τῆς καμπυλότητος $Μτ = 2\xi$. τυτέσι $\Delta = \frac{P}{2\psi^3\xi}$, τηρουμένων ἀμέλει τῶν ὀνομάτων ὡς ἐν Τ'ψ. Γ. 239.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐὰν τῶν δύο ταχυτήτων, ὧν ἔχει τὸ κινητὸν ἐν δυσὶ διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης, ἡ μὲν ἐλάττων ἐκληφθῇ ὡς 1, ἡ δὲ μείζων κληθῇ Τ, καὶ τῶν δύο καθέτων τῶν ἐκ τούτων τῶν σημείων ἐπὶ τὰς ἀπτομένας ἀγομένων, ἡ μὲν ἐλάττων ἐκληφθῇ 1, ἡ δὲ μείζων Ψ, ἐπεὶ αἱ ταχύτητες ἐν λόγῳ εἰσὶν ἀντιστρόφω (268) τούτων τῶν καθέτων, ἔσται ἡ ἐφεξῆς ἀναλογία ἡ μείζων ταχύτης Τ πρὸς τὴν ἐλάττω 1, ὡς ἡ ἐλάττων καθετος 1 πρὸς τὴν μείζω ψ, εἴτ' ὅτι $T : 1 :: 1 : \psi$. ἄρα

$T = \frac{1}{\psi}$ · ἔκεν ἡ γενικὴ ἔκθεσις τῆς ταχύτητος, ἐν ἐνὶ

σημείῳ M τῆς καμπύλης ἔσαι $T = \frac{1}{\psi}$ (*). ὅθεν $T^2 =$

$\frac{1}{\psi^2}$ · ἀλλὰ ἡ ἐπίκεντρος δύναμις ἀναφερομένη πρὸς τὸ κ

κέντρον τῆς κατὰ καμπυλότητα ἀκτίνος, ἔσαι $\frac{T^2}{2\xi}$ (ΤΨ.

Γ. 239, καὶ ἐνταῦθα 276)· ἀντικαταστάσει ἄρα ἀντὶ T^2

τῆς προεκτεθείσης αὐτῆς δυνάμεως, ἔσαι $\frac{1}{\psi^2} : 2\xi = \frac{1}{2\psi^2\xi}$,

ἢ ἔσιν ἔκθεσις τῆς πλαγυῖς ἡμιτόνου $M\xi$, δυνάμεως ἐπὶ κέντρῳ ὡς πρὸς τὸ σημεῖον κ .

Εἰπὶ τέτοις $M\chi$, ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει, ἐμφανίζει τὴν ἐπίκεντρον δύναμιν, ἀναφερομένην εἰς τὸ σημεῖον ϵ · ἀλλ' ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων $M\chi\xi$, $M\epsilon K$ (ΤΨ. Γ. 244)·

ἔσαι $M\xi = \frac{1}{2\psi^2\xi} : M\chi :: \epsilon K = \psi : \epsilon M = \rho$ · ἄρα $M\chi$

$= \Delta = \frac{\rho}{2\psi^2\xi}$ (Συμβ. Λογ. 250)· ἄρα κτ. Ο.Ε.Δ.

287. ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἴπει ἄτρεπτον τὸ 2, ὃ διαιρεῖ

(*) Εἴν γένει δυεῖν ποσοτήτων Π , π , ἀντιπεποδυότα λόγον ἔχουσιν πρὸς δύο ποσότητες Ξ , ξ , δυνατόν αἰεὶ εἶναι εἰπεῖν, ὅτι $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ἢ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$ · καὶ γὰρ ἐν τῇ ἀναλογίᾳ

$\Pi : \pi :: \xi : \Xi$, αἰεὶ δυνάμεθα ὑποθεῖναι π καὶ $\xi = 1$, εἴτ'

ἂν ποιῆσαι $\Pi : 1 :: 1 : \Xi$ · ὅθεν $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, καὶ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$.

τὸ $\frac{\rho}{\psi^3 \xi}$, αἰεὶ ἐξέσαι δηλῶσαι τὴν κεντρικὴν δύναμιν διὰ

$$\Delta = \frac{\rho}{\psi^3 \xi}.$$

288. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐὰν, ἐν ἡτοιῶν κωνικῇ τομῇ, ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ , ἡ ἀγυσα τὸ σῶμα πρὸς καταγραφὴν ταύτης τῆς κωνικῆς τομῆς, φέρεται πρὸς ἐξίαν, ἔσιν ἀναγκαιῶς ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων.

ΔΕΙΞΙΣ α'. Α' εἰ ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἡ ἀκτὶς τῆς καμπυλότητος ξ , ἴση ἐστὶ τῷ κύβῳ τῷ ἀπὸ τῆς ὀρθίας ἀκτίνος εM (ρ^3), διαιρεθέντι διὰ τῷ κύβῳ τῆς καθέτου εK (ψ^3), εἴτ' ἔν $\xi = \frac{\rho^3}{\psi^3}$ (Τ' ψ. Γ. 244). β'. ἡ ἀπαιτημένη πρὸς καταγραφὴν τῆς καμπύλης ἐπίκεντρος δύναμις ἐστὶ $\Delta = \frac{\rho}{\psi^3 \xi}$. Β' ἀντικαταστάσει ἄρα αὐτὶ ξ τῆς κατ' αὐτὴν δυνάμεως ἐν τῇ Β ἐξισώσει, ἔσαι $\Delta = \frac{\rho}{\psi^3} = \frac{\psi^3}{\rho^3} = \frac{1}{\rho^2}$. ἀλλὰ $\rho^2 = \varepsilon M^2$, ἔστι τὸ ἀπὸ τῷ ἀ-

ποσημματος τετραγώνων, ὃ ἡ ἐκθεσις $\Delta = \frac{1}{\rho^2}$, δηλοῖ τὴν κεντρικὴν δύναμιν Δ , ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ ἔσαν τῷ ἀπὸ τῆς ρ τετραγώνων (Σημ. 286). ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

289. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Ἐὰν ἐν κωνικῇ τομῇ ἐγερθῇ ἀπὸ τῷ πέρατος ν^1 (χ. 5, 6) τόξον ἀπειροσῶς τῷ νM^1 κάθετος $\nu \mu$ (ψ) τῇ ὀρθίᾳ ἀκτίνι εM , ἡ ἐπίκεντρος δύναμις Δ , ἐν τῷ σημείῳ M , ἴση ἔσαι τῷ ἀπὸ ταύτης τῆς

καθέτε τετραγώνῳ, διαιρεθέντι διὰ τῆς κατὰ τὴν κωνικὴν τομῆν παραμέτρου π.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὰ τρίγωνα $M\zeta\chi$, $\nu'\chi$, ἐπεὶ ἡ γωνία $\zeta = \nu$, καὶ αἱ κατὰ τὸ χ γωνίαι, ὡς κατὰ κορυφὴν ἀντι-
κείμεναι, ἴσαι, εἰσὶν ὅμοια· ἄρα $M\chi = \Delta : M\zeta = \frac{\nu^2}{2\xi}$

(Τ'ψ. Γ. 240) :: $\nu'\chi = \nu : \nu'\nu = \psi$ · ἄρα $\Delta = \frac{\nu^3}{2\xi\psi}$ (B).

Τὰ τρίγωνα MeK , $\nu'\chi$, ἐπεὶ ἡ ὀρθὴ γωνία $K = \nu$, καὶ ἡ χ γωνία τῷ $\nu\chi$ τριγώνῳ ἴση τῇ ὑπὸ ϵMK , διὰ τὰς παραλλήλους $\nu\nu'$, MK , εἰς ἃς ἐμπέπτει ἡ ϵM , εἰ-
σὶν ὅμοια· ἄρα $\epsilon M = \rho : \epsilon \Gamma = \psi :: \nu'\chi = \nu : \nu'\nu = \psi$ ·
ἄρα $\frac{\rho}{\psi} = \frac{\nu}{\psi}$ (Συμβ. Λογ. 186)· ἄρα $\frac{\rho^3}{\psi^3} = \frac{\nu^3}{\psi^3}$.

Ἀλλὰ $\xi = \frac{B^3\rho^3}{A\psi^3}$ (Τ'ψ. Γ. 244), τῷ μὲν A τὸν
πρῶτον δηλῆντος ἡμιάξονα, τῷ δὲ B τὸν δεύτερον (Τ'ψ.
Γ. 240), ἀντικαταστάσει ἔσαι $\xi = \frac{B^3\psi^3}{A\nu^3}$ · τιθεμένης ἄρα
ἐν τῇ ἐξισώσει B ταύτης τῆς δυνάμεως ἀντὶ ξ , ἔσαι Δ
 $= \frac{\nu^3}{2\psi} \times \frac{A\psi^3}{B^3\nu^3}$ (Α'ριθμ. 204) $= \frac{A\psi^3}{2B^3}$ · ἔσι δὲ τῷτο ἴσον
τῷ ἀπὸ ν τετραγώνῳ, διαιρεθέντι διὰ τῆς παραμέτρου π
 $= \frac{2B^3}{A}$ (Τ'ψ. Γ. 169)· καὶ γὰρ $\psi^2 : \frac{2B^3}{A} = \psi^2 \times \frac{A}{2B^3}$
 $= \frac{A\psi^2}{2B^3}$ · ἄρα ἡ ἐκκεντρος δύναμις Δ , ἴση ἐστὶ τῷ ἀπὸ

τῆς καθέτου τετραγώνου ψ^2 , διαιρεθέντι διὰ τῆς κατὰ τὴν
κωνικὴν τομὴν παραμέτρου $\pi = \frac{2B^2}{A}$. Ο. Ε. Δ.

290. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Ὅταν πολλὰ ἅμα κινητὰ
περὶ τὴν αὐτὴν ἐξίαν κωνικὰς τομὰς καταγράφωσι, τὰ
ἐμβαδὰ τῶν κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον καταγεγραμμένων
τομέων ἀνάλογά εἰσι ταῖς τετραγωνικαῖς ῥίζαις τῶν κα-
τὰ τὰς μεγάλους ἄξονας αὐτῶν παραμέτρων.

ΔΕΙΞΙΣ· ἔσι γὰρ (289) $M\chi = \Delta = \frac{\psi^2}{\pi}$ ἄρα $M\chi$

$\times \pi = \psi^2$. ἄλλ' ἡ ἐπίκεντρος δύναμις $M\chi = \frac{1}{\rho^2} =$

$\frac{1}{\epsilon M^2}$ (288). ἄρα $\frac{1}{\epsilon M^2} \times \pi = \psi^2 = \frac{\pi}{\epsilon M^2}$. ἄρα $\pi = \psi^2$

$\times \epsilon M^2$. ἄρα $\sqrt{\pi} = \sqrt{\psi^2 \times \epsilon M^2}$. ἄλλ' ἡ τετραγωνι-
κὴ ῥίζα τῆς $\psi^2 \times \epsilon M^2$ ἔστιν ἀνάλογος τῷ ἐμβαδῷ τῆ το-
μέως, ἢ τῷ τριγώνῳ $\epsilon M\nu^1$. ἐπεὶ $\sqrt{\psi^2 \times \epsilon M^2} = \nu \times$
 ϵM , ἢ $\nu^1 \nu \times \epsilon M$. ἐπεὶ ἄρα τὸ ἐμβαδὸν τῆς τριγώνου
 $\epsilon M\nu^1 = \frac{\nu^1 \nu \times \epsilon M}{2}$ (Γεωμ. 285), $\sqrt{\pi}$ ἔστιν ἀνάλογος

$\tau\omega \frac{\nu \times \epsilon M}{2}$, ἢ δὴ ἢ $\tau\omega \nu \times \epsilon M$ (Συμβ. Λογ. 241)

ἢ τὴν ἀντίστοιχον. Ο. Ε. Δ.

291. ΠΟΡΙΣΜΑ. Τὸ ὅλον ἐμβαδὸν Σ ἐκάστης ἐλ-
λείψεως ἔστιν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς τετραγωνικῆς ῥί-
ζης τῆς π παραμέτρου αὐτῆς, ἢ τῷ περιοδικῷ χρόνῳ X .
εἴτ' ἔν $\Sigma = \sqrt{\pi X}$. ὁ γὰρ περιοδικὸς χρόνος ἔστιν ὡς τὸ πηλί-
κον τῷ ὅλῳ ἐμβαδῷ, διαιρεθέντος διὰ τῷ ἐμβαδῷ τῆς διατρεχο-

μένε τομέως ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ (267)· ἀλλὰ τὰ ἐμβადὸν τῷ ἐν δεδομένῳ χρόνῳ καταγραφόμενῳ τομέως ἔσιν ἀνάλογον τῇ $\sqrt{\pi}$ (290), ἢ δὴ δηλωθῆναι δύναται διὰ $\sqrt{\pi}$ · ἄρα $\sqrt{\pi} \times X$ ἐμφαίνει τὸ ὅλικόν ἐμβადὸν ἐκείνης ἐλλείψεως (Αριθμ. 107)· ἄρα $\Sigma = \sqrt{\pi} X$ · παρὰ ταῦτα ἐπεὶ τὸ ἐμβადὸν Σ ἀπάσης ἐλλείψεως ἴσον ἐστὶ τῷ ἐμβადῷ κύκλου, ὃ ἢ διάμετρος χ μὴση εἶη ἀνάλογος τῷ μείζονος ἢ τῷ ελάσσενος τῶν ὀξείων (Τ.ψ. Γ. 102), ἀνάλογον ἔσαι τῷ γινομένῳ ὑπὸ 2α , ἢ 2β (Συμβ. Λογ. 248) ἢ δὴ τῷ ὑπὸ α , ἢ β (Συμβ. Λογ. 247)· ἄρα $\sqrt{\pi} \times T = \alpha\beta$.

292. ΘΕΩΡΗΜΑ Ε'. Ἐν ἐλλείψεσι, κανὴν ἔχουσιν ἐξίσαν, πρὸς ἣν φέρεται ἡ κεντρικὴ δύναμις, τὰ ἀπὸ τῶν περιδικῶν χρόνων τετράγωνα εἰσὶν ὡς αἱ κύβου τῶν ἀποσημάτων.

ΔΕΙΞΙΣ· Ἐστὶ γὰρ $\pi = \frac{2\beta^2}{2}$ (Τ.ψ. Γ. 169)· ἄρα

$$\alpha\pi = 2\beta^2 \cdot \text{ἄρα } \frac{\alpha\pi}{2} = \beta^2 \cdot \text{πολλαπλασιασμοῦ διὰ } \alpha^2,$$

$$\frac{\alpha^3\pi}{2} \alpha^2\beta^2 \cdot \text{ὅθεν } \frac{\alpha^3\pi}{2} = \pi \times X^2 \cdot \text{ἄρα } \frac{\alpha^3}{2} = X^2 \cdot \text{ἄρα,}$$

ἐπεὶ ἄτρεπτος ὁ 2 διαιρέτης, α^3 ἔστιν ἀνάλογον τῷ X^2 , καὶ τῷ μπάλῳ· ἄρα τὰ X^2 τετράγωνα τῶν περιδικῶν χρόνων εἰσὶν ὡς οἱ τῶν ἀποσημάτων κύβου α^3 . Ο. Ε. Δ.

293. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐν ἐλλείψει ἐπεὶ ἡμέση ἀπόστασις ἀπὸ τῆς ἐξίσας ἔστιν ὁ μέγας ἡμιάξων (84) τὰ ἀπὸ τῶν περιδικῶν χρόνων τετράγων, ἐπὶ τῶν διαφόρων ἐλλείψεσι ὁμοεὶς γραφόντων σωμάτων, ἔσονται ὡς οἱ κύβου τῶν μέσων ἀποσημάτων· ἢ τοιῶς δε ὑπάρχει ὁ νόμος,

ὃν ἀνεκάλυψε Κέπλερος ἐν τῇ περὶ τὸν ἥλιον κινήσει τῶν πλανητῶν.

294. Ἐγνωσμένων τῶν περιοδικῶν χρόνων τῶν πλανητῶν, ἢ ἐνὸς αὐτῶν, τῆς γῆς τυχόν, τὲ ἀπὸ τῆ ἡλίου ἀπόστηματος, διὰ τῆ προεκτεθέντος νόμου, εὑρεῖν ὡς ἔγγραψα συνησόμεθα τὰ πάντων τῶν λοιπῶν ἀπὸ τῆ ἡλίου ἀποστήματα.

Ἐς ὃ περιοδικὸς τῆς γῆς χρόνος ὥραι 8766, ἢ 5392 (*) ὁ τῆς Ἀφροδίτης, ἢ τὸ ἀπὸ τῆ ἡλίου τῆς γῆς ἀπόστημα 34760000 (**). τετραγωνισθέντων ἐν τῶν δύο ἀριθμῶν, ἢ τῆ τρίτῃ κυβισθέντος, γενέσθω μέθοδος τῶν τριῶν · $8766^2 : 5392^2 :: 34760000^2 : \chi^2$ · ἑξαχθείσης δὲ τῆς κυβικῆς ῥίζης ἐκ τῆ ἀριθμοῦ τῆ ἴσης τῷ χ^2 , εὑρεθήσεται τὸ τῆς Ἀφροδίτης ἀπὸ τῆ ἡλίου ἀπόστημα.

295. Ὡς αὐτως ἐγνωσμένων τῶν κατὰ τὰς δορυφόρους περιόδων, ἢ ἐνὸς τῶν τῷ Διὶ φέρε τῆ ἀπὸ τῆ Διὸς αὐτῆ ἀποστήματος, ἢ τῆ ἐνὸς τῶν τῷ Κρόνῳ ἀπὸ τῆ Κρόνου αὐτῆ, εὑρεθήσεται ἢ τῶν λοιπῶν τὸ ἀπὸ τῆ ἀρχικῆ αὐτῶν πλανήτε ἀπόστημα διὰ τῆς ἐξῆς τῶν τριῶν μεθόδου: Τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆ περιοδικῆς χρόνου τῆ δοθέντος δορυφόρου τῷ Διὶ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆ περιοδικῆς χρόνου ἄλλου δορυφόρου τῷ αὐτῷ Διὶ ἔστιν ὡς ὁ κύβος τῆ ἀπὸ τῆ Διὸς ἀποστήματος τῆ δοθέντος δορυφόρου πρὸς τὸν κύβον χ τῆ ἀποστήματος τῆ δευτέρου.

296. Ἡ μέθοδος αὕτη τῷ ὀρίζειν τὰ τῶν ἀστέρων ἀποστήματα ἐκλαμβάνεται τοῖς ἀστρονομῶσιν ἢ πασῶν

(*) Τίθενται ἀκριβεῖς ἐνταῦθα οἱ περιοδικοὶ χρόνοι, ὡς ὀφείκετα ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ.

(**) Ὡς ἢ τοῦτ' φαίνεται ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ.

ἀκριβετέρα, δι' ἧς τηρεῖται ὡς ἐγγίσα· ὁ λόγος τῆ α'. ποσήματος τῆς γῆς ἀπὸ τῆ ἡλίου πρὸς τὰ τῶν ἄλλων πλανητῶν ἀποσήματα· εἰάν ἔν ἀκριβῶς γινώσκηται τὸ τῆς γῆς ἀπὸ τῆ ἡλίου ἀπόστημα, τὰλλα γνωθῆσεται ἀπολύτως· ἀλλ' ἡ δυσχέρεια τῆ εὑρεῖν ἀκριβῶς τὴν τῆ ἡλίου παράλλαξιν, περὶ ἧς ἐρῶμεν ἐν τοῖς ἐφεξῆς, καταλείπει ὑπέρ τε τῆ τῆς γῆς, ἢ τῶν ἄλλων πλανητῶν, ἀποσήματος ἀβεβαιότητα περὶ τοῦ τῆς.

297. ΘΕΩΡΗΜΑ. ζ'. Ἐν ἀπάσῃ κωνικῇ τομῇ αἱ ταχύτητες, αἷς κτάται τὸ κινητὸν ἐν διαφόροις σημείοις τῆς καμπύλης, εἰσιν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα ($\sqrt{\pi}$) τῆς παραμέτρου, διαιρεθεῖσα διὰ τῶν καθέτων Ψ τῶν ἀπὸ τῆς ἐξίσως ἐπὶ τὰς ἀποτομένας ἀγομένων.

ΔΕΙΞΙΣ. Εἰσὶ γὰρ αἱ ταχύτητες ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν καθέτων Ψ (286)· ὅθεν (Σημ. 286.) $T = \frac{1}{\Psi}$ · ἀλλ' ἐπεὶ ἀτρεπτος ἡ π, ἢ δὴ ἢ $\sqrt{\pi}$ ἐν τῇ αὐτῇ

τομῇ, δυνατόν ποιῆσαι $\sqrt{\pi} = 1$. ἢ δὴ $T = \frac{\sqrt{\pi}}{\Psi}$ Ο. Ε. Δ.

298. ΠΟΡΙΣΜΑ. Α'. Ἡ ταχύτης τῆ κινητῆ κατὰ τὴν κορυφὴν κωνικῆς τινος τομῆς (χ. 4.) πρὸς τὴν ἐν κύκλῳ, ἔχοντι ἀκτίναν τὴν ΣΑ, ἔστιν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆς παραμέτρου τῆς τομῆς πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τῆς 2ΣΑ.

Καὶ γὰρ διὰ τὰ ἴσα ἀποσήματα ΣΑ ἐν τε κύκλῳ ἢ ἐν ἑτέρᾳ τομῇ τῇ ΑΒΓΔ, αἱ ταχύτητες ἔσονται ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν παραμέτρων (297)· ἀλλ' ἐν κύκλῳ ἡ παράμετρος $\pi = 2ΣΑ$ (ΤΨ. Γ. 99.)· ἄρα $T : \tau :: \sqrt{\pi} : \sqrt{2ΣΑ}$ · ἀλλ' ἔστιν ἐν μὲν τῇ παραβολῇ π

$= 4 \Sigma \Lambda$, ἐν δὲ τῇ ἐλλείψει $\pi < 4 \Sigma \Lambda$, ἐν δὲ τῇ ὑπερβολῇ $\pi > 4 \Sigma \Lambda$ (ΤΨ. Γ'. 252). ἄρα ἡ ἐν τῷ Λ ταχύτης ἐν μὲν τῇ παραβολῇ ἔσαι πρὸς τὴν ἐν τῷ κύκλῳ ταχύτητα ὡς ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆς $4 \Sigma \Lambda$ πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τῆς $2 \Sigma \Lambda$, καὶ ἐπεὶ $4 \Sigma \Lambda : 2 \Sigma \Lambda :: 2 : 1$, ἐντεῦθεν ἄρα $\sqrt{4 \Sigma \Lambda} : \sqrt{2 \Sigma \Lambda} :: \sqrt{2} : \sqrt{1}$ (Συμβ. Λογ. 263). ἄρα ἡ ἐν τῷ Λ ἐπὶ τῆς παραβολῆς ταχύτης ἔσαι πρὸς τὴν ἐπὶ τῷ κύκλῳ :: $\sqrt{2} : \sqrt{1}$. ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως ἔσαι ἐλάττων ἢ $\sqrt{4 \Sigma \Lambda} : \sqrt{2 \Sigma \Lambda}$, καὶ δὴ ἐλάττων ἢ $\sqrt{2} : \sqrt{1}$. ἐπὶ δὲ τέλος τῆς ὑπερβολῆς ἔσαι μείζων ἢ $\sqrt{2} : \sqrt{1}$ (*)

299. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν ἄρα σῶμάτι, ἀγόμενον ὑπὸ μιᾶς ἡστινοσῶν ἐπικέντρου δυνάμεως, ἢ ἂν εἴη ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῆς τετραγώνου τῆς ἀπὸ ἀποσήματος σημείου τινὸς ὡς ἐξίας θεωρουμένη τῆς καταγεγραφομένης καμπύλης, διαγράψῃ πάντως τῇ κινήσει κωνικὴν τομήν. καὶ γὰρ ἡ τοῦ ἢ ταχύτης ἔσεται ἴση τῇ, ἣν ἂν προσκλήσαιοτο, ἐλευθέρως πίπτον πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ἀποσήματος τῆς ἐξίας (282), καὶ δὴ καταγράψῃ κύκλον, ἢ ἢ ταχύτης, καὶ ἢν φέρεται, πρὸς τὴν ταχύτητα, ἢν ἂν ἐκτῆσατο, γράφον κύκλον ἰσοϋψῆ, ἔσιν ἐν λόγῳ $\sqrt{2} : 1$, καὶ δὴ τὸ γραφησόμενον ἔσαι παραβολή, ἢ ἐκείνης πρὸς ταύτην ὁ λόγος ἐλάττων ἢ $\sqrt{2} : 1$, καὶ γραφήσεται ἐλλείψις, ἢ τέλος μείζων, καὶ γραφήσεται ὑπερβολή (298).

300. ΘΕΩΡΗΜΑ Ζ'. Ἡ ταχύτης ἐπὶ τὸ πέρας

(*) Ἐν ἀνάσας ταύταις ταῖς περιπτώσεσι α. ὁ λόγος, οἷτ' ἐν τὸ πηλίκον, ἐκλαμβάνεται ὡς προϊόν διαιρέσει τῆς ἡγυμίνου $\sqrt{2}$ διὰ τῆς ἐπομένης $\sqrt{1}$. β'. ἐπεὶ $\sqrt{1} = 1$ (Συμβ. Λογ. 82) ὁ λόγος $\sqrt{2} : \sqrt{1}$ ταυτίζεται τῷ $\sqrt{2} : 1$

τῷ ἐλάττονος ἄξονος τῆς ἐλλείψεως ἴση ἐστὶ τῇ ἐν κύκλῳ διὰ τῷ αὐτῷ γραφέντος διαστήματος.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ κάθετος, ἡ ἀπὸ τῆς ἐξίσας ἐπὶ τὴν ἀπτομένην κατὰ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ περατῆται ὁ ἐλάσσων ἄξων, ἀγομένη, ἴση ἐστὶ τῷ ἡμιάξονι · β. εἰ γὰρ ἡ ἀπτομένη, ἡ ἐπὶ τὸ πέρας Γ τῷ ἐλάττονος ἄξονος ἀγομένη, παραλλήλος ἔσται τῷ μείζονι ἄξονι, ἥτε κάθετος, ἡ ἐκ τῆς ἐξίσας Σ (γ. 4) ἐπὶ τὴν ἀπτομένην ταύτην ἀγομένη, εἰ ὁ ἐλάσσων ἡμιάξων ΓΝ, ἔσονται δύο κάθετοι ἀπολαμβανόμενοι ὑπὸ δύο παραλλήλων, εἰ ἐπομένως ἴσαι · ἐστὶ

δὲ ἡ τῆς ἐλλείψεως παράμετρος $\frac{2\beta^2}{a}$ (Τ' ψ. Γεωμ. 169)

ὅθεν ἡ ταχύτης, ἡ πρὸς τῷ πέρατι τῷ ἐλάσσονος ἄξονος,

ἔσιν ὡς $\sqrt{\frac{2\beta^2}{a}} : \beta$ (297) = $\frac{1}{\beta} \times \sqrt{\frac{2\beta^2}{a}}$ (Α' ριθμ.

203) = $\sqrt{\frac{2\beta^2}{a\beta^2}}$ (Συμβ. Λογ. 167) · ἄρα $T = \sqrt{\frac{2}{a}}$.

ἐκέν ἐν κύκλῳ, ἀκτῖνα ἔχοντι ΣΟ = α, ἔσιν ἡ ταχύτης $T =$

$\frac{\sqrt{2a}}{a}$ (Τ' ψ. Γ. 99, 297) = $\sqrt{\frac{2a}{a^2}}$ (Συμβ. Λογ. 82) =

$\sqrt{\frac{2}{a}}$ · ἐκέν ἡ ταχύτης ἔσται ἐπὶ τῷ κύκλῳ, ὥσπερ καὶ

ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως, ἐν τῇ περιπτώσει τῷ θεωρήματος, ἐμ-

φαινόμενη διὰ τῷ $\sqrt{\frac{2}{a}}$. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπεὶ τρίνυν, ἐν διαφόροις ὁμοκέντροις κύκλοις, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ τῶν ῥιζῶν τῶν ἀποστημάτων (286), αἱ μέσαι ταχύτητες σω-

μάτων, καταγραφόντων διαφόρους ἐλλείψεις, ἔσονται ὡσάυτως ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν τετραγωνικῶν ῥιζῶν τῶν ἀποσημάτων· ἕτερος ἕτος νόμος (293), ὃν Κέπλερος ἐσημείωσεν ἐν τῇ τῶν πλανητῶν περὶ τὸν ἥλιον κινήσει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Περὶ τῶν νόμων τῆς συγκρέσεως.

301. Σύγκρυσις ἀκεί, ὅταν σῶμα τὸ Α προσβάλλῃ σῶματι ἑτέρῳ τῷ Β (σχ. 7), καὶ νόμοι συγκρέσεως, ἢ μεταδόσεως ἀλλήλοις τῆς κινήσεως, οἱ παρατηρούμενοι ἐν τῇ σώματος πρὸς σῶμα προσβολῇ.

Καὶ εὐθετα μὲν ἡ σύγκρυσις, ἡνίκα τὸ συγκρῶν φέρεται τῷ συγκρομένῳ κατὰ κάθετον τὴν ΓΔΖ, λοξὴ δὲ, ὅταν φέρεται μὴ κατὰ κάθετον ἀλλὰ πλαγίως.

302. Σῶμα, σκληρὸν μὲν ἐστὶ τὸ ἐν τῷ συγκρῶσθαι μὴ ἀλλοιούμενον τὸ χῆμα, ἢ τὸ ἀνένδοτον μένον ἐν τῷ καταθλίβεσθαι· ἐλασικὸν δὲ, ὃ συγκροόμενον, ἐνδίδωσι μὲν καὶ μεταβάλλει τὸ χῆμα, ἀφίλλεται δὲ μετὰ τὴν σύγκρυσιν, καὶ ἐπαναλαμβάνει τὸ πρότερον χῆμα· εἰσι δὲ τοιαῦτα πολλὰ, μέταλλα, ξύλα, ὅσῃ, κτ. ἀπαλὸν δὲ, ὃ συγκροόμενον, ἀλλοιῖται τὸ χῆμα, καὶ ἡλλοιωμένον μένει καὶ μετὰ τὴν κατάθλιψιν, οἷον ὁ κηρός, τὸ βέτυρον, τὸ μελι κτ.

303. Τοιγαρὴν κατὰ τὴς ἡδὴ ἐκτεθέντας ὁρισμῆς, σῶμα ἐντελῶς σκληρὸν ἂν εἴη, ὃ ὑδεμία δύναμις μεταβαλεῖν τὸ χῆμα δύναται· σῶμα δὲ ἐντελῶς ἐλασικόν, ὃ συνθλιβόμενον ἐπαναλαμβάνει τὸ πρότερον χῆμα, διὰ τῆς

αὐτῆς ἀφαλλόμενοι δυνάμεως, δι' ἧς ἔσ' συγκατατέθλιπται· σῶμα δὲ τελέως ἀπαλόν, ὃ συνθλιβόμενον εὐδώς σπενδει εἰς τὸ ἐπαναλαβεῖν, ὃ ἀπέθετο ὅλημα.

304. Καίτοι δὲ τὰ σώματα, ὡς οἶδαμεν, εὐδ' ἐντελῶς σκληρὰ, εὐδ' ἐντελῶς ἐλασικὰ, εὐδ' ἐντελῶς εἰσὶν ἀπαλὰ, ὡς τοιαῦτα μέντοι ἡμεῖς αὐτὰ ὑποθησόμεθα, ἵνα ἡ ἀποδοθησόμενη θεωρία ἔχῃ τοῖς σώμασιν ἐφαρμύζεσθαι κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον, κατ' ὅσον ἂν αὐτοῖς μετῇ τῆς ἐντελῆς σκληρότητος, ἢ ἀπαλότητος, ἢ ἐλασικότητος.

Ἐποθησόμεθα δὲ ἤδη τὰ σώματα συγκρῆσθαι κατ' εὐθείαν ἀλλήλοις.

Περὶ τῆς συγκρῆσεως τῶν σκληρῶν.

305. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἡνίκα σῶμα σκληρὸν τὸ Α προσβάλλει σώματι σκληρῷ τῷ Β, ἐλευθέρῳ τε ἢ ἡρέμῳ, ἢ πρὸ τῆς συγκρῆσεως ποσότης τῆς κινήσεως αὐτῆ διανέμεται τῷ τε Α ἢ τῷ Β ἀναλόγως αὐτῶν ταῖς μάζαις.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἰνα τὸ σῶμα Α κατὰ συνέχειαν κινῆται πρὸς τὸ Τ, ἐπάναγκες ἀπαντῆσαν τῷ Β, ὃ διαχωρῆσαι εὐδύνεται (66), ἀποκρῆσθαι αὐτὸ εἰς τὰ ἔμπροσθεν, ἢ κινήσεως αὐτῷ μεταδῆναι, ὥς ἐποχωρεῖν τῷ προσβαλόντι ἐν ἐκάσῳ λεπτῷ· ἵνα δὲ τῆτο γένηται, ἀνάγκη ἀμφοτέρω τῷ αὐτῷ τάχει κινεῖσθαι, ὥς κινεῖται τὸ Α μετὰ τὴν σύγκρουσιν· πρὸς δὲ τῷτο ἑκατέρῳ δεῖ ποσότητος κινήσεως ἀναλόγως τῇ αὐτῶν μάζῃ (131)· ἀνάγκη ἄρα τὸ Α διανεῖμασθαι τῇ τε ἑαυτῆ ἢ τῇ τῷ Β μάζῃ πᾶσαν, ἣν εἶχε κίνησιν πρὸ τῆς συγκρῆσεως, ὥς ἀποτελεσθῆναι τὰς δύο ποσότητας τῆς κινήσεως, ἣν ἔχον ἀμφω μετὰ τὴν σύγκρουσιν· ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

306. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Η ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως, τὸ γινόμενον ἦν ἐκ τῆς μάζης, ἣ καλεῖσθω Μ, καὶ τῆς αὐτῆ ταχύτητος, ἣ ἀπύετω Τ, εἰτ' ἐν ΜΤ· εἰς κληθῇ μ ἡ τῆ Β μάζα, ἣ διανομὴ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣ γινομένη ἐν τῇ συγκρούσει τῶν σωμάτων, παρασαζήσεται διὰ $\frac{M \cdot T}{M + \mu}$, ὅς ἐστι τύπος γενικὸς τῆ καθολικῆ νόμου τῆς συγκρούσεως, ἣ τῆς μεταδόσεως τῆς κινήσεως.

307. ΣΧΟΛΙΟΝ. Καλεμένης 1 τῆς ἐλάττονος μάζης τῆ Β σώματος, καὶ ν τῆ μεταξὺ τῶν δύο μαζῶν λόγου, ἣ μείζων γενήσεται (Αριθμ. 107) $1 \times \nu = \nu$ · ἔσω γὰρ ἡ μείζων τετραπλασία τῆς ἐλάσσονος, ἣν αἰ καλεῖν δινάμεθα 1· ὁ ἐν λόγος, ἣ τὸ πηλίκον 4 τῆς μείζονος, διαιρεθείσης διὰ τῆς ἐλάσσονος 1, ἔσαι 4, καὶ $4 \times 1 = 4 = \nu$, ὃ ἐμφαίνει τὴν μείζονα, τῆς ἐλάσσονος δηλεμένης διὰ 1.

Οὕτως ἐν τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως ΜΤ, ἣν εἶχε τὸ συγκρούσαν σῶμα, μερίσασι ταῖς δυσὶ μάζαις 1 καὶ ν, τὸ μὲν τῆς μείζονος μέρος ἔσαι $\frac{\nu}{\nu + 1}$, τὸ δὲ τῆς ἐ-

λάττονος, $\frac{1}{\nu + 1}$ · ὥστε συναπτόμενα ταῦτα τὰ κλάσματα ἀποτελεῖν $\frac{\nu + 1}{\nu + 1} = 1 = ΜΤ = τῇ ὅλῃ δηλονότι$

ποσότητι τῆς κινήσεως· εἰς ἂν $\nu = 4$, ἔσαι $\frac{\nu}{\nu + 1} = \frac{4}{4 + 1} = \frac{4}{5}$, καὶ $\frac{1}{\nu + 1} = \frac{1}{4 + 1} = \frac{1}{5}$ · ἀλλ' ἐπεὶ ἡ

ποσότης τῆς κινήσεως διανεμέται τοῖς $v, 1$, εἴτ' ἐν τοῖς $4, 1$, ἢ τοῖς 5 , ἡ μὲν μάζα 4 ἔξει ταύτης τῆς κινήσεως τέσσαρα πεμπτημόρια, εἴτ' ἐν $\frac{4}{4+1} = \frac{v}{v+1}$, ἡ δὲ μάζα 1 ἔξει 1 πεμπτημόριον αὐτῆς, εἴτ' ἐν $\frac{1}{4+1} =$

$\frac{1}{v+1}$. ἔστι δὲ $\frac{4}{4+1} + \frac{1}{4+1} = \frac{5}{5} = 1 = \text{ΜΤ.}$

308. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τὸ μέρος, ὃ τὸ συγκρῶν σῶμα κατέχει τῆς προτέρας ἑαυτῆ κινήσεως, εἴτ' ἐν ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν ἔχει μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἔστι $\frac{v}{v+1}$, ἣν δὲ προσλαμβάνει τὸ συγκρούμενον, $\frac{1}{v+1}$, εἰ μείζον εἴη τὸ συγκρῶν· εἰ δὲ ἔλαττον, ὃ μὲν κατέχει τῆς κινήσεως ἔστι $\frac{1}{v+1}$, ὃ δὲ μεταδίδωσι, $\frac{v}{v+1}$.

309. Ἐντεῦθεν γενικῶς συνάγεται· „ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν κατέχει τὸ συγκρῶν A , πρὸς ἣν εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως, ἔστιν ὡς ἡ μάζα A πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο μαζῶν $A + B$ “· εἰ μὲν γὰρ $A = B$, $\frac{v}{v+1}$ γίνεται $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, εἴτ' ἐν τὸ συγκρῶν κατέχει ἑαυτῷ τὸ ἥμισυ τῆς ἑαυτῆ κινήσεως· καὶ δὴ ἔστι $\frac{1}{2} : 1 :: 1 : 2$. εἰ δ' $A > B$, ἔστι $\frac{v}{v+1} : 1 :: v : v+1$ (Συμβ. Λογ. 240)· ὑποτεθέντων δὲ $A = 2B$, $A = 3B$, $A = 4B$ κτ.· εὐρεθήσεται $\frac{v}{v+1} = \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ κτ. τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ A πρὸ τῆς συγ-

κρίσεως· εἰ δὲ τὴν ἀντίστοιχον $A < B$, ἔσται $\frac{1}{\nu + 1} : 1 :: 1$
 $: \nu + 1$ · ὑποθεθέντων δὲ $B = 2A$, $B = 3A$, $B = 4A$
 κτ., ἔσται ὑπὲρ τῆς A $\frac{1}{\nu + 1} = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ κτ. τῆς ποσό-
 τητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε πρὸ τῆς συγκρίσεως.

310. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τῆς
 συγκρινόμενης σώματος, μετὰ τὴν σύγκρισιν, ἔστι πρὸς τὴν
 τῆς συγκρινομένου, ὥσπερ ἡ μάζα τῆς πρώτης πρὸς τὴν
 μάζαν τῆς δευτέρας· ἐπεὶ γὰρ, εἰς τὸ συγκρινόμενον σῶμα ἢ με-
 ζον, ἢ ποσότης αὐτῆς τῆς κινήσεως μετὰ τὴν σύγκρισιν
 ἔστι $\frac{\nu}{\nu + 1}$, ἡ δὲ τῆς συγκρινομένου $\frac{1}{\nu + 1}$ · ἀλλὰ $\frac{\nu}{\nu + 1}$
 $: \frac{1}{\nu + 1} :: \nu : 1$ (Συμβ. Λογ. 240), εἰ δὲ τὴν ἀντίστοιχον

$B > A$, ἔσται $\frac{1}{\nu + 1} : \frac{\nu}{\nu + 1} :: 1 : \nu$.

311. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἡ κοινὴ ταχύτης τῶν σω-
 μάτων A, B μετὰ τὴν σύγκρισιν, ἔσται $\chi = \frac{\Sigma \tau}{\Sigma + \sigma}$

$= \frac{1}{\nu + 1}$ (307)· ἐπεὶ γὰρ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ποσοτή-
 των τῆς κινήσεως, ἣν ἔχουσιν τὰ σώματα A, B μετὰ τὴν
 σύγκρισιν, ἔσται αἱ μάζαι αὐτῶν $\nu, 1$ πολλαπλασια-
 σθῆσαι ἐπὶ τὴν κοινὴν ταχύτητα χ , εἴτ' ὅν $\nu + 1 \cdot \chi$.
 ἀλλὰ δεῖ εἶναι $\nu + 1 \cdot \chi = MT = 1$, εἴτ' ὅν τῇ πρὸ
 τῆς συγκρίσεως ποσότητι τῆς κινήσεως τῆς συγκρινόμενης

Τόμ. Ε'.

C

(Α'ριθμ. 107) ἄρα $\overline{v+1} \cdot \chi = \Sigma T = 1 \cdot \bar{\alpha}$ ρα $\chi = \frac{1}{v+1}$ (Συμβ. Λογ. 393).

312. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Εἰς σῶμα τὸ Α προσβί. λη σώματι ἐτέρῳ τῷ Β κινεμένῳ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν ΓΔΤ, ἡ κοινὴ αὐτῶν ταχύτης μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἴση ἔσται τῷ ἀθροίσματι τῶν δύο ποσοτήτων τῆς κινήσεως, ἣν εἶχον τὰ σώματα πρὸ τῆς συγκρούσεως, διαιρεθείσης διὰ τῶν μαζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Καλυμένης χ τῆς ταχύτητος, ἣν ἔξῃσι συγκρουόμενα τὰ σώματα (305), ἔστω T , τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχυτήτων, ἔστω τ τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως ποσοτήτων τῶν κινήσεων $v \times T + 1 \times \tau$, ἡ ὅλη ποσότης τῆς κινήσεως μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἔσται $v + 1 \times \chi$ (115), ἣτις ὀφείλει εἶναι $= v \times T + 1 \times \tau$ ποσότητι ὀλικῇ τῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσεως· εἴγε ἔδεν ὅλως φθείρεται τῆς ὅλης ποσότητος τῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσεως· ἔσται ἄρα $v + 1 \times \chi = v \times T + 1 \times \tau$.
 $\bar{\alpha}$ ρα $\chi = \frac{v \times T + 1 \times \tau}{v + 1}$. Ο.Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἰς αἱ μάζαι ὥσιν ἴσαι, ἡ κοινὴ ταχύτης χ ἔσται τὸ ἡμιἄθροισμα τῶν δύο προτέρων ταχυτήτων· ἔσται γὰρ $\frac{1 \times T + 1 \times \tau}{1 + 1} = \frac{T + \tau}{2}$.

313. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Εἰς, φοραῖς ἐναντίαις κινούμενα τὰ σώματα Α, Β, συγκρουώσιν ἀλλήλοισι, ἡ μετὰ τὴν σύγκρουσιν ὀλικὴ ποσότης τῆς κινήσεως ἔσται ἴση τῇ διαφορᾷ τῶν δύο ποσοτήτων τῆς κινήσεως, ἣν εἶχον πρὶν συγκρούσασθαι τὰ σώματα.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ μέρος τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως τῷ ἰσχυρωτέρῳ σώματος, τὸ ἴσον τῇ ποσότητι τῆς κινήσεως τῷ ἀσθενεσέρι, ἢ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τῷ ἀσθενεσέρι, εἰσὶ δύο δυνάμεις ἐναντίαι ἢ ἴσαι, αἵτινες ἀφαιρίζονται· ἐναπολειφθήσεται ἄρα μετὰ τὴν σύγκρουσιν τὸ μέρος τῆς κινήσεως, ὃ τὸ ἰσχυρώτερον ὑπερεῖχε τῷ ἀσθενεσέρι, εἴτ' ἔν ἡ διαφορὰ τῶν δύο ποσοτήτων τῶν πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσεων. Ο. Ε. Δ.

314. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐὰν ἐν αἱ δύο ποσότητες τῶν κινήσεων ὡσιν ἴσαι, ἢ, ὁ ταυτὸν, εἰάν τὰ δύο σώματα Α, Β ἔχωσιν ἴσην μάζαν, ἢ ἴσην ταχύτητα, ἢ τέλος αἱ αὐτῶν μάζαι ὡσιν ἀντιστρόφως ὡς αἱ αὐτῶν ταχύτητες (117), ἐπεὶ ἡ μεταξὺ τῶν δύο ποσοτήτων διαφορὰ ἔσαι 0, κίνησις μὲν ἔσαι ἡδεμία, τὰ δὲ σώματα ἡρεμήσουσι.

315. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐὰν θάτερον τῶν σωμάτων μείζω ἔχη ποσότητα κινήσεως, α. ἀποκρέσσει θάτερον κατὰ τὴν ἑαυτῆ φοράν· β. ἡ κοινὴ αὐτῶν ταχυτὴς ἔσαι ἴση τῇ διαφορᾷ τῶν δύο ποσοτήτων τῆς κινήσεως, διαιρημένη διὰ τῶν μαζῶν, εἴτ' ἔν
$$x = \frac{vT - 1T}{v + 1}.$$
 ἐπεὶ γὰρ τῆς ὅλης κινήσεως τῆτο μόνον λείπεται, διανεμηθῆναι ὀφείλει ταῖς δυσὶ μάζαις, ἣν ἔχωσιν ἴση ταχυτῇτι κινεῖσθαι· ἄρα ἡ αὐτῶν ταχυτὴς ἔσεται
$$x = \frac{vT - 1T}{v + 1}.$$

316. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐντεῦθεν ἄρα, ἐπεὶ τὰ δύο σώματα ἐκληφθῆναι δύνανται ἡρεμα κατὰ γε τὸ κοινὸν ἢ ἴσον μέρος τῆς ποσότητος τῆς αὐτῶν κινήσεως, δυνατόν ἐκδέξασθαι τὸ ἰσχυρώτερον σῶμα ὡς προϊέμενον κατὰ

τῷ ἁδυνεσέρει ἡρεμῆντος, ταχυτῇτι ἴση τῇ διαφορᾷ τῶν
δύω ποσοτήτων τῆς κινήσεως.

317. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἀκίνητον σῶμα κληθῆναι
δύναται ἢτοι ὅλον, εἰάν ὅλον μεταβῆναι μὴ ἔχη ἐκ τό-
που εἰς τόπον, ἢ ἐν μέρει, ὥσπερ τὰ μέρη αὐτῷ ἐγγυὲς
ἀλλήλων γενέσθαι μὴ ἔχη, μεταβάλλοντα τὴν αὐτῶν θέ-
σιν, ὃ κυρίως ἀθλίπτον εἰρήρῳ ὀνομάζεται, ἀπάσης
καταθλίψεως ὃν ἀνεπίδεκτον· προσέτω γὰρ λίθος κατὰ
σωρείας ἀργίλλου· καίτοι ἔν ὃ λίθος ἐ δύναται ἐκτο-
πίσαι τὴν τῆς ἀργίλλου σωρείαν, δύναται μέντοι τοῖς
μέρεσιν αὐτῆς μεταβολὴν τινα ἐμποιῆσαι, συμπτυνῶσαι
πρὸς ἄλληλα, ἢ τῇ σωρείᾳ καλότητα ἐνεργάσασθαι· ἢ
μὲν ἔν ἐκτετόπισαι ἢ ἀργίλλος, ἀκίνητος ἂν κλη-
θεῖη, ἢ δὲ τὰ μέρη αὐτῆς τετάρκωνται ὑποχωρήσαντα,
ἐκ ἂν ἀθλίπτος ἀποκληθεῖη· ἐξετασέον ἔν τὰ συμβαίοντα
σώματι σκληρῷ ἀκινήτῳ τε ἀπολύτως, ἢ ἀθλίπτῳ ὑποτι-
θεμένῳ, εἰ προσθεῖη κατ' ἄλλου σώματος.

318. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Σῶμα σκληρὸν τὸ Α κατὰ
κάθετον προϊέμενον κατ' ἄλλου σώματος τῷ Β ἀπολύτως
ἀκινήτῳ ἢ ἀθλίπτῳ ἡρεμήσει μετὰ τὴν σύγκρουσιν (χ.7).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ κίνησις τῷ Α γινομένη κατὰ τὴν
φορὰν ΚΖΤ ἐχ' ὅπως ἐκ ἐσὶ δεξιὰ κινήσαι αὐτὸ κατὰ
τὴν ἐναντίαν φορὰν ΤΖΚ, ἀλλὰ ἢ ἐμποδῶν αὐτῷ προσ-
ίσταται· ἀνάγκη τοίνυν, ταύτην μὲν ἄρδην ἀφανισθῆναι,
ἐνεγερεθῆναι δ' ἄλλην, ἢ ἂν παλινδρομήσειε κατὰ τὴν
φορὰν ΤΖΚ· ἀλλ' ἐστὶν ὑδεμία δύναμις, ἢ κινῆσαι αὐτὸ
κατὰ τὴν φορὰν ΤΖΚ· ἔρα ταύτην ἐκ οἰσθήσεται, ὥτε
δὲ τὴν φορὰν ΖΤ ἐνεχθῆναι δύναται, ὥτε γὰρ διαχωρῆ-
σαι (66), ὥτε κατ' ὑπόθεσιν ἀποκρῦσαι εἰς τὰ πρόσω,
ἢ συνθλίψαι τὸ σῶμα Β, ὥτε δὲ πρὸς δεξιὰν ὥτε πρὸς

ἀριστεράν τραπέθει διὰ τὴν ἀδράνειαν (82)· λαπὸν ἄρα αὐτῷ ἀναγκαίως καθηρεμῆσαι. Ο. Ε. Δ.

319. Τί δ' ἄρα γενήσεται ἐν ταύτῃ τῇ περιπτώσει ἢ τοῦ Α κίνησις; ἔρεϊ τις τυχόν· εἰ γὰρ φθαρείη, ἡμῖς ἂν ὅλως τῷ ὑποσταίῃ ὑπ' ἑδεμῖς αἰτίας· ἀπαντῶν ἂν μετὰ τινων, ὅτι φθείρεται ὑπὸ τῆς ἀντιδράσεως, ἢ ἐνστάσεως τῷ σώματι Β, ἀπίθανον ὅλως ἡμῖν δοκεῖ· ἀντιδρασις γὰρ, ἢ ἐνστασις παντὸς σώματος, ἐν ἀφαιρέσει τῆς ἐνεργείας ἀπὸ τῆς αἰτίας, ἢ ἀναλόγως τελευμένη τῇ ἐκτῆς αἰτίας ἐμποιυμένη τῷ δὲ τῷ σώματι μεταβολῇ (88)· ἀλλὰ τὸ Α ὑδεμίαν ἐμποιεῖ τῷ Β, ἀκίνητῳ καὶ ἀτρέπτῳ ὄντι, μεταβολῇ· ἥτις ἂν ἢ τῷ Β ἀντιδρασις, ἐμοὶ γὰρ πάντῃ κἀβέσηκεν ἄδηλον· ἐμοὶ τοίνυν εἶπεν ἀπόχη, τὴν ὑπόθεσιν τῷ ἀπολύτως ὑπάρχειν σῶμα ἀκίνητον ταῖς ἀδυνάτοις ἐγκαταλέγεσθαι, ὡς αὐτίκα φανήσεται, ἢ ὑδὲν ξένον εἰ ἢ ἀποτελεσμα ἀνάτιον γίνεται· ἀπολύτως δ' ἀθλίπτει σώματος ὑπόδειγμα ὑδέτω ἔγνω ἐν τῇ φύσει.

Ἀλλὰ γὰρ ἀκριθέστερον ἀνιχνεύουσι τὴν φύσιν τῶν σωμάτων, καταφαίνεται εὐμαρῶς α. πᾶσαν κίνησιν παρ-αίτιον γίνεσθαι τῷ ἑαυτῆς ἀποτελέσματος· β'. ἀκίνητων ἢ ἀθλιπτῶν σῶμα καλεῖσθαι δύνασθαι σῶμα πλείστην ἔχον μάζαν πρὸς ἄλλο παραβαλλόμενον ἐλαχίστης εὐμοιρεῖν μάζης, εἴτε σκληρὸν εἴη, εἴτε ἀπαλόν, εἴτε ἐλασικόν. Τείχος, φέρε, δύναται ἐκληφθῆναι ὡς σῶμα ἀκίνητον ἢ ἀθλιπτον παραθέσει πρὸς σφαῖραν πυροβολικὴν, ἢ σφαῖραν ἀργίλλου, αἱ προσβαλῶσαι τῷ τείχει καθηρεμῆσυσιν, ἀφαιρουμένη τῷ ἐλασικῷ, ἢ εὐμοιρεῖν ἔχει τὸ τείχος ἢ τὰ αὐτῷ προσβάλλοντα.

320. ΘΕΩΡΗΜΑ Ε'. Σῶμα ἀπολύτως ἀβλίπτον, ὅσα ἐς ἡμᾶς εἰδέναι, ἐκ ἑσιν.

ΔΕΙΞΙΣ. Πάντα γὰρ, ἃ ἴσμεν σώματα, πλείστοις ὅσοις τέτρηνται πόροις (62)· ἔκον τὰ πλείστα τῶν μεριδίων αὐτῶν ἀμέσως εἰσὶν ἀνέπαφα· ἐδ' ἴσμεν σώματα, ὧν τὰ μερίδια κατὰ τὸ μᾶλλον ἐς ἥττον εἰεν ἀλίγυσα· πείρα δὲ δείκνυσιν ἡμῖν ἐς τὰ σκληρότατα σώματα, οἷα τὰ μέταλλα, καταβλιθόμενα· ὁ χαλκὸς φέρε, ἐξ ἑκῶδων σύγκειται, ἔχ ὅπως ἐκ ἀντίκειται τῷ πλήττοντι, ἀλλὰ ἐς τινασσόμενος δονεῖται κατὰ πάντα αὐτῷ τὰ μέρη, ὅθεν ἀποτελεῖται ὁ ἥχος, ὃ ἐκ αὐτοῦ γένοιτο, εἰμὴ πᾶν βραχὺ λιγυθεῖν τὰ τῷ χαλκῷ μερίδια· πάντα ἄρα τὰ σώματα κατὰ τὸ μᾶλλον ἐς ἥττον εἰσι βλίπτά. Ο. Ε. Δ.

321. ΘΕΩΡΗΜΑ Σ'. Πᾶν σῶμα σκληρόν, προϊέμενον κατ' ἄλλε σώματος μὴ ἐλασικῷ, ἀκινήτῳ μὲν, ἀλλ' εὐβλίπτῳ, ἡρεμήσει μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

ΔΕΙΞΙΣ. Τοῦτο γὰρ σῶμα, ὡς ὀφόμεθα ἐν τῇ συγκρούσει τῶν εὐβλίπτων, σεσηθήσεται ἐκ διαδοχῆς ἀπάσης τῆς ἐαυτῷ κινήσεως ἐν τῷ βλίψειν τὸ βλιθόμενον σῶμα· ἐπεὶ δ' ἀμφοτέρω ἐλασικῆς ἀμοιρα ὑποτίθεται, καθηρεμήσει πάντως μετὰ τὴν σύγκρουσιν. Ο. Ε. Δ.

322. ΘΕΩΡΗΜΑ Ζ'. Σῶμα ἀπολύτως ἀκίνητον οὐχ ὑπάρχει.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ κινήτῳ εἶναι ἐσιωδὲς ἐς πᾶσι τοῖς σώμασιν· ἀδύνατον ἄρα ὑπάρχειν ἀπολύτως ἀκίνητα σώματα. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Α'κίνητον ἄρα λέγεται σῶμα σχετικῶς, ἔμενεν ἀπολύτως, ὃ παθεῖν ὑπ' ἄλλε κινήσιν οἷα ἐν ἐκ ἔχει.

323. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Πᾶν σῶμα προϊέμενον κατ' ἄλλε ἐμποιήσει αὐτῷ κίνησιν ἡντιναῖεν.

Καὶ γὰρ α'. τὸ συγκρουθὲν σῶμα συνθλιβήσεται κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον (320)· τὸ ἄρα συγκρῦον συνθλίψει ἄει κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον τὸ συγκρουθὲν, εἴτ' ἐν κίνησιν τινα τοῖς αὐτῷ μέρεσιν ἐμποιήσει.

β'. Θῶμεν τὸ συγκρουθὲν σῶμα ἄθλιπτον· ἐπεὶ δ' ἐστὶ κινητὸν (322)· τὸ συγκρῦον ἄρα σῶμα μεταδίδωσιν αὐτῷ κινήσεως ἀνελόγου ταῖς μάζαις (305)· ἀναγκαίως ἄρα ἐναπογεννηθήσεται τῷ συγκρουθέντι σώματι κίνησις ἡτισδῆποτε.

Καὶ ἐστὶ μὲν ἀληθές, ὥς εἰ τὸ συγκρουθὲν σῶμα ἰσχυρῶς συνέχαιτο ἑτέροις σώμασι, τὰ δὲ τῇ γῆϊνῃ σφαῖρα εἴη συγκεκολλημένα, οἷον τεῖχος ἐερρόν, ᾧ προσβάλλει λίθος, ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τῷ λίθῳ διανεμηθήσεται ταῖς μάζαις ἑαυτῷτε ἢ τῷ τείχῳ, ἀπαίροις οἷονεἰ ἕσταις, ἢ ἡ ταχύτης ἢ ἐκ ταύτης τῆς διαιρέσεως τελευμένη ἐπὶ τε τῷ συγκρῦοντος ἢ τῷ συγκρουμένῳ ἐκληφθῆναι δύνησεται ὥς ἀπειροσῇ, ἢ γυν ὥς ἀπολύτως ἀνεπαίδητος· ἀλλ' ὃ μὲνταιγε χρὴ ταῖς αἰωθήσεσι παρεφέρεσθαι ἢ ἐξαπατᾶσθαι· πᾶν γὰρ κινέμενον σῶματι πραγματικῶς μὴ κινουμένῳ τὴν ἐναντίαν φοράν, ἐμποιήσει κίνησιν οἵανδῆποτε.

Σύγκρουσις τῶν ἀπαλῶν.

324. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἀπαλὰ σώματα ἀλλήλοις συγκρούμενα, ἀμφοτέρα συνθλίβονται μεταβάλλοντα τὸ σχῆμα.

ΔΕΙΞΙΣ. Προείπω ἡ σφαῖρα Α κατὰ τῆς Β (σχ. 8), ἢ ἐξωσαν ἀμφοτέρας ἀπαλαί, εἴτ' ἐν, ὥς ἐνταῦθα λέγουσιν

εἰώθαμεν, εὐθλίπτοι· τὸ ἔν πρῶτον σημεῖον O τῆς σφαίρας A , ἀπαντῶν τῷ πρώτῳ σημείῳ ξ τῆς σφαίρας B καθ. ηρεμύσης, πλήττει πρῶτον αὐτὸ τὸ σημεῖον ξ , ἔξ ἀποβάλλον μέρος τῆς ἐαυτῷ κινήσεως, βραδύνει τὴν πρὸς τὴν $K\Gamma$ εὐθείαν κίνησιν ἐαυτοῦ, ὅτε τὸ κέντρον K φέρε, τὴν ἐαυτοῦ ἔχον ἅπασαν κίνησιν, προσπελάζει τῷ σημείῳ O · πάντα δὲ τὰ μεταξὺ O ἔξ K κείμενα σημεία ἐκ διαδοχῆς βραδύνονται, ἔξ τελευταίων ἔξ αὐτὸ τὸ K , τῷ ϕ σημείῳ χωρῆντος ἔτι ἅπασῃ τῇ ἐαυτοῦ κινήσει πρὸς τὸ κέντρον K · τυτέσι πάντα τὰ σημεία τὰ ἐκ τῷ ϕ μέχρι τῷ O ἐκκείμενα ἐγγύς γίνονται τῷ O · ἡ δὲ ϕO διάμετρος βραχεῖα γίνεται τῆς $A\Delta$ μενύσης αἰ τῆς αὐτῆς· δῆλον δὲ, ὅτι ἔξ ἡ χορδὴ ΣE συσπλήσεται, ἐκάστῃ τῶν αὐτῆς σημείων βραδυνομένη, συναντῶντων τῷ τῆς B σφαίρας σημείῳ ρ · ἔξ πᾶσαι δὲ αἱ χορδαὶ $\beta\alpha$, κτ. αἱ τῇ ϕO παράλληλοι ἔξ αὐταὶ βραχυνοθήσονται, τῶν αὐταῖς ἀντιστοίχων χορδῶν (*) ἐξ μενυσῶν αἰ τῶν αὐτῶν· ἐπεὶ ὁ μὲν κύκλος $\phi\kappa\Lambda\Delta$ τραπήσεται εἰς ἑλλειψιν, ἥς ἐλάττων μὲν διάμετρος ἡ ϕO , μείζων δὲ ἡ $A\Delta$ · αὐτὴ δὲ ἡ σφαῖρα εἰς κωνοῖδα ἑλλειπτικὴν, ἥ, ὡς λέγειν εἰώθασιν, εἰς σῶμα σφαιροειδές.

Ὡσαύτως ἐπεὶ τῆς B σφαίρας ἕκασον σημεῖον τῶν ἐξ ἀριστερῶν τῷ Π κατὰ τὰς εὐθείας $\xi\Pi$, $\rho\psi$, $\upsilon\eta$, κτ. ἐκκείμενων, ἔτι κινεῖται, τῷ ἐφεξῆς πρὸς δεξιὰν ἔτι ἡρεμύτος, ἡ μὲν διάμετρος $\xi\Pi$ βραχυτέρα ἔσαι τῆς ἐαυτῇ ἀντιστοίχῃ $B\mu$, ἐκάστῃ δὲ χορδῇ $\nu\upsilon$ βραχυτέρα τῆς ἐαυ-

(*) Ἀντιστοίχων ἑκαλεσάμεν ἐνταῦθα τὴν ἐξ τῇ $\beta\alpha$, καὶ ὅσον ἐκείνη ταύτῃ κἀδοτος ἐφίστηεν, ἀπέχουσα τῷ κέντρῳ, ὅσον ἔξ ἡ $\beta\alpha$.

τῇ ἀντιστοίχῃ δθ· ἐ ἔτις ὁ μὲν κύκλος ΒΞμΠ γενήσεται ἑλλειψις, ἡ δὲ σφαῖρα, σφαιροειδές.

Εἰ δὲ ἡ σφαῖρα Α (α. 9) συγκρῆν, σφαῖρα μὲν ἐ, σώματι δὲ τῷ ΓΔΕΖ ἐ αὐτῷ εὐθλίπτω, ἐ ἐπιπέδῳ τὴν ἐπιφάνειαν ΓΕ, ἡ συγκρῆνσα σφαῖρα Α ἐ τότε εἰς σφαιροειδὲς μεταχηματιοθήσεται, ἐ τὸ αὐτῆς μέρος ΟΥΧ, ἐμβυθιζομένης τῷ σώματι, χηματίσει καυλότητα, εαυτῇ ὁμοιοχήμονα, τὴν ΟΥΧ, ὃ ἐκ τῶν εἰρημέων καταφανές· ἄρα Ο. Ε. Δ.

325. Η' συνθλιψις αὕτη, τῷ χήματος ἀλλοιούμενου κατὰ τὸ μᾶλλον ἐ ἦττον, ἅπασι τοῖς ἐλασικαῖς συμβαίνει· ἀλλ' ἐκ ἐστὶν ἀνάλογος τῷ βαθμῷ τῆς ἐλασικότητος· εἰσι γὰρ σώματα, εὐθλιπτότατα μὲν, οἷον ἡχιῶν, βραχὺ δέτι ἐλασικά· τὴναντίον δὲ ἄλλα ἐλασικῆς μεγίστης εὐμοιρεῦντα, οἷον τὸ ἤλεκτρον, βραχὺ δὲ θλιβόμενα· ὁ δὲ αἷρ ἐ τὸ ἐλασικιώτατον ἐ τὸ εὐθλιπτότατόν ἐστιν ἀπάντων, ἀφαιλούμενος αὐθις, τῆς συνθλιπτικῆς ληγύσης δυνάμεως, δι' ἧς συνθλίβετο ταχυτῆτος· τὸ δ' ἤλεκτρον καί τω ἐλάχιστῳ συνθλιβόμενον, ἐπάνεισι μέντοι, ὥσπερ ἐ ὁ αἷρ, διὰ τῆς αὐτῆς, δι' ἧς ἐθλίβετο δυνάμεως.

326. Τῷ χρόνῳ, καθ' ὃν ἡ σύγκρυσις ἐ ἡ ἐλασικότης τελεῖται, ἀνεπαιθήτω ὄντος, ἡ σώμασί τισιν, ἐλασικοῖς μὲν, ὧν δὲ τὰ μέρη βραχύεισι λιγυρὰ, ἐπισυμβαίνουσα τῷ χήματος ἀλλοίωσις, ἐ αὐτῇ ὅσον ἐκ εἰς αἰσθησιν ἤκουσα, διαφεύγει ἡμῶν τὴν ὄρασιν· ἐξω γὰρ ΓΖ ἐπίπεδον ὀριζόντιον ἐκ μαρμάρου, ἐ αἱ ἐπιφάνεια ΤΕ ἡ λείφω ἐλαίῳ ἀμυγδαλῶν· εἰδὼν ὅν ἀφ' ὕψους τινὸς προβῇ κατὰ τῷ ἐπιπέδῳ τύτῃ ἡ σφαῖρα Α, ἐ ἐπανακάμψασα καταχεθῇ, ὑψόμεθα μέρος ταύτης τῆς σφαίρας ἄλλοις

μέγα τὸ ὅτι ἐμβεβεγμένον ἐλαίῳ, εἰ τοίνυν ἡ Α μὴ συνθλίβητο, μόνον ἂν τὸ χ σημεῖον τῷ ἐλαίῳ ἐβράχῃ.

327. Ἡ μὲν σύγκρσις τῶν κληρῶν σωμάτων ἐν ἀκαρεὶ χρόνῳ τελείται· εἶγε πάντα τὰ μέρη τῷ Β σώματος ἅμα ἐπιδέχονται πᾶσαν τὴν ταχύτητα, ἥς αὐτοῖς δεῖ, ἢ ὑποχωρήσῃσι τῷ Α (σχ. 117)· ἡ δὲ τῶν ἀπαλῶν, χρόνῳ ἐκπαιδῆτῳ προσδέεται· καὶ γὰρ τὸ μέρος Ο τῷ συγκρῆντος σώματος Α μεταδίδωσι τῆς ἐαυτῷ κινήσεως πρὸ τῷ δευτέρῳ μέρει τῷ κατὰ τὰ Κ· τὸ δὲ δεύτερον πρὸ τῷ τρίτῳ ἔτις ἐξῆς· ὅτε γὰρ ἡ κίνησις τῷ συγκρῆντος σώματος ἐστὶ ταχεῖα, ὁ χρόνος τῆς συγκρῆσεως ἐστὶν ἀναπαίδητος· ἀλλ' ὅτε ἡ σύθλιψις πράγματι τελείται κατὰ διαδοχὴν, ἐν διαρκείᾳ χρόνῳ τινὸς πεπερασμένῳ γενήσεται, τῆς τε ταχύτητος τῷ συγκρῆντος σώματος Α ἔξ τῶν διαμέτρων ΖΟ, ΞΠ ἐσομένων ποσῶν πεπερασμένων.

328. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τῷ τὴν σύθλιψιν ἐγγύθεν παρατηρῶντι, ὁ νόμος τῆς τῶν ἀπαλῶν, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς τῶν σκληρῶν συγκρῆσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. Ὁ νόμος τῆς συγκρῆσεως τῶν σκληρῶν σωμάτων ἐστὶν, ἵνα τὸ συγκρῶν ὑποχωρήσῃ τῷ συγκρῶσαντι, τὸ δὲ τῷ συγκρῶντι μεταδῶ τῆς ἐαυτῷ κινήσεως, μέχρις ἂν γένωνται ἀμφοτέρω ἰσοταχῇ, καὶ ἐπομένως διαμερίσῃ τὴν ποσότητα τῆς ἐαυτῷ κινήσεως πρὸς τὰς μάζας (305)· ἀλλ' ἐν τοῖς ἀπαλοῖς τῶν σωμάτων, τῆς κατὰ τὴν κίνησιν διανομῆς ἐκ διαδοχῆς γινουμένης πρὸς τὰ μέρη, τὸ ἄθροισμα τῶν μερῶν τῷ συγκρῶντος σώματος ἐμποιεῖ τῷ ἄθροισματι τῶν μερῶν τῷ συγκρῶντος σώματος κίνησιν τοσαύτην, ὥστε ἰσοταχῇ γίνεσθαι τὸ συγκρῶσαν τῷ συγκρῶντι· ἄρα ἡ ποσό-

της τῆς κινήσεως τῆ συγκρούοντος ὡσαύτως διανεμηθήσεται πρὸς τὰς μάζας Ο. Ε. Δ.

329. ΠΟΡΙΣΜΑ. Α' δεδεικται ἐπὶ τῶν σκληρῶν σωμάτων, τῷ συγκρουθέντος ἡρεμῆντος (305), ἢ τῆτε συγκρούσαντος ἢ τῷ συγκρουθέντος κινημένων τὴν αὐτὴν φορὰν (312), ἢ γὰρ τὴν ἐναντίαν (316), ἐφαρμοσέσθαι εἰς τὴν νόμῳ τῆς τῶν ἀπαλῶν σωμάτων συγκρούσεως.

Σύγκρουσις τῶν ἐλασικῶν.

330. Τὰ ἐλασικὰ τῷ τῷ μόνῳ διενήνοχε τῶν ἀπαλῶν, ὅτι ἐκεῖνα μὲν θλιδόμενα αὐθις ἐπαναλαμβάνει τὸ σχῆμα τὸ πρότερον· ταῦτα δὲ μένει, ὡς συνεβλίβησαν· ἀνδ' ὅτε δὴ ἐν τοῖς ἐλασικοῖς διακρίνεται ὁ χρόνος τῆς συγκρούσεως, ἢ ὁ χρόνος τῆς ἐλάσεως· ἢ ἐπεὶ ἡ ἐλασικότης ἀρχεται, παυομένης τῆς συγκρούσεως, ἐν τῇ συγκρούσει γίνεται ἐπὶ τῶν ἐλασικῶν πάνθ', ὅσα γίνεται ἐπὶ τῶν ἀπαλῶν, ἐν δὲ τῇ συνθλίψει, ὅσα ἐπὶ τῶν σκληρῶν.

331. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὁ χρόνος τῆς συγκρούσεως ἐν τοῖς ἐλασικοῖς ἐστὶ πεπερασμένος (327), ἢ ἐπεὶ περὶ ἡ κίνησις, καθ' ἣν ἐπανίσταται, γίνεται ἐκ διαδοχῆς, ἢ ταχυτῇτι πεπερασμένη, ἢ αὐτὴ δὲ ἡ διάμετρος τῷ ἐπανιόντος σώματος ἐστὶ ἢ αὐτὴ πᾶσαν πεπερασμένην, ἢ ἡ ἐλασικότης ἔσται ἐν χρόνῳ πεπερασμένη.

332. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Α' εἶρηται περὶ τῆς συγκρούσεως τῶν σκληρῶν, ἢ περὶ τῆς συνθλίψεως τῶν ἀπαλῶν, ἐκληπτέον τὰ αὐτὰ καὶ τῇ τῶν ἐλασικῶν συγκρούσει.

333. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ὅταν σῶμα ἐλασικὸν τὸ Α (ο. 8) προσβάλλῃ σῶματι ἄλλῳ τῷ Β, καθ' ὃν χρόνον

ἡ ἐλασικότης τελείται, διπλασιάζεται μὲν ἡ φθορά τῆς κινήσεως, ἣν ἐποίησε τὸ συγκρούον σῶμα Α, διπλασιάζεται δὲ ἡ κίνησις, ἣν ἐκτίσασα τὸ συγκρούεν Β ἐν τῇ συγκρούσει.

ΔΕΙΞΙΣ. α'. Τὸ συγκρούεν σῶμα Β ἀφάλλεται κατὰ τῷ συγκρούσαντος σώματος Α, καθ' ἣν συντέλλεται φοράν (303, 304), εἰ κατὰ πᾶσαν τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως, ἣν προσεκτίσασατο, ἀλλὰ κατὰ φοράν τὴν ἐξ ἐναντίας τῇ φορά ἩΠ, καθ' ἣν τὸ Α κινεῖται· φθαρήσεται ἄρα τῷ σώματος Α τοσαύτη κίνησις, γινομένη κατὰ φοράν τὴν ἩΠ, ὅση ἐφθάρη ἐν τῇ συγκρούσει· β'. τὸ σῶμα Α τὴν ἐναντίαν ἐπίνεισι πρὸς τὸ Β κατὰ πᾶσαν τὴν δύναμιν, καθ' ἣν συντέλλεται, εἰ δὲ κατὰ πᾶσαν τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως, ἥς μετέδωκε τῷ Β· διπλασιωθήσεται ἄρα ἡ κίνησις, ἣν ἐδέξατο τὸ Β ἐν τῇ συγκρούσει. Ο. Ε. Δ.

334. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐκ τούτου τῷ γενικῷ νόμῳ τῆς ἐλασικότητος τῶν ἐλασικῶν σωμάτων ὑποσυνάφμεν τὰς ἐφεξῆς εἰδικωτέρας· α'. ἡνίκα σῶμα ἐλασικὸν προίεται κατὰ σώματος ἐλασικοῦ ἡρεμῆντος· β'. ἡνίκα σῶμα ἐλασικὸν προσβάλῃ σώματι ἐλασικῷ, τὴν αὐτὴν κινουμένην φοράν· γ'. ἡνίκα τὴν ἐναντίαν.

335. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐστω αἱ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τῷ συγκρούοντος σώματος $MT = 1$, εἰ ἡ ἐλάττων μάζα 1, εἰ ὁ λόγος τῶν μαζῶν $= \nu$, εἰ δὲ ἡ μείζων μάζα $= \nu \times 1 = \nu$ (307)· εἰάν ᾗν τὸ συγκρούον σῶμα Α ἴσῳται κατὰ τὴν μάζαν τῷ συγκρούέντι σώματι Β, τὰ δύο σώματα μεταβαλεῖσιν ἀλλήλων τὴν κατάστασιν· εἰ γὰρ τὸ μὲν Β προσκτῆσεται ἐν τῇ συγκρούσει

$\frac{v}{v+1}$, ἢ $\frac{1}{v+1}$, ἢ $\frac{1}{2}$ (307), ὅ δια τὴν ἐλασικότητα γενήσεται $\frac{2}{3} = 1 =$ ὅλη τῇ ποσότητι τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως· τὸ δὲ ἀπόλλυσι $\frac{v}{v+1}$, ἢ $\frac{1}{2}$ (308) ἐν τῇ συγκρούσει· αὕτη δὲ ἡ φθορά διὰ τὴν ἐλασικότητα, εἴτ' ἐν ἀντίδρασιν τῷ Β, γινομένην κατὰ φοράν ἐναντίαν τῇ τῷ Α, γενήσεται $\frac{2}{3} =$ ὅλη τῇ πρὸ τῆς συγκρούσεως κινήσει τῷ Α· ὅκυν τὸ Α καθηρεμῆσει, τὸ δὲ Β κινήσεται, εἴτ' ἔν μεταβαλῶσι τὴν ἀλλήλων κατὰξασιν.

336. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐὰν τὸ συγκρούον σῶμα Α μείζων ἢ τῷ συγκρουόμεντος ἡρέμε Β· α'. ἀμφὶ κινήθῃσονται κατὰ τὴν ζΞΠ φοράν τῷ συγκρούσαντος σώματος· β'.

τὸ Β ἔξει ποσότητα κινήσεως διπλὴν τῆς $\frac{1}{v+1}$, ἣν διὰ

τῆς συγκρούσεως ἐδέξατο, εἴτ' ἔν $\frac{2}{v+1}$ · ἢ ἔν ποσό-

της τῆς ἐαυτῷ κινήσεως εἶσαι $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ κτ., τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως, εἰάν ἢ Α = 2Β, 3Β, 4Β κτ.· ἐντεῦθεν ἄρα τὸ Β κινήσεται ταχυτῇ διπλασίᾳ τῆς, καθ' ἣν ἂν ἐκινήθῃ δίχα ἐλασικότητος· εἰ ἐπέπερ ἡ μετὰ τὴν σύγκρουσιν κοινὴ ταχυτὴς χ, μείζων ἐστὶ τῆς ἡμίσεως τῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχυτῆτος διὰ τὴν μάζαν τῷ Α, μείζονα ἔσαν τῆς τῷ Β, εἰκὸς τὸ Β κινεῖσθαι ταχύτερον ἢ τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως· εἰ μὲν Α = 2Β, ἢ τῷ Β ταχύτης διὰ τὴν ἐλασικότητα εἶσαι $\frac{1}{2}$, εἴτ' ἔν ὑπερέξει τῆς

πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχυτήτος τῷ A , τῷ $\frac{1}{2}$ τῆς ταχυ-
τήτος τῷ A , ἐς ὅτως ἐφεξῆς.

337. Τὸ δὲ συγκρούον A ἀποβαλεῖ ἐκ τῆς κατὰ
φορὰν OT ταχυτήτος $\frac{1}{v+1}$ ἐν τῇ συγκρούσει, ἐς το-

σῦτον ἔτι ἐν τῇ ἐλάσει. λοιπὸν ἄρα εἶσαι αὐτῷ $\frac{v+1}{v+1}$

$-\frac{2}{v+1}$. εἰς τὴν ἢ $A = 2B, 3B$, κτ., λοιπὸν εἶσαι

$\frac{1}{v+1} = \frac{1}{2}$, ἢ $\frac{2}{v+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, κτλ. τῆς ποσότητος

τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε πρότερον· ἀλλ' ἡ ταχυτής αὐτῷ ἐ-
δέποτε ἰσωθῆσεται τῷ ἡμίσει τῆς ταχυτήτος τῷ σώματος
 B , εἴγε ἡ ταχύτης αὐτῶν, ἐν ἀρχῇ ἡ αὐτὴ ἦσα, μετὰ
τὴν σύγκρουσιν διπλασθῆσαι ἐν τῷ B διὰ τὴν ἐλασιν,
τῆς τῷ A ἔτι ἐλαττωθείσης.

338. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Εἰς τὸ συγκρούον σῶμα ἔ-
λαττον ἢ τῷ συγκρούομένῳ, τὸ συγκρούμενον αἰσθῆσεται
τὴν φορὰν $ΞΠ$ τῷ συγκρούοντι, ἐν ποσότητι κινήσεως
μείζονι, ἣς εἶχε τὸ συγκρούον· αὐτὸ δὲ τὸ συγκρούον ἀνα-
ποδιώδῃσεται κατὰ τὴν φορὰν $ΞΖ$.

α'. Τὸ σῶμα B προσδέξεται πρῶτον $\frac{v}{v+1}$, ὃ διὰ

τὴν ἐλασικότητα εἴσεται $\frac{2v}{v+1}$. ἀλλὰ $\frac{2v}{v+1}$ εἴσεται αἰ-

μείζον ἢ $\frac{v+1}{v+1} = 1$, εἴτ' ἔν ἢ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως,

ἣν εἶχε τὸ A , ὑποτιθεμένῳ $B > A$, ἐς $v > 1$. ἡ δὲ
ὑπεροχὴ τοσούτῳ εἶσαι μείζων, ὅσῳ μείζον ἂν εἴη τὸ B

τῷ Α· εἰν γὰρ $B = 5A$, $\frac{2v}{v+1}$ γενήσεται $= \frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$.

ἢ ἡ καινὴ ποσότητι τῆς κινήσεως ὑπερέξει τῆς προτέρας τῷ $\frac{1}{3}$.

β'. Τὸ σῶμα Α ἀποκρουθήσεται πρὸς τὸ ζ τῇ ποσότητι $\frac{v}{v+1}$ · ἀλλ' ἡ καταλείπεται πρὸς τὸ Π ἐν τῇ

συγκρούσει, εἰμὴ $\frac{1}{v+1}$ · ἐπανακάμψει ἄρα πρὸς τὸ ζ

ποσότητι $\frac{v}{v+1} - \frac{1}{v+1}$ · ἔσω ἐστὶ $B = 5A$, ἢ $v = 5$.

ἐκὲν ἀποληφθήσεται $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$, ποσότητος τῆς προτέρας κινήσεως, καθ' ἣ ἀνασρέψει πρὸς τὸ Α.

339. ΣΧΟΛΙΟΝ. Παρατηρητέον, ὡς, τῷ συγκρούοντος σώματος ἐλάττωτος ὄντος ἢ τῷ συγκρουμένῳ, ἡ σύγκρουσις τῶν ἐλασικῶν σωμάτων αἰετὶ αὖξει τὴν ὀλικὴν ποσότητα τῆς κινήσεως· ἐν γὰρ τῇ προτέρᾳ ὑποθέσει, ὅτι $B = 5A$, εὑρηται $\frac{1}{3}$ ποσότητος τῆς κινήσεως τῷ Β, ἢ $\frac{2}{3}$ τῆς τῷ Α, ὧν τὸ ἄθροισμα $\frac{1}{3}$ ὑπερέχει τῷ διπλῷ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως $MT = 1$, ἣν τὸ Α εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως.

340. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Ὅσῳ μείζων ἐστὶν ἡ δύναμις τῷ ν, ὑποτιθεμένη τῷ συγκρούοντος σώματος $A = 1$, τοσούτῳ ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, καθ' ἣν ἐπανακάμψει, συγκλίνει εἰς τὸ ἰσῶθῆναι τῇ πρὸ τῆς συγκρούσεως ποσότητι τῆς κινήσεως· ἔσω γὰρ $B = 100A$, ἢ δὴ ἔσαι

$$\frac{v}{v+1} - \frac{1}{v+1} = \frac{100}{101} - \frac{1}{101} = \frac{99}{101} = 1 - \frac{1}{101}$$

ἢ δέποτε μέντοι ἔσαι $= 1 =$ ὅλη τῇ προτέρᾳ κινήσει.

εἶγε εἰς ποτε ἔσαι $\frac{v}{v+1} - \frac{1}{v+1} = \frac{v+1}{v+1} = MT$.

341. Ὅσαύτως ὅση μείζων ἔσαι ὁ v , τοσούτω μάλ-
λον ἡ ποσότης τῆς κινήσεως τῷ σώματος B συγκλίνει
εἰς τὸ γενέσθαι $= 2MT =$ τῷ διπλῷ τῆς ποσότητος τῆς
κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ συγκρούσαν σῶμα. ἔσω γὰρ $v =$

100· ἔκυν ἔσαι $\frac{2v}{v+1} = \frac{200}{101}$ · ἵνα ταῖνον ἡ ποσότης τῆς

κινήσεως τῷ B σώματος διπλασία γένηται τῆς πρὶν πο-
σότητος τῆς κινήσεως τῷ A, δεῖ ἐπὶ αὐτῷ $\frac{200}{101}$ · ἢ δὴ
α'. ἡ κίνησις τῷ B ἔσαι $= 2MT - \frac{200}{101}$ · β'. εἰς ποτε

ἡ τῷ B κίνησις ἔσαι $= 2MT$ · εἰς ποτε γὰρ ἔσαι $\frac{2v}{v+1}$

$$= \frac{2v+2}{v+1}.$$

342. Ἐντεῦθεν ἄρα ἡ σύγκρουσις τῶν ἐλασικῶν σω-
μάτων σπεύδει ἐπὶ τὸ τριπλασιάσαι τὴν ποσότητα τῆς
κινήσεως, ἣν ἔχει πρὸ τῆς συγκρούσεως σῶμα συγκρούον,
ἐλάττω τῷ ἐν ἡρεμίᾳ συγκρουμένῳ· ἀλλ' ἰδὲ τὸ ὅριον,
εἰς ὃ ἀφικέσθαι ἢ δύναται, ἕως ἡ v ποσότης εἴη πεπερα-

σμένη· εἶγε δεῖ τῆς ποσότητος $\frac{2}{v+1}$, ἢ ἡ ποσότης τῆς

κινήσεως τῷ συγκρούοντι σώματι A ἡ $= 1$, ἢ τῆς αὐ-

τῆς $\frac{2}{v+1}$, ἵνα τὸ συγκρουμένον B γένηται $= 2$ · ἀλλὰ

γὰρ εἰ γένοιτο $v = \infty$, τετέστιν, εἰ A ἀπειροπλάσιον

εἴη τῷ B, ἡ κίνησις τῷ A ἔσαι $= 1 - \frac{2}{\infty+1} = 1$

(Συμβ. Λογ. 530)· ἡ δὲ κίνησις τῷ B ἔσαι $= 2 -$

$\frac{2}{\infty + 1} = 2$ · τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν ποσοτήτων τῆς κινήσεως τῷ Α καὶ τῷ Β ἔσαι = 3, λαμβανομένης ὡς μονάδος τῆς ΜΤ κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως· ταύτης ἡ ἐλασικότης τριπλασιάζει τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως.

343. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐὰν σῶμα ἐλασικὸν τὸ Α προσβάλῃ κατ' εὐθείαν σώματι ἐτέρῳ ἐλασικῷ τῷ Β, ἴσῳ τὴν μάζαν, καὶ φερομένῳ τὴν αὐτὴν φορὰν ΞΠ, μεταβαλῶσιν ἀλλήλων τὴν ταχύτητα· καὶ γὰρ τὸ Α πλήττει τὸ Β τῇ ὑπεροχῇ τῆς αὐτοῦ ταχυτήτος· τὸ δὲ Β, τὸ μὲν ἡμισυ ταύτης τῆς ὑπεροχῆς προσλήφεται ἐν τῇ συγκρούσει, τὸ δ' ἄλλο ἡμισυ ἐν τῇ ἐλάσει· ἀλλὰ τὸ Α ἀποβαλεῖ, τὸ μὲν ἡμισυ διὰ τῆς συγκρούσεως, τὸ δ' ἄλλο ἡμισυ διὰ τῆς ἐλάσεως· ἄρα τὸ Β τοσούτον ὑπερέξει τῆς ταχυτήτος τῷ Α, ὅσον τῆς τῷ Β ὑπερείχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως· ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον, ὡς ὅσω πλησιάζουσιν ἀλλήλοις τὸ Α καὶ Β πρὸ τῆς συγκρούσεως ἐν δεδομένῳ τινὶ χρόνῳ, τοσούτον ἀποσῆσονται ἀλλήλων μετὰ τὴν συγκρούσιν.

344. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐὰν σῶμα ἐλασικὸν τὸ Α μείζον ἢ τὸ Β, κινούμενον τὴν αὐτὴν φορὰν τῷ Β, εἴτ' ἐν τὴν ΞΠ, προσβάλῃ αὐτῷ, τὴν αὐτὴν δραμῶνται ὁδόν, τὸ μὲν Α ταχύτητι ἐλάσσονι, τὸ δὲ Β μείζονι τῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως· τὸ μὲν γὰρ Β πρῶτον διὰ τῆς συγκρούσεως, εἶτα διὰ τῆς ἐλάσεως, ἐπιδέχεται αὐξήσιν τῆς αὐτοῦ ταχυτήτος κατὰ τὴν φορὰν ΞΠ· τὸ δὲ Α, ἔχον μάζαν μείζονα ἢ τὸ Β, καθέξει πλεον τῷ ἡμίσει τῆς κινήσεως, ἢ διέφερον ἀλλήλων αἱ ταχύτητες· ἡ ἄρα ἐλασικότης ἐδυνήσεται διαφθεῖραι αὐτῷ πᾶν, ὃ κατεῖχεν· ἔ-
Τομ. Ε'. D

κῶν παρὰ τὴν κοινὴν τῷ Β ταχύτητα, τὴν πρὸ τῆς συγκρύνσεως, τὴν κατὰ τὴν φοράν ΞΠ, λειφθήσεται ἐτι μέρος ταύτης τῆς διαφορᾶς τῆς ταχυτήτος κατὰ τὴν αὐτὴν φοράν· σαφὲς μέντοι, ὡς ἡ ὅλη αὐτῇ ταχύτης εἶναι ἐλάττω τῆς πρὸ τῆς συγκρύνσεως.

345. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ἐὰν ἐν τῇ προτέρᾳ περιπτώσει τὸ συγκρύνον σῶμα Α ἢ $<$ Β, ἦτοι χωρήσει κατὰ τὴν προτέραν αὐτῇ φοράν ΞΠ, ἢ καθηρεμήσει, ἢ πάλιν ἀνακάμψει. Τὸ γὰρ Α ἐπεὶ ἐλάττω τῷ Β, ἐμποιήσει τῷ Β ἐν τῇ συγκρύνσει μείζον τῆς κινήσεως μέρος, ὃ διέφερον αἱ ταχυότητες, ἢ καθέξει αὐτό· ἢ κατὰ τὰς διαφορὰς βαθμοὺς τῆς μάξης ἢ τῆς ταχυτήτος ὡς πρὸς τὸ Β, ἐν τῶν τριῶν συμβῆναι δύναται· ἦτοι γὰρ τὸ Α ἐν τῇ συγκρύνσει ἐμποιήσει τῷ Β μέρος τῆς κινήσεως, ἴσον τῷ ἡμίσει τῆς ὅλης αὐτῇ κινήσεως· ἢ παρὰ τῷ Β ἀποκρυφθὲν κατὰ τὸ αὐτὸ ἡμισυ τῆς κινήσεως, ἡρεμήσει· ἢ ἐλάττω τῷ ἡμίσει τῆς αὐτῇ ὀλικῆς κινήσεως, ἢ ἀποκρυφθὲν κατὰ ποσότητα κινήσεως ἐλάχιστον τῆς αὐτῇ ἐναπολειφθείσης, κινήσεται κατὰ τὴν διαφορὰν τῶν δύο τύτων ποσοτήτων· ἢ τέλος μείζον, ἢ δὴ ἀποκρυφθὲν κατὰ ποσότητα κινήσεως μείζονα τῆς αὐτῇ ἐναπολειφθείσης, παλινδρομήσει εἰς τὰ ὀπίσω, κατὰ τὴν διαφορὰν τῶν δύο τύτων ποσοτήτων.

346. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ἐὰν δύο σώματα ἐλασικὰ Α, Β, ἴσα κατὰ τὴν μάξαν, κινύμενα κατὰ φοράς ἐναντίας ταχυότητι ἴση, ἀλλήλοις ἀντισυγκρύνωσιν, ἀνακάμψουσιν ἐκάτερον τῇ αὐτῇ ταχυότητι· πρῶτον μὲν γὰρ ἀλλήλης ἀντιπρὸςβαλόντα, ἀποβαλεῖσι πᾶσαν αὐτῶν τὴν κίνησιν· εἴτα τὸ Α μὴ δυνάμενον ἀφάλασθαι κατὰ τῷ Β, ὃ ἀντίκειται αὐτῷ δυνάμει ἴση ἐλασικότητος, ἀφραλεῖται

τὴν ἐναντίαν φοράν· ἢ δὴ τῇ αὐτῇ δυνάμει ἀνακάμψει, καθ' ἣν συντέλλεται· ὅθεν ἔξει τὴν αὐτὴν ταχυτῆτα, ἣν εἶχε ἢ πρότερον. Ταῦτον ῥητέον ἢ περὶ τῷ B, παραβαλλομένῳ πρὸς τὸ A.

347. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Δύο σώματα A ἢ B, ἴσην μὲν ἔχοντα μάζαν, ἀνισοταχῇ δὲ, μεταβαλῶσι τὰς ἀλλήλων ταχυτῆτας· τὸ γὰρ ἥττον ταχυτῆτι χωρεῖν ἐκληπτέον ὡς ἡρεμον, ὡς πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῆς θατέρου ταχυτῆτος· ἐπιδέξεται ἄρα διὰ τῆς συγκρούσεως, τὸ μὲν ἡμισυ τῆς ὑπεροχῆς διὰ τῆς συγκρούσεως, τὸ δ' ἄλλο ἡμισυ διὰ τῆς ἐλάσεως· ἄρα κτ.

348. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ'. Ἐὰν δύο σωμάτων αἱ μάζαι A, B, ἀντιτρόπως ὦσιν, ὡς αἱ αὐτῶν ταχυτῆτες, ἀνακάμψουσιν ἐκάτερον τῇ προτέρᾳ αὐτῷ ταχυτῆτι· ἔστι δὲ πάνταυθα ὁ αὐτὸς λόγος, ὅς κ' ἐν τῷ H πορίσματος· εἴγε ἐκατέρωσε ἐκάτερα σώματα ἔξει τὴν αὐτὴν ποσότητα τῆς κινήσεως (115).

349. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι'. Ἐὰν ἀνίσως ἔχη μάζας τὰ A, B, μὴ ὥσι δὲ αὐτῶν αἱ μάζαι ἀντιτρόπως ὡς αἱ ταχυτῆτες, ἦτοι ἐκάτερα ἀνακάμψουσιν, ἢ συναχῶς μὲν κινήσονται συνάμα τῷ ἀφενεσέρῳ, ἀλλὰ ταχυτῆτι ἥσσονι ἢ τὸ ἀφενέσερον· διὰ μὲν γὰρ τὴν κοινὴν αὐτοῖς ποσότητα τῆς κινήσεως, ἐκάτερα ἀνακάμψουσι τῇ αὐτῇ ποσότητι (346, 348)· διὰ δὲ τὴν ὑπεροχὴν τῆς κινήσεως, ἐκληπτέον ὡς ἡρεμῶν τὸ ἀφενέσερον· ἐνταῦθεν ὢν ἐν τῶν τριῶν συμβήσεται· ἦτοι γὰρ τῷ A ἐκ τῆς ὑπεροχῆς, μετὰ τὴν σύγκρουσιν ἢ τὴν ἐλασιν, καταλείπεται ποσότης ἴση τῇ κοινῇ, ἣν εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως· ἢ, ἐπεὶ, διὰ μὲν ταύτης ἀνακάμψαι ὀφείλει, ὡς εἴρηται, διὰ δὲ τῆς πρώτης προχωρῆσαι, ἐν ἡρεμίᾳ καταστήσεται·

ἢ μείζων τῆς κοινῆς, ἢ προχωρήσει τῇ διαφορᾷ τῶν δύο ποσοτήτων· ἢ ἐλάσσων, ἢ ἀνακάμψει τῇ διαφορᾷ τῶν δύο ποσοτήτων.

350. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Γνωσῶν ὄντων τῶν τε μαζῶν, ἢ τῶν ταχυτήτων δύο σωμάτων ἐλασικῶν, φερομένων τὴν αὐτὴν φορὰν, ἢ πατέρη ἡρεμῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως, ὁρίσασθαι, ὅση ἔσαι ἡ ταχύτης τῆ συγκρούσεως, ἢ ὅση ἡ τῆ συγκρούσεως, μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

ΛΤΞΙΣ. Εἰλήθω ἡ αὐτοῖς κοινὴ μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης (311, 312), ἢ διπλασιασθήτω, ἢ τῷ διπλῷ τῷδε ἀφηρήθω ἡ ταχύτης, ἢ εἴχε τὸ συγκρούσεως σῶμα πρὸ τῆς συγκρούσεως· τὸ ἔν κατάλοιπον ἔσαι ἡ τῆ συγκρούσεως ταχύτης μετὰ τὴν ἐλασικότητα· ἀφηρήθω δὲ τῷ αὐτῷ διπλῷ ἢ ἡ ταχύτης, ἢ εἴχε τὸ συγκρούσεως σῶμα πρὸ τῆς συγκρούσεως· κατάλοιπον ἔσαι ἡ τῆ συγκρούσεως σῶματος ταχύτης μετὰ τὴν ἐλασιν.

351. ΤΠΟΔΕΙΜΑ. Τὸ γὰρ ἐλασικὸν σῶμα Α, ἔχον, μάζαν μὲν ὡς 2, ταχύτητα δὲ ὡς 25, συγκρούτω τὸ ἐλασικὸν σῶμα Β, κινούμενον κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν, ἢ ἔχον, μάζαν μὲν ὡς 1, ταχύτητα δὲ ὡς 2· ἢ ἔν ποσότης τῆς κινήσεως, τῷ μὲν Α ἔσαι ὡς 50, τῷ δὲ Β ὡς 10, ὡν τὸ ἄθροισμα 60, διαιρεθὲν διὰ τῶν μαζῶν 3, δίδωσιν 20 ὡς κοινὴν ἑκατέροις ταχύτητα μετὰ τὴν σύγκρουσιν· τῷ δὲ διπλῷ τῶν 20, ἢτοι τῶν 40, ἀφηρήθω 25, ταχύτης, προτέρα τῷ Α· τὸ δὲ κατάλοιπον 15, ἔσαι ἡ ταχύτης, ἢ ἔξει τὸ Α μετὰ τὴν ἐλασιν· τῷ αὐτῷ 40 ἀφηρήθω ἢ 10, προτέρα ταχύτης τῷ Β, ἢ δὴ 30 ἔσαι ἡ τῷ Β μετὰ τὴν ἐλασιν ταχύτης.

ΔΕΙΞΙΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ. Ἐς τὴν Τ ταχύτης τῷ Α, ἢ τ ταχύτης τῷ Β, πρὸ τῆς συγκρούσεως, ἢ χ ἡ

κοινή αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης· ἡ ἔν ποσότης τῆς ταχύτητος, ἣν ἀπέβαλε τὸ Α διὰ τῆς συγκρούσεως, ἔστι $T - \chi$ (ἐν δὲ τῷ ὑποδείγματι 25 — 20)· ἀπολέσει δὲ ἔξ διὰ τῆς ἐλασικότητος $T - \chi$ · ἔκέν ἀπὸ τῆς χ , ἡ λείπεται αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν, (ἀπὸ 20) ἀφαιρετέον $T - \chi$ (25 — 20)· ἔ καταλειφθήσεται πρὸ τῷ, μεταβολῇ τῶν ὁρμῶν τῆς ἀφαιρουμένης ποσότητος, $\chi - T + \chi = 2\chi - T$ · εὐρεθήσεται ἄρα ἡ μετὰ τὴν ἐλασικότητα ταχύτης τῷ Α, ἀφαιρουμένης τῆς ταχύτητος, ἣν εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως, ἀπὸ τῆς διπλῆς τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχυτήτος· τῷ δὲ Β προσγίνεται $\chi - \tau$ (20 — 10)· ἀλλὰ τῇ ποσότητι χ , ἣν εἶχε (τῷ 20), ἡ ἐλασικότης προσβῆσιν ἐπὶ $\chi - \tau$ · ἡ αὐτὴ ἄρα ταχύτης ἔσται $2\chi - \tau$ · ἔκέν εὐρεθήσεται ἡ αὐτὴ μετὰ τὴν ἐλασικότητα ταχύτης, ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τῆς αὐτῆς πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχυτήτος τῷ διπλῆ τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχυτήτος.

352. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Σῶμα τὸ Α, βάρους ἑλκον λίτρας μίας, ἔ ταχὺ, ὡς διατρέχειν ὄργανον ἐν ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, προσβάλλει σῶματι ἑτέρῳ τῷ Β, ἐλασικῷ, ἡρέμῳ, ἔ βάρους ἑλκοντι λίτρων 100· ἡ ἔν κοινή αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης ἔστιν $\frac{1}{101}$, ἥς τὸ διπλὸν $\frac{2}{101}$, ἔ ἀφαιρεθέντος $1 = \frac{1}{101}$ ταχυτήτος, ἡ προὔπῃν τῷ Α, καταλείπεται — $\frac{1}{101}$ · ἥτις διὰ τὸ σύμβολον — ἔσι ποσότης λειπτική, ἔ δὲ ἐναντία τῇ κατὰ τὴν προτέραν φορὰν ξII ταχυτήτι· ὅθεν δῆλον ὅτι τὸ Α μετὰ τὴν ἐλασικότητα ἀνακάμψαι ὀφείλει κατὰ τὴν φορὰν ξZ ταχὺ, ὡς διαδραμεῖν $\frac{1}{101}$ ὀργῆς ἐφ' ἑκάστῃ λεπτῷ δευτέρῳ· τῷ δὲ Β, ἀφαιρέσεως 0 ταχυτήτος, ἡ

εἶχε πρὸ τῆς συγκρούσεως, ἀπὸ τῆς διπλῆς τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτητος, περιέσαι τῆς ὀργῆς, ἵνα διαδράμῃ ἐφ' ἑκάστῳ λεπτῷ δευτέρῳ μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

ΣΧΟΛΙΟΝ. Αὗται αἱ δύο ταχύτητες τῶς, ἢ τῆς, πολλαπλασιαζόμεναι ἐπὶ τὰς μάζας 1, 100, διδῶσι τὴν ὀλικὴν ποσότητα τῆς μετὰ τὴν ἐλασικότητα κινήσεως $\tau\theta\tau + \tau\theta\tau = \tau\theta\tau$, ποσότης τριπλασία τῆς 1, ἢ τῆς μάζης 1, πολλαπλασιασθείσης ἐπὶ τὴν ταχύτητα 1, ἣτις ἐστὶ ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν εἶχε τὸ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως, πλὴν τῆς τῆς (*), ὃ συνάδει τῷ ἤδη ἀποτελεσθέντι (342).

353. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β. Γνωσὼν ἐσὼν τῶν μαζῶν ἢ τῶν ταχυτήτων δύο σωμάτων ἐλασικῶν, κινουμένων κατὰ φοράς ἐναντίας πρὸ τῆς συγκρούσεως, ὁρίσασθαι, ὅση ἔσαι ἡ ταχύτης τῶν δύο σωμάτων μετὰ τὴν σύγκρουσιν.

- ΛΥΣΙΣ. α'. Διηρήθω ἡ διαφορὰ τῶν δύο ποσότητων τῆς κινήσεως διὰ τῆς μάζης· ἢ ποριθῆσεται ἡ ἀμφοῖν κοινὴ μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης· β'. τῷ διπλῷ ταύτης τῆς κοινῆς ταχύτητος ἀφηρήθω ἡ ταχύτης, ἣν εἶχε τὸ ἰχυρώτερον σῶμα πρὸ τῆς συγκρούσεως· ἢ εὐρεθῆσεται αὐτῇ ἡ μετὰ τὴν ἐλασικότητα ταχύτης· γ'. τῷ διπλῷ ταύτης τῆς ταχύτητος προσεθείθω ἡ ταχύτης, ἣν εἶχε τὸ ἀσθενέστερον πρὸ τῆς συγκρούσεως· ἢ δὲ θηρευθῆσεται αὐτῇ ἡ μετὰ τὴν ἐλασικότητα ταχύτης.

354. ΤΗΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Σῶμα τὸ Α, βαρὺ λίτρας 3, ἢ ταχὺ, οἷον ποδας 12 διανύσαι ἐν ἐνὶ λεπ.

(*) Καὶ γὰρ $1 = \tau\theta\tau$ · ἄρα $3 \times 1 = \tau\theta\tau$ · τοιγαρὶν $\tau\theta\tau - \tau\theta\tau = \tau\theta\tau$.

δευτ. ἅπαντὰ τῷ B, βαρεῖ μὲν ὄντι λίτρας 2, ταχὺ δὲ, οἷον 3 πόδ. διανύειν ἐν 1 λεπ. δευτ. διηρήθω ἐν 30 διαφορὰ τῶν δύο ποσοτήτων τῆς κινήσεως διὰ τῷ ἄθροισματος τῶν μαζῶν· ἢ δὴ ἔσαι $\frac{1}{2}^\circ = 6^\circ$ · ἐκ δὲ τῷ διπλῷ τῶν 6, εἴτ' ἐν τῷ 12, ἀφηρήθω ἡ ταχύτης 12, ἣν εἶχε τὸ A πρὸ τῆς συγκρίσεως· ἔκῃν ἡ διαφορὰ 0 ἡρεμύσειν σημαίνει τὸ A μετὰ τὴν ἐλασικότητα· τῷ δὲ 2 $\times 6 = 12$, συνήθω 3 ταχύτης, ἣν εἶχε τὸ B πρὸ τῆς συγκρίσεως· ἔκῃν 13 ἔσαι ταχύτης αὐτῆ μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Τῶν αὐτῶν τεθέντων, εἰάν ἡ τῷ B ταχύτης ἢ 2 ἀντὶ 3, ἡ διαφορὰ τῶν ποσοτήτων τῆς κινήσεως διαιρεθεῖσα διὰ τῶν μαζῶν δίδωσι $\frac{1}{2}^\circ$ · ἐκ δὲ τῷ κατὰ τὸτο διπλῷ $\frac{1}{2}^\circ$ ἀφαιρεθέντος τῷ 12 = $\frac{1}{2}^\circ$, λειφθήσεται $\frac{1}{2}$ ταχύτης τῷ A, χωρῆσα κατὰ τὴν προτέραν φορὰν ζΞΠ· τῷ δὲ B, συναφθέντος τῷ 2 τῷ $\frac{1}{2}^\circ$, εὐρεθήσεται ταχύτης 14 $\frac{1}{2}$.

ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Γ'. Εἰάν ἐπὶ τῷ Α'. ὑποδείγ. ἡ τῷ B ταχύτης ἢ = 6, ἡ κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης ἔσιν $\frac{1}{2}^\circ$ · τῷ δὲ διπλῷ $\frac{1}{2}^\circ$ ἀφαιρεθέντος 12 = $\frac{1}{2}^\circ$, κατάλοιπον ἔσαι — $\frac{1}{2}^\circ$, ὃ διὰ τὸ — σύμβολον, παλινδρομήσιν κατηγορεῖ τῷ συγκρούσαντος κατὰ τὴν προτέραν ξζ, διανύοντος πόδ. $\frac{1}{2}^\circ$ ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. τῷ δὲ B, συναφθέντος τῷ 6 τῷ $\frac{1}{2}^\circ$, εὐρεθήσεται ταχύτης 15 $\frac{1}{2}$, ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. μετὰ τὴν ἐλασικότητα.

355. ΔΕΙΞΙΣ ΤΟΤ ΚΑΝΟΝΟΣ. α'. Ἐναντίων ἔσῃν τῶν δύο ποσοτήτων τῆς κινήσεως A, B, τὸ αὐτῶν ἄθροισμα ἐν τῷ πρώτῳ ὑποδ. ἔσι 36 — 6 = 30· ἡ δὲ κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης, ἔσαι τὸ πηλίκον τὸ ἐκ 30 διαιρεθέντος διὰ τῶν μαζῶν· ἀποδόντες ἐν

τὸν λόγον ταύτης μόνης τῆς διαφορᾶς τῆς ἐν ταῖς δυοῖς κοινούσι τοῖς ἀποδοθείσιν ὑπὲρ τῷ ἰσχυρωτέρῳ σώματος Α (357, 353), τὸ λοιπὸν τῷ δευτέρῳ τῷδε κανόνος ἀπαδείξομεν κατὰ λέξιν ἐπὶ τῷ συγκρούοντος σώματος, ὡς περ καὶ τὸν πρῶτον (351)· κείῳ ἔν εἰς ἐφαρμογὴν μόνον τὸ πρῶτον τῶν ὑποδειγμάτων (354).

356. Ἐς τὸ Τ ταχύτης τῷ Α πρὸ τῆς συγκρούσεως, ἢ τ τῷ Β, ἢ χ ἡ κοινὴ αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτης· ἡ ταύτην ποσότης τῆς ταχύτητος, ἣν τὸ Α ἀπέβαλε διὰ τῆς συγκρούσεως, ἐστὶ $T - \chi$ (ἐν δὲ τῷ πρώτῳ ὑποδ. $12 - 1^{\circ} = 6$)· ἀπέβαλε δὲ ἢ διὰ τῆς ἐλαστικότητος $T - \chi$ ($1^{\circ} = 6$)· ἀφαιρετέον ἄρα τῷ χ ἢ τῷ (1°), ὃ καταλείπεται αὐτῷ μετὰ τὴν σύγκρουσιν, $T - \chi$ ἢ (1°), ἢ καταλειφθήσεται αὐτῷ, $\chi - T + \chi = 2\chi - T$ (ἐπὶ δὲ τῷ Α' ὑποδείγ. $2 \times 1^{\circ} - 1^{\circ} = 0$, ἢ $12 - 12 = 0$)· ἄρα εὐρεθήσεται ἐν γένει ἡ ταχύτης τῷ συγκρούοντος Α τῷ ἰσχυρωτέρῳ μετὰ τὴν ἐλαστικότητα, ἀφαιρουμένης τῆς αὐτῇ πρὸ τῆς συγκρούσεως ταχύτητος ἀπὸ τῆς διπλῆς τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρουσιν ταχύτητος.

Τὸ δὲ Β σῶμα, τὸ συγκρούμενον ἐξ ἀδυνάστερον, ὀφείλει, διὰ τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως τὴν αὐτῷ τε ἢ τῷ Α κοινήν, δι' ἣς εἶχεν ἑαυτῇ ταχύτητος πρὸ τῆς συγκρούσεως τ, ἀνακάμψαι κατὰ τὴν ποσὴν ξΠ ἀπ' αὐτῇ τῇ ταχύτητι τ (346)· προσβῆσι μέντοι αὐτῇ τὴν διὰ τῆς συγκρούσεως ταχύτητα χ κατὰ τὴν αὐτὴν ποσὴν ξΠ, ἢ τὴν αὐτὴν ἔτι χ διὰ τῆς ἐλαστικότητος· ἔκινῃ ἡ ὅλη ταχύτης τῷ συγκρούοντος σώματος Β, μετὰ τὴν ἐλαστικότητα, ἔσεται $2\chi + \tau$ · ἢ ἄρα μετὰ τὴν ἐλαστικότητα ταχύτης τῷ Β ποριθήσεται, τῆς, ἣν εἶχε

πρὸ τῆς συγκρίσεως, ταχυτήτος συνάπτομένης τῷ διπλῷ τῆς κοινῆς αὐτοῖς μετὰ τὴν σύγκρισιν ταχυτήτος.

257. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ἀναφορικὴ ἀνέει ταχύτης, καθ' ἣν δύο σώματα προχωροῦσιν ἀλλήλοις, ἢ ἀποχωροῦσιν ἀλλήλων.

258. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἡ ἀναφορικὴ ταχύτης δύο σωμάτων ἐλασικῶν ἢ αὐτὴ αἰ εἰς πρότε τῆς συγκρίσεως ἢ μετὰ τὴν σύγκρισιν.

ΔΕΙΞΙΣ. Προσβαλέτω σῶμα ἐλασικὸν σῶματι ἐτέρῳ ἡρεμῶντι, ἢ ἢ κατὰ τὴν αὐτὴν φοράν κινουμένῳ· ἔκῃν ἢ ταχύτης αὐτῶν μετὰ τὴν ἐλασικότητα εἰς $2\chi - T$, ἢ $2\chi - \tau$ (350)· ἄρα, ἐπεὶ ἐκατέρωθι αἱ αὐταὶ εἰσὶ ποσότητες 2χ , αἱ ταχύτητες αὐταὶ μετὰ τὴν ἐλασικότητα εἰσὶν ὡς $T : -\tau$ · ἔκῃν ἢ μεταξὺ τούτων τῶν δύο ταχυτήτων διαφορὰ μετὰ τὴν ἐλασικότητα, ἢ ἀναφορικὴ ταχύτης, εἰς $T - \tau$ · ἀλλὰ $T - \tau$ εἰσιν ἢ αὐτὴ διαφορὰ τῶν δύο πρὸ τῆς συγκρίσεως ταχυτήτων· ὡσαύτως, ὅταν δύο σώματῶν, κατ' ἐναντίας φοράς κινούμενα, ἀντισυγκρίσωσιν ἀλλήλα, αἱ αὐτῶν ταχυτήτες μετὰ τὴν ἐλασικότητα εἰσὶ $2\chi - T$, ἢ $2\chi + \tau$, ὧν ἢ διαφορὰ, ἢ ἢ ἀναφορικὴ ταχύτης, εἰς $T + \tau$ (°)· ἀλλὰ ἢ πρὸ τῆς συγκρίσεως, ἐπεὶ κατ' ἐναντίας φοράς ἐκινῶντο, ἢ αὐτῶν ἀναφορικὴ ταχύτης ἦν ὡσαύτως $T + \tau$ · ἐν γένει ἄρα τῶν ἐλασικῶν σωμάτων ἢ ἀναφορικὴ ταχύτης ἢ πρὸ τῆς συγκρίσεως ἢ μετὰ τὴν σύγκρισιν εἰσιν ἢ αὐτὴ. Ο. Ε. Δ.

(°) Ἐὰν γὰρ $\tilde{\eta} - T = -12$, ἢ $\tau = 3$, ἢ $\tilde{\tau} = -12$ πρὸς $+3$ διαφορὰ ἔσαι (Συμβ. Λογ. 33. Τομ. Α΄) $+12 + 3 = 15$, ὡς ἔν $T + \tau$.

Πλαγία σύγκρουσις τῶν σωμάτων.

359. Ἐὰν σῶμα τὸ Α (χ. 10) φέρῃται κατὰ τὴ Β σημείῳ τῷ σώματος ΓΕ, δυνάμει ἐμφαινομένη ὑπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας, τῆς τῇ ΓΕ ἐπιφανείᾳ τῷ σώματος πλαγίως ἐφισταμένης, ἢ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία, ἢ περιεχομένη ὑπ' αὐτῆς τῆς εὐθείας ἔ τῆς ἐπιφανείας καλεῖται γωνία ἐγκλίσεως· αἰέποτε δὲ παρατηρεῖται ὡς τῶν διαφόρων σωμάτων, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ ἡμετέρα σφαῖρα, εἴτι προσβάλλει ἐτέρῳ πλαγίως, ἥττον ἀποτελεῖ, ἢ εἴπερ κατὰ κάθετον προσέβαλλε.

360. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, καθ' ἣν σῶμα τὸ Α πλαγίως προσβάλλει σώματι ἐτέρῳ τῷ Β, ἐστὶ πρὸς τὴν ὅλην αὐτῇ ποσότητα τῆς κινήσεως, ὡς ἡ ἀπὸ τῆ Α ἐπὶ τὸ ΓΒΕ ἐπίπεδον τῷ Β σώματος ἀχθεῖσα κάθετος ΑΓ πρὸς τὴν πλαγίαν εὐθεῖαν ΑΒ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐκληπτέον τὴν πλαγίαν κίνησιν ΑΒ, ὡς συγκειμένην ἐκ δύο δυνάμεων τῆς τε ΑΓ, ἔ τῆς ΑΔ = ΒΓ (138), εἰς αἷ ἀναγκασίως ἐν τῇ συγκρούσει ἀναλύεται· σαφές δὲ, ὡς τὸ σῶμα Α προσβαλεῖ τῷ ἐπιπέδῳ ΓΒΕ κατὰ τὸν λόγον τῆς κινήσεως, καθ' ἣν αὐτῷ προσχωρεῖ· προχωρεῖ δὲ καθ' ὅλην τὴν κίνησιν ΑΓ, ἐδόλως μέντοι κατὰ τὴν κίνησιν ΑΔ· προσβαλεῖ ἄρα τῷ ΓΒΕ ἐπίπεδῳ διὰ τῆς ΑΓ κινήσεως· ἐμφανέσης ἔν τῆς ΑΒ τὴν ὀλικὴν αὐτῇ δύναμιν, ΑΓ ἐμφανεῖ τὴν, καθ' ἣν προσβαλεῖ τῷ ἐπιπέδῳ· αὕτη ἔν ἡ δύναμις, ἢ ποσότης τῆς κινήσεως, καθ' ἣν προσβαλεῖ τῷ ἐπιπέδῳ, ἔσαι πρὸς τὴν ὅλην αὐτῇ ποσότητα τῆς κινήσεως ὡς ΑΓ: ΑΒ. Ο. Ε. Δ.

361. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ

$\Delta\Gamma$, $\frac{\Delta\Gamma}{2}$ ἔστι τὸ ἡμίτονον τῆς B γωνίας τῆς ἐγκλί-

σεως, ἢ $\frac{AB}{2}$ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας Γ , ἢ ὀλικὸν ἡ-

μίτονον (Γεωμ. 494)· κληθείσης ἔν Π τῆς ὅλης ποσό-

τητος τῆς κινήσεως τῆς A , ἢ π τῆς, καθ' ἣν προσβάλλει

τῷ σώματι $\Gamma\Delta E$, ἔσται $\pi : \Pi :: \Delta\Gamma : AB :: \frac{\Delta\Gamma}{2} : \frac{AB}{2}$.

ἔκ᾽ ἐν ἡ δυνάμει, καθ' ἣν τὸ A προσβάλλει τῷ B , ἔστι

πρὸς τὴν ὀλικὴν αὐτῆς δυνάμειν ὡς τὸ τῆς κατ' ἐγκλίσειν γωνίας ἡμίτονον πρὸς τὸ ὀλικὸν ἡμίτονον.

Γνωστῆς ὕψους ἄρα τῆς ὀλικῆς ἰσχύος Π τῆς σώματος A , ἢ τῆς κατ' ἐγκλίσειν γωνίας, εὐρεθήσεται ἡ ἰσὺς π , καθ' ἣν προσβάλλει τῷ B , διὰ τῆς τῶν τριῶν μεθόδου, A (ἡμ. ὀλ.) : ἡμ. $B :: \Pi : \pi$ · εἰς τυχὸν ἡ ὅλη ἰσὺς τῆς A ἢ τοιαύδε, δι' ἧς σῶμα λίτρας ἔχον ὀλικὴν διαδράμει πόδ. 30 ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ., ἡ δὲ κατ' ἐγκλίσειν γωνία $\eta = 20^\circ$, φημι (διὰ τῶν λογαριθμῶν (Γεωμ. 517), $10,000000 : 9,534052 : 1,477121$ · χ' εὐρεθήσεται ἔν ἐντεῦθεν τὸ A προσβάλλον τῷ B κατ' ἰσὺν 10½ περίπν· εἰ δὲ κατὰ κάθετον ἐχώρει, προσέβαλεν ἂν αὐτῷ κατ' ἰσὺν 30.

362. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Εἴπερ περ ὁ νόμος τῆς συγκρούσεως ἐν τέτῳ κεῖται, ἵνα τὸ συγκρούον σῶμα διανεμηταῖς μάζαις τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως, καθ' ἣν προσβάλλει· ἢ σῶμα τὸ A προσβάλλον τῷ B πλαγίως, μόνον κατὰ τὴν κάθετον κίνησιν $\Delta\Gamma$ αὐτῷ προσβάλλει, ἐντεῦθεν ἄρα α'. τὸ συγκρούον σῶμα κατέχει πᾶσαν αὐτῆς τὴν κίνησιν παράλληλον $A\Delta = \Gamma B$ · β'. ἐπενεργεῖ πραγ-

ματικῶς τῷ συγκρουθέντι Β, ὡς εἰ μόνον ἐφέρετο τὴν κάθετον κίνησιν ΑΓ· τετέσι διανέμει τὴν κάθετον κίνησιν ΑΓ ταῖς μάζαις (305), διασῶζον ὅλην τὴν παράλληλον κίνησιν ΓΒ.

363. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Πείρα ἡμῖν δείκνυσι ταύτην τὴν ἀνάλυσιν τῆς πλαγίας κινήσεως ἀδιαλείπτως ἐπικρατεῖν ἐν τῇ φύσει, ἥ τὸ συγκρῶν μὴ ἐπενεργεῖν τῷ συγκρουμένῳ, εἰ μὴ κατὰ λόγον τῆς κάθετου κινήσεως, κατέχον ὅλην τὴν κίνησιν παράλληλον· ἐὰν γὰρ σῶμα μὴ ἐλασικὸν τὸ Α, προσβάλλῃ ἐπίπεδῳ τῷ ΓΕ μὴ ἐλασικῷ κατὰ τὴν πλαγίαν φορὰν ΑΒ, α'. τὰ Β ἐδόλωσε φέρεται ἐν τῇ, ἣν ἐκτῆσατο, κινήσει τὴν φορὰν ΑΒ, ἣν εἶχε τὸ συγκρῶν σῶμα Α, προχωρῶν βραχύτι ἐξ ἀριστερῶν ἐπὶ δεξιὰν τῷ Ε, ἀλλ' ἐσιν ἐλεύθερον ἐν τῇ συγκρούσει, κατιὸν κατὰ μόνην τὴν εὐθεῖαν ΒΘ· β'. κάτεισι ταχυτῇτι ἡττονι, ἢ εἰ τὸ Α προτέβαλλεν αὐτῷ κατὰ κάθετον ἀπάσῃ τῇ δυνάμει ΑΒ· γ'. ἐὰν τὸ μὴ ἐλασικὸν ἐπίπεδον ΓΕ ἢ ὀριζόντιον ἢ ἀκίνητον, τὸ μὴ ἐλασικὸν Α, προσβάλλον τῷ Β κατὰ τὴν πλαγίαν φορὰν ΑΒ, ἐν τῇ συγκρούσει ἀπόλλυσι μόνην τὴν ἐαυτῷ κάθετον κίνησιν, ἐλιδραίνει δὲ, ἢ ἔρπει πρὸς τὸ ἐπίπεδον, καθ' ὅλην τὴν ἐαυτῷ παράλληλον κίνησιν.

364. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Καίπερ ἡ τῆς κινήσεως ἀνάλυσις ἐλαττοῖ τὴν ἰσχύον, ἢ τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως τῷ συγκρουόντος σώματος Α, ὡς πρὸς τὸ συγκρουθὲν σῶμα Β, ἐπεὶ τὸ Α ἔχ' ἔτω μέγα ἀποτελεσμα ἐνεργάζεται τῷ Β, πλαγίως αὐτῷ ἐπενεργῶν, ὡς εἰ ἐπιδράῃ κατὰ κάθετον· ἀλλ' ὃ παρὰ τῷτο ἐλαττοῖ ὅλην τὴν ποσότητα τῆς κινήσεως ἐαυτῷ· ἀλλὰ δὴ αἰὲ πλείων γίνεται κίνησις ἐκ τῇ συγκρούσει, ἢ πρότερον· ἥ γὰρ ἔτως ἢ

ὅλη ποσότης τῆς κινήσεως AB γίνεται $AG + BG > AB$ (139).

Ἐὰν ἡ πλαγία AB ἐμφαίνῃ ἰσὺν, δι' ἧς ἂν διέλθοι 10 πόδας ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. ἡ δὲ κάθετος $AG = 6$, ἡ δὲ παράλληλος $BG = 8$ (Γεωμ. 351), τὸ ἐλαστικὸν ἐλίσσεται ἴσον σῶμα A , προσβάλλον τῷ σώματι B ἐν αὐτῷ ἐλαστικῷ, ἐλίσσεται ἴσῳ, ἐμπαιήσεται αὐτῷ διά τε τῆς συγκρίσεως, ἐκ τῆς ἐλαστικότητος, ὅλην τὴν ἐαυτῷ κάθετον κίνησιν AG , δι' ἧς αὐτῷ προσβαλεῖ (305, 333), ἐκ διασώσεως πᾶσαν τὴν ἐαυτῷ παράλληλον κίνησιν BG . ὣτως ἐν τῷ σώματι B διανύσει πᾶσαν τὴν κάθετον $BΘ = AG = 6$ ποσὶ, ἐκ A διανύσει πᾶσαν τὴν παράλληλον $BE = BG = 8$ ποσὶ, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, καθ' ὃν τὸ A κατὰ τὴν ἐαυτῷ ἀρχικὴν ἰσὺν AB , διανύσειεν ἂν τὴν καινὴν διαγώνιον $BM = AB = 10$ ποσὶ, ταυτέστιν ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ., ἡ ἄρα ὅλη ποσότης τῆς κινήσεως ἡ μετὰ τὴν ἀνάλυσιν ἐστὶ 14, πρὸ τῆς ἀναλύσεως ὕσα μόνον 10.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΙΚΟΣΤΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Περὶ ἀνακλωμένης κινήσεως.

365. Τριττόν τι εἶδος κινήσεως μάλιτα φέρεται· ἡ μὲν γὰρ κίνησις ἐστὶν εὐθεῖα, ἡ δ' ἀνακλωμένη, ἡ δὲ θραυσμένη· ὅταν μὲν γὰρ τὸ κινητὸν βαίνει τὴν φορὰν, πρὸς ἣν κινείται ἐκ τῆς κινύσης αἰτίας, εὐθεῖα καλεῖται ἡ κίνησις· ἐὰν δὲ μικρόν τι τὴν εὐθεῖαν χωρήσῃ, καταναγκασθῇ εἰς τὰ ὀπίσω αὐτῷ ἐπανίεναι, ἀνακλωμένη· τέλος δὲ, ἐὰν ἐν τῷ, δι' ἧς πλαγίως δίδεισι, μέσῳ ἐνστάσει

τινὶ ἀπαντῆσαν καταναγκασθῇ βραχύτι ἐκτραπέσθαι τῆς ἐαυτῷ προτέρας φορᾶς· ἡ κίνησις ἔσται θραυομένη.

366. Προεῖδω γὰρ σφαῖρα ἡλέκτρι κατὰ τινος πίνακος· ἡ τοίνυν αὐτῇ ἀπὸ τῆς προΐουσης χειρὸς μέχρι τῷ πίνακι κίνησις καλεῖται εὐθεῖα· προσβαλὼν δὲ τῷ πίνακι, ἀναπηδήσει αὐθις εἰς τὰ ὀπίσω· αὕτη ἔν ἡ ἀναπή-
θῃσις ἀκνεί κίνησις ἀνακλωμένη· ἐμβεδλῆθω αὐ-
θις πλαγίως ὕδατι λίθος· εἰσιὼν ἔν ἐκ τῷ αἵρος εἰς τὸ ὕδωρ ἐκτραπῆσεται βραχύτι τῆς φορᾶς πρὸς τὰ ἄνω, ἢ ἡ κίνησις καλεῖται θραυομένη.

Ὅταν σῶμα τὸ Α (σχ. 11) πλαγίως προσβάλλῃ τῇ ΔΙ ἐπιφανείᾳ τῷ Β σώματος, ἡ ΑΒΔ γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς πρώτης φορᾶς ΑΒ ἢ τῆς ἐπιφανείας, καλεῖται γωνία ἐπιπτώσεως· ἡνίκα δὲ ἐγείρεται, ἡ ἀνακλᾶται μετὰ τὴν σύγκρουσιν, ἡ ὑπὸ ΓΒΙ γωνία, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας ἢ τῆς καινῆς, ἣν ὀδεύει, πορείας, καλεῖται γωνία ἀνακλάσεως.

367. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἡ ἐλασιμότης ἐστὶ μόνῃ αἰτία τῆς ἀνακλάσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ'τοι γὰρ κάθετός ἐστι ἡ φορὰ ΘΗ, ἣν φέρεται τὸ σῶμα Θ πρὸς τὸ Η, τῇ ΙΕ ἐπιφανείᾳ τῷ Η σώματος, ἢ ἔχ' ὅπως ἡ κίνησις αὐτῇ ἀντιπέμψει εἰς τὰ ὀπίσω τὸ σῶμα Η, ἀλλὰ ἢ κωλύσει ἀντιπεμπόμενον (318)· ἢ γυν πλαγία τῇ ΔΙ ἐπιφανείᾳ τῷ Β σώματος, ἢ ἐνταῦθα ἡ πλαγία ΑΒ ἀποτελέσμα ἔσται (138) τῆς καθέτου ἰσχύος ΑΔ, ἣτις ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω ἐπεκτείνεται, ἔχ' ἥττον ἐκ ἔσται δεξιὰ ἀναρρίψαι τὸ κινητὸν (318)· ἢ ἡ παράλληλος κίνησις ΔΒ = ΑΖ, κατὰ τὴν οἰκίαν ἐαυτῆς φύσιν ὅτε προσάγει τὸ Α τῇ ΔΙ, ἐδ' ἀπάγει

αὐτῆς· ἐπεὶ ἄρα ὑδαμῖα κινήσει ἀνακάμπει τὸ κινητὸν, ὁρῶν, ὅτι μόνη τῇ ἐλασικότητι. Ο. Ε. Δ.

368. ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἰ ἄρα ἐκ ἐσι σώμα, ὧν ἴσμεν, ὃ προεὐθὲν κατ' ἄλλε ὁμοφυεῖς ἐκ ἀνακλᾶται κατὰ τὸ μᾶλλον ἐ-ἤττον, ἐ αὐτὸ τὸ ὕδωρ, ὃ μόνον τῶν σωμάτων πείρα δείκνυσι τῇ ἐλασικότητι ἀντιφερόμενον, προεὐθὲν καθ' ὕδατος, αἰ βραχύτι ἀνακλᾶται· ἄρα εὐλόγως συναχθήσεται, ὡς ὑδὲν ἐσι τῶν ἡμῖν γνωρίμων σωμάτων ἀπάσης ἐλασικότητος ἀπολύτως ἰμοιρον· ὑδὲν δὲ ξένον, εἰ ἀκριβῶς παρατηρηθῇ ἡ φυσικὴ σύνθεσις τῶν σωμάτων, φανήσεται· ὃ γὰρ αἶρ ἐ τὸ πῦρ εἰσιν ἢ γυν δοκῶσι τέλειον ἐλασικῶς, ὡς ἐν τοῖς ἐξῆς φανήσεται· ἀλλὰ πολλὰ μόρια ἀερῶδη τε ἐ πορῶδη πᾶσι τοῖς σώμασιν ἐνδιέσπартαι, ὡς ἐ τῷτο φανήσεται ὑπερον· πάντα ἄρα τὰ σώματα συνθλιδόμενα, σπενδουσιν ἀναστῆναι αὐθις κατὰ τὸ μᾶλλον ἐ ἤττον, εἴτ' ἐν δείγματα αἰσθῆν ἐλασικότητος παραχρῆν.

369. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Πᾶν σῶμα ἐλασικόν, προεὐθὲν καθεύως κατ' ἐπιπέδου ἀκινήτου νοούμενου (322), κατὰ κάθετον ἀνακλασθήσεται.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ Θ, προεὐθὲν κατὰ κάθετον κατὰ τῷ ἀκινήτῳ Η, ἀπολέσει πᾶσαν τὴν ἐαυτῷ κίνησιν, συνθλιβὲν κατὰ τὴν φορὰν ΘΗ, ἣν ἐφέρειτο πρὸ τῆς συγκρούσεως (324)· εἴτα, ἀφαλάμενον κατὰ φορὰν ἐναντίαν τὴν ΗΘ, ἀναγκασίως ἀνακλασθήσεται κατὰ τὴν κάθετον ΘΗ. Ο. Ε. Δ.

370. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν τὸ Θ ἐκ τῷ ὕψους Θ ἐπιπέσει τῷ ὀριζοντίῳ ἐπιπέδῳ ΙΕ κατὰ κάθετον, αἰρομένης τῆς τῷ ἀέρος ἐνστάσεως, ἀναθήσεται εἰς τὸ Θ, ὅθεν κατέπεσε· ἐ γὰρ τὸ μὲν Θ, ἐκ τῷ Θ ἐπὶ τὸ Η κατα-

πίπτει ταχυτέρα προσκτάται ικανήν, ἢ ἀνέλθῃ δι αὐτῆς εἰς ὕψος ἴσον τῷ $HΘ$ (190). ἡ δ' ἐλασικότης παρέχει αὐτῇ καθέτως ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω πᾶσαν τὴν ταχύτητα, ἣν εἶχει ἐκ τῶν ἄνω ἐπὶ τὰ κάτω, ἥ καθ' ἣν συντέθλινται κατὰ τὴν ἀκινήτην H .

371. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Πᾶν σῶμα ἐλασικὸν A , προίεμενον κατ' ἐπίπεδον ἀκινήτου τῷ ΔBI , ποιήσει τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως ΓBI ἴσην τῇ τῆς ἐπιπτώσεως $\Lambda B\Delta$.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ κίνητον A , προίεμενον κατὰ τὴν ἐπίπεδον ΔI κατὰ τὴν πλαγίαν AB σκευδεῖ προσβαλεῖν τέτρω τῷ ἐπίπεδῳ, κατὰ μόνην τὴν κάθετον κίνησιν $\Lambda\Delta$ (360). συνθλιβὲν δὲ κατὰ πᾶσαν ταύτην τὴν κίνησιν, ἀφαλλόμενον καθέτως πρὸς τὸ Z , ἐπιδέξεται καινὴν κίνησιν κάθετον τὴν $BZ = \Lambda\Delta$ (369), ἀλλὰ δι' ἧς ἂν χωρήσειεν ἐκ τῷ B ἐπὶ τὸ Z . παρὰ δὲ ταῦτα, ἐκ τῆς ἀναλύσεως τῆς κινήσεως τῆς ἐν τῇ συγκρούσει γυνομένης, διατηρεῖ τὴν ἐαυτῆς κίνησιν ὁλοκλήρως παράλληλον $BH = B\Delta$ (362). εὐρεθήσεται ἄρα ἐν τῷ σημείῳ B μετὰ τὴν ἔλασιν ἀγόμενον ὑπὸ δύο δυνάμεων, τῆς μὲν BZ καθευτῇ ἢ ἴσης τῇ $\Lambda\Delta$, τῆς δὲ BI παραλλήλῃ ἢ ἴσης τῇ ZI ἢ $B\Delta$. οἰσθήσεται ἄρα τὴν διαγώνιον BI τῷ παραλληλογράμμῳ $BZGI$ (131), ἢ ὄντος ἴσου τῷ παραλληλογράμμῳ $\Lambda\Delta BZ$, ἔσαι ἢ ἡ ὑπὸ $\Gamma BI = \Lambda B\Delta$. Ο. Ε. Δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐὰν ἄρα σιγνᾶκας συμβαίῃ τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως μὴ ἐξισῶναι τῇ τῆς ἐπιπτώσεως, τετο γίνεται, ἥτοι ὅτι τὸ ἐπίπεδον ἔκ εἰς ἀπολύτως ἀκίνητον. τηλικαῦτα γὰρ τὸ συγκρούον σῶμα τῷ συγκρουέντι μέρος τινὲς κοινῶν τῆς ἐαυτῇ καθευτῇ κινήσεως, καί τι φέρον διὰ τῆς ἐλασικότητος, ἢ δύναται ἀνακλασθῆναι κατὰ πᾶσαν τὴν ἐαυτῇ κάθετον κίνησιν, ἢ ἀναγ-

καίως ἑλαττοί τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως· ἢ δι' οὗτι τὸ συγκρῆον σῶμα ἐκ ἑσιν ἐντελῶς ἑλασικόν.

372. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Γενικὸς ὅτος νόμος τῆς ἀνακλωμένης κινήσεως, τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως ἴσθαι τῇ τῆς ἐπιπτώσεως· δέδεικται μὲν γὰρ τὸτο τῆς συγκρέσεως πλαγίας ἕσης· σαφέςατα δὲ δηλῆται, ὅ ἡνίκ' ἂν ἡ κάθετος· τηνικαῦτα γὰρ ὀρθή ἐσιν ἡ τῆς ἀνακλάσεως γωνία, ὥσπερ ἡ τῆς ἐπιπτώσεως (Γεωμ. 69. Τομ. Β').

373. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τ' ἀνάπαλιν δὲ, εἰ ἡ γωνία τῆς ἀνακλάσεως ἴση ἢ τῇ τῆς ἐπιπτώσεως, τὸ προσβάλλον σῶμα ἐντελῶς ἐσιν ἑλασικόν· ἢ γὰρ ἂν, εἰ μὴ μὴδὲν φθαρείῃ κινήσεως τῆς καθέτου ΑΔ, ἐν τῷ σημείῳ Β τῆς ἀνακλάσεως· ἀλλὰ πρὸς τὸτο ἀνάγκη ἀναπηδῆσαι κατὰ πᾶσαν εἰαυτὴ τὴν κίνησιν, καθ' ἣν συνέβληεν, εἴτ' ἂν εἶναι ἐντελῶς ἑλασικόν.

Τὸ φῶς τοίνυν αἰέποτε ποιεῖ, ὅσάκις σώματι τινὶ προσβάλλει, τὴν γωνίαν τῆς ἀνακλάσεως ἴσην ὡς πρὸς αἰώθησιν τῇ τῆς ἐπιπτώσεως· καὶ τῷτῳ τηρίζεται πᾶσα ἡ ἐπιστήμη τῆς κατοπτρικῆς· ὥτως ἂν παρὰ βραχὺ τὸ φῶς ἐσιν ἐντελῶς ἑλασικόν· ὃδ' ἐσι πείρα, ἢ μὴ τοῖον. δὲ πράγματι ἡμῖν αὐτὸ δεῖξασα· ὅ ὁ αἶρ δὲ δεικνυσιν εὐμοιρῶν ὡς πρὸς αἰώθησιν ἐντελὺς τινὸς ἑλασικότητος.

374. Ὅτι τοίνυν ἐν τοῖς ἡμῖν γινωσκομένοις σώμασιν ἐχ' ὑπάρχασιν ἐντελῶς σκληρὰ, ὃδ' ἐντελῶς ἀπαλὰ, σεσημείωται ἤδη (320, 368)· ἀλλὰ τετὶ ρηθῆναι ὅ περὶ τῶν ἑλασικῶν ἢ δυνατόν πως ἐμοὶ γῶν ἔδοξε· δι' ὃ φηθεῖν συσεῖλαι δεῖν τὴν παρατήρησιν, ἣν συνήθως οἱ φυσιολόγοι, ἐπὶ τῶν τριῶν τῶνδε ἰδιοτήτων καθόλου ἐκφέρουσι (304).

Τόμ. Ε'.

Ε

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ.

Περὶ τῆς θραυομένης κινήσεως.

375. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ὅταν κινητὸν τὸ Α διαβαίῃ καθέτως ἀπὸ μέσου μανωτέρου ἐπὶ πυκνότερον, ἢ ἀνάπαλιν, ὑδεμία αὐτῷ θραύσις συμβήσεται.

ΔΕΙΞΙΣ. Διαβαινέτω γὰρ σφαῖρα ἡ Α (σχ. 12) ἐκ τῷ αέρος ἐπὶ τὸ ὕδωρ κατὰ φορὰν τὴν ΔΖ, κάβητον τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΒ· ἐκὺν ἡ σφαῖρα Α οἰσθήσεται αἰετὴν φορὰν ΔΖΕ, μηδεὶός αὐτὴν αἰτίῃ ταύτης τῆς φορᾶς παρεκτραπέσθαι καταναγκάζοντος· ἀλλ' ὅταν ἡ φορὰ ΔΖΕ κάβητος ἢ τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΒ, τὸ μέρος ταύτης τῆς σφαίρας, τὸ ἐμβεβημισμένον τῷ ὕδατι, ἀπαιτᾷ ἐν τῷ ὑγρῷ τὴν αὐτὴν ἐντάσιν περὶ τὴν κάβητον, ἢ ἐπάναγκες ἐξαφανίσαι, ἢ ἕκασον τῶν αὐτῆς μερῶν κατὰ κάβητον κατελθεῖν δυναθῇ· ἄρα, ἐπεὶ οὐδὲν αἴτιον αὐτὴν ἐκτραπέσθαι τῆς πρὶν οὕτως ἀναγκάζει, ἐδόλως θραυοθήσεται. Ο. Ε. Δ.

Παρὰ ταῦτα ἔτι πείρα τέτο φανερόν· σφαῖρα γὰρ μαρμάρεα ἡ Α, ἀφεισά εἰς ὕδωρ πρὸς ὀρθὰς, βήσεται πρὸς τὸ ὕδωρ κατὰ ταύτην τὴν κάβητον ΔΖΕ.

376. Φημὶ δὲ, σφαῖρα· εἴαν γὰρ τὸ σῶμα μὴ ἢ κυκλωτερές, καίτοι κατὰ κάβητον ἐμβαπτόμενον τῷ ὕδατι, δυνήσεται πρὸς ταῦτα πλείω ἐπιφάνειαν εἶναι, ἢ πρὸς ἐκεῖνα, ἔτι παρεκτραπέσθαι τῆς καθέτης ΕΖ, πορευόμενον πρὸς ἃ ἦττων ἢ ἐπιφάνεια, διὰ τὸ ἦττονα γίνεσθαι ἐκεῖθι τὴν τῷ ὕδατος ἐντάσιν, τῆς ἐντάσεως, ὡς ὁ

ψόμεθα, τὲ μέσον, δι' ἃ σῶμά τι κινεῖται, ἀναλογέσης τῇ ἐπιφανείᾳ τῷ σώματος τῇ παρισταμένη ἐκείθι.

Οὕτως ἔν ὁρᾶται κέραμος, ἢ τὸ ἐπίπεδον ἐγκεκλυμένον ἐς τὴν ἐπιφανείᾳ ΒΓ τῷ ὕδατος, δι' ἃ δίδεισι, κατὰ τὸ Ζ, ἀποχωρῶν τῆς καθέτου πορείας ΖΕ, ἣν αὐτῷ ἐμποιεῖ ἡ βαρύτης, ἢ πορευόμενος τυχὸν κατὰ τὸ Χ, ἀντὶ τῆς κατελθεῖν πρὸς ὁρᾶς εἰς τὸ Ε.

Εἰπόντες ἔν, τὸ κινητὸν εἰσιὸν κατέτως ἀπὸ μέσου εἰς μέσον μὴ θραύεσθαι, κυκλωτερές αὐτὸ ὑπεθέμεθα· ἢ ἐπὶ τῷ ἐξ ἑξ. δὲ δυσὶν θεωρημάτων ὑποθησόμεθα σφαιρικὰ τὰ σώματα, ὅτι τὸ ἄλλως ἔχον, κινήσαι τὴν θεωρίαν ταύτην δύναται.

377. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἦνίκα κινητὸν ἀπὸ μέσου μαιωτέρῳ ἐπὶ πυκνότερον μεθίσταται, θραύεται ἀπὸ τῆς καθέτου.

Εἰσίστω γὰρ σφαῖρα ἡ Β (χ. 13) ἐκ τῆς ἀέρος εἰς ὕδωρ κατὰ τὴν φορὰν ΚΝΛ, πλαγίαν τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΝΠ· οἰσθήσεται ἔν ἢ τὴν ΝΛ φορὰν, τὴν δὲ ΝΞ τὴν ἀπὸ τῆς ΝΙ καθέτου τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ ΓΝΠ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ὅτε τὸ πρῶτον τῆς σφαίρας σημεῖον χ προσβάλλῃ κατὰ τὸ Ν τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ κατὰ τὴν πλαγίαν φορὰν ΝΛ, ἡ αὐτῆς κίνησις ἀναλυθήσεται εἰς τε τὴν κάθετον ΝΤ, ἢ εἰς τὴν παράλληλον Νρ· τὸ δὲ χ προσβάλλει τῷ τῷ ὕδατος σημείῳ Ν κατὰ λόγον μόνον τῆς αὐτῆς καθέτου κινήσεως ΝΤ· ἡ δὲ παράλληλος Νρ μενεῖ αὐτῷ ὁλόκληρος (362)· ἡ τοίνυν πλευρὰ ΝΤ ἡ ἐμφάνουσα τὴν αὐτῆς κάθετον κίνησιν βραχυνθήσεται, ἢ γενήσεται, φέρε, ΝΟ· τὸ δὲ τῆς σφαίρας σημεῖον χ ἀγόμενον ἔτω ὑπὸ δυνάμεων ΝΟ, Νρ, τὴν μὲν Νγ διαγώνιον ἐκ οἰσθήσεται, τὴν δὲ Νψ διαγώνιον τῷ νέῳ

παράλληλογράμμου ΝρΟψ τῷ ἐπὶ τῆς νέας εὐθείας ΝΟ, ἢ τῆς ἀτρέπτου Νρ· οἰσθήσεται ἴσα τὴν φορὰν Νψξ ἢ ποχωρῶν τῆς προτέρας φορᾶς ΝΛ, ἢ δὲ τῆς τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ καθέτου.

Ὁ δὲ εἰρηται περὶ τῷ πρώτῳ σημείῳ τῆς σφαίρας χ, νοητέον ἢ περὶ πάντων τῶν ἄλλων σημείων αὐτῆς ἐμβαπτομένης τῷ ὕδατι· ἐν ἐκάστῳ γὰρ λεπτῷ τῆς πεπερασμένης κινήσεως, καθ' ἣν ἐμβυθίζεται τῷ ὕδατι ὅλη ἡ σφαῖρα, ἀπολέσει αἰὲ καινόν τι μέρος τῆς καθ' ἑαυτὴν καθεύου κινήσεως, ἢ ὅτως οἰσθήσεται τὴν διαγωνίον καινῆτινος παράλληλογράμμου, ἢ τὸ πέρας ψ αἰὲ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀποχωρήσει τῆς καθεύου ΝΙ· τὸ δὲ ἄθροισμα πασῶν τούτων τῶν διαγωνίων συγκροτήσει καμπύλην, ἣς τὰ κοῖλα τετραμμένα ἔσσι πρὸς τὸν τῷ ὕδατος πυθμένα· τὸ δὲ κέντρον τῆς σφαίρας καταγράφει τὴν μικρὰν καμπύλην ντ, ἕως αὖ ἐμβυθισθῇ τῷ ὕδατι· τελευταῖον δὲ τῆς σφαίρας ὁλοκλήρως ἐμβαπτιώσεως, τὸ κέντρον αὐτῆς χωρήσει τὴν ὁδὸν Νψξ, ἀφιστάμενον τῆς καθεύου ΝΙ. Ο. Ε. Δ.

378. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ' νέα εὐθεῖα, ἣν βαίνει τὸ κινητὸν εἰσιὸν εἰς καινὸν μέσον, συνάμα τῇ προτέρᾳ φορᾷ ΚΝ συνίστησιν εὐθεῖαν τετραυσιμένην, ἢ διακεκομμένην· ἔπειθ' αὗται τὴν ὅλην παρισῶσι κίνησιν, ἣν εἶχε τὸ κινητὸν ἐν ἐκατέρῳ μέσῳ· τότε χάριν θραυσμένη καλεῖται αὕτη ἡ κίνησις.

379. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Ὅταν τι κινητὸν διαβαίνει ἀπὸ μέσου πυκνότερου ἐπὶ μινώτερον, θραίνεται πρὸς τῇ καθεύῳ.

Μεταβαίνέτω γὰρ ἐκ τῷ ὕδατος εἰς αἶρα ἡ σφαῖρα Η (χ. 14) κατὰ τὴν φορὰν ΑΒ πλαγίαν τῇ τῷ αἵρος

ἐπιφανείᾳ ΓΔ· βήσεται τοίνυν ἡ τὴν φορὰν ΑΒ, ἀλλὰ τὴν νέαν ΝΞ τὴν προσχωρεῖσαν πρὸς τὴν τῇ τε αἰέρος ἐπιφανείᾳ κάθετον ΝΙ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ πρῶτον τῆς σφαίρας σημεῖον Ν, τὸ ἐξὶόν τε ἕδατος κατὰ τὴν φορὰν ΝΒ, προσβάλλει πλαγίως τῷ μεριδίῳ ν τε πρὸς ἀριστερὰν αὐτοῦ ὕδατος· ἡ ἔν κίνησις τῷ Ν σημεῖον τῆς σφαίρας ἀναλυθήσεται εἰς τε τὴν τέτῳ τῷ μεριδίῳ κάθετον Νδ, ἢ εἰς τὴν παράλληλον ΝΙ· τὸ δὲ Ν προσβάλλον τῷ ν διὰ μόνης τῆς καθέ- τε κινήσεως Νδ, διατηρήσει πᾶσαν τὴν παράλληλον κί- νησιν ΝΙ· διαδραμεῖται τοίνυν τὸ σημεῖον ὑχὶ τὴν δια- γώνιον ΝΒ, ἀλλὰ τὴν διαγώνιον Νμ τῷ παραλληλογράμ- μῳ Νσμι, τῷ ἐπὶ τῆς λειπομένης καθέτου κινήσεως Νσ, ἢ τῆς ἀτρέπτου παραλλήλου ΝΙ· ἀποχωρήσει ἄρα τῆς πρὶν πορείας ΝΒ, ἢ προσχωρήσει πρὸς τὴν τῇ τε αἰέρος ἐπιφανείᾳ ΓΔ κάθετον ΝΙ· τάντων δὲ νοήσεων ἢ περὶ ὅλης τῆς σφαίρας· ἄρα κτ. Ο. Ε. Δ.

380. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Τ' ποδείγματα ἀδιάλειπτα κατ' ἐκάστην συμβαίνεισι τῆς θραυομένης κινήσεως· ἥλος γὰρ ἐμπηγνύμενος ξύλῳ καμπυλεῖται, εἴπερ ἡ κατ' αὐτὸν ἀκωκὴ πλαγίως ἐμβαλλομένη μέρει τοῦ ξύλου σκληροτέρῳ συναντήσῃ· ἡ γυν, εἰν ἡ τῷ ἥλου ἀκωκὴ ἀπὸ τῷ σκληρῷ ἐξίη κατὰ φορὰν πλαγίαν τῇ τε σώ- ματος ἐπιφανείᾳ, ἐν τῷ ἐξίεναι καμπυλωθήσεται (377, 379).

381. Εἴν γένει πάντα τά τε σερεὰ ἢ ρευεῖα, πλα- γίως μεθιστάμενα ἀπὸ μέσου ἐπὶ μέσον διάφορον τὴν πυκ- νότητα, ἡ, εἰ βέλει, τὴν ἔντασιν, φέρονται αἰεὶ πρὸς ἃ μέρη ἤττων ἐσὶν ἢ ἔντασις· ἀλλὰ γὰρ εὐχερὲς κατανοῆ- σαι τὸ ἀναγκαῖον τῆς ἀκολουθίας τῷ γενικῷ νόμῳ τῆς θραυο-

μένης κινήσεως· τὸ γὰρ φέρεσθαι, ἐνδ' ἥσων ἐστὶν ἢ ἐν-
 σασις, ἢ κατὰ διορισμὸν ἐαυτῶν γίνεται (82), ἀλλ' ὅτι
 ἀπολέσαντα μέρος τῆς ἐαυτῶν καθέτου κινήσεως, πρὸς ἃ
 πλείων ἢ ἐνσασις, βαίνουσι διὰ τῆς παραλλήλου κινήσεως
 πρὸς ἃ ἥττοι ἐντυγχάνουσι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ τῆς καθ' ἄλμα κινήσεως.

382. Ἐπεὶ περ ἡ θραυομένη κίνησις δεξιῶς ἔχει ἀ-
 ποτελέσαι ἔξ τῆν καθ' ἄλμα, ἐχομένως ἐκείνης, ἔξ περι
 ταύτης διαλαβεῖν ἐγινωμεν.

Ἡ καθ' ἄλμα κίνησις γίνεται, ὅταν λῖθος, φέρε,
 ἢ σφαῖρα πυρβολικὴ, προϊέμενα πλαγίως ἢ παραλλή-
 λως τῷ ὀρίζοντι, πίπτουσιν, καθ' ὃ αἴρονται καὶ αὐθις
 πίπτουσιν ἅπαξ, ἢ ἔξ πολλάκις κατὰ συνέχειαν.

Τῆτο δὲ ἀποτελεῖται, ἥτοι ὑπὸ τῆς ἐλασικότητος,
 ἢ ὑπὸ τῆς θραυομένης κινήσεως, ἢ ἔξ ὑπ' ἀμφοτέρων ἁ-
 μα· εἰάν γὰρ πλαγίως προεβῇ σφαῖρα ἐντελῶς ἐλασικὴ
 κατ' ἐπιπέδῳ ὀριζοντίῳ, ἀκινήτως τε ἔξ ἀθλίπτῃ, ἀναλεί-
 ται ἄπειρα ἀνάλμπα, ἔξ αἰεὶ ἴσα, αἰρούμενης μέντοι γε
 τῆς τε τῷ ἀέρος ἐνστάσεως, ἔξ τῆς, ἣν ὑποσῆναι δύναται
 τριβὴν· ἔξ γὰρ τῆς ἐλασικότητος ἐμποιήσης τῷ κινήτῳ
 κίνησιν κάθετον, δι' ἧς δύναται ἀναδραμεῖν εἰς ἕψος ἴσων
 τῷ ἀφ' ἧς κατήνεκται (370), ἔξ τῆς παραλλήλου ἢ ὀρι-
 ζοντίου κινήσεως ἀναλλοιώτῳ ὑποτίθεμείης, τὸ κινήτῳ μεθ'
 ἑκάστην ἄλμα καταγράφει παραβολὴν (230) ἕψος καὶ
 πλάτος ἔχουσαν ἴσα (236).

383. Ἀλλ' ἡ τῷ αἶρος ἔντασις αἰεὶ ἐλαττοτέρα μεθ' ἑκαστον ἄλμα τήν τε κάθετον, καὶ ἅμα τὴν ὀριζόντιον κίνησιν· καίτοι ἔν αἱ παραβολαὶ βραχυτέρι ἀλλήλων διοίσασιν· τῷ τε ἴψει καὶ πλάτει μετὰ ἄλμα ἑκαστον, ἀλλὰ πράγματι αἰεὶ ὑποσφικρυνθῆσονται, καὶ τελευταῖον καταπαύσονται ὅλως.

384. Ἐὰν τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον μὲν ᾖ, εὐθλιπτον δὲ, τὸ δὲ προβαλλόμενον ἐλασικόν, καὶ ἔτω κατ' ἄλμα κινήσεται· ἐπιπεδὸν γὰρ τῷ ἐπιπέδῳ τὸ προβαλλόμενον συνθλιβήσεται κατὰ πᾶσαν τὴν ἑαυτῷ κάθετον κίνησιν, κοιλαῖνον τὸ ἐπίπεδον (324)· ὑκνὺν ἡ ἐλασικότης ἀποδώσει αὐτῷ ὁλόκληρον ταύτην τὴν κίνησιν (306), καὶ ἔως ἡ παράλληλος κίνησις ἡ διαυλακίζουσα τὸ ὕδωρ τυχὸν ὅλως ἀποσβεσθῇ, τὸ κινητὸν ἐν τῇ συνθλίψει καὶ τῇ ἐλασικότητι δυνήσεται ἐκ τῶν δύο τέτων κινήσεων, ἔτι ἄπαξ καθάλασθαι.

385. Ἐὰν τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον ᾖ, καὶ τὸ προβαλλόμενον ἐλασικόν, κατ' ὃν ἔχη λόγον ἡ μάζα τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς τὴν τῷ προβαλλομένῳ, ἤτοι ἀλείται, ἡ μόνον τὸ προβαλλόμενον κινήσεται τὴν ὀριζόντιον φορὰν, ἡ συνάμα τῷ ἐπιπέδῳ βήσεται κατὰ τὴν πρώτην φορὰν (343).

Ἐὰν τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον ᾖ καὶ αὐθλιπτον, τὸ δὲ προβαλλόμενον ἐλασικῆς ἁμοιρον, προσκαλληβήσεται τῷ ἐπιπέδῳ καὶ καθηρεμήσει· ἐὰν δὲ τὸ ἐπίπεδον ἀκίνητον μὲν ᾖ, εὐθλιπτον δὲ, τὸ προβαλλόμενον, καίτοι ἐλασικότητος ἁμοιρον, ἀλείται, εἰ μὴ ἡ γωνία τῆς ἐγκλίσεως λίαν εἴη μεγάλη· πρῶτον γὰρ τὸ προβαλλόμενον καθάψαμεν τῷ ὀριζοντίῳ ἐπιπέδῳ, ἐξαυλακίσαι αὐτὸ ἐγκυνύμενον, ἔστ' ἂν ὅλως ἀπαντληθῇ ὅλη ἡ παράλληλος αὐτῷ κίνησις· καὶ ἐὰν ἡ ὀριζόντιος κίνησις ἰσχυρὰ ᾖ ἔτι,

τὸ μετὰ τῆτο ἀναβαίνειν ἄρξεται· καὶ γὰρ καταθλίψει τὴν γῆν, τὸ ὕδωρ κτ. διὰ ταύτης τῆς ὀριζοντίως κινήσεως, ἢ ἐνσάσει ἀπαντῶν ἥττονι πρὸς τὰ ἄνω, ἢ πρὸς τὰ κάτω, ἢ τὸσούτω μᾶλλον, ὅσῳ ἥττόν ἐστιν ἐμβεβαμμένον, εὐρήτει πρὸ ἑαυτῆς ὡς περ ἐγκεκλιμένον τι ἐπίπεδον, πρὸς ὃ ἀναλύον τὴν ἑαυτῆς κίνησιν τὴν ὀριζόντιον, βήσεται τὴν διαγώνιον, εἴτ' ἐν αὐτῷ τῷ ἐπίπεδον, ὃ ἀναβήσεται· ἐντεῦθεν ἀποτελεωθήσεται ἄλμα.

386. Τὸ ἄλμα γίνεσθαι δύναται ἐκ τε τῆς ἐλαστικότητος ἢ τῆς θραυστένης κινήσεως· εἴγε ἔνθεν μὲν ὁ δέν, ὃ ἄμοιρον ἐλαστικότητος κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον πέφυκε (368)· ἔθεν δὲ τὰ ἐπίπεδα, ἐφ' ὧν ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον γίνονται τὰ ἄλματα, οἷον ὕδωρ, γῆ κτ., εἰσὶν εὐθλιπτα, ἢ ἡ κίνησις θραύεται, τῷ μὴ ἐμβάπτεσθαι λίαν τὸ προβαλλόμενον, ἢ αὐτῆς ἀναγκασίως ἀνεγειρέσθαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ κινήσεως τῶν σωμάτων φερομένων διὰ μέσθ' ἀνδισαμένων.

387. Μέχρι μὲν τῆςδε κινέμενα τὰ σώματα ἐν κενῷ ὑπεθέμεθα, ἀφελόντες κατ' ἐπίνοιαν τὰς ἐξωτερικὰς αἰτίας, τὰς τὴν κίνησιν ἀλλοιύσας, ἵνα γενικὴν αὐτῆς τὴν θεωρίαν ἀποδοίμεν· πάντα μὲντοι τὰ γήινα σώματα, πραγματικῶς κινῶνται ἐν αέρι, ἐν ὕδατι, κτ. Ἀἷρ δὲ ἢ ὕδωρ, ἢ ἐν γένει πᾶν ῥευστὸν, ἐστὶν ὕλη· πᾶσα δὲ ὕλη ἀδράνειαν ἔχει τῇ ἑαυτῆς μάζῃ ἀνάλογον (85, 89) παντὶ ἄρα σώματι κινουμένῳ ἐνστήσεται τὸ, δι' ὃ κινεῖται,

ῥευσόν· ἔκυν ἡ τῷ ῥευσῷ ἐνστασις πρὸς τὴν κίνησιν τῷ Α λόγον ἐπέχει σερεῦ ἐνισταμένε, ὅτι δεῖ τὸ Α μεταδῆναι τῆς κινήσεως τοῖς τῷ ῥευσῷ μέρεσιν, οἷς ἀμέσως συγκρούει, ἢ αὐτῷ ὑποχωρήσωσιν, ὥσπερ ἐν σώματι σερεῶ συγκρούμενῳ· τυτὶ δὲ διάφορον ἔχει τὸ ῥευσόν πρὸς τὸ συγκρούμενον σερεόν, ὅτι διὰ τὴν συνάφειαν τῶν μερῶν τῷ σερεῷ, τὸ συγκρούσαν διανέμει πᾶσαν τὴν ἐαυτῇ κίνησιν τῇ τε αὐτῇ μάζῃ, ἐν τῇ τῷ συγκρουθέντος· τὰ δὲ τῷ ῥευσῷ μέρη ἀσύνδετα ὄντα ἐκινῶνται ὁλικῶς ὑπὸ τῷ συγκρούοντος, μόνον δὲ τὰ πρὶ αὐτῇ ἀπαντῶντα, ἃ ῥῖστα ἀποχωρίζόμενα τῶν τε ἐκ δεξιῶν ἐν τῶν ἐξ ἀριστερῶν, ἐν γένει τῶν πέριξ, προβαίνει ὑποχωρῶντα τῷ κατόπιν φερομένῳ σώματι.

388. ΑΡΧΗ. Ὅσῳ μᾶλλον διαιρεῖται τὸ σῶμα, τοσούτῳ αὖξιν ἡ ὀλικὴ ἐπιφάνεια τῶν ἐκ τῶν διαιρέσεων προϊόντων μερῶν ὑπερέχουσα τῆς πρὸ τῆς διαιρέσεως ἐπιφανείας τῷ σώματι· ὁ δὲ λόγος σαφής· διαιρούμενον γὰρ σῶμά τινος, πάντα τὰ ἀνακαλυπτόμενα αὐτῷ μέρη, τὰ πρὶν ἀφανῆ, καινὰς ἐπιφανείας ἐξουσιν· ὅσῳ δὲ μᾶλλον διαιρεῖται, τοσούτῳ μᾶλλον καινὰ μέρη ἀνακαλύπτεται· διηγήσω γὰρ σφαῖρα εἰς δύο ἡμισφαίρια· ἐκάτερον ἓν, παρὰ τὸ ἡμισυ τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν ἐπιφανείας, ἔξει ἐν τὴν ἐπιφάνειαν τῷ μεγίστῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλῳ, ὃν ἀνεκάλυψεν· ἔκυν τῇ πρώτῃ ταύτῃ διαιρέσει ἡξίηται ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ταῖς τῶν δύο μεγίστων κύκλων· ἐπεὶ περ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλάσια ἐστὶ τῇ αὐτῆς μεγίστῳ κύκλῳ (Γεωμ. 452. Τόμ. Β'), ἡ ἐκ ταύτης τῆς διαιρέσεως προιοῦσα ἐπιφάνεια ὑπερέχει τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν τῷ ἡμίσει αὐτῆς· εἰ δὲ ἐκάτερον τέτῳ δίχα αὖ τμηθῇ, ἀποληφθῶσιν

ται ἐτι δύο μέγιστοι κύκλοι, ἔξ δὴ ἡ ἐπιφάνεια τῶν τεσσάρων τεταρτημορίων τῆς σφαίρας διπλασία εἶναι τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς τῆς σφαίρας.

389. ΠΟΡΙΣΜΑ. Σῶμα ἑλαττον μείζω ἔχει ἐπιφάνειαν, ἢ μείζον, παραβαλλομένων ἀλλήλοις τῶν κατ' αὐτὰ πάχειον· τῆσιν ἡ ἐπιφάνεια τῷ ἐλάττονος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῷ μείζονος μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πάχος τῷ μείζονος πρὸς τὸ πάχος τῷ ἐλάττονος· ὁ γὰρ λόγος τῆ σφαιρικῆς τεταρτημορίου πρὸς τὴν ὅλην σφαῖραν κατὰ μὲν τὸ πάχος ἐστὶν ὡς 1 : 4, κατ' ἐπιφάνειαν δὲ ὡς 1 : 2, ὥς ἤδη εἴρηται.

Εἰλήφθωσαν δύο ὅμοια σφαῖρα, τὸ μὲν μείζον, τὸ δ' ἑλαττον, ἔξ γενέσθω ἐκάστη πλευρὰ ἐλάσσωνος τῆς ἐκάστης ὁμολόγου πλευρᾶς τῷ μείζονος· ἡμῶν αἱ μὲν ἐπιφάνειαι τῶν δύο σωμάτων εἰσονται ὡς 1 : 100 (Γεωμ. 454. Τόμ. Β'). τὰ δὲ πάχη, ἢ αἱ σφαιρότητες, ὡς 1 : 1000 (Γεωμ. 466. Τόμ. Β'). ἐστὶν ἦν ὁ λόγος τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τῶν σφαιροτήτων λόγος τῶν δεκαπλάσιος (Συμβ. Λογ. 259. Τόμ. Α').

390. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ τῆς ἐκτεθείσας ἀρχῆς ἔξ τὸ ἐξ αὐτῆς πόρισμα εἰσὶν, ὥς αὐτίκα δῆλον γενήσεται, χρησιμώματα ἐν τῇ Φυσικῇ· ἀπείρων γὰρ φαινυμένων τὸν λόγον παρέχεται.

391. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἡ ἐνστασις τῶν μέσων ἐν λόγῳ γίνεται συνθέτῳ ἐκ τῶν ἐπιφανειῶν, πυκνοτήτων, ἔξ τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων. (α. 15).

ΔΕΞΙΣ. Κίβος ὁ ΑΔ κινεῖσθω ἀρισερόθεν ἐπὶ τὰ δεξιὰ κατὰ φοράν τὴν ΤΗ, κάθετον τῷ ἐπικέδῳ ΓΔΕΖ, παριζῶντι τὸ δι' ἃ κινεῖται μέσον, τὸν ἀέρα τυχόν, τὸ ἴδιον κτ.· εἰάν ἐν διαιρεθῇ τὸ ΓΔΕΖ εἰς ἄπειρα παραλ.

ληλόγραμμα ΕΖΟχ ἀπειροσὰ τὸ πλάτος χΖ, ἕκασον παραλληλόγραμμον τῷ κύβῳ, διαιρουμένον καὶ κείνῳ τῇ ἐπιπλοῖα ὡσαύτως, προσβαλεῖ σιβάδι τινὶ τῷ ῥευστὶ ἴσῃ τῷ ΕΖΧο· ἢ διὰ τὸ ἀπειροσὸν πλάτος χΖ, ἕκασον παραλληλόγραμμον τῶν τῷ ῥευστὶ ἐκληφθῆναι δύναται ὡς νηματίοντι τῶν μερῶν τῷ ῥευστὶ τῶν ἐκκειμένων κατὰ μήκος τῷ παραλληλογράμμῳ, εἴτ' ἐν ὡς εὐθεῖα γραμμὴ ΕΖ· ἢ ἐνσασίς ἐν τῷ κατὰ τὸν κύβον ἀπειροσῷ παραλληλογράμμῳ πρὸς τὸ ἀφανίσαι τὸ μέσον κατὰ τὴν φερὰν τῇ Εῶσαι μεθ' ἕκασον διάβημα τὸ νηματίον ΕΖ, ὅπερ ἐπὶ τῷ ἔμπροσθεν ἀπωδῆναι ἐπάγχει, ἢ κατὰ πλευρὰν ἱκτοσαλῆναι· ὁ δὲ ἀριθμὸς πάντων τέτων τῶν παραλληλογράμμων, ἢ δὴ πάντων τῶν νηματίων, ἐμφανῶς ἐκτεθῆσεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς ΔΖ· ἔκῃν τὸ ἀθροισμα πασῶν τῶν ἐντάσεων, εἴτ' ἐν ἡ ὅλῃ ἐνσασίς, ἔσαι τὸ παραλληλόγραμμον ΖΕΟχ ἐκλαμβάνόμενον ἀντ' εὐθείας πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τὴν ΔΖ· ἀλλ' ἔστιν ἡ ἐπιφάνεια τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ = ΕΖ × ΔΖ· ἄρα ἡ ἐνσασίς, ἣν ἐνίσταται τὸ ῥευστὸν τῇ τῷ κύβῳ ΑΓΒΔ κινήσει ἐν ἀκαρεῖ χρόνῳ, δηλωθήσεται δι' αὐτῆς τῆς ἐπιφανείας τῷ ἐπιπέδῳ, ὁ ὁ κύβος εὐθέως ἐνεισάγῃ τῷ ῥευστῷ.

β'. Ἐὰν δὲ ὁ κύβος κινῆται διὰ δύο μέσων ἀνισοπύκνων, αἶρος φέρε ἢ ὕδατος, ὁ ἀριθμὸς τῶν μερῶν ἐκείνου ἐκκειμένων κατὰ τὸ μήκος τῷ παραλληλογράμμῳ ΖΕΟχ ἔσαι πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν τέτων μερῶν ἐκκειμένων ἢ αὐτῶν κατὰ τὸ μήκος τῷ αὐτῷ παραλληλογράμμῳ, ὡς ἡ πυκνότης τῷ πρώτῳ πρὸς τὴν πυκνότητα τῷ δευτέρῳ 1 (79)· ἄρα ἡ ἐνσασίς, ἣν ὑφίσταται ὁ κύβος ἐν τῷ αἶρι ἔσαι ΓΔΕΖ × 1, ἢ δὲ, ἣν ἐν τῷ ὕδατι ΓΔΕΖ × 950· ἄρα ἡ ἐνσασίς, ἣν ἐνίστανται διόφορα ῥευστὰ τῇ

τῷ κύβῳ κινήσει, ἔσαι ἡ ἐπιφάνεια ΓΔΕΖ πολλαπλασιασά-
 ωεισα ἐπὶ τὴν πυκνότητα.

γ'. Ἐάν ἔτι ὁ κύβος διὰ διαφορῶν μέσων καὶ δια-
 φερῶν ταχυτήτων φέρεται, φημὶ ὡς ἑνσασις, ἢ ἀπαντᾷ,
 ἔσαι τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας καὶ τῆς πυκνότητος,
 καὶ δὴ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνῳ· ἡ γὰρ ἑν-
 σασις αὕτη δηλῆται τῇ τῆς κινήσεως ποσότητι, ἣν ὁ κύ-
 βος ὀφείλει ἐμποῖῃσαι τῷ πρὸ αὐτῆς ῥευσθῇ ΓΔΕΖ, ἣν
 ὑπαχωρήσῃ μακράν· λέγω δὴ, ὅτι αὕτη ἐστὶν ὡς περ τὸ
 ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνον· ἵνα γὰρ ἡ ταχύτης
 διπλῇ εἴη, ἀνάγκη ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ τὸ παραλλη-
 λόγραμμον ΓΔΕΖ ἀφανίζειν πρὸ ἑαυτῆς διπλᾶ νημάτια
 ῥευσθῇ· τὸτο δὲ ἐκ ἀν γένοιτο, εἰ μὴ ἕκαστον νημάτιον βαίνοι
 ταχυτῇτι διπλῇ· ἀλλὰ μάζα διπλῇ, ἔχουσα διπλὴν ταχυτῆ-
 τα, δίδωσι ποσότητα κινήσεως τετραπλῇ (Συμβ. Α. 310,
 Φυσ. 115) αἱ δὲ δύο ἀρα ποσότητες τῆς κινήσεως εἰσὶν ὡς 1 : 4,
 ἢ ὡς τὶ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα· ὡσαύτως εἴαν ἡ
 ταχύτης ἢ τριπλῇ, τὸ παραλληλόγραμμον ἀφανίσαι ἐν
 ἐνὶ χρόνῳ δεδομένῳ τριπλᾶ νημάτια· ἕκαστον ἀρα χωρήσει
 ταχυτῇτι τριπλῇ, καὶ αἱ δύο ποσότητες τῆς κινήσεως, καὶ
 δὴ αἱ ἑνσάσεις τῆς ῥευσθῆς ἔσονται ὡς 1 : 9· ἐν γένει ἀρα
 ἡ ἑνσασις, ἣν διάφορα ῥευσθὰ ἐνίστανται τῷ ΑΒΓΔ κύβῳ
 ἴση ἐστὶ τῷ γινόμενῳ ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας ΓΔΕΖ τῆς κατ'
 εὐθείαν παρισταμένης αὐτοῖς τοῖς ῥευστοῖς, καὶ τῶν κατ' αὐ-
 τὰ πυκνοτήτων, καὶ τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων.

Αἱ ἀρα ἑνσάσεις, αἷς ἐνίστανται διαφοροῖς σώμασι κι-
 νημένοις διὰ ταχυτήτων διαφορῶν ῥευσθὰ διάφορα τὴν πυ-
 κνότητα, εἰσὶν ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν
 κατ' εὐθείαν παρισταμένων, καὶ τῶν πυκνοτήτων, καὶ ἔτι
 τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων· ἀλλὰ τὰ γινόμενα

εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέντῳ τῷ ἀπὸ τῶν παρὰ γόντων (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α΄.) ἄρα κ. τ. λ. Ο. Ε. Δ.

392. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἐὰν ἴται ὥσιν αἱ ταχύτη-
τες ἢ αἱ πυκνότητες, αἱ ἐντάσεις ἔσονται ὡς ἐπιφάνειαι
(Συμβ. Λογ. 306)· ἰδὲ καί τινα ὑποδείγματα.

α. Ὅταν τὸ κινητὸν ἔχῃ ἐπιφανείας διαφόρες τὸ πᾶ-
χος, ἦττον βραδύνει, εἰ προπορεύεται τις τῶν μικρῶν αἰ-
τῶ ἐπιφανειῶν, ἢ εἰ τις μείζων· κέραμος γὰρ τετράγωνος,
ἔχων πρὸς τὸ ὕδωρ τὸ μικρὸν παραλληλόγραμμον, κατε-
λείπεται εἰς τὸν τῷ ὕδατος πυθμένα τάχιον, ἢ εἰ ἔχει
πρὸς τὸ ὕδωρ τὴν τετράγωνον ἐπιφάνειαν, εἶγε ἢ τῷ ὕ-
δατος ἐντάσεις ἀνάλογον ἔχουσα τῇ ἐπικειμένῃ τῷ κέραμῳ
ἐπιφανείᾳ, ἦττον μὲν ἐκείνως, μᾶλλον δὲ ὕτως ἐνέησε-
ται· ὡσαύτως χάρτης ἐν ἀέρι· θάττον κᾶτεισι κατὰ κᾶ-
θετον, ἢ ὀριζοντίως· ἐκείνως μὲν γὰρ τῷ μικρῷ παραλλη-
λογράμμῳ ἐνίσταται ὁ ἀήρ, εἴτ' ἔν μιᾷ τῶν τῷ χάρτι
πλευρῶν, ὕτω δὲ, πάσῃ τῇ τῷ χάρτι ἐπιφανείᾳ.

393. β. Τῶν ὁμογενῶν ἢ ἰσοβαρῶν ἢ δὴ ἢ ἰσο-
παχῶν σωμάτων τοῖς ἦττον στρογγύλοις μᾶλλον ἐνίσταται
τὰ ῥευσά· σφαιρίδιον μὲν γὰρ χρυσοῦ κόκκῳ ἴσον τὸ βά-
ρος κᾶτεισι τάχιον, ἢ φύλλον χρυσοῦ ἰσοβαρές.

394. γ. Τῶν ὁμογενῶν καὶ ὁμοίων σφαιρῶν, δύο
φέρει μολυβδίνων σφαιρῶν, τὸ ἐνιστάμενον μέσον μᾶλλον
βραδύνει τὴν κίνησιν τῷ ἐλάσσονος, ἢ τῷ μείζονος· θη-
ρευτὴς γὰρ ἐμβάλλει τῷ πυροβόλῳ 8 κόκκους μολυβδίνους
ἑκάστον = $\frac{1}{2}$ τῆς ἐμβαλλομένης ἐπὶ τούτοις μολυβδίνης σφαι-
ρας· ἐξωθούμενα ἔν ᾧμα ὑπὸ τῷ ἀναφλεγόμενῳ ῥευσθῇ,
διανείμεσθαι ὀφείλουσιν, ἣν εἰδέξαντο κίνησιν, ἑαυτῶν ταῖς
μάζαις· α. ἄρα ἡ σφαῖρα, ἢ οἱ 8 κόκκοι ἐξελθεῖν ὀ-
φείλουσι τῇ αὐτῇ ταχυτήτι· β. οἱ 8 κόκκοι ὁμῶ λαμβά-

νόμενοι τούτῃ ἐχουσι ποσότητα κινήσεως ἐξιόντες τῇ πυροβόλῃ ὅπλῃ, ὅσην τὸ ἄθροισμα τῶν 8 κόκκων, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ σφαῖρα· γ'. ἐν δὲ ἄνῳ τῆς τῇ ἀέρος ἐνστάσεως ἡ σφαῖρα ἐπὶ οἱ κόκκοι εἰς τὸ αὐτὸν διαβιβασθήσονται ἀπόσημα· ἡ γὰρ βαρύτης ἐπίσης κατελθεῖν ἀναγκάζει τὰτε πολλὴν ἐπὶ τὰ ὀλίγην ἔχοντα μάζαν (162)· εἰ δὲ ἄρα ἡ σφαῖρα καθάπτεται τῷ ὀρίζοντος μετὰ δύο λεπτά δευτ. ἐν διαστήματι ὀριζοντίῳ ποδῶν 600, καταγράφει πάντως παραβολὴν, ἥς ὕψος μὲν 15 ποδ., πλάτος δὲ 600 (168, 190)· δῆλον ἔν ὡς ἐπὶ ὁ μολυβδῆς κόκκος, τὴν αὐτὴν ἔχων κἄθετον ταχυτῆτα, ἢν ἐπὶ ἡ σφαῖρα, ἐπὶ τὴν αὐτὴν ὀριζόντιον, ἢν ἐπὶ ἡ σφαῖρα, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ὀφείλει καταγράψαι τὴν αὐτὴν παραβολὴν, εἴτ' ἐν διανύσει ἴσων ἐκείνῃ διάστημα.

Τοιγαρὺν ἐξαιρεμένης κατ' ἐπίνοιαν τῆς τῇ ἀέρος ἐνστάσεως, ὁ κόκκος χωρῆται, ὅσον ἐπὶ ἡ σφαῖρα· ἀλλὰ γὰρ πείρα ὁ κόκκος ἥττον διανίει, ἢ ἡ σφαῖρα· ἄρα ὁ αἶρ βραδύνει μᾶλλον τὴν τῇ κόκκου κίνησιν, ἢ τὴν τῆς σφαίρας. Ἀλλὰ ἐπὶ κατὰ τὰ ἤδη ἐκτεθειμένα ἐπαγωγικὰ ὅτι γίνεται· τῶν γὰρ σφαιρικῶν τῇ κόκκου ἐπὶ τῆς σφαίρας ἔσων ὡς 1 : 8, αἱ αὐτῶν ἀκτῖνες ἔσονται ὡς 1 : 2 (Γεωμ. 468. Τόμ. Β'), ἐπὶ δὲ αἱ αὐτῶν ἐπιφάνειαι ὡς 1 : 4 (Γεωμ. 455. Τόμ. Β')· ἐκὼν ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἢν ὁ κόκκος τῷ ἀέρι μεταδίδωσιν, ἔστι $\frac{1}{4}$ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἢν αὐτῷ μεταδίδωσιν ἡ σφαῖρα· ἀλλ' ἡ αὐτὴ ποσότης τῆς κινήσεως ἔστιν $\frac{1}{2}$ τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν, εἴγε, διὰ τὴν αὐτὴν ταχυτῆτα, αἱ ποσότητες τῆς κινήσεως εἰσὶν ὡς αἱ μάζαι· ἄρα ὁ κόκκος πλεῖον ἢ ἡ σφαῖρα μεταδώσει τῷ ἀέρι, ἀναλόγως ταῖς ποσότησι τῶν κινήσεων, ὧν ἔχουσιν· ἄρα ἡ ἐκείνη

ὁριζόντιος κίνησις τάχιον ἀναλωθήσεται, ἢ ταύτης· ἀναβῆναι δὲ ἀνάγκη καὶ εἰς ὕψος ἑλαττον, ἐπεὶ πλέον ὁ ἀὴρ ἐν ἐκάσῳ λεπτῷ ἐξαθενίσει τὴν κάθιστον αὐτῷ κίνησιν· ἄρα ἡ καταγεγραμμένη ὑπ' αὐτῷ παραβολὴ ἐλάττων εἶναι τό τε ὕψος καὶ τὸ πλάτος· καὶ μεταβιβασθήσεται ὕτως ἐπ' ἑλαττον ἀπόστημα, ἢ ἡ σφαῖρα.

395. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Α' πὸ πύργου κορυφῆς πιπτέωσιν ἅμα λίθος παχύτατος, καὶ κόκκος ψάμμου· εἰ τοῖνυν ἐκινῶντο ἐν κενῷ, ἐπιπτον ἂν ἅμα ἐν τοῖς ποσὶ τῷ πύργῳ (162)· πίπτει δὲ τάχιον ὁ λίθος τῷ κόκκῳ· ἄρα ἡ ἔνστασις τῷ αἰέρος βραδύνει πλέον τὴν κίνησιν τῷ κόκκῳ τῆς ψάμμου, ἢ τὴν τῷ λίθῳ· εἰ μὲν γὰρ ἐπιεικῶς ἢ τῷ αἰέρος ἔνστασις ἀνάλογος τῇ ἐπιφανείᾳ, ὁ δὲ κόκκος τῆς ψάμμου ἔχει πλείω ἐπιφάνειαν τῷ λίθῳ ὥς πρὸς τὴν βραχείαν αὐτῷ μάζαν.

396. Δ'. Ἐὰν σῶμα ἐπίμηκες, ὁμογενὲς, ῥάβδος φέρε, εἶθεν μὲν ὀξυτέρα, ἐτέρωθεν δὲ παχυτέρα, ἀφεθῇ ἐν αἰρί τῆς ὀξύτητος προχωρήσει· τὸ μὲν ὀξὺ ἐπιστρέφει χροῖνῳ ὀπίσω, θάτερον δὲ πέρας κλίνει πρὸς τὰ ἔμπροσθεν· ἢ γὰρ ὀξύτης, ὡς πλείω ἐπιφάνειαν προσάγυσσά τῷ αἰρί κατ' ἀναλογίαν τῆς ἐαυτῆς μάζης, καὶ δὴ ποσότητα κινήσεως πλείω, ἢ θάτερον πέρας, τάχιον παύσεται τῆς ἐαυτῷ κινήσεως, θάτερον δὲ εὐμοιρῶν ἔτι κινήσεως προχωρήσει.

397. Ε'. Ὅταν σῶμα δύο μέρη ἔχῃ ἐτερογενῇ θάτερον θάτερον πυκνότερον, τὸ πυκνότερον προχωρήσει εἰς τὰ ἔμπροσθεν, θάτερον δὲ ἐπιστρέφει εἰς τὰ ὀπίσω, κινηθέντος διὰ ῥευσθ'· διὸ ῥάβδος κορυφὴ σιδηρᾶ ἔστω, αἶε εἰ κινήσῃ, ἢ κορυφὴ προχωρήσει.

398. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ὅταν ἡ ἐπιφάνεια καὶ ἡ τα-

χυτής ὡσιν ἴσαι, αἱ ἐνστάσεις ἔσονται ὡς αἱ πυκνότητες (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α΄). ἔκταν ἐπεὶ ἡ τῷ αἵρος πυκνότης αἰ, προχωρῶντος εἰς τὴν κορυφὴν τῆς αἵματος φάιρας ἐκ τῷ ὀρίζοντος ἐλαττῶται, ἡ ἐνστάσις ἐν διαφύροις σιδήσιν ἐλαττῶται ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω, ὡς ἡ πυκνότης αὐτῶν· κραιώλεται δὲ κατὰ τὰς διαφορὰς ὥρας ψυχομένη ἢ θερμαινομένη τῷ αἵρος, καὶ τύτου μεταβάλλοντος τὴν πυκνότητα· τελευταίον δὲ ὁ αἷρ μᾶλλον τι ἐνστήσεται τῇ κινήσει τῶν ἐν τοῖς πόλοις ρευστῶν, ἢ τῶν πρὸς τῷ ἰσημερινῷ (168).

β'. Τῷ κοινῷ ὕδατος ἡ ἐνστάσις πρὸς τὴν τῷ περὶ τὸν ὀρίζοντα αἵρος λόγον ἔχει, ὡς 950 : 1· τῷ δ' ἀλικῷ ὕδατος πλείων, ἢ τῷ κοινῷ· τῷ δ' ὑδραργύρου πρὸς τὴν τῷ κοινῷ ὕδατος ἔστι ὡς 14 : 1 κτ.

399. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τῶν ἐπιφανειῶν καὶ τῶν πυκνοτήτων ἔστω ἴσων, αἱ ἐνστάσεις τῷ μέσῳ ἔσονται ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α΄).

α'. Κατανοεῖται ἐντεῦθεν διὰ τί τὸ ὕδωρ, ρευστὸν ὄν, ἄσπετον ἐπομένως, γίνεται μέντοι ὡς σημεῖον σφρίγγματος τῇ κώπῃ· ἥς ἰσχυρότερον πέρας πλήττει αὐτῷ μεγάλην ἐπιφάνειαν, ταχυτῆτι μεγάλῃ, ἣτις ἐμποιεῖται ὑπὸ τῷ βραχίονος τῷ ἐρέτῳ, καθημένῳ ἐν θατέρῳ πέρατι· τὸ γὰρ ὕδωρ ἐνιστάμενον τῇ κώπῃ κατὰ λόγον τῆς κατὰ τὴν κώπην ἐπιφανείας, πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τὴν πυκνότητα τῷ ὕδατος, ἣτις ἐστὶν ἰκανή, καὶ ἐτι ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετράγωνον, ὅ ἐστι μέγισον, ἡ ἐπιφάνεια τῆς κώπης διατρέχουσα τῇ αὐτῇ ταχυτῆτι ὀρισμένοντι διάστημα ὕδατος, τάχιστα καταπαύεται τῆς ἑαυτῆς κινήσεως· ὁ δ' ἐρέτης ἐπαναλαμβάνων τὴν ἑαυτῆς δύναμιν ἐπὶ θατέρῳ πέ-

ρατος, ἵνα κινήσεως αὐτῆς μεταδῶ τῇ κώπῃ, αἶε ἐμποιεῖ κίνησιν τῷ τε πλοίῳ καὶ ταῖς σιβάσι τῷ ὕδατος, ὃ πλήττει ἢ ἐπιφάνεια τῆς κώπης.

400. β'. Κατὰ τῆτον τὸν λόγον ἵπτανται καὶ τὰ πετεινά· ἐκτείνοντα γὰρ τὰς πτέρυγας ὀριζοντίως, πολλὴν ἐπιφάνειαν τῷ αέρι παρισώσιν· ἀνθ' ὅτε βραδέως κατίασιν, εἰ ἀφελῶσιν αὐτῶν τῇ βαρύτητι· ἀλλὰ κατελεύσονται πάντως, ὅτι ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ βαρύτερά εἰσιν, ἢ ἂν ἴσος αὐτοῖς τὸν ὄγκον· αἰωρηθῆναι ἄρα ἐν αέρι οὐ δύναται, ἐδ' ἀνελθεῖν εἰς αέρα, εἰ μὴ πληττόντων αὐτῶν τὸν αέρα, οὕτως ἀνθισαίτο αὐτοῖς κατὰ λόγον τῆς ἐπιφανείας τῶν πτερύγων αὐτῶν, πολλαπλασιασθείσης ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνου, καὶ δὴ αἱ πτέρυγες τὰ τῶν κωπῶν ἐκπληρῶσι, δι' ὧν ἐπισηρίζονται τῷ αέρι.

401. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Τὰ βαρέα σώματα, κατιόντα διὰ τῷ αέρος, διὰ τῷ ὕδατος κτ., οὐκ ἐπιταχύνουσιν ἰσομερῶς τὴν αὐτῶν ταχύτητα.

Καὶ γὰρ αἱ ταχύτητες τῶν βαρέων αὖξουσιν ἐν χρόνοις πεπερασμένοις ἐν λεπτοῖς δευτ. τυχόν, ὥσπερ οἱ φυσικοὶ ἀριθμοὶ 1, 2, 3, 4 κτ.· ἔτι καὶ ἡ ὀλικὴ ταχύτης, ἣν ἡ βαρύτης προσθήσιν ἐν χρόνῳ πεπερασμένῳ, ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. φέρε, ἔστιν αἶε ἡ αὐτὴ, εἴτ' ἢν ἡ 1 ἐπικρατῆσα διαφορὰ ἐν τῇ ἀριθμητικῇ προόδῳ ÷ 1, 2, 3 κτ.· ἀλλὰ ἡ τῷ μέσῳ ἔνστασις γινομένη αἶε ἀνάλογος τοῖς ἀπὸ τῶν ταχυτήτων, ἃς κτάται τὸ κινητὸν ἐν τέλει ἐκάστου λεπτοῦ, τετραγώνοις, αὖξει ἐφ' ἐκάστῳ λεπτῷ, ποσότητι αἶε μείζονι· ἐστὶ γὰρ 1 μὲν ἐν τῷ τέλει τῷ πρώτῳ λεπτῷ, 4 δὲ ἐν τῷ τέλει τῷ δευτέρῳ, 9 δὲ ἐν τῷ τέλει τῷ τρίτῳ, καὶ ἐν γένει ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνου· ἐπεὶ τοίνυν ἀπὸ τῆς ποσότητος τῆς ταχύ-

τητος αἰε μενέσης τῆς αὐτῆς, ἣν ἡ βαρύτης προσβῆσι τῇ πρὸ αὐτῆς ταχύτητι ἐφ' ἐκάστῳ λεπτῷ, ἀφαιρεῖν δεῖ ἐφ' ἐκάστῳ λεπτῷ ποσότητα αἰε αὖξουσιν· εἰκὸς ἄρα τὴν πραγματικὴν αἰξίαν τῆς ταχύτητος αἰε ἐλάττω γίνεσθαι ἐν τῷδε τῷ λεπτῷ, ἢ ἐν τῷ ἡγησαμένῳ· ὅκυν ἡ ταχύτης τῷ κινήτῳ ἡδέποτε αἰξίει ἰσομερῶς.

402. Ἐὰν τὸ κινητὸν ἰσχυρῶς καταβαίῃ, ἔσαι χρόνος, ἐν ᾧ ὕδεν ταχύτητος προσκλήσεται ἐν τῇ καθόδῳ· ἐπεὶ γὰρ, ἡ μὲν ποσότης τῆς κινήσεως, ἣν ὀφείλει δεῖν· ἐν ἐκάστῳ λεπτῷ τῷ ἐνισταμένῳ μέσῳ, αὖξει αἰείποτε, ἡ δὲ ποσότης τῆς ταχύτητος, ἣν δέχεται ἐφ' ἐκάστῳ λεπτῷ ἐκ τῆς βαρύτητος, ἔστιν ἡ αὐτὴ, ἔσαι χρόνος, καθ' ὃν τσαύτην τῷ ἐνισταμένῳ ρευστῷ μεταδώσει κίνησιν, ὅσῃν ἐδέξατο ἐκ τῆς βαρύτητος· ἢ ἐνταῦθα ἐναπολειφθήσεται αὐτῷ μόνη, ἣν εἶχεν ἐν αὐτῷ τῷ λεπτῷ, ἡ ταχύτης, καθ' ἣν ἢ κινήσεται ἰσομερῶς.

403. Ἀ' εἰρηται ἐπὶ τῶν δι' αἰέρος κινημένων, νοητέον ἢ ἐν μείζονι λόγῳ ἢ ἐπὶ τῶν διὰ τῷ ὕδατος κτ.

404. Ὅταν βαρὺτι ἔχη ταχύτητα τοιαύτην, ὥστε μεταδιδόναι τῷ μέσῳ, ὃ ἐδέξατο ἐφ' ἐκάστῳ λεπτῷ ἐκ τῆς βαρύτητος, ἰσόσαθμον λέγεται τῷ μέσῳ· ὅσῳ δὲ πυκνότερόν ἐστι τὸ σῶμα, ἢ σφαιροειδέστερον, τοσέτω πλείονα χρόνον κάτεισι διὰ τῷ αἰέρος, πρὶν αὐτῷ ἰσόσαθμον γένηται· τηρικῶτα γὰρ περιέχον πολλὴν μάζαν ἐν μικρᾷ ἐπιφανείᾳ, πολλὴν μὲν δέχεται κίνησιν ἐκ τῆς βαρύτητος, ὀλίγην δὲ δίδωσι τῷ αἰέρι ἐφ' ἐκάστῳ λεπτῷ πεπερασμένῳ· εἰκὸς ἄρα κινήσῃν πολλὰ λεπτά πρὶν ἀφίσκηται εἰς ἐν, ἐν ᾧ, ὃ δίδωσι τῷ αἰέρι, ἴσον ἂν εἴη τῷ, ὃ λαμβάνει ἐκ τῆς βαρύτητος· σφαῖρα γὰρ λιθίνη, ἢ μεταλλίνη κτῶνται σαφέστατα διὰ πολλῶν ἐξῆς λεπτῶν τα-

χυτῆτα ἰσομερῇ· ὅπερ ἐστὶν ἡ αἰτία, ἣν ἔδειξεν ἐπὶ τῶν σωμάτων ὁ νόμος τῷ Γαλιλαίῳ, „τὰ διατρεχόμενα ὑπὸ „τῶν βαρέων διαστήματα αὖξιν, κατὰ τὰς περιττὰς τῶν „ἀριθμῶν, τὸ δ' ὅλον διατρεχόμενον διάστημα, ὡς τὸ ἀπὸ „τῶν χρόνων τετραγώνον“· ἀλλὰ τὰ εἰδικῶς κηρότε-
ρα σώματα, ὡς ὑετὸς, πάμβαξ, κτ.: εἰσι σχεδὸν ἐν ἀρχῇ ἰσόσαθμα τῷ αἱρί· κόκκος γὰρ χαλαρῆς αὖξει τὴν ἐαυτοῦ ταχύτητα διὰ μακρῷ χρόνῳ, καὶ πλείονα ἔχει ἀφικνέμενος εἰς τὸν ὀρίζοντα· ἀλλὰ νιφὰς χιόνος ἐν βραχυτάτῳ χρόνῳ ἐστὶν ἰσόσαθμος τῷ αἱρί· ὀρώμεν γὰρ, ὡς, καί τοι πίπτουσα ἀπὸ νεφέλης ὑψηλοτάτης, βραχυτάτην ταχύτητα ἔχει ἀφικνεμένη εἰς τὸν ὀρίζοντα.

405. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἡ σύγκρουσις τῶν ῥευσῶν ἐστὶν ὡσαύτως ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν, καὶ τῷ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνῳ, καὶ τῆς πυκνότητος.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ ἔνστασις, ἣν τὸ ῥευστὸν ἐνίσταται τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ, καὶ ἐκ τῆς ἀκολουθεῖ τὸ σερεὸν ΑΒΓΔ τῷ ῥευστῷ, ἐστὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῆς ἐπιφανείας ΓΔΕΖ, καὶ τῆς τῷ ῥευστῷ πυκνότητος καὶ τῆς ἀπὸ τῆς τῷ σερεῖ ταχυτήτος τετραγώνῳ, εἴγε τὸ ἐπίπεδον ΓΔΕΖ τῷ σερεῖ προσβάλλει κατ' εὐθείαν μιᾷ σιδάδι, ἢ ἐπιπέδῳ ἴσῳ τῷ τῷ σερεῖ, ἢ ἡ ἔνστασις ἐστὶ τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῆς τῆς σιδάδος τῷ ῥευστῷ, καὶ τῆς πυκνότητος αὐτῆς, καὶ τῆς ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τῷ σερεῖ τετραγώνῳ· ἀλλὰ προσβαλέτω τὴνναντίον τὸ ῥευστὸν τῷ τῷ σερεῖ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ· ἐκέν ἡ ἴση τῷ ΓΔΕΖ ἐπιπέδῳ σιδᾶς προσβαλεῖ αὐτῷ κατὰ τὰ μέρη τὰ τεταγμένα ἐν τῷ νηματίῳ τῷ ἀπειροῦ πηραλληλογράμμῳ οΒΧΖ πολλαπλασιασθέντος ἐπὶ τὸ πλάτος ΔΖ τῆς σιδάδος· ὁ παρίσχησι τὴν ἐπιφανείαν τῆς σιδάδος ΓΔΕΖ· καὶ ὅσῳ πυκνότερον ἔσται τὸ ῥευστὸν, τοσούτῳ πλείω

μέρη ἔσονται ἐν τῷ νηματίῳ ΕΖ, ἢ δὴ ἐν ἀπάσῃ τῇ σιβάδι ΓΔΕΖ· πολλαπλασιασέον ἄρα τὴν τῷ συγκρουθέντος ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ ἐπὶ τὴν τῷ ῥευσθὺ πυκνότητα· τελευταίων δὲ, τῆς τῷ ῥευσθὺ ταχυτήτος ὕψους διπλῆς, τριπλῆς κτ., δῖω, τρεῖς κτ. σιβάδες τῷ ῥευσθὺ, ἴσαι τῷ ΓΔΕΖ προσβαλέσι τῷ ἐπιπέδῳ ἐν χρόνῳ δεδομένῳ· ἔσαι ἄρα ἡ ὀλικὴ αὐτῶν σύγκρουσις 2 μάζης πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ 2 ταχύτητος, ἢ 3×3 κτ· ἢ συνελόντι φάναι ἐπὶ τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγῶνα πολλαπλασιασέον τὴν ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ πολλαπλασιασθεῖσαν ἐπὶ τὴν πυκνότητα. Ο.Ε.Δ.

406. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ ἄρα ῥευσθὺ πρὸς σερραὺ σύγκρουσις γίνεται κατὰ τὸν αὐτὸν νόμον, καθ' ὃν ἢ ἡ σερραὺ πρὸς σερραὺ.

Εἰάν φέρε ῥύαξ κατ' εὐθείαν συγκρίσῃ τὴν σερραὺ ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ, παρασθῆσεται ἡ σύγκρουσις τῷ γινόμενῳ ἐκ τῆς ΓΔΕΖ ἐπιφανείας, ἢ τῷ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγῶνα, ὑποτιθεμένης τῆς πυκνότητος = 1.

Εἰάν ᾖν παραβληθῇ ἡ ἀνέμου πρὸς αὐτὴν τὴν ἐπιφάνειαν σύγκρουσις τῇ τῷ ῥυάκος, ἴσων ὑποτιθεμένων τῶν ταχυτήτων, ἢ ἐπινοία ἀφαιρεμένης τῆς τῷ ἀνέμου ἐλασικότητος, αἱ συγκρούσεις ἔσονται ὡς αἱ πυκνότητες· εἴτ' ᾖν περίπε ὡς 1 : 950 (Ἀριθμ. 162), τῷ αἴμει μηδὲν ὄντος, ἢ ῥεῦμα αἵρος ἐκ τόπου εἰς τόπον ἄλλον τῆς ἀτμοσφαίρας μεταβαίνοντος.

407. Φημί: ἐπινοία ἀφαιρεμένης τῆς ἐλασικότητος τῷ αἴμει· ἢ γὰρ συγκρούσεως γινόμενης ἐλασικοῖς σώμασι πρὸς ἐλασικὰ, ἢ ἔνσασις τῶν ῥευσθῶν ἐστὶ τὸ διπλῶν γινόμενον ἰπὸ τῶν ἐπιφανείων, τῶν πυκνοτήτων, ἢ τῷ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγῶνα· ἢ γὰρ τὸ συγκρούσιν σερραὺν

ἡ ῥευσὸν ἐπενεργεῖ τῷ συγκρομένῳ ἐπίσης διὰ τε τῆς ἐλασικότητος, καὶ διὰ τῆς συγκρούσεως, καὶ ἡ ἔντασις, ἣν ἐνίσταται τὸ συγκρουεὲν τῷ συγκρούσαντι, καὶ αὐτὴ διπλασιασθήσεται ἐκ τῆς ἐλασικότητος.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Ἰδὲ δὴ ὁ λόγος, δι' ὃν ὁ αἷρ, καὶ τοι μὴ πάνυ πυκνός, ἔχει δύναμιν, ὥς σῶμα ἐλασικόν, ἀνακλασθῆναι ἐκ τῶν οἰκοδομημάτων, οἷς προσβάλλει, καὶ τὰ πολλὰ συνθραύειν ἀγάλματα λίθινα κτ.

408. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Παρὰ τὰς ἐκτεθέντας τρεῖς παράγοντας εἰσὶ καὶ ἄλλαι αἰτίαι δυνάμεναι ποικίλλειν τὴν ἔντασιν, ἡ τὴν σύγκρουσιν τῷ μέσῳ, οἷον ἡ γλιχρότης τῷ ῥευστῇ, εἴτ' ἢν ἡ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἡ ἥττον ἰσχυρὰ συστολή τῶν μερῶν, ἡ διάφορος τριβὴ κτ. ταύτας δὲ τὰς αἰτίας μέχρι πόσου ἐπενεργῶσιν εἰδέναι ἔδυνάμεθα· εὐδὲ ἔν βεβαίως ἐναρμόσαι λογισμῷ τῶν ῥευστῶν τὴν ἔντασιν.

Καὶ ἡ ἐλασικότης αὐτὴ τῶν σωμάτων ποικίλλεται ὡσαύτως κατὰ τὰς διαφορὰς ὥρας· ἐν γὰρ θερεί, τῇ αἰέρος ἀτμῶν πλήρης ὄντος, ἐλάττων, μείζων δὲ χειμῶνος, τῆς ἀτμοσφαίρας καθαρευέσης, ὥς ὀψόμεθα.

409. Ἐκ πάντων τῶν εἰρημένων δῆλον καθίσταται, τὰς ἀποδοθέντας κανόνας εἰς εὐρεσιν τῶν λόγων τῶν ἑνστάσεων, ἡ συγκρούσεων τῶν ῥευστῶν, μὴ ἔχειν ἐκλογίζεσθαι, ὥς ἀπολύτως ἀκριβεῖς, παρὲξ τῇ περὶ τῇ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνῳ· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ κανόνες ἐν διαφοραῖς τῶν φυσιολογούντων ἀποπειραῖς σπανιάκις εὐρέθησαν τοῖς πειράμασιν ἀκριβῶς καὶ συμφθεγγόμενοι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τοῦ κέντρου τῆς τῶν σωμάτων βαρύτητος.

410. Ἀντίρροπα ἔσιν ἡρεμία ἀποτελεμένη ἐκ δυνάμεων ἀναντίων ἑ ἴσων· εἰ δὲ δύο βαρὺ Α, Β (σχ. 16) ἰσάλληλα αἰωρῶνται ἐκ τοῦ ζυγῦ ΑΒΓ, ὡς εἶναι τὴν τοῦ Α δύναμιν ἴσην τῇ τοῦ Β· ἐπεὶ τὸ Α εὐδύναται κατελθεῖν, εἰ μὴ ἀνεγείρω τὸ Β, ἑ τῶναντίαν, δῆλον, ὅτι εἰσὶν ἐναντίαί αὐτῶν αἱ δυνάμεις· ἐπεὶ δὲ διὰ τοῦτο καθήρεμῶσιν, ἀντίρροπα εἶναι λέγεται.

Ἐν γένει κέντρον καλεῖται κινήσεως πᾶν σημεῖον Κ, περὶ ὃ ὑποτίθενται δύο σώματα Α, Β κινούμενα· εἰ δὲ τὰ σώματα Α, Β ἀντίρροπα ᾶσι, τὸ Κ καλεῖται κέντρον ἀντίρροπίας· ἡνίκα δὲ λόγος γίνεται περὶ σωμάτων μὴ κινουμένων, μηδὲ σπευδόντων ἄλλως κινεῖσθαι, ὅτι μὴ κατὰ τὴν ἑαυτῶν βαρύτητα, τὸ Κ, περὶ ὃ εἰσὶν ἐν ἡρεμίᾳ, καλεῖται κέντρον τοῦ βάρους.

411. Κέντρον βαρύτητος παντὸς σώματος καλεῖται τὸ σημεῖον, περὶ ὃ πάντα αὐτοῦ τὰ μέρη εἰσὶν ἀντίρροπα.

Ἐντεῦθεν ἄρα ἔπεται, ὅτι ἐπεὶ τὰ Α, Β μέρη εἰσὶν ἀντίρροπα, ἑ δύναται κατελθεῖν, εἰ μὴ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος Κ, ὃ ὑποτίθενται προσκεκολλημένα, συγκατελθεῖ· α'. ἐκληφθῆναι δύναται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς σώματος ὡς σημεῖον, περὶ ὃ ἀθροίζονται πᾶσαι αἱ βαρύτητες τῶν αὐτοῦ μερῶν· β'. ἐκληφθῆναι ὡσαύτως δύναται ἅπαν σῶμα ὡς σημεῖον, πρὸς ὃ συνάπτεται πᾶσα αὐτοῦ ἡ βαρύτης.

412. Εὐθεία τῆς εὐθύσεως λέγεται εὐθεῖα ἡ ΚΓ (χ. 17), ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου παντός σώματος πρὸς τὸ κέντρον τῆς γῆς ΓΚ ἐπιζευγνυμένη, καθ' ἣν ἂν εἰ ἀφελείῃ κατέλθοι· ἄρα α'. εἰάν τοδε τὸ σῶμα μίτῳ προσαρτηθῇ τῷ Βδ, ἐπεὶ τείνει κατὰ τὴν φορὰν τῆς ἑαυτοῦ βαρύτητος, ὁ Βδ μίτος ἐμφανεῖ τὴν εὐθεῖαν τῆς εὐθύσεως τῶν βαρέων σωμάτων· β'. εἰάν, τῷ Α βάρους προσαρτηθέντος, εἰ ἐπ' αὐτὸ σημειωθείσῃ τῇ· εὐθείας δὲ ἐκ τῶν ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω, προσαρτηθῇ εἴτα τὸ αὐτὸ ἀφ' ἐνὸς τῶν αὐτῶν σημείων τῷ ε, ἡ εὐθεῖα δζ, ἡ κατ' ἀρχὰς σημειωθείσα, ἀπαντηθήσεται κατὰ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Κ τῇ εὐθείᾳ τῆς εὐθύσεως, γινόμενη τηρικαῦτα ΒεΓ.

413. Σαφεὲς ἐντεῦθεν, ὡς εὐθεῖα τῆς εὐθύσεως τῶν σωμάτων ἐσὶν αἱ ἡ, ἣν ἀποτελεῖ μίτος μολύβδῳ τεινόμενος, ὃς καλεῖται εὐθεῖα καθετος τῷ ὀρίζοντι.

414. Κέντρον μεγέθους παντός σώματος ἐστὶ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ δίχα διαιρεῖται τὸ σῶμα· εἰάν ἔν τῷ σῶμα ἡ ὁμογενὲς, εἴτ' ἔν πανταχῷ ἰσόπυκνον, τὸ κέντρον τοῦ μεγέθους ἐστὶ τὸ αὐτὸ, εἰ κέντρον τῆς βαρύτητος· εἰ δὲ μὴ, τὸ τοῦ μεγέθους διίσαται αἰ παντοίως ἀπὸ τοῦ τῆς βαρύτητος· ἐπεὶ ἔν σπανιώτατόν ἐστιν ἅπαν σῶμα ἀπολύτως εἶναι πανταχῷ ὁμογενές· τὸ τοῦ μεγέθους ἔδε ποτε σχεδὸν συμπέσκει τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ.

415. Εἰάν πολλὰ σώματα τὰ Α, Β, Γ, Δ (χ. 18), περιάγωνται περὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον Π, ῥοπή καλεῖται τῶν σωμάτων τὸ γινόμενον ὑφ' ἑκάστου τύτων, εἰ τῷ, ὃ τῷ Π ἑκάστον ἀπέχει ἀπόστημα, γινόμενον· ῥοπή ἔν τῷ Α ἐστὶν = Α × ΠΑ, τῷ δὲ Β = Β × ΠΒ, κτλ.

416. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἦνίκα πολλά σώματα Α, Β, Γ, Δ, προσηρτημένα ὥσι τῇ εὐθείᾳ ΠΔ, τῇ περι-
αγομένη περὶ τὸ σημεῖον Π, αἱ ταχύτητες τῶν σωμά-
των εἰσὶ πρὸς ἀλλήλας, ὡς τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου Π αὐτῶν
ἀποσήματα ΑΠ, ΒΠ, ΓΠ, ΔΠ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆς εὐθείας περιαγομένης περὶ τὸ Π, ἔ-
κασον τῶν σημείων Α, Β, Γ, Δ, καταγράφει περὶ τὸ
Π ὅμοια τόξα κυκλικά Αα, Ββ, Γγ, Δδ (Γεωμ. 29.
Τόμ. Α'). εἰσὶ δὲ ταῦτα ὡς αἱ περιφέρειαι (Συμβ. Λογ.
234. Τόμ. Α'). ἄλλ' αἱ περιφέρειαι εἰσὶν ὡς αἱ ἀκτίνες
ΠΑ, ΠΒ, ΠΓ, ΠΔ (Γεωμ. 393. Τόμ. Β'), εἰτ' ἔν
τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀποσήματα τῶν σωμάτων ἐκάστου· ἄρα
αἱ ταχύτητες τῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ, ἔσσι ὡς τὰ
τόξα Αα, Ββ κτ. τὰ ἐν ἴσοις χρόνοις διατρεχόμενα, ἔ-
σονται ὡς τὰ ἀποσήματα ΠΑ, ΠΒ, κτ.

Ταῦτόν δ' ἔσαι, καὶ ἵποτεθῇ τὴν εὐθεῖαν περιάγε-
σθαι περὶ τὸ σημεῖον Π (σχ. 19), λαμβανόμενοι κατὰ τὸ
δοκῆν μεταξὺ τῶν τῶν σωμάτων· ἡ γὰρ ἐν ᾧ τὸ Δ
τυχὸν κατιὸν καταγράφει τὸ τόξον Δδ, τὸ Γ καταγρά-
φει τὸ Γγ, τὰ δὲ Α, Β τὰ Αα, Ββ· ἡ ἔπει ἡ γω-
νία $I = 0$, πάντα τὰντα τὰ τόξα ἔσονται ὅμοια (Γεωμ.
29)· ἃ εἰσὶν ὡς αἱ περιφέρειαι· αἱ δὲ, ὡς αἱ ἀκτίνες
ΔΠ, ΓΠ, ΑΠ, ΒΠ· αἱ ἄρα τῶν σωμάτων ταχύτητες,
ἔσσι ὡς τὰ τόξα Δδ κτ. τὰ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον δια-
τρεχόμενα, ἔσονται ὡς τὰ ἀποσήματα ΔΠ κτ· ἄρα ἐν
γένει κτ. Ο. Ε. Δ.

417. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ εὐθεῖα ΠΔ, ἡ προσκεκολ-
λημένα ἐννοῦνται τὰ σώματα Α, Β, Γ, Δ, καλεῖται
ἄξων τῶν ῥοκῶν. ὅταν δὲ δύο, ἢ πολλὰ σώματα,
προσηρτημένα ὥσι ζυγῶ περιαγομένῳ περὶ ὅτιεν σημεῖον,

αἱ αὐτῶν ἰσχύς, ἢ αἱ αὐτῶν ποσότητες τῶν κινήσεων, ἴσων θήσονται ταῖς αὐτῶν ῥοπαῖς· ἐ γὰρ αἱ ἰσχύς, ἢ αἱ ποσότητες τῶν κινήσεων, ἔσονται τὰ παραγόμενα ὑπὸ τῶν μαζῶν ἐ τῶν ταχυτήτων (115. Τόμ. Δ').· ἀλλ' αἱ αὐτῶν ταχυότητες ἔσονται ὡς τὰ ἀπὸ τῆ κέντρου αὐτῶν ἀποσήματα (416)· ἄρα αἱ αὐτῶν ἰσχύς ἔσονται ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν μαζῶν, ἐ τῶν ἀπὸ τῆ Π κέντρου ἀποσμάτων αὐτῶν· καλεῖται δὲ ῥοπή τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς ἐκάστου μάζης ἐ τῆ ἀποσμάτος τῆ δε (415)· αἱ ἄρα ἰσχύς τῶν σωμάτων ἴσαι ἔσονται ταῖς αὐτῶν ῥοπαῖς.

418. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἡ ῥοπή ἄρα, ἢ ἰσχύς, ἢ ποσότης τῆς κινήσεως παντὸς σώματος τῆ Α, αὔξει μὲν, ὅσον ἀποχωρεῖ τῆ κέντρου, μειῖται δὲ, ὅσον αὐτῷ προχωρεῖ· εἰσὶν ἄρα ἐν λόγῳ ὀρθῶ τῶν ἀπὸ τῆ κέντρου τῆς κινήσεως Π ἀποσμάτων αὐτῶν.

419. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Πολλῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ (χ. 18), προσηρημένων ζυγῶ, περιαγομένῳ περὶ σημείου τὸ Π, ὃ εἰσὶν ἐκτὸς τῆ διαστήματος, ἐφ' ᾧ κεῖνται τὰ σώματα, ἐὰν ληφθῇ τὸ πασῶν τῶν ῥοπῶν κεφάλαιον $A \times \Pi A + B \times \Pi B + \Gamma \times \Pi \Gamma + \Delta \times \Pi \Delta$ (κ), ἐ διαιρεθῇ διὰ τῆ τῶν μαζῶν κεφαλαιῶς $A + B + \Gamma + \Delta$, πηλίκον προκύψει ἡ εὐθεῖα ΠΞ, πρὸς ἧς τῷ πέρατι Ξ εἰτεθείη πάντα ταῦτα τὰ σώματα, τὸ κεφάλαιον πασῶν τῶν κατ' αὐτὰ ῥοπῶν $A \times \Pi \Xi + B \times \Pi \Xi + \Gamma \times \Pi \Xi + \Delta \times \Pi \Xi$ (τ) ἴσωθήσεται τῷ ἀθροίσματι τῶν ῥοπῶν αὐτῶν, ἃς εἶχον ἐν τῷ προτέρῳ χώρῳ ἕκαστον.

ΔΕΙΞΙΣ. Κατὰ τὴν φύσιν τῆς διαιρέσεως τὸ πηλίκον ΠΞ, πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν, ἀποδώσει τὸ ἄθροισμα τῶν προτέρων ῥοπῶν, αἱ ἦσαν ἐν-

τι διαιρετέον (Ἀριθμ. 107)· ἀλλὰ $\Pi\Xi \times (A + B + \Gamma + \Delta) = \tau$ · ἄρα $\tau = K$. Ο.Ε.Δ.

Ἐς αὖ $A = 1$, $\psi B = 2$, $\psi \Gamma = 3$, $\psi \Delta = 4$.

Ἐς αὖ $A\Pi = 1$, $\psi B\Pi = 2$, $\psi \Gamma\Pi = 3$, $\psi \Delta\Pi = 4$.

ἔσαι ἄρα $K = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 = 30$ · ἔκων $\frac{1}{2} = 3 = \Pi\Xi = 3\Pi A$ · ἐπεὶ δὲ $\Gamma\Pi = 3A$ ἐξ ὑποθέσεως· ἄρα $\Pi\Xi = \Gamma\Pi$ · ἐὰν τοίνυν πάντα τὰ σώματα τεθῶσιν ἐπὶ τῷ Γ , τὸ ἄθροισμα τῶν αὐτῶν ῥοπῶν ἔσαι = 30 · καὶ γὰρ $\Gamma\Pi \times A + \Gamma\Pi \times B + \Gamma\Pi \times \Gamma + \Gamma\Pi \times \Delta = 3 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + 3 \times 4 = 30$.

420. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων A, B , αὐξή, τεθέντων ἐπὶ τῷ Ξ , τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων Γ, Δ , ἐλαττωθήσεται τῇ αὐτῇ ποσότητι, μετατεθέντων ψ αὐτῶν ἐπὶ τῷ Ξ · τὸ γὰρ ὅλκον ἄθροισμα τῶν σωμάτων $A + B + \Gamma + \Delta$, μένει τὸ αὐτὸ μετὰ τὰς αὐξομειώσεις, ὃ ἦν κειμένον ἐκάστῃ κατὰ τὴν ἰδίαν ἑαυτῇ χώρην.

421. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Ὅταν δύο, ἢ πολλὰ σώματα, κέυνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυνατόν εὑρεῖν τὸ κοινὸν αὐτοῖς κέντρον τῆς βαρύτητος, λαμβάνουσι τὸ ἄθροισμα ἀπασῶν τῶν κατ' αὐτὰ ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρὸς τι σημεῖον Π , κατὰ τὸ δοκὺν εἰλημμένον ἐκ' αὐτῆς τῆς εὐθείας, ἐκτὸς τῆς, ὃ κατέχουσι, διασέματος $A\Delta$, ψ διαιρῶσιν αὐτὸ διὰ τῆς ἄθροισματος τῶν μαζῶν, ψ τὸ τηλικόν ἐφαρμόζουσιν ἐκ τῆς Π ἐπὶ τὴν $\Pi\Delta$, ὃ ὑποτίθεται = $\Pi\Xi$.

ΔΕΙΞΙΣ. Αἱ ῥοπαὶ τῶν A, B ἀναφερόμεναι πρὸς τὸ σημεῖον Ξ , εἰς ὃ ἀφικνεῖται τῆτο τὸ τηλικόν, εἰσὶν $A \times A\Xi + B \times B\Xi$, ποσότης, ἣ ἡξηνται αἱ ῥοπαὶ τῶν A, B κατ' ἀναφορὰν τῷ Π , μετενεχθεῖσαι ἐπὶ τὸ Ξ ·

αί δὲ ῥοπαὶ τῶν Γ , Δ κατ' ἀναφορὰν τῇ Ξ , εἰσὶ $\Gamma \times \Gamma\Xi + \Delta \times \Delta\Xi$, ποσότης, ἣ ὑλάττωνται αἱ ῥοπαὶ τῶν Γ , Δ κατ' ἀναφορὰν τῇ Π μετενεχθέντων ἐπὶ τὸ Ξ . ἀλλ' ἡ αὐξήσις τῶν κατὰ τὰ A , B ῥοπῶν ἔστιν ἴση τῇ μειώσει τῶν κατὰ τὰ Γ , Δ (420). ἄρα $A \times A\Xi + B \times B\Xi = \Gamma \times \Gamma\Xi + \Delta \times \Delta\Xi$. ἄρα ἡ τῶν ῥοπῶν τέτων αἱ ἰσὺς ἴσαι, εἴτ' ἔν $A + B = \Gamma + \Delta$ ἀναφερόμεναι πρὸς τὸ Ξ . ἄρα τὸ Ξ , ὃ ἐφικνείται τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως πηλίκον $\Pi\Xi$, ἔστι τὸ τῆς ἰσοσαθμίας κέντρον (410), ἡ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ὑπὲρ τῶν σωμάτων A , B , Γ , Δ . Ο. Ε. Δ.

422. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὅταν ζητῇται τὸ μεταξὺ δύο μόνων σωμάτων A , B (χ. 20) κέντρον τῆς βαρύτητος, δυνατόν αἰ ὑποθέσθαι $\Pi A = \frac{1}{2}$, ἡ $AB = 1$. δυνατόν δὲ ἡ τὴν μὲν ἐλάσσονα ποσότητα A ὑποθέσθαι $= 1$, ἡ ν τὸν λόγον αὐτῆς πρὸς τὴν μείζονα B . ὅθεν $B = 1 \times \nu = \nu$. τέτων τεθέντων α'. τὸ A γινόμενον κέντρον τῆς κινήσεως, δι' αὐτὸ τῆτο, ὅτι $\Pi A = \frac{1}{2}$, ἡ ῥοπή αὐτῇ ἔσται $1 \times \frac{1}{2} = 1 \times 0 = 0$. ἡ δὲ ῥοπή τῇ B ἔσται $= B \times AB = \nu \times 1 = \nu$. τὸ ἄρα ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν ἔσται $\nu + 0 = \nu$. τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν μαζῶν ἔσται $A + B = 1 + \nu$. ἄρα $\frac{\nu}{\nu + 1}$ ἀποδώσει τὸ τῇ κέντρῳ τῆς κινήσεως τῷ σώματος A ἀπὸ τῆς κέντρου τῆς βαρύτητος Ξ ἀπόστημα (421).

423. Βελομένης ἄρα εὐρεῖν τὸ μεταξὺ δύο σωμάτων A , B , κέντρον τῆς βαρύτητος, ληπτέον τῆς ὅλης εὐθείας AB μέρος τὸ $A\Xi = \frac{\nu}{\nu + 1}$, ὃ ἐμφανεῖ τὸ τῇ εὐλάττονος σώματος A ἀπὸ τῆς βαρύτητος κέντρου ἀπό-

σημ. τὰ δ' ἐφεξῆς ὑποδείγματα διασαφηνίσων αὐτίκα τὴν τῷ τύπῳ ἔννοιαν.

Εἰάν B , ἢ ν , $= 1$, ὑποτιθεμένου αἰεὶ $\epsilon \dot{A} = 1$, τυτ.

ἔσιν ἐάν ἢ $A = B$, ἔσαι $\frac{\nu}{\nu + 1} = \frac{1}{2}$ (309). ὃ ἐμφαί.

νει τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Ξ τὸ μέσον εἶναι τῆς εὐθείας

AB . εἰάν $B = 2$, ἔσαν $\frac{\nu}{\nu + 1} = \frac{2}{2 + 1} = \frac{2}{3}$. ἔκυν $A\Xi$

ἔσαι $\frac{2}{3}$ τῆς AB . εἰάν δὲ $B = 3$, ἔσαι $A\Xi = \frac{3}{4}$ τῆς AB , ϵ ὕτως ἐξῆς.

424. α'. Ἀρὰ ἐγνωσμένων τῶν μαζῶν δύο σωμά. των A , B , ϵ τῆς αὐτὰ διακρινέσης εὐθείας AB , πρὸς δεξιὰν τῇ ἐλάσσονος σώματος A θετέον τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ἐν τῷ τέλει τῇ $A\Xi$ μέρει τῆς AB , ἐμφαινο-

μένε διὰ $\frac{\nu}{\nu + 1}$, ὡς εἶδομεν ἤδη.

β'. Δύο μόνων σωμάτων δοθέντων τῶν A , B , ἢν ἰσόσαμ. γένωνται ἐπὶ τῆς AB εὐθείας λαμβανομένης πρὸς τὸ δοκῦν, διοριζέον δύο μέρη αὐτῆς $A\Xi$, $B\Xi$ ἔχοντα πρὸς ἀλλήλα ὡς $\nu : 1$. τὸ δὲ σημεῖον τῆς ἐνώσεως Ξ ἔστι τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος, τιθεμένου τῇ ἐλάσσονος A ἐπὶ τῷ πέρατος A τῷ μείζονος ἀποσήματος $A\Xi$. εἰάν ἢν $\nu = 1$, ληπτέον $A\Xi = B\Xi$. εἰάν δὲ $\nu = 2$, ληπτέον $A\Xi = 2B\Xi$. ϵ ὕτως ἐφεξῆς.

γ'. Δοθέντων τῇ B , ϵ τῇ Ξ κέντρου τῆς βαρύτητος, ϵ τῷ ἀποσήματος $B\Xi$, ἵνα τὸ A ἰσόσαμ. γένηται τῷ B , ληπτέον $A\Xi = \nu \times B\Xi$. εἰάν ἢν $\nu = 5$, εἴτ' ἢν, εἰάν $B = 5A$, ληπτέον $A\Xi = 5B\Xi$.

Η' γυν A ϵ τῆς εὐθείας $A\Xi$ δοθέντων, ληπτέον

μέρος $B\Xi$, ὃ εἶη πρὸς $A\Xi$ ὡς $1 : \nu$, τετέστιν ὃ εἶη ἡμισυ τῆς $A\Xi$, εἰάν ἡ $\nu = 2$, τὸ τρίτον δὲ, εἰάν $\nu = 3$, κτλ.

Εἰν ἀπάσαις ταῖς εἰρημέναις περιπτώσεσι, τῶν ἀποσημάτων $A\Xi$, $B\Xi$ ἀντιστρόφως ὄντων ὡς αἱ μάζαι A , B , αἰ ἔσαι $A\Xi : B\Xi :: B : A$, καὶ ἐκ τῆ ἀκολουθίας $A\Xi \times A = B\Xi \times B$ αἱ ἰσχυεῖ ἄρα, ἡ αἱ ποσότητος τῆς κινήσεως τῶν δύο σωμάτων A , B , ἔσονται ἴσαι· ἄρα τὰ δύο σώματα ἔσονται ἰσόσταθα.

425. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Εἰάν ληφθῇ ὡς βαρύτητος κέντρον σημειῖται ὁ,τιῦν τὸ B (σχ. 21), κείμενον μεταξὺ τῶν A , Δ περάτων τῆ $A\Delta$ διαστήματος, ἐν ᾧ κεῖται ὅσαποτ' ἂν ἡ βάρη, εὐρεθήσεται αἰ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος πάντων τῶν τῶν βάρων, διαιρουμένης τῆς διαφορᾶς τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων τῶν πρὸς δεξιὰν τῆ B , καὶ τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων τῶν πρὸς ἀριστεράν, διὰ τῆ ἀθροίσματος τῶν μαζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Αἱ ῥοπαὶ τῶν πρὸς δεξιὰν τῆ B σωμάτων ἐναντίαί ὕσαι ταῖς πρὸς ἀριστεράν, ἔσονται ὡς πρὸς ταύτας λειπτικάι, καὶ ἀνάπαλιν· διαιρετέον ἄρα ἡ τὸ ἀθροισμα πασῶν τῶν τῶν ῥοπῶν, ἀλλὰ μόνην τὴν αὐτῶν διαφορὰν διὰ τῆ ἀθροίσματος τῶν μαζῶν.

Ἐποτιθεμένων αἰ τῶν αὐτῶν δυνάμεων, αἱ καὶ πρότερον (419), εἰτ' ἐν $A = 1$, καὶ $B = 2$, καὶ $\Gamma = 3$, καὶ $\Delta = 4$, καὶ $AB = B\Gamma = \Gamma\Delta$, καὶ πρὸς τὸ δοκῆν τῶν μὲν πρὸς δεξιὰν τῆ B ἐκληφθέντων ὑπαρκτικῶν, καὶ ἐκ τῆ ἀκολουθίας λειπτικῶν τῶν πρὸς ἀριστεράν, ἔσαι $A \times AB + B \times 0$ (422) $+ \Gamma \times B\Gamma + \Delta \times B\Delta = -1 + 0 + 3 + 8 = 10$ · ἔκον τῆ 10 ἀθροίσματος τῶν ῥοπῶν διαιρεθέντος διὰ τῆ 10 τῶν μαζῶν, πρῆξιν 1· δηλὸν ἐν ὡς τὸ τῆ B κέντρε τῆς κινήσεως ἀπὸ τῆ Ξ ζητούμεν κέν-

94 ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΚΕΝΤΡ. ΤΗΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤ. ΒΑΡΥΤ.

τρος τῆς βαρύτητος ἀπόστημα $B\Xi$ ἔσαι $= B\Gamma$. ἔ δὲ βα-
 λόμενοι εὐρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος, ὡς ἀπαιτεῖ τὸ
 θεώρημα, διαιρετέον τὴν τῶν ῥοπῶν διαφορὰν διὰ τῆς τῶν
 μαζῶν ἀθροίσματος. Ο. Ε. Δ.

426. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐὰν τὸ τῆς κινήσεως κέν-
 τρον ἢ κατὰ τὸ Γ , καθ' ὃ τὸ ἀθροισμα τῶν ὑπαρτικῶν
 ῥοπῶν ἰσῆται τῷ τῶν λειπτικῶν, τηνικαῦτα τὸ τῆς κινή-
 σεως κέντρον τὸ αὐτὸ ἔσαι ἔ βαρύτητος· ἔσαι γὰρ ἢ δια-
 φορὰ τῶν ῥοπῶν τότε ο, ὃ διαιρεθὲν διὰ τῆς ἀθροίσματος
 τῶν σωματοτήτων δίδωσι ο, ἀπόστημα τῆς κέντρος τῆς κινή-
 σεως ἀπὸ τῆς βαρύτητος.

427. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐπίσης εὐρεθήσεται τὸ κέν-
 τρον τῆς βαρύτητος ὅσων δήποτε βεβλῶμεθα σωμάτων,
 εἴτε λαμβανομένῳ ὡς κέντρος κινήσεως σημεῖον τῆς εὐθείας
 AB (χ. 20), ὃ ἔ κεῖται μεταξὺ τῶν βάσεων A, B , οἷον
 τὸ Π (421) ἢ τὸ A (422) ἔ διαιρουμένῳ τῆς ἀθροίσμα-
 τος τῶν ῥοπῶν διὰ τῆς τῶν μαζῶν· εἴτε λαμβανομένῳ τῆς
 κέντρος τῆς κινήσεως μεταξὺ τῶν σωμάτων A, B (χ. 21)
 οἷον τὸ B (425), ἢ τὸ Γ (426), ἔ διαιρουμένης τηνικαῦ-
 τα τῆς διαφορᾶς τῶν ῥοπῶν· διὰ τῆς ἀθροίσματος τῶν μα-
 ζῶν, ὡς ἐν τῷ προεκτεθέντι ὑποδείγματι καταφαίνεται.

428. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Εἰς εὐρεσιν ἄρα τῆς μεταξὺ
 πολλῶν σωμάτων κέντρος τῆς βαρύτητος, ἔκ ἐν γένει
 διαιρετέον τὸ ἀθροισμα τῶν ῥοπῶν πάντων τῶν σωμάτων
 A, B, Γ, Δ ἀναφερομένων εἰς τι σημεῖον τῶν τῆς εὐ-
 θείας AD διὰ τῆς ἀθροίσματος τῶν σωματοτήτων· ἔ γὰρ
 εἰ ληφθῇ τὸ κέντρον τῆς κινήσεως, μεταξὺ τῶν σωμά-
 των A, B, Γ, Δ , ἤκιστα τὸ ἀθροισμα διαιρεῖν δεῖ, τὴν
 δὲ διαφορὰν τῶν δε τῶν ῥοπῶν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος τῶν ἐπιφανειῶν.

429. Εἶδομεν ἤδη ὅπως εὐρίσκεται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος, ὅσων ἂν βεβλῶμεθα σωμάτων, κειμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, ἢ ἐκλαμβάνομένων ὡς σημείων ἐκπεπλησμένων ἀπάσης τῆς βαρύτητος αὐτῶν τῶν σωμάτων, ἢ, ὃ δὴπε ταῦτόν, θεωρούμεν μόνον τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐκάστω τῶνδε τῶν σωμάτων (411)· ἐπινοήσωμεν ἤδη γραμμὴν οἷονεὶ σύνθετον ἐκ πολλῶν ταύτων σημείων, ἀμέσως συνημμένων, ἢ πάντων ἰσοβαρῶν· σαφές ἔν ὡς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τοιαύτης γραμμῆς, ἔσαι αὐτῆς τὸ μέσον· ἐντεῦθεν ἔν ἐπιζητήσομεν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν τε ἐπιφανειῶν, ἢ τῶν σφαιρῶν.

430. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Κέντρον βαρύτητος περιμέτρου παντὸς παραλληλογράμμου $ΑΒΓΔ$ (χ. 22) ἔστι τὸ σημεῖον $Ξ$, καὶ ὃ τέμνονται δύο εὐθεῖαι $Δη$, $εζ$, ἀγόμεναι ἐκατέρα ἀπὸ τοῦ μέσου ἐκάστης πλευρᾶς ἐπὶ τὸ τῆς ἀντιθέτου μέσον.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ γὰρ $Δ$ σημεῖον τῆς εὐθείας $Δη$ ἔστι κέντρον βαρύτητος τῆς πλευρᾶς $ΑΒ$ (429)· τὸ δ' αὐτῆς $η$, κέντρον βαρύτητος τῆς $ΓΔ$ · ὁ ἄρα ζυγὸς $Δη$ ἐπίσης βαρύνεσθαι δεξιόθεν τε ἢ ἀριστερόθεν τοῦ μέσου σημείου $Ξ$, ἔξει τὸ τῆς αὐτῆς βαρύτητος κέντρον ἐπὶ τοῦ $Ξ$ · ὡσαύτως ἔν τῇ ζυγῷ $εζ$, τὸ μὲν $ε$ κέντρον ἐστὶ βαρύτητος τῆς $ΑΓ$, τὸ δὲ $ζ$, τῆς $ΒΔ$ · ἐκατέρωθεν ἔν ἐπίσης βαρύνεσθαι, ἔξει ἢ αὐτὸς κέντρον βαρύτητος τὸ $Ξ$ · τὸ ἄρα $Ξ$ ἔσαι κέντρον κοινὸν βαρύτητος τῶν τεσσάρων ἀντικειμένων πλευρῶν,

96 ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΟΣ

εἴτ' ἐν αὐτῇ τῇ περιμέτρῳ τῇ $ΑΒΓΔ$ παραλληλογράμμου. Ο. Ε. Δ.

431. ΠΟΡΙΣΜΑ. Οὐκ ἔν τῇ ἐπιφανείᾳ παντὸς παραλληλογράμμου κέντρον βαρύτητος ἔστι τὸ $Ξ$, καὶ ὁ τέμνονται αἱ δύο εὐθεῖαι $Δη$, $Εζ$, αἱ τὰ μέσα τῶν ἀντιθέτων πλευρῶν ἐπιζευγύνεσθαι· ὥς γὰρ τὸ τῷ ζυγῷ $Δη$ σημεῖον $Δ$ ἔστι κέντρον βαρύτητος τῆς $ΑΒ$, ὅτω τὰ ἐφεξῆς σημεῖα τῆς $Δη$ εἰσὶ κέντρα βαρύτητος πασῶν τῶν τῇ $ΑΒ$ παραλλήλων $χψ$ κτ., ἐξ ὧν σύγκειται τὸ παραλληλόγραμμον· ἔκν ὁ ζυγὸς $Δη$ ἰσομερῶς βαρύνεσθαι, καὶ ὅτως αἰρων ἅπαν τὸ βάρος τῷ παραλληλογράμμῳ, ἔξει τὸ αὐτὸ κέντρον τῆς βαρύτητος, καὶ δὴ τὸ τῆς ἐπιφανείας τῷ παραλληλογράμμῳ κατὰ τὸ μέσον $Ξ$.

432. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Τριγώνῳ διθέντος τῇ $ΑΒΓ$ εὐρεῖν τῆς περιμέτρου αὐτῇ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον (9. 23).

ΛΤΣΙΣ. Τὰ μέσα $η$, $ο$, $τ$ τῶν αὐτῇ πλευρῶν ἔσονται κέντρα βαρύτητος ἑκάστη ἐκάστη· ἔκν ἀχθεῖσθαι ἡ εὐθεῖα $ηο$ ἔσθαι ζυγὸς βαρύνεσθαι, κατὰ μὲν τὸ $η$ τῇ πλευρᾷ $ΑΒ$, κατὰ δὲ τὸ $ο$ τῇ $ΑΓ$ · ζητεῖσθαι τοίνυν (423) τὸ δὲ κέντρον τῆς βαρύτητος ταύτης τῆς εὐθείας· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $δτ$ ἀπὸ τῷ κέντρῳ $ο$ ἐπὶ τὸ $τ$ μέσον τῆς πλευρᾶς $ΒΓ$ · ἔκν ἡ $δτ$ ἔσθαι καὶ αὐτὴ ζυγὸς βαρύνεσθαι, κατὰ μὲν τὸ $ο$ τῷ βάρεϊ τῷ ζυγῷ $ηο$, τοτέσιν τῷ τῶν πλευρῶν $ΑΒ$, $ΑΓ$, κατὰ δὲ τὸ $τ$, τῇ πλευρᾷ $ΒΓ$ · ζητεῖσθαι ἔν τὸ κέντρῳ τῆς βαρύτητος τεῖδε τῷ καινῷ ζυγῷ (423)· ὁ δὴ ἔσθαι τῆς τῇ $ΑΒΓΔ$ περιμέτρου. Ο. Ε. Π.

433. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Κέντρον βαρύτητος περιμέτρου παντὸς κανονικῆς σχήματος ἔστιν αὐτὸ τὸ κέντρον τῷ σχήματος.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐςω πρῶτον ἀρτιόπλευρον τὸ σχῆμα, εἴτ' ἔν τὸ κανονικὸν ἐξαγώνιον ΑΒΓΔΕΖ (σχ. 24). ἐκασὴ ἔν εὐθεῖα, οἷα ἡ δζ, ἐπιζευγνύουσα τὰ δύο μέσα δ, ζ δύο ἀντιθέτων πλευρῶν, ἔσαι ζυγὸς κατασπώμενος ἐκὰ τέρωθεν βάρεσιν ἴσοις, εἴτ' ἔν τοῖς δ, ζ κέντροις τῆς βαρύτητος τῶν πλευρῶν ΑΖ, ΔΓ· ἔκῃν κέντρον βαρύτητος κοινὸν ἀμφοτέραις ἔσαι τὸ μέσον ο τῆς δζ εὐθείας· ὡσαύτως δειχθήσεται κέντρον βαρύτητος τὸ ο πασῶν τῶν ἄλλων ἀντιθέτων πλευρῶν (Γεωμ. 245. Τόμ. Β').· ἡ δὲ κέντρον βαρύτητος πασῶν τῶν πλευρῶν, εἴτ' ἔν τῆς περιμέτρου τῆ σχήματος, ἔσαι αὐτὸ τὸ ο κέντρον τῆ κανονικῆ σχήματος.

Α' Μ' ἔσω νῦν περιτόπλευρον, εἴτ' ἔν τὸ πεντάγωνον ΑΒΓΔΕ (σχ. 25). ἡχθω γὰρ ἀπὸ τῆ μέσου ζ τῆς ΓΔ πλευρᾶς ἡ εὐθεῖα ζΑ πρὸς τὴν ἀντίθετον γωνίαν Α, καὶ αἱ πη, μν ἐπιζευγνύτωσαν τὰ μέσα τῶν ἀντιθέτων πλευρῶν· ἔκῃν τὸ τ σημεῖον τὸ μέσον τῆς πη ἔσαι τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν δύο πλευρῶν ΑΒ, ΑΕ· ὡσαύτως τὸ χ, τῶν ΒΓ, ΕΔ· τὸ δὲ ζ πέρας τῆς ΑΖ ἔσαι κέντρον βαρύτητος τῆς πλευρᾶς ΔΓ· ἐπεὶ ἔν ἡ ΑΖ ζυγὸς ἔσαι κατασπώμενος τοῖς βάρεσι τ, χ, ζ πάσης τῆς περιμέτρου τῆ πολυγώνου, ἔξει σημειόν τι τὸ ο, ὃ ἔσαι κέντρον βαρύτητος πάσης ταύτης τῆς περιμέτρου· εἰάν ἔν ἐτι ἀχθῇ εὐθεῖα ἡ μΒ ἀπὸ τῆ μέσου μ ἐτέρας πλευρᾶς ἐπὶ τὴν αὐτῇ ἀντίθετον γωνίαν, τῆ πολυγώνου ὄντος κανονικῆ, ἔσαι ἡ αὐτῇ ζυγὸς κατασπώμενος ὡσαύτως ἅπασιν τοῖς τῆς περιμέτρου βάρεσι, ἡ περιέχων τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς περιμέτρου· ἐπεὶ δὲ αὗται αἱ εὐθεῖαι ΑΖ, μΒ διήκουσιν ἀμφοτέραι διὰ τῆ αὐτῆ κέντρου τῆς βαρύτητος, κατ' αὐτὸ δὲ ἡ τέμνονται· ἀλλὰ τὸ, καθ' ὃ τέμνονται, σημειῶν

ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον τῆ κανονικῆ σχήματος (Γεωμ. 245). ἄρα κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς περιμέτρου ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον τῆ σχήματος. Ο. Ε. Δ.

434. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Κέντρον τῆς βαρύτητος ἐπιφανείας παντὸς κανονικῆ ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον τῆ κανονικῆ πολυγώνου.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆς ἐπιφανείας ἰσομερῶς βαρείας ὑποτιθεμένης, τὸ βάρος τῆτο ἔσαι τῇ ἐπιφανείᾳ ἀνάλογον· ἀλλὰ παντὸς πολυγώνου κανονικῆ ἴσα μέρη ἐπιφανείας κεῖται περὶ τὸ κέντρον· ἄρα καὶ ἴσα μέρη βαρύτητος· ἄρα τὸ κέντρον τῆ σχήματος ἔστι καὶ κέντρον τῆς αὐτῆς βαρύτητος. Ο. Ε. Δ.

435. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ κύκλος κανονικὸν ἔστι πολυγώνον, ἐξ ἀπειραριθμῶν πλευρῶν συγκροτούμενον (Γεωμ. 34. Τόμ. Α'). ἄρα καὶ αὐτὸ κέντρον βαρύτητος τῆς τε περιμέτρου καὶ τῆς ἐπιφανείας ἔσιν αὐτὸ τὸ κέντρον αὐτῆς.

436. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Κέντρον βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας παντὸς τριγώνου $ΑΒΔ$ (σχ. 26) ἔστι τὸ σημεῖον $Κ$, καὶ ὃ τέμνονται δύο εὐθεῖαι $ΕΔ$, $ΑΖ$, ἀγόμεναι ἐκ τῶν μέσων $Ε$, $Ζ$ δύο πλευρῶν πρὸς τὰς ὑπ' αὐτῶν ὑποτεταγμένας γωνίας.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπεὶ $ΒΖ = ΖΔ$ (ἐκ κατασκευῆς) καὶ πάντα τὰ τρίγωνα $ΑΒΔ$, $ΑΒΖ$ κτ. τὰ διὰ τῆς $ΑΖ$ ἐπὶ πάντων τῶν σχημάτων $Σο$ κτ. συνιστάμενα, εἰσὶν ὅμοια, ἡ $ΑΖ$ εὐθεῖα τεμεῖ διχα πάσας τὰς παραλλήλους $Σο$ κτ., ἐξ ὧν σίγκειται ἡ ἐπιφάνεια τῆς τριγώνου $ΑΒΔ$ · πάντα ἄρα τὰ σημεῖα τὰ μεταξὺ $Α$ καὶ $Ζ$ ἔσονται κέντρα βαρύτητος πασῶν τέτων τῶν παραλλήλων· μεταξὺ δὲ αὐτῶν ἔσαι ἐν κοινὸν κέντρον τῆς βαρύτητος αὐτῶν ἀπάντων· καὶ δὴ

κέντρον βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας τῷ σχήματος· ἐπὶ πᾶσι δὲ, ὑποτιθεμένων καὶ τῇ AB πλευρᾷ παραλλήλων, συλλογισμῷ ὁμοίῳ δειχθήσεται, ὅτι ἡ εὐθεῖα ED ἐστὶ καὶ αὐτὴ ζυγὸς κατασπώμενος τοῖς κέντροις τῆς βαρύτητος πασῶν τέτων τῶν παραλλήλων, περιέχων καὶ αὐτὸς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῷ σχήματος· ἀλλὰ τὸτο κοινὸν ὃν ἑκατέραις ταῖς AZ , ED εὐθείαις, ὃ δύναται ἄλλο εἶναι, ἢ τὸ κοινὴς αὐτῶν διατομῆς σημεῖον K · ἄρα κτ. **Ο. Ε. Δ.**

437. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἰν’ εὐρεθῇ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς τραπέζιου τῷ $ABΓΔ$ (χ. 27)· α. ἤχθω διαγώνιος ἡ $ΒΓ$ · β. ζητηθῆτω τὸ κέντρον π τριγώνου $ΒΓΔ$, καὶ τὸ $τ$ τῷ $ABΓ$ · γ. ἐπιζευχθείσης τῆς $πτ$ ζητηθῆτω μεταξὺ τέτων τῶν δύο σημείων (423) τὸ ο κοινὸν ἀμφοῖν τοῖν τριγώνοιιν κέντρον τῆς βαρύτητος.

438. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἰνα τείνουν εὐρεθῇ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐπιφανείας ἀκανονίσου παντὸς σχήματος τῷ $ABΓΔΕΖ$ (χ. 28), ἀχθείσων ἀπὸ μιᾶς γωνίας τῆς A πρὸς τὰς ἄλλας εὐθειῶν, εὐρεθῆτωσαν τὰ κέντρα τῆς βαρύτητος $ε, ι, ο, υ$ τῆς ἐπιφανείας ἐκάστου τριγώνου, καὶ δύο κέντρα προσεχῇ τὰ $ε, ι$ ἐπεζευκέντω ἡ $ει$, ἐφ’ ἧς ζητηθῆτω τὸ κοινὸν αὐτοῖς κέντρον τῆς βαρύτητος $τ$ · τεῖτι δὲ καὶ τὸ $ο$ ἐπεζευκέντω ἡ $το$, ἐφ’ ἧς ζητηθῆτω τὸ κοινὸν τοῖς τρισὶ προτέροις τριγώνοις κέντρον τῆς βαρύτητος $ψ$ · τὸ δὲ καὶ τὸ $υ$ ἐπεζευκέντω ἡ $υψ$, ἐφ’ ἧς εὐρεθῆτω τὸ $χ$ κέντρον τῆς βαρύτητος τὸ κοινὸν ἅπασιν τοῖς τριγώνοις, ταῦτέστι τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ὅλου τῷ σχήματος.

439. ΘΕΩΡΗΜΑ Ε΄. Τὸ μέρος $κζ$ (χ. 26), τὸ μεταξὺ τῆς $ΔΒ$ βάσεως καὶ τῷ κέντρῳ τῆς βαρύτητος τῆς ἐπιφανείας τῷ τριγώνῳ, $\frac{1}{3}$ ἐστὶ τῆς εὐθείας AZ .

ΔΕΙΞΙΣ. Ἀχθείσης γὰρ τῆς $ζχ$ παραλλήλως τῇ

AB, ἔσονται ὅμοια τὰ τρίγωνα BΔε, ζΔχ, ὡσαύτως ἔ
 τὰ AεΚ, Κζχ (Γεωμ. 220. Τόμ. Β'). ἔσιν ἄρα $\zeta\Delta =$
 $\frac{B\Delta}{2} : B\Delta :: \zeta\chi : B\epsilon$ ἄρα $\zeta\chi = \frac{B\epsilon}{2} = \frac{A\epsilon}{2}$ ἀλλὰ $\zeta\chi :$

$$A\epsilon :: Κζ : ΑΚ \cdot \text{ἀρα } Κζ = \frac{AK}{2} \cdot \text{ἐντεῦθεν ἄρα } Κζ = \frac{AZ}{3}.$$

Ο. Ε. Δ.

440. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὑρεῖν τὸ Θ κέντρον τῆς βα-
 ρύτητος τόξου παντὸς καμπύλης τῆ AM (α. 29).

ΛΤΣΙΣ. Νοηθῆτω τόξον ἀπειροσὸν τὸ Μμ, ἔ τεθή-
 τω ὡς ἄξων τῶν ῥοπῶν τῶν τῷ δοθέντος τόξου σημείων εὐ-
 θεία ἡ ΓΝ, παράλληλος ταῖς τεταγμέναις, ἔ αὐταῖς ἐξ
 ὑποθέσεως παραλλήλαις ὕσαις πρὸς ἀλλήλας· ἔ τὸ τῷ
 Γ ἀπὸ τῆς τῶν ἀποτετμημένων ἀρχῆς Α ἀπόστημα ἔσω
 = β· ἢ ἐν εὐθεσίᾳ τὸ τῷ Θ κέντρῳ τῆς βαρύτητος ἀπὸ
 τῷ ἄξονος ΓΝ ἀπόστημα ΘΖ, ἐκἀναγκῆς λαβεῖν τὸ ἄ-
 θροισμα τῶν κατὰ τὰ τόξα Μμ ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρὸς
 τὸν ΓΝ ὄξονα, ἔ τῷτο διελεῖν διὰ τῷ ἀθροίσματος τῶν
 Μμ τόξων, εἴτ' ἐν τῷ τόξῳ AM (427)· ἀλλὰ τῷ Μμ
 τόξῳ ἀπειροσῷ ὄντος, τὸ ἀπὸ τῷ κατ' αὐτὸ μέσου ν ἀπό-
 στημα τῆς ΓΝ, ἐκληπτέον ἐστὶν ἴσον τῇ MN· ἄρα Μμ
 x MN ἔσιν ἡ ῥοπή τῷδε τῷ τόξῳ (415)· ἀλλ' εἰὰν ῥη-
 θῶσιν ΑΠ = χ, ἔ ΠΜ = υ ἔσαι (Α'πειρ. 255) Μμ
 = $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$ ἔ MN = ΓΠ = β — χ· ἄρα (β
 — χ) · $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$ ἔσιν ἡ ῥοπή τῷ ἀπειροσῷ τόξῳ
 Μμ, ἔ ἐπομένως Ο(β — χ) · $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$ ἔστι τὸ ἄ-
 θροισμα πασῶν τῶν ῥοπῶν τῶν ἀπειροσῶν τόξων Μμ,
 ἐξ ὧν σύγκειται τὸ τόξον AM· ἄρα ΘΖ =
 $\frac{Ο(β - \chi) \cdot \sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}}{AM}$ · ὅπως δὲ τὸ τόξον AM,

ὅπερ ἐστὶ διαίρετης τῆς ποσότητος ταύτης, ἐκτιμηθεῖν αὖ,
ἀποδεδόνται ἡδὴ μέθοδοι (Α'πειρ. 253, 274). Οἱμοία
δὲ συλλογισμῷ ἐφόδῳ τὸ τῷ κέντρῳ τῆς βαρύτητος ἀπὸ
τῷ ἄξονος ΑΠ ἀπόστημα ΘΖ' = $\frac{0.υ\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}}{AM}$.

441. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Τύποι ὅτοι ὑπάρχεισι γενι-
κὸι εἰς διορισμὸν τῷ κέντρῳ τῆς βαρύτητος παντὸς τόξου
καμπύλης ἐξυπηρετῶντες.

442. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Ἐὰν τὸ τόξον, ὃ τὸ τῆς βα-
ρύτητος κέντρον θηρώμεθα, συγκένηται ἐκ δυοῖν μερῶν ἴ-
σων ἔξ ὁμοίων ΑΜ, ΑΜ' (χ. 30), τῷ μὲν ἔνθεν, τῷ δ'
ἐτέρῳθεν κειμένων τῷ τῶν ἀποτετμημένων ἄξονος, δῆλον
ὅτι τὸ τῆς βαρύτητος αὐτῷ κέντρον Θ ἔσται ἐπὶ τῆς εὐθείας
ΑΠ. Ζητεῖται τοίνυν μόνον εὑρεῖν αὐτῷ τὸ ἀπόστημα ἀπὸ
τῷ σημείῳ Γ· ἐπεὶ δὲ αἱ χορδαὶ τῶν δυοῖν τόξων Μμ, Μ'μ',
ἀναφερομένων πρὸς τὸν ἄξονα ΜΝ', εἰσὶν ἰσάλληλοι, τὸ
ἀπόστημα ΘΓ ἔσται ἴσον τῷ $\frac{2 \cdot 0 \cdot (\beta - \chi) \cdot \sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}}{MAM'}$.

443. ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ. Ἐς τὸ ΜΑΜ' τόξον κυ-
κλικόν· τοιγαρῶν $υ = \sqrt{(αχ - χχ)}$ (Τ'ψηλ. Γ. 12),
τῷ α τὴν διάμετρον ἐμφαίνοντος· ἔστι δὲ (Α'πειρ. 259)

$$\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)} = \frac{\frac{1}{2}αδχ}{\sqrt{(αχ - χχ)}} \cdot \text{ἄρα } 20(\beta - \chi)$$

$$\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)} = \frac{20 \cdot \frac{1}{2}α(\beta - \chi)\delta\chi}{\sqrt{(αχ - χχ)}} = 20(\beta - \chi)$$

$\delta\chi(αχ - χχ)^{-\frac{1}{2}}$. κείῳ δὲ, διὰ τὸ ἀπλύετον, κέν-
τρον τὸ σημεῖον Γ· ἔκῃν ΑΓ = β = $\frac{1}{2}α$ · ἄρα $20(\beta$

$$- \chi)\delta\chi(αχ - χχ)^{-\frac{1}{2}} = 20(\frac{1}{2}α - \chi)\delta\chi(αχ -$$

$\chi\chi)^{-\frac{1}{2}} = a\sqrt{(a\chi - \chi\chi)}$ (Α' πειρ. 237), ὃ μὴδὲν ἄτρεπτον ποσὸν προδεῖναι δεῖ· ἡ γὰρ, ὅντος $\chi = 0$, ἡ ἀμετάτρεπτος γίνεται ἑδὲν· ὥσπερ ἡ ἔχειν ἐπάναγκες, εἶγε τὸ τῶν ῥοπῶν ἄθροισμα τηρικῦτα ἐξεδεύεται.

$$\begin{aligned} & \text{Ἐστὶν ἄρα } 20 (\beta - \chi) \delta\chi \sqrt{(\delta\chi^2 + \delta u^2)} = \\ & a\sqrt{(a\chi - \chi\chi)}, \text{ ἡ ἐπομένως } \Gamma\Theta = \frac{a\sqrt{(a\chi - \chi\chi)}}{MAM'} \\ & = \frac{a \times 2 \sqrt{(a\chi - \chi\chi)}}{MAM'} = \frac{\Gamma A \times MM'}{MAM'}, \text{ ὅθεν προκύ-} \end{aligned}$$

πτει ἡ ἀναλογία $MAM' : MM' :: \Gamma A : \Gamma\Theta$ · ὃ ἐστὶ „τὸ
„τῷ κυκλικῷ κέντρῳ ἀπὸ τῷ κέντρῳ τῆς βαρύτητος παν-
„τὸς κυκλικῷ τόξῳ ἀπόστημα ἔστιν εὐθεῖα τατάρτη ἀνά-
„λογος τῇ μήκει τῷ τόξῳ, ἡ τῆς αὐτῆς χορδῆς, ἡ τῆς
„ἀκτίνος.“

444. ΣΧΟΛΙΟΝ. Δυνατὸν ἐφαρμόσαι τὰς τύπας
τέτῃς ἀπάσῃ καμπύλῃ.

445. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὐρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύ-
τητος ἐπιφανείας τῆς ΑΠΜ, τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῆς
καμπύλης ΑΜ ἡ τῶν εὐθειῶν ΑΠ, ΠΜ (βλ. 31).

ΛΥΣΙΣ. Ὅποτεθείω τὸ ζητούμενον κέντρον εἶναι
τὸ Θ· δεῖ τοίνυν, πρὸς εὐρεσιν τῷ ἀποσήματος ΘΞ,
λαβεῖν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν τραπεζιδίων ΜΠμπ,
ἀναφερομένων πρὸς ἄξονα τῶν ῥοπῶν τὸν ΓΝ, ἡ διελεῖν
διὰ τῷ ἄθροίσματος τῶν δε τῶν τραπεζιδίων, εἴτ' ἔν διὰ
τῷ χωρίῳ ΑΠΜ (427)· ἀλλὰ τὸ ἡ κέντρον τῆς βαρύ-
τητος τῷ τραπεζιδίῳ κεῖται κατὰ τὸ μέσον τῆς εὐθείας νη
τῆς ἴσον ἀπεχέσης τῆς τε ΜΠ, ἡ τῆς μπ· τῷτο δὲ τὸ
μέσον ἡ ἐκλαβεῖν ἔχομεν ὡς μέσον τῆς ΜΠ διὰ τὸ ἀπει-
ροσὸν ὕψος Ππ· ἔστιν ἄρα τὸ ἀπόστημα ιλ = ΓΠ· ἡκὺν

ἢ τῷ ΠπΜ ῥοπή, ἀναφερομένη πρὸς τὴν ΝΓ, ἔστι ΠπΠ
 × ΓΠ, τῷτ' ἔστιν υδχ (β—χ), καλυμένων αἰεί, τῆς μὲν
 ΓΑ, β, τῆς δὲ ΑΠ, χ· τὸ ἄρα ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν
 ἔστι Ο (β—χ) υδχ, ἢ ἐπομένως τὸ ἀπόσημα ΘΞ ἔστι

$$\frac{Ο (β—χ) υδχ}{ΑΠΜ}.$$
 εὐρεθήσεται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον τὸ

$$\text{ἀπόσημα } ΘΞ' = \frac{Ο \cdot \frac{1}{2} υ^2 δχ}{ΑΠΜ}. Ο. Ε. Π.$$

446. ΣΧΟΛΙΟΝ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον εὐρεθή-
 σεται ἐν γένει τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὶς ἐπιπέδου
 χωρίου, ἀναλυομένου ἀμέλει εἰς ἀπειροσὰ τραπεζῖδια.

447. ΤΗΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Κεῖνω εὐρεῖν τὸ κέντρον
 τῆς βαρύτητος τριγώνου τῷ ΑΝΝ' (α. 32)· εἰλήφθωσαν
 ἐν ἡ βάσις ΝΝ' ἢ τὸ ὕψος ΑΓ ὡς ἄξονες τῶν ῥοπῶν· ἢ
 ῥηθῇτωσαν ΑΠ = χ, ἢ ΜΜ' = υ, ἢ ΑΓ = β· ἔκυν
 ἔστι ΜΜ'μ'μ = υδχ· ἢ δὲ ῥοπή τῷδε τῷ τραπεζιδίῳ ἀ-
 ναφερομένη πρὸς τὴν ΝΓ ἔστι (β—χ) υδχ· ὡς εἶναι
 τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ὡς πρὸς τὴν βάσιν $\frac{Ο (β—χ) υδχ}{ΑΜΜ'}$.

ἔκυν κληθείσης γ τῆς βάσεως ἔστιν ΑΓ : ΑΠ :: ΝΝ' :

$$ΜΜ', \text{ ὅ ἔστι } β : χ :: γ : υ = \frac{γχ}{β} \cdot \text{ἄρα } Ο (β—χ) υδχ$$

$$\text{γίνεται } Ο (β—χ) \frac{γχδχ}{β}, \text{ ἢ } Ο \frac{γ}{β} (βχδχ—χ^2δχ)$$

$$= \frac{γ}{β} \left(\frac{βχ^2}{2} - \frac{χ^3}{3} \right) (\text{Α' περ. 229}) = \frac{γχ^3}{6β} (3β—2χ) \cdot$$

$$\text{ἀλλ' ἡ ἐπιφάνεια } ΑΜΜ' \text{ ἔστιν } = \frac{ΜΜ' \times ΑΠ}{2} = \frac{γχ^2}{2β}.$$

ἔρα τὸ ἀπόσημα τῷ τῆς βαρύτητος κέντρου ἔστι

$$\frac{\frac{\gamma\chi^2}{\sigma\beta} (3\beta - 2\chi)}{\frac{\gamma\chi^2}{2\beta}} = \frac{1}{2} (3\beta - 2\chi), \text{ ὅπερ, ὄντος } \chi$$

$= \beta$, γίνεται $\frac{1}{2}\beta$. ἄρα $\Theta\Xi = \frac{1}{2}\beta$. ἀλλ' εἰν ἀχθῆ ἢ εὐθεία $\Lambda\Theta\Lambda$, ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων $\Lambda\Gamma\Lambda$, $\Theta\Xi\Lambda$ προκύψει $\Lambda\Theta : \Lambda\Lambda :: \Theta\Xi : \Lambda\Gamma :: \frac{1}{2}\beta : \beta :: 1 : 3$. ἄρα $\Lambda\Theta = \frac{1}{3}\Lambda\Lambda$, ὅπερ ἀκριβῶς συναῖδει τοῖς ἀρτίως προαποδεδειγμένοις (439).

448. ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Τ' ποτεθεῖω ἡ $\Lambda\Pi\text{M}$ ἐπιφάνεια ἀπόμοιρα κύκλου, ἡ διάμετρος α , ἡ κέντρον αὐτοῦ K . ὅθεν $\beta = \frac{1}{2}\alpha$. ἔστι δὲ $\nu = \sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}$ (ΤΨ. Γ. 12). ἄρα $0 \cdot (\beta - \chi)\nu\delta\chi = 0 \cdot (\frac{1}{2}\alpha - \chi)\delta\chi \sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)} = 0 \cdot (\frac{1}{2}\alpha - \chi)\delta\chi (\alpha\chi - \chi\chi)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\alpha\chi - \chi\chi)^{\frac{3}{2}}$ (Α' πειρ. 237), ὥστιν εἰδέν ὅλως προδεῖναι δεῖ ἂν τρεπτον, εἴγε γίνεται τὸ ἀτρεπτον μηδέν, ὄντος $\chi = 0$.

ἄρα $\Theta\Xi = \frac{\frac{1}{2}(\alpha\chi - \chi\chi)^{\frac{3}{2}}}{\Lambda\Pi\text{M}} = \frac{\frac{1}{2}(\Pi\text{M})^3}{\Lambda\Pi\text{M}}$. ζητούμεν δὲ τῷ ἀποσύματος $\Theta\Xi$, ἐπεὶ περ $\nu = \sqrt{(\alpha\chi - \chi\chi)}$, ἡ δύναμις αὐτῆς $\frac{0 \cdot \frac{1}{2}\nu^2\delta\chi}{\Lambda\Pi\text{M}}$ (445) εἶναι $\Theta\Xi =$

$\frac{0 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha\chi - \chi\chi)\delta\chi}{\Lambda\Pi\text{M}}$. ἀλλαμὴν $\frac{1}{2}(\alpha\chi - \chi\chi)\delta\chi =$

$0 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha\chi\delta\chi - \chi^2\delta\chi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha\chi^2}{2} - \frac{\chi^3}{3} \right)$ (Α' πειρ. 229)

$= \frac{1}{12}\chi^2(3\alpha - 2\chi)$. ἄρα $\Theta\Xi = \frac{\frac{1}{12}\chi^2(3\alpha - 2\chi)}{\Lambda\Pi\text{M}}$.

Ὅταν δὲ λόγος γίνηται περὶ τῷ ὅλῳ τμήματος, εἴπερ δῆλον τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Θ κείσθαι (χ. 30)

ἐπὶ τῆς ἀκτίνος ΓΑ, ἥτις εἰς δύο ἰσάλληλα μέρη τὸ τόξον τέμνει, ἢ ἀπέχειν τῆς ΝΝ', ὅσον καὶ ἑκάτερον τῶν δυοῖν κέντρων τῆς βαρύτητος ἑκατέρω τῶν δυοῖν τμημάτων

$$\Lambda\Pi\text{Μ}, \Lambda\Pi\text{Μ}, \text{ἐντεῦθεν ἔσσι ΓΘ} = \frac{\frac{1}{2}\Pi\text{Μ}^2}{\Lambda\Pi\text{Μ}} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \Pi\text{Μ}^2}{\Lambda\Pi\text{Μ}} = \frac{\frac{1}{2}\text{ΜΜ}'^2}{\Lambda\Pi\text{Μ}} = \frac{\frac{1}{2}(\text{ΜΜ}')^2}{2\Lambda\Pi\text{Μ}} = \frac{\frac{1}{2}(\text{ΜΜ}')^2}{\Lambda\text{ΜΜ}'\text{Α}},$$

ὅ ἐστι, τὸ τῷ κυκλικῷ κέντρῳ ἀπὸ τῆς βαρύτητος ἐπιφανείας παντὸς κυκλικῷ τμήματος ἀπόστημα ἔστιν ἴσον, τῷ δωδεκάτῳ μέρει τῆς ἀπὸ τῆς χορδῆς κύβου, διαιρεθέντι διὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς τῷ τμήματος.

449. ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Γ'. Κεῖθω εὑρεῖν τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον τῷ κυκλικῷ τομέως ΚΜΑΜ' (σχ. 33), δηλὸν ἢν, ὅτι τὸ Θ κέντρον τῆς βαρύτητος τῷ τμήματος ΜΑΜ', ἢ τὸ τῷ τομέως εἴτ' ἢν τὸ Θ', ἢ τὸ Θ'' τὸ τῷ τριγώνῳ, πάντα κεῖται ἐπὶ τῆς ἀκτίνος ΚΑ· ἢ δὴ ἢ τῷ τομέως ῥοπή ἐξισῶσαι ὀφείλει τῇ τῷ τμήματος συνάμα τῇ τῷ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ΚΜΑΜ' × ΚΘ' = ΜΑΜ' × ΚΘ + ΚΜΜ' × ΚΘ''. ἀλλαγὴν εὑρηται ΚΘ = $\frac{\frac{1}{2}\Pi\text{Μ}^2}{\Lambda\Pi\text{Μ}}$, ὃ μεταβαλεῖν ἔχει εἰς $\frac{\frac{1}{2}\Pi\text{Μ}^2}{2\Lambda\Pi\text{Μ}} = \frac{\frac{1}{2}\Pi\text{Μ}^2}{\text{ΜΑΜ}'}$.

ἄρα ΚΘ × ΜΑΜ' = $\frac{1}{2}\Pi\text{Μ}^2$ · εἶδομεν δὲ παρὰ ταῦτα, ὅτι ΚΜΜ' = ΠΜ × ΚΠ, ἢ (439) ΚΘ'' = $\frac{1}{2}\text{ΚΠ}$, ὡς ὑπάρχειν ΚΜΜ' × ΚΘ'' = $\frac{1}{2}\Pi\text{Μ} \times \text{ΚΠ}$ · ἀντικαταστάσει ἄρα τούτων τῶν δυνάμεων, εὑρίσκεται ΚΜΑΜ' × ΚΘ = $\frac{1}{2}\Pi\text{Μ}^2 + \frac{1}{2}\Pi\text{Μ} \times \text{ΚΠ} = \frac{1}{2}\Pi\text{Μ} [(\Pi\text{Μ})^2 + (\text{ΚΠ})^2] = \frac{1}{2}\Pi\text{Μ} \times (\text{ΚΜ})^2$, διὰ τὸ ὀρθογώνιον τριγώνον ΚΠΜ· ἄρα ΚΘ' = $\frac{\frac{1}{2}\Pi\text{Μ} \times (\text{ΚΜ})^2}{\text{ΚΜΑΜ}'}$ · ἀλλ' ἢ

τῆ τομέως ἐπιφάνεια ἔσιν ἴση τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆ τόξε

MAM' ἢ τῆ $\frac{KM}{2}$ (Γεωμ. 299. Τομ. Β')· ἄρα $KΘ' =$

$\frac{2}{3} PM \times (KM)^2$

$$\frac{MAM' \times KM}{2} = \frac{\frac{2}{3} PM \times KM}{MAM'} = \frac{\frac{2}{3} MM' \times KA}{MAM'},$$

τούτ' ἔσιν „τὸ τῆ κυκλικῆ κέντρου ἀπὸ τῆ τῆς βαρύτητος
„παντὸς κυκλικῆ τομέως ἀπόστημα ἔσιν εὐθεῖα τετάρτη
„ἀνάλογος τῆ τόξε, καὶ τῆς ἀκτίνος, καὶ δυοῖν τῆς
„χορδῆς τριτημορίων.“

450. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τοῖς τύποις τέτοις δυνάμεθα
χρησασθαι ἐπὶ πάσης καμπύλης, φέρεῖ εἰπεῖν, τῆς παρα-
βολῆς, κτλ.

451. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὐρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύ-
τητος τῶν ἀπογεννωμένων ἐκ περιαγωγῆς καμπύλων
γραμμῶν (χ. 34.).

ΛΥΣΙΣ. Ἐπεὶ ἐκάστη στοιχειώδης ζώνη, ὡς κύκλος
ἐκλαμβανομένη, τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἔχει ἐπὶ τῆ ἐ-
αυτῆς κυκλικῆ κέντρου (435)· κεῖται ἄρα ἐπὶ τῆ τῆς περι-
αγωγῆς ἄξονος ΓA · ἔσω τοῖσιν τυτὶ τὸ κέντρον τὸ Π ·

ἀλλὰ τύπος τῆς στοιχειώδους ζώνης ἔστι (Α' πειρ. 258) $\frac{\pi}{\eta}$ ἢ

$\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$, ἡ: π ἐμφαινόντων τὸν τῆς ἀκτίνος πρὸς
τὴν περιφέρειαν λόγον· ἄρα (καλυμένῃ ἀεὶ β τῆ $A\Gamma$ ἀ-
ποσήματος τῆς τῶν ἀποτετμημένων ἀρχῆς ἀπὸ τῆ NN'

ἄξονος τῶν ῥοπῶν) $\frac{\pi}{\eta} (\beta - \chi) \sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\upsilon^2)}$ ἔσται

ῥοπή ταύτης τῆς ζώνης· ὥστε τὸ τῆ Θ κέντρον τῆς βαρύ-
τητος τῆς ἐπιφανείας ἀπὸ τῆ Γ ἀπόστημα $\Theta\Gamma$, ῥηθείσης

Σ τῆς ἐπιφανείας ταύτης, εἶναι $\frac{0 \frac{\pi}{\eta} (\beta - \chi) \sqrt{\delta\chi^2}}{\Sigma} + \delta\epsilon^2$.

452. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Κεῖθω εὑρεῖν τὸ τῆς βαρύτερος κέντρον τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τῆς ὀρθῆς κώνου ΑΝΝ' (χ. 35). τῆς ἑν ΑΠ ἕσσης χ, ἢ τῆς ΠΜ, υ, ἢ τῆς ἴψους ΑΓ, β, ἢ τῆς κατὰ τὴν βάσιν ἀκτίνος ΓΝ, α, ἢ τῆς πλευρᾶς ΑΝ, ε, ἐκ μὲν τῶν ὁμοίων τριγώνων ΑΓΝ, Μρμ προκύψει ΑΓ : ΑΝ :: Μρ : Μμ, τετ' ἔσι

β : ε :: δχ : $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\epsilon^2)} = \frac{\epsilon\delta\chi}{\beta}$: ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΑΓΝ, ΑΠΜ προελεύσεται ΑΓ : ΓΝ :: ΑΠ :

ΠΜ, τετ' ἔσι β : α :: χ : υ = $\frac{\alpha\chi}{\beta}$. ἄρα ο $\frac{\pi}{\eta} (\beta - \chi)$

$\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta\epsilon^2)}$ γίνεται ο $\frac{\pi}{\eta} \times (\beta - \chi) \times \frac{\alpha\chi}{\beta} \times \frac{\epsilon\delta\chi}{\beta}$

= ο $\frac{\pi\alpha\epsilon}{\eta\beta^2} (\beta\chi\delta\chi - \chi^2\delta\chi) = \frac{\pi\alpha\epsilon}{\eta\beta^2} \times (\frac{\beta\chi^2}{2} - \frac{\chi^3}{3})$

= $\frac{\pi\alpha\epsilon\chi^2}{6\eta\beta^2} \times (3\beta - 2\chi)$. ἀλλ' ἡ ἐπιφάνεια τῆς μέρους

ΑΜ'ΛΜΑ = Σ ἔσι (Γεωμ. 442. Τόμ. Α') = $\frac{\Lambda\Lambda'}{2} \times$

κυκλ. ΠΜ, ἔσι δὲ ΑΓ : ΑΠ :: ΑΝ : ΑΜ = $\frac{\Lambda\Lambda' \cdot \Lambda\Lambda'}{\Lambda\Gamma}$.

ἄρα Σ = $\frac{\Lambda\Lambda' \times \Lambda\Lambda'}{2\Lambda\Gamma} \times \text{κυκλ. ΠΜ} = \frac{\pi}{\eta} \times \frac{\alpha\epsilon}{2\beta\beta} \chi\chi$.

ἄρα τὸ τῆς κέντρου τῆς βαρύτερος τῆς ἐπιφανείας ΑΜ'ΛΜΑ

$$\text{ἀπὸ τῶ σημείου Γ ἀπόστημα ἔστιν} \frac{\frac{\pi a \chi^2}{6\eta\beta^2} (3\beta - 2\chi)}{\frac{\pi a}{2\eta\beta^2} \chi^2} =$$

$\frac{1}{2}(3\beta - 2\chi) = \beta - \frac{1}{2}\chi$. ἄρα, ὅντος $\chi = \beta$, ἡ ΑΠ $=$ ΑΓ, τὸ τῷ κέντρῳ τῆς βαρύτητος τῆς ὅλης κωνικῆς ἐπιφανείας ἀπόστημα ΘΓ ἔσται $= \beta - \frac{1}{2}\beta = \frac{1}{2}\beta$, τῷτ' ἔστι, τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ταύτῃν ἔσται τῷ τῆς ἐπιφανείας τῷ τριγώνῳ ANN'.

453. ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Κελεύω εὑρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας (χ. 36). ἔξο-
μεν τοιγαρῶν $u = \sqrt{(ax - \chi\chi)}$, τῷ a τὴν διάμετρον
ἰσοδυνάμους· ἢ $\sqrt{(\delta\chi^2 + \delta u^2)} = \frac{\frac{1}{2}a\delta\chi}{\sqrt{(ax - \chi\chi)}}$. ἄρα

$$0 \cdot \frac{\pi}{\eta} (\beta - \chi) u \sqrt{(\delta\chi^2 + \delta u^2)} = 0 \cdot \frac{\pi}{\eta} (\beta - \chi) \times \frac{1}{2}a\delta\chi \cdot$$

τιθεμένοις ἔν τῷ Κ κέντρῳ, ὅθεν γίνεται $\beta =$
 $\frac{1}{2}a$, ἔσται $0 \cdot \frac{\pi}{\eta} (\beta - \chi) \times \frac{1}{2}a\delta\chi = 0 \cdot \frac{\pi a}{2\eta} (\frac{1}{2}a\delta\chi -$

$$\chi\delta\chi) = \frac{\pi a}{2\eta} (\frac{1}{2}a\chi - \frac{1}{2}\chi\chi) = \frac{\pi a\chi}{2\eta} (\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\chi).$$

ἢ Σ ἐπιφάνεια τῷ σφαιρικῷ τμήματος ΑΜΛΜ'Α ἔστιν $=$
 $\frac{\pi a\chi}{2\eta}$ (Α' περ. 259). ἔστιν ἄρα τὸ τῷ κέντρῳ Κ ἀπὸ τῷ Θ

$$\text{κέντρῳ τῆς βαρύτητος ἀπόστημα ΚΘ} = \frac{\frac{\pi a\chi}{2\eta} (\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\chi)}{\frac{\pi a\chi}{2\eta}}$$

$\Xi \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{2} \chi = \kappa \alpha - \frac{1}{2} \Lambda \Pi$, τῷτ' ἐστὶ τὸ κέντρον Θ ἐστὶ κατὰ τὸ μέσον Θ τῷ κατὰ τὸδε τὸ τμήμα ὕψους $\Lambda \Pi$.
 ἐντεῦθεν ἐπαγαγεῖν ἐγγένει δυνάμεθα, ἡ ἀπάσης σφαιρι-
 ἡ καὶ ζώνης ἀπολαμβανομένης ὑπὸ δυοῖν παραλλήλων ἐ-
 ἡ πιπέδων τῆς ἐπιφανείας τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ἐστὶ
 ἡ κατὰ τὸ μέσον τῷ τῆς ζώνης ὕψους. "

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος τῶν σφερῶν.

454. ΘΕΩΡΗΜΑ. Κέντρον βαρύτητος παντὸς πρί-
 σματος ἢ κυλίνδρου ἐστὶ τὸ μέσον τῆς εὐθείας τῆς ἐπιζευ-
 γνύσης τὰ κέντρα τῆς βαρύτητος τῶν βάσεων τῆς τε ὕ-
 περθεν ἢ τῆς ἐνερθεν.

ΔΕΙΞΙΣ. Πᾶν πρίσμα, ἢ κύλινδρος ἅπας, ἐπινοη-
 θῆναι δύναται συγκείμενος ἐξ ἀπειραριθμῶν εἰσάδων ἰσο-
 βαρῶν, παραλλήλων, ἢ ἴσων ταῖς βάσεσι τῇ ὕπερθεν ἢ
 τῇ ἐνερθεν· εὐθεῖα δὲ ἀγομένη ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βαρύ-
 τητος τῆς ὕπερθεν βάσεως ἐπὶ τὸ τῆς ἐνερθεν, προδήλως
 διήξει διὰ πάντων τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος τῶν παρ-
 αλλήλων εἰσάδων· ἔσται ἔν αὐτῇ ζυγὸς ἰσομερῶς κατα-
 στώμενος δι' ὅλη αὐτῇ τῇ μήκει, ἢ τὸ μέσον ἔσται ἐπομένως
 κέντρον τῆς βαρύτητος τοῦ πρίσματος, ἢ τοῦ κυλίνδρου. Ο.Ε.Δ.

455. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος
 ἀπάσης πυραμίδος τριγωνικῆς τῆς $\Lambda \text{ΒΓΔ}$ (χ. 37) κεῖ-
 ται ἐν τῷ ἰ κέρατι τῷ δι τεταρτημορίου τῷ $\delta \Lambda$ ἀποσέ-
 ματος τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος δ τῆς ΒΓΔ βάσεως ἀπὸ
 τῆς κορυφῆς Λ .

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπιτενδείθω ἡ πυραμὶς συγχειμένη ἐξ ἀπειραριθμῶν τριγωνικῶν σιβάδων, παραλλήλων τῇ ΒΓΔ βάσει, μεινμένων κατὰ πρόοδον ἀριθμητικὴν μέχρι τῆς κορυφῆς Α (Γεωμ. 420. Τόμ. Β'). σαφές δὲ, ὡς πάντων τέτων ὁμοίων ὄντων, ἔομοίως κειμένων, ἡ εὐθεῖα ΔΑ ἢ διὰ τῶ δ κέντρου τῆς βαρύτητος τῆς βάσεως διήκασα, διήξει ἔτι διὰ τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος παύων τέτων τῶν σιβάδων, ἔτι δὲ ἔτι διὰ τῶ κέντρου τῆς βαρύτητος ὅλης τῆς πυραμίδος.

Ἐπιτενδείθω αὖθις ἡ πυραμὶς συγχειμένη ἐξ ἀπειραριθμῶν σιβάδων τριγωνικῶν παραλλήλων τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ, μεινμένων ἐς γε τὸ Γ· εἰάν ἔν ἐκ τῶ τῆς βαρύτητος τῆ ΑΒΔ τριγώνου κέντρου τ μέχρι τῆ Γ εὐθεῖα ἀχθῇ ἢ τΓ, διήξει διὰ τῶ ἰδιαιτέρου κέντρου τῆς βαρύτητος παύων τῶν παραλλήλων τῷ ΑΒΔ σιβάδων, εἴτ' ἔν διὰ τῶ κέντρου αὐτῆς τῆς πυραμίδος· ὁῦλον ἔν ὡς τὸ σημεῖον, καὶ ὁ τέμνεται αἱ εὐθεῖαι Αδ, ΙΓ, ἔστι τὸ κέντρον αὐτῆς τῆς πυραμίδος· φημι δὲ ὡς ἔστι δι = $\frac{1}{3}$ τῆς ΔΑ· ἡχθωσιν γὰρ ἐκ τῶ μέσου σημείου Θ τῆς ΒΔ πλευρᾶς αἱ ΘΑ,

$$\Theta\delta\Gamma \cdot \text{ἐκὲν ἔστι} \Theta\delta = \frac{\Theta\Gamma}{3} \quad (439) \cdot \text{ἄρα, ἐπεὶ ἔτι} \Theta\delta :$$

Θτ :: ΘΓ : ΘΑ (Συμβ. Λογ. 234. Τόμ. Α'), ἔτι ἡ Θ γωνία, κοινὴ, τὰ Θδτ, ΘΓΑ τρίγωνα εἰσὶν ὅμοια (Γεωμ. 337. Τόμ. Β')· ἐπεὶ ἔν ἡ τ γωνία, ἡ ὑπὸ τῆς τδ συνισαμένη, ἔστι ἴση τῇ Α γωνίᾳ, ἡ εὐθεῖα τδ ἔστι παράλληλος τῇ ΑΓ (Γεωμ. 137. Τόμ. Β') ἄρα τὸ δτ τρίγωνον ὅμοιον ἔστι τῷ ΙΑΓ (Γεωμ. 220. Τόμ. Β')· ἐκὲν ἔν τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις Θδτ, ΘΓΑ ἔστι δτ : ΓΑ ::

$$\Theta\delta : \Theta\Gamma \cdot \text{ἀλλὰ} \Theta\delta = \frac{\Theta\Gamma}{3}, \text{ ὡς ἤδη εἶδομεν} \cdot \text{ἄρα} \delta\tau =$$

$\frac{\Gamma\Lambda}{3}$ · ἐν δὲ τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις διτ, $\iota\alpha\Gamma$ ἔσι δι: $\iota\alpha$::

δι: $\Gamma\Lambda$ · ἔκυν δι = $\frac{\iota\alpha}{3}$ · ἄρα δι = $\frac{\delta\alpha}{4}$. Ο. Ε. Δ.

456. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὐρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν ἐκ περιαγωγῆς ἐπιφανείας ἀπογεννωμέων σφαιρῶν.

ΛΤΣΙΣ. Νοηθῆτω πᾶν τοιοῦτο σφαιρὸν (σχ. 34) συγκείμενον ἐξ ἀπειροσῶν ἑ παραλλήλων σιβάδων · ἐκάστης ἔν τῶν γενικὸς τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ τύπος ὁ $\frac{\pi\nu^2}{2\eta}$ (Α' πειρ.

293), ἡ ἐκάστης σιβάδος ὁ $\delta\chi \frac{\pi\nu^2}{2\eta}$ · τῆς δὲ ῥοπῆς ἐκά-

στης τῶν ἀναφερομένης πρὸς ἐπίπεδον παράλληλον ταῖς σιβάσι, ἡ ἀπέχον τῆς κορυφῆς Α ἀπόσηματι = β, ἔσι

$\frac{\pi\nu^2}{2\eta} (\beta - \chi) \delta\chi$ · καλυμένης ἔν Σ τῆς ὅλης σφαιρότητος

τῇ προκειμένῃ σφαιρῇ, τὸ τῇ κέντρῳ τῆς βαρύτητος ἀπὸ τῇ εἰρημένῃ παραλλήλῃ ἐπιπέδῳ ἀπόσημα δηλώσει ἐν

$$O \frac{\pi\nu^2 (\beta - \chi) \delta\chi}{2\eta}$$

γίνει ὁ τύπος $\frac{\pi\nu^2 (\beta - \chi) \delta\chi}{2\eta}$ (425).

457. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Κεῖθω εὐρεῖν τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον κῶνα κολῆρε ὀρθῇ (σχ. 38) · ἔσω μ ἡ ἀκτὶς ΒΔ τῆς μείζονος βάσεως, ἡ ν ἀκτὶς ΑΓ τῆς ἐλάσσονος · εἰν ἔν ἐκινῶθῃ ἡ ΑΞ παράλληλος τῷ ὑψει ΓΔ συναντῶσα κατὰ τὸ Ο τῇ ἀκτίνι ΠΜ τῆς σιβάδος ΜΑΜ' ἔση ἐπὶ τῇ ἐπιπέδῳ τῇ τραπεζίῳ ΑΓΔΒ, ἔσαι ΑΞ, ἡ ΓΔ: ΒΞ :: ΑΟ, ἡ ΓΠ: ΜΟ, τῆτ' ἔσι, κληθεῖσῶν τῆς

μὲν ΓΔ, υ, τῆς δὲ ΓΠ, χ, τῆς δὲ ΠΜ, υ, υ:μ—ν

$$\therefore \chi : \nu - \nu \cdot \text{ἄρα } \chi = \frac{\nu}{\mu - \nu} \cdot (\nu - \nu), \text{ ἢ } \delta\chi = \frac{\nu \delta\nu}{\mu - \nu}$$

$$\text{ἄλλ' ἔσιν ἐνταῦθα } \beta = \nu \cdot \text{ ἄρα } \beta - \chi = \nu - \frac{\nu}{\mu - \nu} (\nu - \nu)$$

$$= \frac{\nu}{\mu - \nu} (\mu - \nu) \cdot \text{ ἄρα } \frac{\pi \nu^2 (\beta - \chi) \delta\chi}{2\eta} =$$

$$\frac{\pi \nu^2}{2\eta (\mu - \nu)^2} \cdot \nu^2 (\mu - \nu) \delta\nu = \frac{\pi \nu^4}{2\eta (\mu - \nu)^2} \left(\frac{\mu \nu^3}{3} - \frac{\nu^4}{4} \right)$$

$$+ \Gamma = \frac{\pi \nu^4}{24\eta (\mu - \nu)^2} (4\mu \nu^3 - 3\nu^4) + \Gamma.$$

Εἰς δὲ διορισμὸν τῆς ἀμετατρέπτου ποσότητος Γ, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ ὁλόκληρον, εἴτ' ἔν τῷ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν, ἐξυδενῶσαι ὀφείλει πρὸς τῷ σημείῳ Γ, τὰτ'

$$\text{ἔσιν, ὅταν } \eta \nu = \nu \cdot \text{ ἔσιν ἄρα } \frac{\pi \nu^4}{24\eta (\mu - \nu)^2} (4\mu \nu^3 - 3$$

$$\nu^4) + \Gamma = 0 \text{ εἴτ' ἔν } \Gamma = \frac{-\pi \nu^4}{24\eta (\mu - \nu)^2} (4\mu \nu^3 - 3$$

$\nu^4)$ · ἄρα τὸ τῶν ῥοπῶν ἄθροισμα, ἐκ τῷ Γ μέχρι παντὸς

σημεῖο τῷ Π, ἔσι $\frac{\pi \nu^4}{24\eta (\mu - \nu)^2} \cdot (4\mu \nu^3 - 3\nu^4 - 4\mu$

$\nu^3 + 3\nu^4)$, ἢ ἐπομένως ἐκ τῷ Γ μέχρι τῷ Δ, ἔσι

$$\frac{\pi \nu^4}{24\eta (\mu - \nu)^2} (4\mu^4 - 3\mu^4 - 4\mu \nu^3 + 3\nu^4), \text{ εἴτ' ἔν}$$

$$\frac{\pi \nu^4}{24\eta (\mu - \nu)^2} (\mu^4 - 4\mu \nu^3 + 3\nu^4), \text{ εἴτ' ἔν } \frac{\pi \nu^4}{24\eta} (\mu^2$$

$+ 2\mu \nu + 3\nu^2)$ · ὅθεν ἔν ἄλλο λοιπὸν, ἢ διελεῖν ταύτην τὴν ποσότητα διὰ τῆς τῷ κολύρου κῶνυ σερεότητος, ὅπερ ῥαδίως ἐκπεραίνεται.

458. ΥΠΟΔΕΓΜΑ Β'. Κείθω εὐρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος σφαιρικῆς τμήματος· τῆς τούτου διαμέτρου ἕσσης α , ἢ τῆς ἀποτετμημένης $ΑΠ = \chi$ (χ. 39), ἢ τῆς τεταγμένης $ΠΜ = \nu$, ἔσιν $\nu\nu = \alpha\chi - \chi\chi$ · τοιγαρὲν τὸ ἄθροισμα τῶν κατὰ τὰς στοιχειώδεις σιθάδας τῆς τμήματος $ΑΜΑΜ'Α$ ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρὸς ἄξονα τὸν

NN' , ἔσσι $\frac{\pi}{2\eta} (\beta - \chi) (\alpha\chi - \chi\chi) \delta\chi$ · ἄρα, ὡς

πρὸς τὸ κέντρον, ἢ $\beta = \frac{1}{2} \alpha$, ἔσσι $\frac{\pi}{2\eta} \circ (\frac{1}{2} \alpha - \chi) (\alpha$

$\chi - \chi\chi) \delta\chi = \frac{\pi}{2\eta} \circ (\frac{1}{2} \alpha\alpha\chi - \frac{1}{2} \alpha\chi\chi + \chi^3) \delta\chi =$

$\frac{\pi}{2\eta} (\frac{1}{2} \alpha\alpha\chi^2 - \frac{1}{2} \alpha\chi^3 + \frac{1}{2} \chi^4)$, ὅπερ ἀναχθῆναι δύναται

εἰς $\frac{\pi}{8\eta} \chi^2 (\alpha - \chi)^2$ · ἀλλαμὴν $\frac{\pi}{8\eta} \chi^2$ ἐμφαίνει ἐπιφά-

νειαν κύκλου, ἢ διάμετρος τὸ τῆς τμήματος ὕψος $ΑΠ$ · ἄρα $ΚΠ$ · χ κυκλ. $ΑΠ$ ἔστιν ἡ ῥοπή τῆς τῆς τμήματος, ἀναφερομένη πρὸς τὸ κέντρον $Κ$ · ταύτης ἔν διαιρεμένης διὰ τῆς σφαιρότητος τῆς τμήματος, ἥτις εὐχερῶς πορίζεται (*), εὐρεθήσεται τὸ τῆς κέντρου τῆς βαρύτητος τῆς σφαιρικῆς τμήματος ἀπὸ τῆς $Κ$ σφαιρικῆς κέντρου ἀπόστημα.

459. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἄλλως ἔχει τὰ εἰρημένα πρὸς διήρευσιν τῆς τῆς βαρύτητος κέντρου παντὸς σφαιρῆ· ἄλλως

(*) Εἴς γὰρ εὐρεῖν τὸν σφαιρικὸν τομέα κατὰ τὰ εἰρημένα (Γεωμ. 464. Τόμ. Β'), ἀσπύτως ἢ τὸν κῶνον (Γεωμ. 459). ὅς, μέρος ὢν τῆς σφαιρικῆς τομέως, βάσιν ἔχει τὸν κύκλον τὸν ἀποκερατῶντα τὸ σφαιρικὸν τμήμα· εἰς ἂν ὁ $Κ$ κῶνος τῆς τομέως ἀφαιρεθῇ, κατὰλοιπον ἔσται τὸ σφαιρικὸν τμήμα.

τε, ἐπεὶ πᾶν σῶμα ἐννοηθῆναι ἔχει συγκεῖμενον ἐκ πολλῶν τριγωνικῶν πρίσμάτων ἢ πυραμίδων, λαμβανομένων τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος ἐκάστου πρίσματος, ἢ ἐκάστης πυραμίδος (457, 458), ἢ ἐπιζευγνυμένων εὐθείαις, εὐρεθήσεται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῷ ὅλῳ σώματι.

460. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὐρεῖν μηχανικῶς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς σώματος ἀκανονίσε τῷ Ἀδελφῷ (γλ. 17).

ΛΥΣΙΣ. α'. Προσηρτήσω μίτῳ τῷ ΒΖ διέκτυτος τῶν αὐτῆς σημείων δ, ἢ σημειωθῆτω ἐπ' αὐτῆς ἡ εὐθεῖα δζ ἐμφαίνουσα τὴν κάθετον, τὴν ἀπηωρημένην ἐκ τῆς ἴλης Β· β'. προσηρτήσω εἴτα τὸ αὐτὸ σῶμα τῷ αὐτῷ μίτῳ ΒΖ δι' ἄλλου τινὸς σημείου, ὃ μὴ εἴη ἀντίθετον τῷ προτέρῳ δ, διὰ τῆς ε, ἢ σημειωθῆτω αὐτῆς ἐπ' αὐτῆς ἡ εὐθεῖα εη, ἢ ἐμφαίνουσα τὴν κάθετον· αὕτη ἐν διατεμεῖ τὴν προτέραν κατὰ τὸ Γ, ὃ ἔσται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος αὐτῆς τῷ σώματι (412).

461. ΟΡΙΣΜΟΣ. Βάσις παντὸς βαρέος καλεῖται τὸ τῷ ὀριζοντίῳ ἐπιπέδῳ μέρος, ᾧ ἀντιστοιχεῖ ἡ τῷ βαρέος ἐπιφάνεια, ἢ καβαπτομένη αὐτῷ τῷ ἐπιπέδῳ· οἷον ὁ ἄνθρωπος ἴσται ἐπὶ τῶν αὐτῶν ποδῶν· ἕκῃ τὸ ὀριζόντιον διάστημα τὸ ὑπὸ τῆς πόδας, ἢ μεταξὺ τῶν ποδῶν αὐτῶν κείμενον, καλεῖται βάσις τῷ ἀνθρώπῳ.

462. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐὰν μὲν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς βάσεως ἐντὸς ἢ, τὸ σῶμα ἴσται, εἰ δ' ἐκτὸς, πίπτει.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπεὶ ἡ βαρύτης πάντων τῶν μερῶν τῷ σώματι συνηρτισμένη ἐστὶ ἐπὶ τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ (411)· εἰ μὲν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐντὸς τῆς βάσεως, βασιάζεται πᾶσα ἡ βαρύτης τῷ σώματι· ἢ ἐπεὶ βαρὺ ἅπαν πίπτει κινούμενον ὑπὸ μόνης τῆς βαρύτητος,

δήλον, ὡς τὸ σῶμα ἔ πίπτει· τὸναντίον δὲ, εἰάν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐκτὸς ἢ τῆς βάσεως, πᾶσα ἡ βαρύτης τῷ σώματος ἀφαιθήσεται· ἢ τὸ σῶμα ἀναγκαίως καταπεσεῖται. Ο. Ε. Δ.

463. ΠΟΡΙΣΜΑ ΓΕΝΙΚΟΝ. Τὸ σῶμα οὐ μὴ πεσεῖται, ἕως ἢ εὐθεῖα τῆς εὐθύσεως διήκῃ διὰ τῆς βάσεως· εἰάν δ' ἐκτὸς τῆς βάσεως, πεσεῖται τὸ σῶμα· ἢ γὰρ ἐκείνως μὲν, ἐπεὶ ἡ εὐθεῖα τῆς εὐθύσεως ἐκ τῷ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐς τὸ τῆς γῆς νοεῖται διήκασα, ἢ δι' αὐτῆς μόνῃς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος κατελθεῖν ἐπιγεται, εἰάν αὕτη διήκῃ διὰ τῆς βάσεως, τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος βασιάζεται ὑπὸ τῆς βάσεως· ἢ δὴ ἢ μὴ πεσεῖται τὸ σῶμα· ἔτω δὲ, τῷ τῆς βαρύτητος κέντρον μὴ βασιζομένῳ ὑπὸ τῆς βάσεως, τὸ σῶμα ἀναγκαίως πεσεῖται.

464. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Κατανοεῖται ἐντεῦθεν, δι' ὅ,τι πύργῳ ἐντῇ Ἰταλίᾳ, ὡς ἐν Πίσᾳ, ἔ καταπίπτουσι, καὶ τοι τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῷ πύργῳ τῷ ὀρίζοντι καθιεμένης πρὸς ὀρθὰς, ἀπεχύσης τῷ πύργῳ πόδας πολλὰς· τοῖς γὰρ οἰκοδομῶσι τὰ τοιαῦτα πυργώματα ἐμέλησε βάρη τὰς ἐναντίοις μέρεσιν εἶναι ἱκανὰ, ὡς τὴν ἀπὸ τῷ κέντρον τῆς βαρύτητος καθιεμένην πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι ἐπιπίπτειν αὐτῶν τῇ βάσει.

465. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ο'σῳ μείζων ἡ βάσις τῷ σώματος, τοσέτω διχαρέστερον περιτραπήναι τὸ σῶμα· ἢ γὰρ εὐθεῖα τῆς εὐθύσεως πολὺ διατρέξει διάστημα, ἔστ' ἂν ἐκτὸς γένηται τῆς βάσεως.

466. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Δήλον ἄρα, δι' ὅ,τι τὸ ζωὸν σῶμα νῦν μὲν πίπτει, νῦν δ' ἐδράζεται ἐπὶ τὴς ἐαυτοῦ πόδας, κατὰ τὰς διαφόρους κινήσεις· ἐν γένει γὰρ τὸ

σῶμα τῶν ζώων ἴσται εδραίως ἐπὶ τὰς αὐτῆ πόδας, ἕως ἢ εὐθεία τῆς εὐθύσεως διήκη, ἢ δι' ἐνός, ἢ διὰ μέσων τῶν αὐτῆ ποδῶν· τὸναντίον δὲ, ὅταν πίπτῃ ἐκτός (463).

Οὐκ ἐν α'. Ἄπαν ζῶον δίπνυ, ὁ ἄνθρωπος φέρε, αἰετὶ ἴσται ὀρθίως, τῆς εὐθείας τῆς εὐθύσεως ὕψος ἐντός τῶν ποδῶν αὐτῆ· ἐὰν δὲ τύχῃ νεῦσαι τὸ σῶμα αὐτῆ πρὸς δεξιὴν τυχὴν, ἐκτείνει πρὸς ἀριστερὰν τὴν χεῖρα, ἢ μέρος ἄλλο τῆ σώματος, τὰς πόδας τυχόν, τὴν κεφαλὴν, ἢ ἢ ἐκτραπείσα εὐθεία τῆς εὐθύσεως ἐκπνέλλῃ ἐπὶ τὴν προτέραν αὐτῆς θέσιν· διὰ ταῦτα οἱ χωνοβάται ῥαβδίον τι φέρουσι, κλίνοντες αὐτὸ πρὸς τὰναντία τοῖς, ἐφ' ᾧ πεσεῖν κινδυνεύουσι· διὰ ταῦτα δὲ καὶ οἱ δρόμω θεόντες, ἐὰν οἱ πόδες αὐτῶν λιθῶ, ἢ ἐτέρῳ τριέτῳ προσκόψωσιν, ἐκείπερ τὸ μὲν σῶμα αὐτῶν ἐστὶ τὸ ἐνδύσιμον ἔχει τῆς κινήσεως, ἴστανται δ' οἱ πόδες, τῆς εὐθείας τῆς εὐθύσεως τῶν ποδῶν πρὸς τὰ ἔμπροσθεν ἐξιέσεως, ἐπὶ κεφαλὴν πίπτουσι· πρὸς τὰ ὀπίσω δὲ ἀναγκαίως πεσόνται, ἐὰν πατήσωσιν ἐπὶ σώματος, ξύλῳ φέρε, ἡρεμῆντος μὲν τὸ πρῶτον, ἄφνω δὲ πρὸς τὰ ἔμπροσθεν κινηθέντος· τῶν γὰρ αὐτῆ ποδῶν ἐκπρηνθέντων τῷ κινηθέντι ξύλῳ, καὶ εἰς τὰ ἔμπροσθεν χωρητάτων, τῆ λιπῆ σώματος ἡρεμῆντος, ἢ εὐθεία τῆς εὐθύσεως ἐξελεύσεται τῆς βάσεως ὀπίθεν τῶν ποδῶν· καίτοι δυνατόν τάχις τὸν πόδα μεταγαγεῖν πρὸς τὰναντία τῆς νεύσεως, καὶ τὴν εὐθεῖαν τῆς εὐθύσεως μετακομίσαι πάλιν ἐπὶ τὴν βάσιν· καὶ μὴ ὑποστῆναι τὴν πτώσιν.

β'. Οἱ κεκυφότες, οἱ κατωκυδόντι ἄχθος φέροντες, καὶ οἱ κεκλιμένον ἐπίπεδον ἀνιόντες, μέρος ἰκανὸν τῷ ἐκ-

τῶν σώματος εἰς τὰ ἔμπροσθεν κλίνουσι, χωρῆντες αἶε κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον κεκαμπυλωμένοι.

γ'. Ὅτε τὸ δίπνυ αἶρει τὸν ἕτερον πόδα, ἐπεὶ ὅλη αὐτῇ ἡ βάσις τηνικαῦτα ἐστὶ τὸ ὀριζόντιον διάστημα, ἢ ἐφ' ἀπτεται ἄτερος πῦς, ἀνάγκη ὅλον τὸ σῶμα μετενεχθῆναι καὶ ἐπερειωθῆναι τῷ πατέντι ποδί, ὡς τὴν εὐθείαν τῆς εὐθύσεως διήκειν δι' αὐτῇ, βάσειως γενομένη· ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ περιπατεῖν ἑκάτερον αἶρουσι τὸν πόδα ἀμοιβαδὸν, τῷτε χάριν ἐκ δεξιῶν πρὸς ἀρισερὰ ἢ ἀνὰ πάλιν συνδόνῃσι τὸ σῶμα· ἐὰν δὲ πλείστον ἀλλήλων ἀπέχωσιν οἱ τῷ δίπνδος πόδες, ὡς οἱ τῶν χηνῶν, ἢ νησσῶν, ἢ ἀμοιβαία συνδόνῃσις μᾶλλον καταφαίνεται.

ε'. Τὰ δὲ τετράποδα πορευόμενα κινῶσι τὺς πόδας κατὰ διάμετρον (*). μετὰ γὰρ τὸν δεξιὸν τῶν ἔμπροσθεν, τὸν ἀρισερὸν τῶν ὀπίσθεν κινῶσιν· εἴτα τὸν ἀρισερὸν τῶν ἔμπροσθεν, μετὰ δὲ τῷτο τὸν δεξιὸν τῶν ὀπίσθεν· ἔτω γὰρ μέρος τῷ σώματος αὐτῶν μεταφέρεται πρὸς τὸν ἐπὶ ἐπερειδόμενον τῇ γῇ πόδα, ἵνα τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῷ σώματος αὐτῶν μετενεχθῇ ἐπὶ τὴν διάμετρον τῶν

(*) Παντὸς τετράποδος, ἵππου, φέρι, ἐπὶ τοῖς τίσεσσι αὐτοῦ ποσὶν ἰσαμένου, ἢ εἰς αὐτοῦ παραλληλόγραμμον τοιεῖ· γραμμὴ δὲ εὐθεῖα ἐπιχειγνύσα τὸν δεξιὸν τῶν ἔμπροσθεν, καὶ τὸν ἀρισερὸν τῶν ὀπίσθεν ποδῶν, ἢ καὶ τοῦναντίον, ἴσαι, ἥτου ὁῦλον, τοῦ παραλληλογράμμου διαγώνιος (Γεωμ. 237, 238. Τόμ. Β'). εἶδει τοίνυν καὶ ἐνταῦθα, κατὰ διαγώνιον, ἀλλὰ μὴ κατὰ διάμετρον κινεῖσθαι τοὺς τετράποδων ζώων πόδας ἐντῇ αὐτῶν βαδίσει φάναι· ἐπεὶ δ' Ἀριστοτέλης (περὶ ζώων πορ.) ἐχρήσατο τῇ φράσει, κατὰ διάμετρον, φάσκων, κινεῖ τὰ

118 ΠΕΡΙ ΚΕΝΤΡ. ΒΑΡΥΤΗΤ. ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ.

ἔτι ἡρέμων δύο ποδῶν· ὅτως ἔν πορευομένῃ τῇ ζῳῇ, τὸ μὲν ἐμπροσθεν αὐτῇ μέρος ἐκ δεξιῶν ἐπ' ἀριστερὰ τρέπεται, τὸ δ' ὀπίωθεν ἐξ ἀριστερῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ, εἴτα τ' ἀνάπαλιν, ἢ ἐξῆς ὡσαύτως.

στράτοδα τοὺς πόδας, ἐμμησάμην καὶ αὐτὸς τὸν ἐκ Σταγίρων, καὶ οὐδὲ μὴ δοκοῖη συνήδης τις οὕσα καὶ πρόσφορος ἢ ἔκφρασις.



ΜΗΧΑΝΙΚΗ Σ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Προλεγόμενα.

1. **ΟΡΙΣΜΟΣ.** Μηχανική ἐστὶν ἐπιστήμη τῶν νόμων, οἷς ὑπόκεινται αἱ ἐνέργειαι καὶ κινήσεις τῶν ἐν ταῖς μηχαναῖς σωμάτων.

2. α'. Διὰ τῆς ἑμαυτῇ ἰσχύος ἄραι δύναμις σώμα, βάρος ἔλκον 100 λιτρῶν· ἔλκει δὲ τὸ Α (σχ. 40) βάρος 1000 λιτρῶν, καὶ μὲν βύλησίς ἐστιν ἀνακινήσαι αὐτὸ καὶ πρὸς τὰ ἄνω βασιᾶσαι· μεταχειρίζομαι τοίνυν τὸν ΒΓ μοχλὸν, καὶ τὸ ἄκρον αὐτῇ ὑποτιθεὶς τῷ Α, ἐπερείδω αὐτὸν τῷ ἐγγυὲς τῷ Α σημείῳ Δ· ἐκ δὲ τῆς ἀπόσῃ τῇ 100 λιτρῶν δύναμει καταβλίβων τὸ ἄκρον Β, αἶρω τὸ Α, εἰ μόνον τὸ τῷ μένοντος σημείῳ Δ ἀπ' ἐμῆ ἀπόσῃμα δεκαπλάσιον εἴη, καί τι πρὸς, τῷ ΔΓ, καθ' ὃ ἀπέχει τῷ Δ τὸ τῷ Α μέσον σημεῖον· ὃ δὲ τῷ λόγος φανήσεται ὕστερον.

3. β'. Τὴν ἀντίον δὲ τὴν σώματος σώματι ἐπίδρασιν ἐπὶ πολὺ βέλομαι διαρκεῖν· οἷον βαρὺν σῶμα περιστρέφον τὸ κρέας περὶ τὸν ὀβελόν, ἐπὶ πολὺν χρόνον τῷτο παιεῖν, μηδεμίαν δεόμενον ἀναβάσεως· μεταχειρίζομαι ὅν βαρὺν σῶμα ἀσυγκρίτως μείζον τῷ, ὃ ἂν ἐκίνηι τὸ κρέας, λίθον φέρ' εἰπεῖν μέγαν, καὶ τῷτον παρσκευάζω καταβαί-

ιεν βραδύτατα, ἐπενεργῶντα τῷ ὀβελῷ ἐμμέσως διὰ τῷ πολυτροχίῳ, ὃ καλεῖται ὀβελωτρόφιον.

4. γ'. Βέλομαι ἐλατῆρα ἀναπτυσσόμενον, ἢ βερὺ σῶμα καταφερόμενον κινεῖν τὸν δείκτην, ὃς δείκνυσι τὰς ἡμέρας τῆς ἡμέρας, τὰς ἡμέρας τῶν μηνῶν, τὰς μῆνας τῇ ἐνιαυτῇ, ἢ καὶ τὰς ἐνιαυτὸς τῷ αἰῶνι. Εφαρμόζω ἐν τὸν ἐλατῆρα ἢ τὸ βάρος τῷ πολυτροχίῳ ὃ καλεῖται ὠρολόγιον ἢ ὠροσκόπιον, ἵν' ἀναπτυσσομένῃ τῇ ἐλατῆρος, ἢ τῇ βίρτι κατιόντος βραδύτατα καὶ κανονικῶς, ἀποτελεῖται τὸ σκοπόμενον.

5. δ'. Βέλομαι ἀναγαγεῖν πολλὰ ἐξῆς βαρέα σώματα τὰ Γ (σχ. 41.) ἕως τῷ Α· χρῶμαι ἐν πρὸς τῷ τῇ ἀπλῇ τροχιλίδι Β.

6. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἡ ἄρα Μηχανικὴ ἐποιεῖ μόνον τὴν ζητούμενην κίνησιν δι' ἐλάττωτος ἰσχύος, καὶ ἐν βραχυτέρῳ χρόνῳ, ἢ ἀπαιτεῖτο ἄνευ τῶν μηχανῶν· ἢ, ἄλλως, ἐκ αὐξεί τὴν ἐνέργειαν τῆς δυνάμεως, μείζονος κινήσεως γινωμένη παρτίτιος· τὴν γὰρ ἐν μόνῳ τῷ Α' ὑποδ. ἀληθεύει λεγόμενον· ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς δυσὶ τεναντίον ἐπιβραδύνει τὴν κίνησιν τῆς δυνάμεως, ἐνισταμένη τῇ κινήσει· ἐπὶ δὲ τῷ Δ, ὑποδείγ. ἐπ' αὐξεί, ἐπ' ἐλαττοῖ τὴν ἐνέργειαν· ὃ γὰρ ἂν ἡ χεὶρ Ζ ἐνεργεῖν, τὴν ἀποτελεῖ τὸ προσηρτώμενον βάρος, τῆς τριβῆς καὶ τῷ βάρει τῷ καλωδίῳ ἐξαιρεμένων κατ' ἐπινοίαν.

7. ΣΧΟΛΙΟΝ. Πῶς ἄρα ἡ Μηχανὴ αὐξεί τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως; γίνεταί γὰρ ἡ ἰσχὺς ἐκ τῆς ταχύτητος καὶ τῆς μάζης· ἢ δὲ μηχανὴ ἐπιεικῶς ἐκ αὐξεί τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως· ἀλλὰ, πῶς ἐμποιήσει τῇ δυνάμει, ἣν ἐκ ἔχει ταχύτητα, ὕλη ἔσα ἀδρανὴς καὶ ἡρεμῆς; ἢ ἐκ ἔσαι τὸ ἀποτέλεσμα μείζον τῆς αἰτίας; ἐμοὶ γὰρ ἔσι δυνάμις

αἶρην λίτρας 100· αἶρω δὲ διὰ τῆ μοχλῆ, ᾧ ἐκ ἑσιν ὑδεμία ἰσχὺς, ὑδεμία ἀρχὴ κινήσεως, βάρους λίτρων 1000·

Ἀλλὰ τὰληθῆς φάναι ὑδὲ ποτε ἡ μηχανὴ ὑδ' αἷξει τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως· ἔτε μὲν, ἐξαιρουμένων τῆ βάρους τῆς μηχανῆς, ἐκ τῆς τριβῆς, ἐλαττοί· αἰ γὰρ τὸ ἀποτέλεσμα ἀνάλογον γίνεται τῇ αἰτίᾳ· τὰ δὲ προτεθέντα ὑποδείγματα διελευκανῶσι τὸ λεγόμενον (σχ. 40).

Εἰλέτω γὰρ πρῶτον τὸ Α λίτρας 100· ἔλκων ἔν ἐγὼ ἀμέσως εἰς τὰ ἄνω ἀπάσῃ τῇ ἐμαυτῇ δυνάμει, ἥτις ἐστὶν 100, δύναμαι ἄραι αὐτὸ εἰς τὰ ἄνω πόδα ἓνα ἐν ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ.

8. Εἰλέτω εἴτα τὸ Α λίτρας 1000, ἐξ ἔσω ΒΔ = 10 ΔΓ· ἵκνεργῶν ἔν τῷ Β ἀπάσῃ τῇ ἐμαυτῇ δυνάμει 100, κατάγω τὸ ἄκρον Β ἐν ἐνὶ λεπτῷ πόδα ἓνα, ὥσπερ πρῶτον ἑκατοντάλιτρον ὑποτεθέντος τῆ βάρους, πόδα ἓνα ἐν ἐνὶ λεπτῷ αὐτὸ ἀνύψωσα· ἀλλὰ γὰρ (Φυσ. 416) τῆ ἄκρου Β πόδα ἓνα καταχθέντος, ἐπεὶ περ ἐστὶ ΒΔ = 10 ΔΓ, τὸ βάρους Α ἤρται ποδὸς $\frac{1}{10}$ · ἐπ' ἀνάγκης ἄρα ἐν λεπτοῖς δευτέροις 10 κατάγεσθαι τὸ Β πέρας, ἵν' ἔχη τὸ Α πόδα ἀνάγεσθαι· α'. ἄρα, ἵνα βάρους, ἑκατὸν ἔλκων λίτρας, τὸ Α πόδα ἓνα ἀρῇ, δέκα ὠθήσεων χρεῖα, εἴτ' ἔν ἐν ἐκάστῳ δευτέρῳ λεπτῷ καινῆς ὠθήσεως ἴσης τῇ, ἥπερ ἐχρησάμεθα διὰ χειρὸς ἀνέλκοντες ἐπὶ τὰ ἄνω ἀμέσως τὸ βάρους Α, ἑκατοντάλιτρον ὑποτεθέν· εἰδὲν ἔν τε βάρους χιλιόλιτρον ἔτις ὑψὲ ἀνάγωσιν ὠθήσεις δέκα, ὥς αἰθισις μία ἀνάγει βάρους ἑκατοντάλιτρον· ὑδὲν ἐντεῦθεν συμβαίνει καινὸν ὑδ' ἀπεικός· ἀνάγκη γὰρ ἔτω γίνεσθαι, ἵνα τὸ ἀποτέλεσμα τῇ αἰτίᾳ κατ' ἀναλογίαν ἔποιτο· β'. δῆλον ἐντεῦθεν, ὅτι τὸ ἄκρον τῆ μοχλῆ ὑδὸλως ἤμξησε, κυρίως εἰπεῖν, τὴν ἐμὴν ἰσχὺν· ἔδει γὰρ ἐν λεπτοῖς δέ-

κα ἐπενεργῆσαι, ὃ ἂν ἐγένετο ἐν ἐνί, διὰ τῶν ἐμῶν χειρῶν· διὰ δὲ τῆ μοχλῆς ἢ μάλα· δ'. ἐντεῦθεν συνάγεται τὸ ἀξίωμα.

9. „Ἐν ταῖς μηχαναῖς, ὑπὲρ ἀπόλλυσιν ὁ χρόνος, τὲτο τῇ ἰσχύϊ προσγίνεται“· δεῖ γάρ μιν δευτέρων λεπτῶν δέκα, ἵνα πόδα βάρος χιλιόλιτρον ἄρῃ, δέσιν λεπτῷ μόνῳ, ἵνα δίχα μοχλῆ τῇ χειρὶ δηλονότι μόνῃ πρὸς ποδίστιον ὕψος βάρος ἑκατοντάλιτρον ἄρῃ· ἐκ τῶν εἰρημένων κατάδηλον γίνεται, ὅτι ἡ μηχανὴ ἔντε τῷ δευτέρῳ καὶ τῷ τρίτῳ τῶν προεκτεθέντων ὑποδεγμάτων αὐδῶλως ἀπομειοῖ τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως· τὸ ὁβελισφόριον ἔστιν ἡ μόνη αἰτία τῆ μὴ τὸ βαρὺ σῶμα, ᾧ χρόνος πρὸς κινήσεως ἐκτέλεσιν, ἐμπαιεῖν τῷ ὀπτωμένῳ κρέατι πᾶσαν τὴν ἑαυτῇ ἰσχὺν ἐν ἐνί λεπτῷ, ἀλλὰ μόνον φέρε τὸ τριακοντὸν μέρος τῆς ἐν ἐνί λεπτῷ ἐμποιηθείσης ἂν κινήσεως· διὸ πᾶσαν τὴν ἰσχὺν ταύτην ἐμποιῆσαι δυνήσεται ἐν λεπτοῖς τριάκοντα· ἀλλὰ τὸ ἄθροισμα τῶν κινήσεων, ἃς ἐνεργάσεται τῇ ἐνστάσει ἐπὶ λεπτῶν 30, ἰσωθῆσεται αἰεὶ τῇ ὅλῃ κινήσει, ἣν ἂν αὐτῇ ἐμποιῆσειεν ἐν ἐνί λεπτῷ, εἴπερ ἀμέσως ἐπενεργαίῃ τῇ ἐνστάσει, ἄρα α'. ἡ μηχανὴ ἤκιστα τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως ἐλαττῶσ'· β'. τὸ ἀποτέλεσμα γίνεται ἀνάλογον τῇ αἰτίᾳ· γ'. εἴπερ ἡ τῆς δυνάμεως ἰσχύς ἡλαττῶτο ἐφ' ἐκάστῳ χωρὶς λεπτῷ, ἡ δύναμις τηνικαῦτα προσεκτάτο τι ἐκ τῆ χρόνου, ἢ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἐπεὶ δὲ ἡ τῇ ἐνστάσει ἐμποιημένη δύναμις ἐφ' ἐκάστῳ λεπτῷ ἔστιν $\frac{1}{30}$ τῆς ἐμποιηθείσης ἂν ἐν ἐνί λεπτῷ κατὰ πᾶσαν τὴν ἑαυτῆς ἰσχὺν ἐπενεργησάσης, δύναται τὴν μηχανὴν κινῆσαι ἐν λεπτοῖς 30, ἀντὶ τῆ κινεῖν αὐτὴν ἐν ἐνί· ἐντεῦθεν τὸ „μεγεθύνεται ὁ χρόνος, ᾧ ἐλαττῶται ἡ ἰσχύς“.

10. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐκ πάντων τῶν ἤδη εἰρημένων καταφαίνεται, ὅτι πότε νοεῖν χρή, ἀκούοντας ὡς αὖξει, ἢ ἐλαττοῖ. τὴν τῆς δυνάμεως ἰσχύϊ ἢ μηχανῇ.

Τῶν δὲ μηχανῶν, αἱ μὲν εἰσὶν ἀπλαι, αἱ δὲ σύνθετοι· ἢ τῶν μὲν ἀπλῶν εἶδη δύο· α'. ὁ μοχλὸς, ᾧ τινι προσανήκει ἢ ὁ τροχὸς, ἢ ὁ ἐντρόχιος ἄξων, ἢ ἡ τροχιλαία· β'. τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ᾧ τινι προσανήκει ὅ,τε σφῆν, ἢ ὁ κοχλίας.

Αἱ δὲ σύνθετοι ἐκ δύο ἢ πλείονων ἀπλῶν μηχανῶν συναπτομένων γίνονται, ἢ ἐπ' ἄπειρον ἔχουσι ποικίλλεσθαι· ἀλλ' ἐν ἀπάσαις ὁ τῶν ἰσχύων λογισμὸς θεωρίαν ἄλλην ἐκ ἀπαιτεῖ· τὸ γὰρ συνθετὴ μηχανῆς ἀποτελεσμα εἶδέν ἐστιν, ἀλλ' ἢ τὸ ἄθροισμα τῶν μερικωτέρων ἀποτελεσμάτων, ὅπερ ἂν ἀποτελέσειαν αἱ ἀπλαι, ἐξ ὧν ἡ σύνθετος· τὸ δὲ λεγόμενον ὀφόμεθα τηλαιγῶς ἐν τῷ περὶ Πολυτροχίων κεφαλαίῳ.

Ἐπινοήσομεν δὲ τὰς μηχανὰς, πρῶτον μὲν βάρος παντός, ἢ πάχος, ἁμάρους, ἢ τριβῆς ἀνεπιδέκτους· ἐπεὶ μέντοι τοιαύτας εἶναι τῷ ὄντι ἀνένδεκτον, ἐξ ξύλων γινόμενας, ἢ ἄλλης ὕλης, τὰς εἰρημένας ιδιότητας μὴ ἔχειν ἥμισυ δυνάμενης, ἀποδώσομεν ὕψερρον κανόνα, καθ' ὃς ἂν ἔχοιμεν ἰδίᾳ ἐκάστην ὑπολογίζεσθαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ Μοχλῶ.

11. Μοχλὸς ἐστὶ ῥάβδος ἢ ΠΡ, ἄκαμπτος, ἁβαρὴς, ἢ πυκνότητος ἁμοιρος (χ. 42)· τὸ δὲ σημεῖον Α,

ἐφ' ἧ ἐπισηρίζεται, καλεῖται ὁ πομόχλιον· παντὶ δὲ μοχλῷ πέντε τῶντα ἐνθωρεῖται· ἡ δυνάμις Π, ἡ ἀντίστασις Ρ, τὸ ὑπομόχλιον Α, καὶ τὰ ἀποσήματα ΠΑ, ΡΑ, καθ' ἃ ἢτε δυνάμις καὶ ἡ ἀντίστασις ἀπέχουσι τὸ ὑπομόχλιον.

12. Σημειωτέον μέντοι, ὅτι τὰ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως (*) ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσήματα μετατρέπεται ὑπὸ καθέτου ἀγομένης ἐκ τοῦ ὑπομοχλίου τῇ τῆς δυνάμεως, ἢ τῆς ἀντιστάσεως φορᾷ· ἐν ἀπάσῃ δὲ μηχανῇ, ἐφ' ἧς ἡ τῆς δυνάμεως ἐνέργεια μεταδίδεται τῇ ἐνστάσει διὰ καλωδίων, πρὸς ὧν τῷ ἄκρῳ ἐνὸς ἡ δυνάμις ἐφικνύσθαι, τῆς ἀντιστάσεως πατέρῳ προσηρητημένης, ὅθεν ὅλως ἐστὶ διάφορον, ἐπινούα τῷ βάρει ἀφαιρεμένῳ τῶν καλωδίων, ὅσον ἂν εἴη ἑκατέρῃ τὸ μήκος· ἔσω γὰρ τὸ καλωδίον ΔΖ (σχ. 41), δι' ἧς ἡ Ζ δυνάμις ἔλπει τὴν ἀντίστασιν Γ, >, ἢ < ΑΓ· ὁδὸν ἔν ἐκ τούτου παρέχεται τὸ διάφορον· τὸ γὰρ τῆς Ζ δυνάμεως ἀπὸ τοῦ ἐν τῇ ἀπλῇ τροχιλαίᾳ ὑπομοχλίου Β ἀπόσημα, ἔστιν αἰεὶ ἢ ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου τῇ τῆς δυνάμεως φορᾷ ΔΖ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ΒΔ· εἴγε πᾶσα ἡ τῆς δυνάμεως ἰσχύς συνελλεται κατὰ τὸ Δ πέρας τοῦ ΔΑ μοχλῷ, εἴτ' ἐν τῷ τῆς τροχιλαίας ἄξονος, ἢ περ ὑπομόχλιόν ἐστι τὸ Β.

13. Ὅταν μὲν τὸ ὑπομόχλιον Α (σχ. 42, 43) με-

(*) Ἀντίστασιν, ἢ ἐκστάσιν, ὀνομάζομεν ἐν γένει πᾶν σῆμα, ὃ ἢ μηχανῇ, ἢ τοι ἀναστᾶσαι, ἢ μετακινήσαι, ἢ περι-αγαγεῖν, διορίζεται, οἷον λίθος, ὕδωρ, φορτία, κτλ. δυνάμις δ' ἐν γένει τὴν κινήσαν τὴν μηχανῇ, ὅ,τι τοτ' αἰ ἢ αὐτή, εἴτε ἡμψυχος, οἷον ἄνθρωπος, ἵππος, κτλ. εἴτε ἄψυχος, οἷον λίθος ἀντιταλαντευόμενος, αἶμος ἰμπνίκας, ὕδωρ φερόμενον κτλ.

ταξὺ κείται τῆς δυνάμεως Π ἢ τῆς ἀντιστάσεως Ρ, ὁ μοχλὸς καλεῖται πρωτογενής· ὅταν δὲ ἢ μεταξὺ τῆ ὑπομοχλίου Α ἢ τῆς ἀντιστάσεως Ρ ἢ δυνάμεις Π (χ. 44), δευτερογενής· τριτογενής δὲ, ὅταν ἢ δυνάμεις Π (χ. 45) μεταξὺ κείται τῆ ὑπομοχλίου Α καὶ τῆς ἀντιστάσεως Ρ (*).

14. ΣΧΟΛΙΟΝ. Μάζα οὐνομάζομεν ἐν τῇ Μηχανικῇ τὴν ἰσὺν τῆς βαρύτητος, καθ' ἣν σῶμα ἕτερον σῶμα εἰς κίνησιν κατεπεύγει· ἐστὶ γὰρ ἐπιεικῶς αὕτη τῇ μάζῃ ἀνάλογος (Φυσ. 163)· ὅταν ὦν ἐν μηχανῇ κατιῇ ἡ δυνάμεις π, ἢ ἄρῃ τὴν ἀντίστασιν Ρ (χ. 42, 43), τὴν μάζαν εὐθέως τυτὶ ποιεῖν ἐκλογιζόμεθα· ἀλλ' ὅταν ἡ δυνάμεις φορὰν ἄλλην, ἢ τὴν ἐκ τῆς βαρύτητος, φέρεται ὀφείλῃ, ὥσπερ ἐν 45, ἢ 46 σχήματι, εὐθα δεῖ τὴν δύναμιν Π ἀνελθεῖν, ἢ ἄρῃ ὑψὺ τὴν ἀντίστασιν Ρ, μάζαν τηρικαῦτα ἐκληπτέον ἰσὺν ἰσχυμένην τῇ, ἣν ἂν ἐνεργάσαιτο μάζα βάρους διωρισμένη πρὸς κατέλευσιν· ἐκτῶν, εἰν

(*) Ἄλλοι δὲ τὸν μὲν ἡμῖν δευτερογενῆ κληθέντα μοχλοῦ, ὁμόδρομον πρῶτον οὐνομάζουσι· τὸν δὲ τριτογενῆ, ὁμόδρομον δεύτερον· τὸν δ' ἡμέτερον προκαταγεῖν οὐνομάσαι ἡξίωσαν ἱεροδότῃ, ὅτι τῶν μὲν, φασίν, ἦτε δυνάμεις ἢ ἀντίστασις ἐπὶ τὰ αὐτὰ φέρεται· ἀνασπασμένη γὰρ συνασπάζεται ἢ κατασπασμένη συγκατασπάζεται τῇ δυνάμει ἢ ἀντίστασις· τῇ δ' ἱεροδότῃ ἐναντίας ἡ δυνάμεις τῇ ἀντίστασι φέρεται· ἐκείνης γὰρ ἀνασπασμένης, αὕτη κατασπάζεται, ἢ ἐναντίας· ἐκ τῆ αὐτῆς ἢ, ἢ τῇ ἑτέρῃ τῶν δρόμων, ἀφικνίεται τοῖς μοχλοῖς τὰ ὀνόματα· ἡμεῖς δὲ τὰ αὐτὰ ἀφέντες, τὸ προκαταγενῆς, δευτερογενῆς, τριτογενῆς, διὰ βραχυλογίαν, καὶ ἄλλας, ὡς ἐπισήσασσι δῆλον, προσφυῶς ἔχοντα τοῖς πράγμασιν, ἀνδειλόμεθα.

εἰπωμεν, ὅτι ἐν τῷ δευτερογενεὶ μοχλῷ (γλ. 44) ἡ μάζα τῆς δυνάμεως Π πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως Ρ ἀντίπεποιθόντως ἀνάλογον ἔχειν ὀφείλει πρὸς τὰ ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίας ἐκατέρας αὐτῶν ἀποσήματα ΠΑ, ΡΑ, ἵνα γένηται ἰσορροπία, εἴπερ ἀνθρωπίνη εἴη χεὶρ φέρε, ἢ πρῶτη ηρμοσμένη τῷ Π, ἐθέλοι τὴν δύω λιτρῶν ἀντίστασιν Ρ ἀνυψῶσαι, ἢ ἡ μὲν ἀντίστασις πόδα ἕνα τῆς ὑπομοχλίας ἀπέχαι, ἡ δὲ χεὶρ δύο· ἡ τῆς χειρὸς ἰσχύς ἰσοδυναμεῖν ὀφείλει ἰσχύϊ βάρους λίτρας, ἵνα γένηται ἰσορροπία.

15. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ὅταν αἱ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως φορὰι κἀθετοὶ ὥσι τῷ μοχλῷ, ἔσαι ἀντιρροπία, α'. εἰάν, τῶν ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίας ἐκατέρας αὐτῶν ἀποσημάτων ἰσαλλήλων ὄντων, ἢ αἱ μάζαι αὐτῶν ἰσαλλήλαι ὥσι· β'. εἰάν τῶν ἀποσημάτων ὄντων ἀνίσων, αἱ αὐτῶν μάζαι ἐν ἀντιρρόφῳ λόγῳ ὥσι τῶν ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίας ἀποσημάτων.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ μὲν γὰρ ἀντιρροπία ἡρεμία ὑπάρχει τῶν ἀντιθέτων ἢ ἴσων ἰσχυῶν (Φυσ. 410)· αἱ δὲ ἰσχυεῖς ἢ ποσότης ἐστὶ τῆς κινήσεως, εἴτ' ἢν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς μάζης ἢ τῆς ταχυτήτος (Φυσ. 115), ἐντεῦθεν ἄρα ἐν οἰσδήποτε μοχλῷ ἰσορροπία ἐκ ἔσαι, εἴμῃ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς μάζης ἢ τῆς ταχυτήτος τῆς δυνάμεως ἰσῶτο τῷ γινόμενῳ ὑπὸ τῆς μάζης ἢ τῆς ταχυτήτος τῆς ἀντιστάσεως· ἀλλὰ μὲν ἐν τῷ πρωτογενεὶ μοχλῷ, ἰσμενων τῶν ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίας ἀποσημάτων ΑΠ, ΑΡ (γλ. 42) τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως, ἰσῶνται αἱ αὐτῶν ταχυότητες (Φυσ. 416)· ἄρα ἢ τὰς μάζας αὐτῶν ἐπάναγκες ἰσῶσαι, ἢ εἴη ἰσορροπία· ἀλλὰ τῶν ΑΠ, ΑΡ ἀποσημάτων ἀνίσων ὄντων (γλ. 43), αἱ ταχύτητες αὐτῶν εἰσὶν ἕως τὰ ἀποσήματα· ἄρα τὰς μάζας ἐν ἀντιπεποθῶτι λό-

γῶ τῶν ἀποσημάτων ὑπάρχειν ἀνάγκη, ὡς ἂν γένηται ἰσορροπία.

Περὶ δὲ τῆ δευτερογενῆς ἢ τριτογενῆς τῶν μοχλῶν (σχ. 44, 45) δέδεικται ὡσαύτως (Φυσ. 416), ὅτι δύο σωμάτων, ἅπερ ἐνταῦθ' εἰσιν ἡ δύναμις ἢ ἡ ἀντίστασις, περιεφερομένων περί τι σημεῖον, ὡς περὶ κινήσεως κέντρον, ὅπερ νῦν ὑπάρχει τὸ ὑπομόχλιον, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῆ σημείου τούτου ἀποσήματα· ἵν' ἄρα γένηται ἰσορροπία, τὰς μάζας αὐτῶν ἐπάναγκες ἔχειν ἀντιπεποθῆτως, ἢ ὡς τὰ ἀποσήματα. Ο. Ε. Δ.

16. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὅσον πότ' ἂν εἴη ἄρα τὸ βάρος, μικροτάτη δύναμις, δραχμὴ φέρε, κινήσai δυνατόν, εἴπερ δοθῇ ὑπομόχλιον τὸ Α, ἢ μοχλὸς ὁ ΠΡ ἐπιμήκης, ἐφ' ᾧ τὸ τῆς δραχμῆς ἀπὸ τῆ Α ἀπόσημα πρὸς τὸ τῆ βάρους βραχύτι μείζον εἴη, ἢ ὥστε ἔχειν ἀντιπεποθῆτα λόγον τῆς μάζης Ρ πρὸς τὴν τῆς δραχμῆς. „ Δύο μοι „ πᾶ 5ῶ, Ἀρχιμήδης ἔλεγε, ἢ τὸ πᾶν κινήσω.“

17. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ὁ πρωτογενὴς μοχλὸς, νῦν μὲν αἵξει τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως (7. κτλ.), νῦν δὲ σμικρύνει, ἄλλοτε δὲ ὑδέτερον τούτων δοῦναι α'. ὅταν μὲν γὰρ τὸ ὑπομόχλιον μεταξὺ κείται τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως (σχ. 43), τὸ δ' ἀπόσημα ΑΠ ἢ $>$ ΑΡ, ἢ δύναμις καταγράφει τόξον μείζον, ἢ ἐπομένως τάχιον φέρεται, ἢ ἡ ἀντίστασις, ἢ ἡ ἰσχύς αὐτῆς αὔξεται· β'. ὅταν δ' ἐπὶ τῆ αὐτῆς οἰκίας, ἢ μὲν Π ἢ ἐν τῷ χώρῳ τῆς Ρ, ἢ δὲ ἐν τῷ τῆς Π, ἢ ἰσχύς τῆς δυνάμεως μειῖται· γ'. τελευταῖον δὲ, τῷ ὑπομόχλιῳ κειμένῳ ἀκριβῶς κατὰ τὸ μέσον τῆς δυνάμεως Π ἢ τῆς ἀντιστάσεως Ρ (σχ. 44), ὁ μοχλὸς, ἢ πᾶ δῆλον, ἢ τε μεγαλύνει, ἢ τε σμικρύνει τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως.

18. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Εἰν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ (σχ. 44) ἡ δύναμις Π ἀναγκαιῶς ἀπέχει μᾶλλον τῆ ὑπομοχλίῃ Α, ἢ περ ἡ ἀντίστασις Ρ· καταγράφει ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ τόξον μείζον τὸ ΠΟ, ἢ τὸ ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως καταγραφόμενον Φτ, ἢ δὴ πλείω ταχυτῆτα ἔχει, ἢ περ ἡ ἀντίστασις· ἢ ὁ δευτερογενὴς ἄρα μοχλὸς μεγαλύνει τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως.

19. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Εἰπερ τὴν ἀντίσταν ἐν τῷ τριτογενεῖ μοχλῷ (σχ. 45) ἀναγκαιῶς ἐστὶ ΠΑ < ΑΡ, ἡ ἰσχύς τῆς δυνάμεως ἐλαττωθήσεται.

20. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Βελομένοις ἄρα, ὅτε ἐλάττωνα, ὅτε μείζονα, τὴν ἰσχύϊν ἀπεργασσάσθαι, ἀλλ' ἀντικρῖναι φέρ' εἰπεῖν μόνον τὸ δυοῖν σωμάτων ἰσοβαρεῖς, χρησέσθαι ἐστὶ τῷ πρωτογενεῖ μοχλῷ (σχ. 42)· εἰς δὲ τῆς ἰσχύος μὲν αὔξησιν, τῆ δὲ χρόνου ἐλάττωσιν (9), τῷ τε πρωτογενεῖ, ἢ τῷ δευτερογενεῖ (σχ. 42, 43)· τελευταῖον δὲ τὴν μὲν αὔξησιν τῆ χρόνου, μείωσιν δὲ τῆς ἰσχύος (9) ὅτε πρωτογενὴς ἢ ὁ τριτογενὴς μοχλὸς ἀπεργάσσεται.

Εἰν γένει δὲ διαφόρων γειῶν μοχλοὶ εἰς χρῆσιν ἡκιστα, καθ' ἃπερ ἂν ἡ βελομένης ἀποτελέσθαι· ὁ γὰρ ἐργάτης τῷ σιδηρῷ χρῆται μοχλῷ, ὥστε πρωτογενεῖ, βάρος τι τὸ Α ἄραι βελόμενος (σχ. 40), καταβλήθων αὐτὸν ἐκ τῆ Β πέρας, ἢ ὡς δευτερογενεῖ, αἶρων ἐκ τῆ Β τὸν τῇ γῇ κατὰ τὸ Ε ἐπηρεϊδόμενον μοχλόν, ἢ ἐπὶ τῆ ὀριζήσαντος κινήσει βάρος τι μέγα τὸ Α, ὅπερ ὠθεῖ διὰ τῆ κατὰ τὸν μοχλὸν σημείω δ.

21. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Ἀλλὰ γὰρ τῆς δυνάμεως ἢ ἀντιστάσεως κατὰ κάθετον ἐπενεργεσῶν τῷ μοχλῷ, ἐδὲν μέντοι κωλύει τὸν μοχλὸν εὐθὺς ὑπάρχειν ἢ καμπύλῳ

ἡ γωνιώδης, συγκείμενον ἀμέλει ὑπὸ δυοῖν μοχλῶν, γωνίαν
 τυχεύσαν περιχευσῶν (9. 40). αἰ γὰρ αἱ ἀκτῖνες ΒΑ,
 ΒΓ ἐμφανῆσι τὰ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως ἀπὸ
 τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσήματα (12), καὶ δὴ τὰς αὐτῶν ταχυ-
 τητας· εἴν ἔν ἡ μὲν δύναμις Θ ἔλκη τὸ σῶμα Α κατὰ
 τὴν ΘΙ φορὰν, τὴν τῷ τῷ γωνιώδεις μοχλὺ ΑΒΓ βραχίονι
 ΑΒ κάθετον, ἡ δὲ Ζ ἔλκη τὸ Γ κατὰ τὴν ΓΖ φορὰν, τὴν
 ὑατέρῳ βραχίονι ΒΓ κάθετον, ἀνιζόροπία εἶσι, εἴν ἡ
 $\Theta : \zeta :: \text{ΒΓ} : \text{ΑΒ}$, ἡ καὶ ἐν ἀντιστρόφῳ λόγῳ, εἴτ' ἔν
 $\Theta : \zeta :: \text{ΑΒ} : \text{ΒΓ}$.

22. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ζητεῖν τὸ πλείοσι σώμασι
 κοινὸν κέντρον τῆς βαρύτητος, ὅθεν εἰσιν ἄλλο, ἡ ζητεῖν
 ἐπὶ μοχλῷ, ὅ τὰ σώματα ταῦτα προσεφαρμόζονται, τὸ
 σημεῖον, περὶ ὃ ταῦτα ἐν ἰσορροπία καθίσταται. Ζητεῖν
 ἄρα τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος πλείονων σωμάτων, ζητεῖν
 ἐπὶ τὸ ὑπομόχλιον, περὶ ὃ ἔν ταῦτα ἰσορροποῖεν· τοιγα-
 ρῶν ἀπάντων τέτων, εἴτ' ἔν τῆς μάξης τῆς δυνάμεως,
 τῆς μάξης τῆς ἀντιστάσεως, τῷ ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου τῆς
 δυνάμεως ἀποσήματος, τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ τῆς ἀντιστάσεως,
 καὶ ἐπομένως τῷ ὑπομοχλίου αὐτοῦ τῆς δυνάμεως ἀπὸ
 τῆς ἀντιστάσεως ἀποσήματος, τέτων φημὶ τῶν τεσσάρων
 τριῶν δοθέντων, εὐπετῶς τὸ τέταρτον διηγεῖται· τέτῃ
 καὶ δὴ ἐφαφόμεθα διὰ τῶν ἐφεξῆς προβλημάτων κατὰ
 τὰ εἰρημένα (Φυσ. 411) περὶ τοῦ κέντρου τῆς βαρύτητος.

23. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Δοθέντων ἐν τῷ πρωτογε-
 νεῖ μοχλῷ (9. 42, 43) τριῶν ἐκ τέτων, τῆς μάξης τῆς
 δυνάμεως, τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν, τῷ ἐκατέρῃ αὐτῶν
 ὑπὸ τοῦ ὑπομοχλίου ἀποσήματος, εἴτ' ἔν τῷ ἀπ' ἀλλήλων
 ἀποσήματος, εὐρεῖν τὸ τέταρτον.

ΛΤΣΙΣ. α'. Εἴν ἡ γινώσκον τὸ ΠΡ, ὃ, τὰ αὐτὰ ὁ-
 τόμ. Ε'.

νόματα τοῖς τεθείσι (Φυσ. 422) τηρεῖντες, καλεῖμεν $\nu + 1$, γνωστὸς δὲ ἢ ξ ὁ τῶν μαζῶν λόγος ν , μετρηθῆτω ἐκ τῆς Π δυνάμεως ἐπὶ τῇ ΠΡ μοχλῷ μέρος τῆς ΠΡ, ὅπερ δη.

λωθήτω, διὰ μὲν $\frac{\nu}{\nu + 1}$, εἴπερ εἴη ἡ δύναμις ἐλάττω

τῆς ἀντιτάσεως, διὰ δὲ $\frac{1}{\nu + 1}$, εἴπερ μείζων· φημὶ δὲ,

ὅτι τὸ πέρασ Α, ἔ ἐφικνεῖται τὸ μέρος τόδε, ἀπὸ τῇ Π ἀρχόμενον, ἔστι τὸ ὑπομόχλιον, περὶ ὃ ἡ δύναμις Π ξ ἡ ἀντίσασις Ρ ἐν ἰσορροπία καθίστανται· ἔσω ΠΡ = 15 ποσὶ, ξ ἡ δύναμις = 10 λίτραις, ὡσαύτως δὲ ξ ἡ

ἀντίσασις· ἔκῃν ἔσαι $\frac{\nu}{\nu + 1} = \frac{1}{2}$ · τοιγαρὺν γενομένου

ΠΑ = $\frac{\text{ΠΡ}}{2}$, ξ Α, πέρασ τῇ μέρεσ ΠΑ, ἔσαι τὸ ὑπο-

μόχλιον· εἴν δὲ ἡ Π = 5 λίτραις, ξ Ρ = 10 (φ. 43),

γενέσθω ΠΑ = $\frac{\nu}{\nu + 1} = \frac{1}{2} = 10$ ποσὶ, ξ , τὸναντίον,

εἴν ἡ Π = 10 λίτραις, ξ Ρ = 5 λίτραις.

β'. Δοθέντων ΠΡ = 10, τῆς κατὰ τὴν δύναμιν μάζης Π = 10 λίτραις, ξ τῇ ἀπὸ τῇ ὑπομόχλιου Α ἀποσύματος, ἡ μέθοδος τῶν τριῶν ΠΡ — ΠΑ (ΑΡ) : ΠΑ :: 10 : χ ἀποδώσει τὴν τῆς ἀντιτάσεως μάζαν· ὡσαύτως δὲ ζητηθήσεται ἡ δύναμις Π, γνωσκομένων ΠΡ, ΠΑ, ξ τῆς ἀντιτάσεως 20.

γ'. Δθέντων τῆς κατὰ τὴν δύναμιν μάζης = 10 λίτραις φέρ' εἰπεῖν, καὶ τῆς κατὰ τὴν ἀντίσασιν = 15 λίτ., ξ τῇ ἀπὸ τῇ ὑπομόχλιου ἀποσύματος = 9, εὑρεθήσεται, ὅπως δεῖ εἶναι τὴν ἀντίσασιν, ἐκ τῆς ἀναλογίας

15 : 10 :: 9 : $\chi = 6 = AP$ · ὡσαύτως δὲ διηρυθίσεται τὸ μῆκος ΠΑ, δοθέντων τῶν ΑΠ ἀποσήμεatos, καὶ τῶν μαζῶν Π, Ρ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐάν γὰρ ἰσορροπία, ἦτοι ἰσχυμένων τῶν μαζῶν, καὶ τῶν ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίου ἀποσημάτων, ἢ τῶν μαζῶν ἐν ἀντιθέτῳ λόγῳ ἔσῃ τῶν ἀποσημάτων (15).

24. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Τριῶν δοθέντων ἐκ τῶν εἰρημένων (23), εὑρεῖν τὸ τέταρτον ἐν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ.

ΛΤΣΙΣ. α'. Ἐάν γνωστὰ ᾧσι τὸ ΠΑ μῆκος καὶ αἱ μάζαι Π, Ρ, ἐκ τῆς ἀναλογίας $P : \Pi :: PA : \chi$ εὑρεθήσεται τὸ ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίου ἀπόσημα τῆς ἀντιθέσεως· ἐάν ἄρα ἢ $\Pi = 10$ λίτραις καὶ $P = 30$ λίτ. καὶ $PA = 15$ ποσὶ, ἔσσι $30 : 10 :: 15 : \chi = 5$, ἀπόσημα τῆς ἀντιθέσεως ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίου· ὡσαύτως δὲ πραχθήσεται, ἐάν, δοθέντων τῶν μαζῶν Π, Ρ, καὶ τῆς ἀποσήμεatos AP, ζητῆται ὁ τόπος τῆς δυνάμεως, ἵνα γένηται ἀντιρροπία.

β'. Γνωστῶν οὖτων τῶν ἀπὸ τῆς ὑπομοχλίου ἀποσημάτων ΠΑ, ΡΑ, καὶ τῆς ἑτέρας τῶν μαζῶν Π, εὑρεθήσεται ἡ μάζα Ρ ἐκ τῆς ἀναλογίας $PA : PA :: \Pi : \chi$ · ὡσαύτως πραχθήσεται, εἰ ζητεῖται ἡ μάζα Π.

γ'. Ἐάν, γνωστῶν οὖτων τῆς μάζης $\Pi = 5$, καὶ τῆς $P = 15$, καὶ τῆς ἀποσήμεatos $PR = 8$ ποσὶν, εὑρεῖν βεβλημένα τὸ ὑπομόχλιον Α, ὑποθεσάμεθα πρῶτον ὡς γνωστὸν τὸ ΡΑ, καὶ γενέσθω ἡ ἀναλογία $5 : 15 :: PA : PA$ · ἄρα $15 - 5 : 5 :: PA - PA : PA$ · (Συμβ. Λογ. 243.

Τόμ. Α'). εἴτ' ἐν $10 : 5 :: PR : PA$ · ἄρα $PA = \frac{PR}{2}$.

γενομένου τοίνυν $PA = 4$ ποσὶ, τεθείσθω τὸ ὑπομόχλιον πρὸς τῷ αὐτῆς πέρατι Α.

Η' δὲ δείξις ἡ αὐτὴ ἐστὶ τῇ προτέρᾳ.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Δῆλον, ὅτι τὸ προτεθὲν πρόβλημα αὐτῶς ἐπιλυθήσεται ἐπὶ τε τῷ τριτογενεῖς καὶ τῷ δευτερογενεῖς μοχλῷ, ἀντικαθίστασι μόνον τὴν δύναμιν ἐν τῷ χώρῳ τῆς ἀντιστάσεως.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Εἰς τὴν δ' ἀνασκοπήσομεν τὸ τῷ μοχλῷ βάρος.

25. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ'. Ἐκ τῶν τεσσάρων τέτων, τῷ βάρει τῷ πρωτογενεῖς μοχλῷ ΠΡ, τῆς πρὸς ἰσορροπίαν ἰκανύσης δυνάμεως ὡς πρὸς τὸ βάρος τῷ μοχλῷ, τῆς ἀντιστάσεως, καὶ τῷ ὑπομοχλίῳ Δ, τῷ κοινῷ τῷ βάρει καὶ τῇ δυνάμει καὶ τῇ ἀντίστασει, τριῶν δαθέντων, εὐρεῖν τὸ τέταρτον. (9. 47).

ΛΤΣΙΣ. Ἐστὼ Λ τὸ τῷ μοχλῷ ΠΡ βάρος, καὶ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ὑποτεθείτω κατὰ τὸ Λ' α'. φημί τοίνυν· $\Delta P : \Delta \Lambda :: \Lambda : \chi = \frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P}$. τὸ ἐστὶ ἐν τῷ μέρει τῆς ἀντιστάσεως Ρ, τὸ βασισθῆναι δυνάμενον ὑπὸ τῷ βάρει τῷ μοχλῷ. ἴσιν ἐστὶ τῷ πηλίκῳ, τῷ προϊόντι ἐκ τῷ γενόμενον ὑπὸ τῷ ἀπὸ τῷ κέντρου τῆς βαρύτητος τῷ μοχλῷ ἀποσήμετος τῷ ὑπομοχλίῳ, καὶ τῷ βάρει τῷ μοχλοῦ, διαιρεθέντος διὰ τοῦ τῆς ἀντιστάσεως ἀποσήματος ΔΡ. “

β'. Τὸ μέρος τῆς ἀντιστάσεως Ρ, τῷ βασισθῆναι δυναμένον ὑπὸ τῆς κατὰ τὸ Π κειμένης δυνάμεως, ὅστος Ρ — $\frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P}$, φημί ἔτι, $\Pi \Delta : \Delta P :: P - \frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P} : \chi = \Delta P \times P - \frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P}$ (ὅτι $\frac{\Delta \Lambda \times \Lambda}{\Delta P} \times \Delta P = \Delta \Lambda \times$

Α)· ὁ δὲ τέταρτος ὅρος τῆς ἀναλογίας ταύτης δίδωσι τὴν κατὰ τὸ Π τεθησομένην δύναμιν, ἣτις βασιάσει τὸ κατάλοιπον τῆς ἀντιστάσεως Ρ, ἵνα, τηρεμένῃ τῇ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει Α, γένηται ἀντιρροπία περὶ τὸ ὑπομόχλιον Δ.

Ἐξω Ρ = 200 λίτραις, ἢ Α = 10, ἢ ΔΡ = 1 ποδὶ, ἢ ΔΑ = 4 ποσὶ, ἢ ΠΔ = 10· ἡ μὲν ὅν πρώτῃ ἀναλογίᾳ δίδωσι 40 λίτρας μέρος τῆς ἀντιστάσεως, ὃ βασαχθήσεται ὑπὸ τῇ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει· λείπονται δὲ 160 λίτραι, αἱ βασαχθήσονται ὑπὸ τῆς κατὰ τὸ Π κειμένης δυνάμεως· ἡ δὲ δευτέρα ἀναλογία, 10 ποδ. : 1 ποδ. :: 160 : χ = 16 τὴν κατὰ τὸ Π τεθησομένην δύναμιν λίτρας ἔλκειν 10 παρακελεύεται.

26. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἀλογυμένου μὲν τῇ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει, ἡ κατὰ τὸ Π τιθεμένη δύναμις ἔσαι = 20 λίτραις· εἴγε ἐστὶ 10 : 1 :: 200 : 20· τηρεμένῃ δὲ, ἔσαι = 16 λίτραις· ἐντεῦθεν ἄρα γίνεται δῆλον Ἀ· ὅσον ἂν εἴη ὁ μοχλὸς ἐπιμηκέτερος, τηρῶν ἅμα τὴν αὐτὴν βαρύτητα, τοσούτον ἡ Π δύναμις, ἡ ἀπαιτούμενη πρὸς τὸ βασιάσαι τὸ κατάλοιπον τῆς ἀντιστάσεως μέρος, ἔσαι ἐλάττων· ἐν ταύτῃ δὲ ἔσαι τι μῆκος ΠΔ τῇ μοχλῷ, ἐφ' ἧς αὐτὸ μόνον τὸ τῇ μοχλῷ βάρος βασιάσει πᾶσαν τὴν ἀντίστασιν Ρ, τῆς ἀπαιτούμενης δυνάμεως γινομένης τηνικαῦτα = 0· ἐὰν δὲ προαχθῇ ἔτι ὁ μοχλὸς πέραν τῇ σημείῳ τῷδε, τηνικαῦτα ἡ δύναμις ἔσαι λειπτική· τῷτ' ἔστιν ἐπενεργήσῃ ἐναντίως, ἢ πρότερον· οἷον, εἰ πρότερον ἡ δύναμις Π πρὸς τὰ κάτω τὸν μοχλὸν ᾤθει, ἵνα τὴν ὑπερσχήν, ἢ περ ἢ ἀντίστασις τῇ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει ὑπερέχει, βασιάσει· τὸ ἐναντίον ἤδη, τῷ μήκει τῇ μοχλῷ, ἢ τὸ βάρος βασιάζει τὴν ἀντίστασιν Ρ, ὥσπερ δεῖ

πρὸς τὰ ἄνω, ἵνα βασαχθῇ ἡ ὑπεροχή, ἢ περ τὸ βάρος τῷ μοχλῷ ὑπερέχει τῆς ἀντιστάσεως, ἵνα γένηται ἰσορροπία.

Β'. Ἐὰν ἡ γνωστὴ ἡ δύναμις Π, ὑποτιθεμένη τῷ καταλοίπῳ ὡς ἀνωτέρω, ἐζητῇται τὸ βάρος τῆς ἀντιστάσεως Ρ, ἡ ἀναλογία $\Delta P : \Delta \Lambda :: \Lambda : \chi$ ἀποδώσει πρῶτον, ὡς ἐπρότερον, τὸ μέρος τῆς ἀντιστάσεως Ρ, ὅπερ ἂν βασαχθῇ ὑπὸ τῷ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει· γενέσθω εἴτα ἡ ἐφεξῆς μέθοδος $\Delta P : \Delta \Pi :: \Pi : \chi$ · ὅθεν προέι-
 τι τὸ μέρος τῆς ἀντιστάσεως, ὅπερ βασιῆσαι δύναται ἡ δεδομένη δύναμις Π· τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν δύο τύτων μερῶν ἔσται τὸ ζητούμενον βάρος τῆς ἀντιστάσεως· παραληφθέντων γὰρ τῶν αὐτῶν τοῖς πρότερον ἀριθμῶν, ἔσται πρῶτον $1 \text{ πῦς} : 4 \text{ πῶδ.} :: 10 : \chi = 40 \text{ λίτραις}$ · ἐξῆς δέ, $1 \text{ πῦς} : 10 \text{ πῶδ.} :: 16 : \chi = 160 \text{ λίτραις}$ · τὸ δὲ ἄθροισμα ἔσται $= 200$.

Γ'. Α' Μ' εἰάν, γνωσῶν ἔσῃν τῆς δυνάμεως ἐπὶ τῆς ἀντιστάσεως, βεβλόμεθα εὑρεῖν τὸ ὑπομόχλιον, περὶ ὃ ἡ δύναμις ἐπὶ ἡ ἀντίστασις ἐπὶ τὸ βάρος τῷ μοχλῷ εἶεν ἐν ἰσορροπία, α'. ζητηθῆτω τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τ, τὸ κοινὸν τῷ τε Λ βάρει τῷ μοχλῷ ἐπὶ τῇ δυνάμει Π· β'. ἀφαιρεθῆτω τὸ ΠΤ τῷ ΠΔ· γ'. ἐκληφθέντος τῷ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει ἐπὶ τῆς δυνάμεως Π ὡς συνειλεγμένων κατὰ τὸ κοινὸν ἀμφοῖν τῆς βαρύτητος κέντρον τ, ἐπὶ γνωστῇ ὑποτιθέμεντος τῷ ὑπομοχλίῳ Δ, γενέσθω ἡ μέθοδος τῶν τριῶν $\tau\Delta : \Delta P :: P : \Pi + \Lambda$ · ἄρα $\tau\Delta + \Delta P : \Delta P :: P + \Pi + \Lambda : \Pi + \Lambda$ (Συμβ. Λογ. 244).

Ταιγαρεὺν ἔσω τὸ τῷ μοχλῷ μῆκος $\Pi P = 24 \text{ ποσίν}$, ὅθεν $\Pi\Lambda = 12 \text{ ποσί}$ · ἐπὶ τὸ τῷ μοχλῷ βάρει ἔσω $= 10 \text{ λίτραις}$ · ὅθεν $\Pi\Lambda = 5 \text{ λίτραις}$.

Ἐποτεθείτω ἡ δύναμις $\Pi = 30$ λίτραις, ἢ ἡ ἀντίστασις $P = 280$ · εἰς ἔν εὐρεσιν τῷ ὑπομοχλίῳ Δ , ζητηθήτω τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον τ , τὸ κοινὸν τῆτε δυνάμει ἢ τῷ τῷ μοχλῷ βάρει, λαμβάνουσι $\Lambda\tau = \frac{3\Pi\Lambda}{4}$ (Φυ.

σικ. 422), εἴγε τήνικαῦτα $\frac{v}{v+1} = \frac{1}{4} = 9$ ποσὶν· ἔκ.

ἐν $\tau P = 21$ ποσὶν· ἡ δὲ ὅλη δύναμις, ἡ σπειλεγμένη κατὰ τὸ τ , ἔστιν $= 40$ λίτραις· τῆς δὲ ἀντιστάσεως ἔσης $= 280$ λίτραις, περιίσταται εὐρεῖν τὸ ὑπομόχλιον Δ μεταξὺ τῆς δυνάμεως $\tau = 40$ λίτραις, ἢ ἀντιστάσεως τῆς

$P = 280$ λίτραις· ἐπεὶ τοίνυν $\frac{280}{40} = 7$, $\frac{v}{v+1} = \frac{1}{7}$,

ἢ $\frac{1}{v+1} = \frac{1}{7}$ · τεθήσεται ἄρα τὸ ὑπομόχλιον Δ ἐν τῷ

σημείῳ Δ , ἀπέχοντι τῆς ἀντιστάσεως P κατὰ τὸ $\Delta P = \frac{1}{7}$ τῆς τP , εἴτ' ἐν $2\frac{1}{7}$ πόδας.

27. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ'. Ἐκ τῶν ἀνωτέρωθι εἰρημέων τεσσάρων τριῶν δοθέντων ἐν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ, εὐρεῖν τὸ τέταρτον, ὑποτιθεμένης τῆς κατὰ τὴν δύναμιν φορᾶ παραλλήλῃ τῇ τῷ κατὰ τὸν μοχλὸν βάρει.

ΛΤΞΙΣ Α'. Εἰς εὐρεσιν τῆς ὅλης δυνάμεως, ἥτις, τιθεμένη κατὰ τὸ Π (χ. 48), βασιᾶσαι ἂν ἔχοι τό, τε τῷ μοχλῷ βάρος ἢ τὴν ἀντίστασιν P , ζητηθήτω ἰδίᾳ ἡ τὴν ἀντίστασιν βασιᾶξῃσα δύναμις, εἴτα ἡ τὸ βάρος, διὰ τῶν

ἀναλογιῶν $\Pi\Delta : P\Delta :: P : \chi = \frac{P\Delta \times P}{\Pi\Delta}$, καὶ $\Pi\Delta :$

$$\Lambda\Delta :: \Lambda : \chi = \frac{\Lambda\Delta \times \Lambda}{\Pi\Delta} \cdot \text{τελευταίαν δὲ συνήφθωσαν}$$

αἱ δύο αὐται ποσότητες.

Εἴσω $\Pi\Delta = 20$ ποσίν· ὅθεν $\Lambda\Delta = 10$ ποσι, καὶ $\Delta P = 1$ ποδί· $P = 500$ λίτραις· $\Lambda = 10$ λίτραις· τριγὰρ ἐν α'. $20 : 1 :: 500 : \chi = 25$ λίτραις· β'. $20 : 10 :: 10 : \chi = 5$ · ἵνα τρίων ἡ δύναμις βαρύνει δυνηθῇ, α'. τῶν 500 λιτρῶν ἀντίσταν P · β'. τὸ 10 λιτ. βάρος τῷ μοχλῷ, καὶ ἰσορροπία γένηται, τὴν ἰσχύα αὐτῆς ἐκάνανγκες εἶναι = 30 λίτραις

Β'. Γνωστῆς ἔσσης τῆς δυνάμεως, εἰς εὕρεσιν τῆς ἀντιστάσεως ζητηθήτω α'. ὅτι δὴ ποτε μέρος τῆς δυνάμεως κατήργηται, ἢ ἀνάγκη τὸ τῷ μοχλῷ βάρος· β'. τετε δὲ ἀφαιρέθης τῆς δυνάμεως, ζητηθήτω, ἥτις ἐστὶν ἡ ἀντίστασις, ἡ τὸ κατέλοιπον τῷδε δυναμένην βαρύνει.

Α' πάντων δὲ ὑποθεθέντων ὡς ἐν τῷ προτέρῳ ὑποδείγματι, εἰρίσκεται α', ὅτι τῆς 30 λιτρῶν δυνάμεως ἀφελὲν δεῖ λίτρας 5, αἵτινες βαρύνουσι τὸ τῷ μοχλῷ βάρος· β'. ὑπὲρ τῶν καταλειπομένων 25 λιτρῶν τῆς δυνάμεως γενέσθω ἡ μέθοδος τῶν τριῶν $\Delta P : \Pi\Delta :: 25 : \chi = 500$ λίτραις, ὥς ἔλκει ἡ ἀντίστασις.

Γ'. Διαισῶν τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως, εἰς εὕρεσιν τῆς ὑπομοχλίου, α'. ζητηθήτω τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον, τὸ κοινὸν τῷ τε τῷ μοχλῷ βάρει Λ καὶ τῇ ἀντίστανει P , ὥσπερ καὶ ἀνωτέρω πε (23. Β) β'. ζητηθήτω τὸ ὑπομοχλίον, ὡς εἶπερ μία μόνη εἴη ἀντίστασις (24).

28. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Δυνατὸν ὡσαύτως ὑπολογίσασθαι τὰ εἰρημένα ταῦτα τέσσαρα καὶ τὸ τρίτογενὲς μοχλῷ, ἀντικαθίστασι τὴν δύναμιν ἐν τῇ τῆς ἐνστάσεως χώρῳ, καὶ τ' ἀνάπαλιν.

29. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Διακρίτέον δὲ ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τὰς τῷ δευτερογενῆς μοχλῷ χρήσεις· ἦτοι γὰρ αἵρουμεν δι' αὐτῷ βάρους τὸ Ρ, ἀνασπῶντες, ἢ συνβλίθωμεν σῶμα τὸ τ, κατασπῶντες αὐτόν· κακείνως μὲν τὸ τῷ μοχλῷ βάρος τῇ δυνάμει ἀντίκειται· ἔτω δὲ συνεφάπτεται αὐτῆς, μέρος ταύτης ἀποκαθιστάμενον.

30. ΣΧΟΛΙΟΝ Γ'. Ὅταν δευτερογενεὶ μοχλῷ χρωμέθα πρὸς ἄρσιν βάρους τῷ Ρ, πρῶτον μὲν ὁ μοχλὸς βηθεὶ τῇ δυνάμει· ἐστὶ γάρ τι τῷ μοχλῷ μήκος, ὃ ἂν χρῆσαιμεθα πρὸς τὸ ἰσορροπίαν ποιῆσαι, ὡς οἶόν τε ἐλαχίστην ἰσχύϊν τιθέμεναι· ἐξῆς δὲ, τῷ μοχλῷ μηκυνομένῃ, αἰεὶ πλείονος ἰσχύος δεησόμεθα διὰ τὸ τῷ μοχλῷ βάρος· αἰεὶ γὰρ πλείων ἰσχύς ἀπόλλυται διὰ τὸ τῷ μοχλῷ μήκος, ἀντὶ τῷ προσευξηθῆναι· καταφανὲς ἔν ἐντεῦθεν ὡς εἴπερ ὁ δευτερογενὴς μοχλὸς ληφθεὶς πρὸς σωμάτων βαρέων ἄρσιν, τοσέτω μᾶλλον βηθεὶ τῇ δυνάμει, ὅσπερ ἐπιμηκέτερος γίνεται, ἀφαιρουμένῃ κατ' ἐπίνοιαν τῷ κατ' αὐτὸν βάρει, ταυτόν μόντοι ἡκιστα κρατεῖ, προσεπιλογισμένῃ.

31. ΣΧΟΛΙΟΝ Δ'. Αἰείποτε μὲν ὑπεθέμεθα τῷ μοχλῷ καθέτως τὰς φορὰς τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως· ὁ αὐτὸς δὲ γενήσεται λογισμὸς, πᾶν ὥσι πλάγιαί αὐτῷ, κληθέντων ἀποσημάτων τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ τῶν καθέτων, αἵπερ ἀγνοῦνται ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ ἐπὶ τὰς φορὰς τῆς τε δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως, ὥσπερ αὐτίκα φανήσεται.

32. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐὰν αἱ φορᾶι ΠΟ, ΔΡ (σχ. 49) τῆς δυνάμεως Π ἢ τῆς ἀντιστάσεως Ρ πλάγιαί ὦσι τῷ μοχλῷ ΟΔ, ἡ δυνάμις ἢ ἡ ἀντίστασις ἔσονται ἐν ἰσορροπία, ἔταν αἱ αὐτῶν μάζαι ἐν ἀντιτροφῷ λόγῳ ὧ-

σι τῶν καθέτων $\nu\epsilon$, $\tau\epsilon$, τῶν ἀγομένων ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ϵ ἐπὶ τὰς ἐκυτῶν φορὰς $\Pi\omicron\alpha$, $\rho\Delta\alpha$ προαχθείσας.

ΔΕΙΞΙΣ. α'. Ἐξάθω ἡ $\omicron\beta$ ληφθεῖσα = $\epsilon\Delta$ πρὸς ὀρθὰς τῇ $\omicron\Delta$, ἡ δὲ $\Delta\Xi$ ὁμοίως γεννημένη = $\omicron\epsilon$. ἡ χ - θ ωσαν παράλληλοι τῇ $\omicron\Delta$ αἱ $\Pi\beta$, $\Xi\rho$; ἡ γέρθωσαν ταῖς φοραῖς κáθεται αἱ $\nu\epsilon$, $\epsilon\tau$, ὡς αἰτεῖ τὸ θεώρημα.

β'. Τὰ τρίγωνα $\Pi\beta\omicron$, $\nu\omicron\epsilon$ εἰσὶν ὅμοια· παρὰ γὰρ τὰς ὀρθὰς γωνίας ν , β ἔστι $\Pi = \nu\omicron\epsilon$, διὰ τὰς παραλλήλους $\omicron\Delta$, $\Pi\beta$ · διὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ τὰ τρίγωνα $\Delta\Xi\rho$, $\Delta\epsilon\tau$ εἰσὶν ὅμοια.

γ'. Τῆς $\Pi\omicron$ φορὰς πλῆγίως ἐφισταμένης τῷ μοχλῷ $\omicron\Delta$, ἡ ἰσχὺς αὐτῆς $\Pi\omicron$ ἀναλύεται εἰς τε τὴν κάθετον $\omicron\beta$, ἡ εἰς τὴν παράλληλον $\Pi\beta$ · σαφὲς ἔν, ὅτι κατὰ μόνην τὴν κáθεται $\omicron\beta$ ἐπενεργεῖ τῷ μοχλῷ, ἡ δὲ $\Pi\beta$ ἔδεμῖαν ἐμποιεῖ ἐνέργειαν· μόνιμη γὰρ ὄντος τῆ κατὰ τὸν μοχλὸν σημείῳ ϵ , ἐδόλως ὁ μοχλὸς πειθαρχήσει τῇ φορᾷ $\Pi\beta$ · τοιγαρῶν, ἐπεὶ τὰ τρίγωνα $\Pi\omicron\beta$, $\nu\omicron\epsilon$ εἰσὶν ὅμοια, ἡ $\omicron\beta$ ὁμόλογός ἐστι τῇ $\nu\epsilon$.

Ὡσαύτως ἡ ἀντίσαςις ρ κατὰ μόνην τὴν $\Delta\Xi$ ἐπενεργεῖ τῷ μοχλῷ, ἡ δὲ $\Xi\rho$ διατελεῖ ἀνενέργητος· ἔστι τοίνυν, διὰ τὰ ὅμοια τρίγωνα $\Delta\Xi\rho$, $\Delta\epsilon\tau$, ἡ $\Delta\epsilon$ ὁμόλογος τῇ $\epsilon\tau$, ἴσων τῶν μαζῶν ὑποτιθεμένων.

Τοιγαρῶν ἡ τῆς Π δυνάμεις πρὸς τὸν $\omicron\Delta$ μοχλὸν ἐνέργεια, ἡ ἐπομένως ἡ αὐτῆς κατὰ τῆς ἀντιστάσεως δράσις, ἔστι πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως κατὰ τῆ μοχλῆ, ἡ δὲ ἡ κατὰ τῆς δυνάμεως, ἀντίδρασις, ὡς ἡ ἐκ τῆ ὑπομοχλίου ἐπὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως ἀγομένη κáθεται $\nu\epsilon$ πρὸς τὴν ἐκ τῆ ὑπομοχλίου ἐπὶ τὴν τῆς ἀντιστάσεως φορὰν ἀγομένην κάθετον $\epsilon\tau$ · ἐπεὶ ἄρα ἡ τῆς ἀντιστάσεως ρ κατὰ τῆς δυνάμεως Π δράσις μείζων ἐστίν, ἢ περ ἡ τῆς δυνά-

μεως κατὰ τῆς ἀντιστάσεως ἐν τῷ λόγῳ Ετ: Εν, ἵνα γένηται ἀντιρρόπια, ἐπάναγκες τὴν τῆς δυνάμεως μάζαν ὑπερέχειν τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν ἐν τῷ λόγῳ Ετ: Εν, τὲτ' ἔστιν ὑπάρχειν ἐν ἀντιρρόφῳ λόγῳ τῶν ἀπὸ τῆ ἰσχυροῦς ταῖς φοραῖς τῆς δυνάμεως, καὶ τῆς ἀντιστάσεως πρὸς ἐξῆς ἀγομένων. Ο. Ε. Δ.

33. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Εἰάν ἡ ὑπὸ ΧΟΠ γωνία ἀπειροσὴ ἢ, ἢ, ὁ ταύτων, εἰάν ἡ δύναμις Π ἔλκη τὸν μοχλὸν διὰ τῆ καλωδίου ΠΟ κατὰ τὴν Οχ φορὰν τῆ μοχλῆ, ἡ δύναμις ἐξεδυνωθήσεται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τῆ μονίμου σημεία Ε· ἡ δὲ κάθετος, ἡ ἀπὸ τῆ ἰσομοχλίου ἐπὶ τὴν αὐτῆς φορὰν ἀγομένη, ἔσαι ο· ἀλλ' ὅσον ἡ ὑπὸ ΧΟΠ γωνία αὐξή, ἔστ' ἂν γένηται $= \chi OB = 90^\circ$, ἔλαττον ἀπὸ ἄλλων αἰεὶ ἡ δύναμις· τῆς γωνίας ἄρα ΧΟΠ γενομένης $= 90^\circ$, ἡ δύναμις οὐδὲν ὅλως ἀπολέσει, τῆς καθεύου γινόμενης τηρικαῦτα ΟΕ, εἴτ' ἐν μεγίστης τῶν ἀχθῆναι δυναμένων ἐπὶ τῆς διὰ τῆ Ο διηκέσεως φορᾶς· εἰάν ἄρα ἡ δύναμις Π, τῆ καλωδίου ΠΟ περιενοχθεύσας περὶ τὸ Ο ἐκ τῆ χ μέχρι τῆ Β, προσάγεται πρὸς τὰ ἐπὶ τὸ Δ, ἡ κάθετος ΝΕ, γενομένη ΟΕ ἐπὶ τῆς ΟΒ θέσεως τῆ καλωδίου, μειωθήσεται ἕως γὰρ τὸ Δ, καὶ ὅν λόγον ἡυξήται ἐκ τῆ χ μέχρι τῆ Β, παρ' ὅσον ἐκείνως μὲν ἡγετο ἐπὶ τὴν φορὰν τῆ καλωδίου ὑπερθεῖν τῆ μοχλῆ προαγομένην, ὅτω δὲ ἄγεται ἐνερθεῖν τῆ ΟΔ μοχλῆ, ὥσπερ ἡ Ευ· τελευταῖον δὲ, ἡνίκ' ἂν γένηται ἐπὶ τῆ Δ ἡ δύναμις, τῆς καθεύου πάλιν ἐξυδευμένης, ἡ δράσις τῆς δυνάμεως αὐτῆς ἐξαφνίζεται.

34. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Εἰν γένει δὲ ἡ τῆς δυνάμεως κατὰ τῆς ἀντιστάσεως ἀληθὴς ἐπίδρασις, ἢ ἐπίδρᾳ τῷ μοχλῷ πλαγίως, ἔσι πρὸς τὴν ὅλην αὐτῆς δράσιν, ὥσπερ

τὴν ἡμίτισιν τῆς τῆ πλαγιοκτμῆς γωνίας πρὸς τὸ ὅλον ἡμί-
 τισιν· ἐστὶ γὰρ ἡ νΕ ἡμίτισιν (Γεωμ. 482. Τόμ. Γ.)
 τῆς ὀξείας γωνίας νοΕ, = χοΠ, ἢ ἐπομένως τῆς ἀμ-
 βλείας γωνίας εοΠ (Γεωμ. 491), ἢ ἡ οΕ ἡμίτισιν τῆς
 ὀρθῆς γωνίας ενΟ = χοΒ· ἀλλὰ μὲν νΕ μὲν ἐμφαίνει τὴν
 πραγματικὴν τῆς δυνάμεως κατὰ τῆς ἀντιτάσεως δράσιν,
 τελευτήσαν κατὰ τὴν ὀξείαν γωνίαν νοΕ, ἢ τὴν ἀμβλεί-
 ας εοΠ (32 ἐν τῇ δεῖξει)· οΕ δὲ τὴν ὅλην ἰσχὺν τῆς
 δυνάμεως ἐπιδρώσης κατὰ κάθετον, ἢ κατὰ τὴν ὀρθὴν
 γωνίαν χοΒ = ονε· ἄρα κτλ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τῶν χρησιμωτέρων μοχλῶν.

35. Χρῶνται δ' ἐν ταῖς ἐργασίαις αὐτῶν οἱ ἄνθρω-
 ποι Α'. τῷ σιδηρῷ μοχλῷ πρὸς ἀνακίνησιν, ἢ ἀνάστα-
 σιν βαρέων σωμάτων· συντελεῖ δ' αὐτοῖς ὡς πρωτογενῆς,
 ἢ δευτερογενῆς, ἢ ἢ τριτογενῆς, καθ' ἃπερ ἂν αὐτοῖς
 ἐκτελέσαι προκρίντο, ἢ ὡς ἂν τὰ πράγματα συγχωροῖεν.

Β'. Ἡ ψαλὶς διπλῆς ἐστὶ μοχλὸς πρωτογενῆς, πε-
 ριγόμενος περὶ τὸν ἄξονα Α (χ. 43)· ἡ δὲ ἀντίστασις
 Ρ, οἷον τὸ διατμηθισόμενον ὕψος, τίθεται μεταξὺ τῶν
 δύο ἀκμῶν Ατ, ΑΡ· οἱ δὲ τῷ ἐργάτῃ, τῷ ῥάπτῃ φέρε,
 δάκτυλοι, προσαρμυζόμενοι τοῖς δυσὶν ἀκροῖς Π, Ο τῶν
 δυσὶν μοχλῶν ΠΡ, Οτ, ἢ κατ' ἀλλήλων ταῦτα ὠθέντες,
 εἰσὶν ἢ δυνάμεις, ἢ τισι ὅσον ἔλασσαν τόξον κύκλου, ἢ ἀ-
 κτὶς ἢ ΠΑ, καταγράφει περὶ τὸν ἄξονα Α, καταναγ-
 κάζει τὰς δύο ἀκμὰς τ, Ρ, εἰς τὸ γράψαι τόξον ὁμοι-

ον τὸ TP , κύκλε ἐλάσσονος, ἢ ἔστω ἀκτὶς εἴη ἡ AT . ὅσω δὲ ἡ ἀντίστασις τίθεται ἐγγύιον τῷ ὑπομοχλίῳ A , τοσάτω, ἐκ τῶν ἤδη εἰρημένων, ἡ δύναμις αὖξεται· διὸ δὴ τῶν ψαλίδων, αἷς χρῶνται εἰς τομὴν σκληροτάτων σωμάτων, οἷαι εἰσιν αἱ τῶν χρυσοχόων, τὰς μὲν λαβὰς ΠA , OA μακροτάτας κατασκευάζουσι, βραχυτάτας δὲ τὰς ἀμὰς AT , AP , τὴν δ' ἀντίστασιν περὶ τὸ A τίθεασιν.

Ἡ δὲ ἡλᾶγρα, ὥσπερ καὶ ἡ ψαλὶς, διπλῆς ἐστὶ ἐκ αὐτῆς μοχλὸς πρωτογενὴς, παρ' ὅσον ταύτῃ ἐξαιρέσιν, ἀλλ' ὅτε τέμνουσι, τὰ ὑποκείμενα σώματα· ἔχει δὲ αὐτὴ τὰ μέρη AT , AP βραχύτητα, ἢ καμπύλα πρὸς ἀλλήλα· ἡνίκα δὲ πρόκειται συνεχύντινα ἐκ ἀντίστασιν ἐκταράξαι, ἢ ἄλλο φέρε ἐξελεῖν, αὐτὴ μὲν καθ' ἑαυτὴν τὴν τῆς δυνάμεως ἰσὺν ἐδόλως αὔξει· εἰάν μέντοι τὸ κυρτὸν μέρος AP σημείῳ τινὶ τῷ P ἐπισηριχθῇ, ἢ ἰσχυρῶς καταπιεσθῇ ὁ μοχλὸς τῆς ἡλᾶγρας ΠP ἐκ τῆς ἀκρῆς P , ἄλλως ἐπαίξεται ἡ ἰσὺς τῆς δυνάμεως, θάτερον μοχλῷ OT ἐδὲν ἑτερον συμβῶλλοντος, ἢ πρὸς τὸ τὴν ἀντίστασιν ἐντὸς τῶν ἀκρῶν T , P συνεχέσθαι· ἐπεὶ μέντοι ὁ μοχλὸς ΠP ἢ ἐπεεργεῖ τῇ ἀντιστασί, καθ' ἣν φορὰν πρόκειται τὴν ἀντίστασιν ἐξελεῖν, ἀναγκασίως ἦτοι καμπυλοῖ αὐτὴν σιδηρᾶν ὅσαν, ἢ συνθλά, τῶν ἐυθραύσεων, οἷα τὰ ξύλα, ὑπάρχεσαν· ἢ ἐν ταύτῃ μὴ γένηται, περιφέρειν ἀνάγκη τὰ ἀκρᾶ Π , O τῆς ἡλᾶγρας περὶ τὸ σημείον· ἐντεῦθεν ἐν θάτερον τῶν ἀκρῶν τὰ T , P καταναγκάζουσι τὴν ἀντίστασιν, ἥς ἡ διάμετρος αἰεῖσιν $< \Pi O$, περιάγεσθαι περὶ τὸν ἐαυτῆς ὄξονα· ἡ δὲ, συντρίβουσα τὰ μερίδια, δι' ὧν συγκεκόλληται τῷ ὑποκειμένῳ σώματι, κατὰ βραχὺ ἐξαιρεῖται.

Αἱ ὀδοντάγραι ἢ αἱ ἄλλαι λαβίδες, αἷς χρῶνται

χρυσόχοι καὶ τέκτονες, καὶ ἄλλοι τεχνίται, παρεμφερεῖς εἰσι ταῖς ἡλάρχαις, καὶ αὐταὶ μοχλοὶ ὕσαι πρωτογενεῖς.

Ἡ δὲ πυράγρα ABΓ (σχ. 50) ἔστι μοχλὸς τρίτο- γενεῖς· οἱ μὲν ἐν δάκτυλοι κατὰ τὰ Δ, Ε τήμενοι κατ' ἀναγκάζουσι τὰ σκέλη AB, AΓ, ἵνα τὰ ἄκρα αὐτῶν, πελάζοντα ἀλλήλοις πρὸς ἀνθρακος φέρε κατόχεσιν, γὰρ- φωσι περὶ τὸ μένον σημεῖον Α τῆς τῶν σκελῶν συναρῆς τὰ τόξα Βδ, Γτ· οἱ δὲ περὶ τὸ αὐτὸ μένον σημεῖον Α γράφουσι τόξα ὅμοια τὰς Δμ, Εν, ὧν μέντοι ἡ ἀκτὶς ΑΔ ἐστὶν ἐλάττω.

Αἱ μάχαιραι, δι' ὧν κατατέμνονται παντοῖαι ὕλαι, ὡς ἡ νικητιαγή, κτλ. εἰσὶ μοχλοὶ δευτερογενεῖς· καὶ τὸ μὲν ἄκρον αὐτῶν Α (σχ. 51) προπαρμόζεται ἄξονι τῷ Α, περὶ ὃν ἐλευθέρως περιάγεται, ὑπομοχλίῃ χρῆσιν παρε- χόμενον· αἱ δὲ καταλεπνύσασθαι ὕλαι τιθενται ἐν τῷ Β· καὶ ἡ μὲν χεὶρ ἐπισηριζομένη τῇ λαβῇ Γ γράφει περὶ τὸν ἄξονα Α τὸ τόξον Γρ, ἡ ἀκτὶς ἐστὶν ἡ ΓΑ· τὸ δὲ Β, εἶθα ἐστὶν ἡ ἀντίστασις, τὸ τόξον Πχ κύκλου, ἔπερ ἀκτὶς ἐστὶν ἡ ΠΑ.

Ἡ δὲ γε τραπεζίτις μάχαιρα, καί ποτε σχεδὸν ὡς τριτογενεῖς ὑπηρετεῖ μοχλός· ἡ γὰρ αὐτῆς λαβὴ χειρὶ κατεχομένη ἐκ τῷ τ μέχρι τῷ Π, ἀναγκάζεται γράφει περὶ τὸ τ τόξον τὸ Πχ, ἡ δ' ἀντίστασις τῷ τερμονένῃ σώματι, κειμένη ἐν τῇ ἀκμῇ τῆς μαχαίρας κατὰ τὸ Γ φέρε, γράφει τόξον τὸ Γρ δι' ἀκτίνος μείζονος τῆς ΓΑ.

Ἐπωφελέστατα δὲ χρῶνται τῷ τριτογενεῖ μοχλῷ κἂν τοῖς ἰφαντικοῖς ὄργανοις· τῷ γὰρ ἰφάντε οἱ δύο πό- δες ἐπερειδόμενοι τοῖς δυσὶν ἰσόποσι (σχ. 52) αβ, γδ, ἀμφοτέρων ἀναφέρουσι καὶ καταφέρουσι διὰ τῶν καλωδίων δε, ζδ ἐκάτερον τῶν κτενῶν, δι' ὧν διῶσι τὰ τῷ σήμονος

νήματα· ἡ ὑπομόχλιον μὲν τῷ αβ ἰσόποδος ἐστὶ τὸ α, περὶ ὃ κινεῖται ἐλευθέρως, ἀντίστας δὲ ἐστὶν ἡ κατὰ τὸ β, δύναμις δὲ, ἡ μεταξὺ τῷ ὑπομόχλιῳ ἡ τῆς ἀντίστασεως κειμένη, ἐστὶν ὁ τῷ ὑφάντι πῆς.

Καὶ ἡ κώπη δὲ μοχλός ἐστι πρωτογενής, ἡ ὑπομόχλιον μὲν ὁ σκαλμός· μένει γὰρ δὴ ἕτος· ἀντίστας δὲ ἡ θάλασσα, ἣν ἀπώθει ἡ κώπη· ἡ δὲ κινῆσα τὸν μοχλὸν δύναμις ὁ ναύτης ἐστίν· ὅθεν οἱ μεσόνοιοι, ἐπεὶ δὲ κατὰ τὸ μέσον εὐρυτάτη ἐστὶν ἡ ναῦς, ἡ διὰ τῆτο μέγιστον εἶναι δύναται ἐν μέσῃ τῇ νηὶ τὸ ἀπὸ τῷ σκαλμῷ τῆς κώπης μήκος, ἐκ τῶν προειρημένων, δύνανται μάλιστα τὴν ναῦν κινῆσαι· διαιρεῖ γὰρ ὁ μεσόνοιος πλεῖστον μέρος τῆς θαλάσσης· κινεῖ δὲ τὴν ναῦν ἡ κώπη προσδεδεμένη τῷ σκαλμῷ· εἰς τὴν θάλασσαν γὰρ ἐπεριδομένης τῆς κώπης, τὸ ἄκρον αὐτῆς τὸ ἐντὸς τῆς νηὸς πρόεισιν εἰς τὸ πρόωθεν· διὸ ἡ ναῦς προσκεκολλημένη τῷ σκαλμῷ πρόεισιν, ὅπως τὸ ἄκρον τῆς κώπης (*).

Καὶ τὸ πηδαλίον δὲ ΠΑΘΖ (χ. 53) μοχλός ἐστι πρωτογενής· ἡ ὑπομόχλιον μὲν ὁ κροῖκος, δι' ὃ τὸ ἐν τῷ πηδαλίῳ ἄγκιστρον διέρχεται· μένει γὰρ ἕτος· ἡ δὲ κινῆσα τὸν μοχλὸν δύναμις ὁ οἰακροφόρος ἐστίν· εὖν ἐν τῷ ὑπομόχλιῳ ἐν τῷ Α ἡ, ἡ δὲ οἰακροφόρος ἐν τῷ οἰακί ΠΝ, ἡ δύναμις τῷ οἰακροφῶ πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ἥτις ἡ θάλασσα ἡ κινεμένη ὑπέρχει, λόγον ἔχει ἀντίστροφον τῶν ἀπὸ τῷ ὑπομόχλιῳ ἐκπονημάτων, εἴτ' ἐν ὃν ΘΑ : ΑΠ· κλίνει δὲ πλαγίως ἡ ναῦς διὰ τὴν ἐπ' αὐτὴν τῆς θαλάσσης προσβολήν· ῥία γὰρ φερόμενον τὸ ὕδωρ εἰς τὸν τό-

(*) Ἀριστοτ. Μηχανικ. Ε', ὅθεν τό, τε περὶ τῆς κώπης ἡ τὸ περὶ τῷ πηδαλίῳ αὐτολεξεί ἐνταῦθα μηχανηνογράμην.

πον, ἐν ᾧ ἦν ἡ θάλασσα ἢ παρὰ τῇ πηδαλίῳ ἀπωθεῖ-
σα, προσβάλλῃ τῇ γῇ, σρέφει αὐτήν.

Δῆλον ὑπάρχει τοῖς περὶ τῆς ἀνατομῆς τῷ τε ἀνθρώ-
πῳ σώματι, καὶ τῶν ἄλλων ζώων, ἐναρξομένοις, ὅτι
πᾶσαι αἱ σωματικαὶ κινήσεις αἰετὶ διὰ μοχλῶν ἐκτελε-
ται· ὅσων γὰρ διηρθευμένοι πρὸς ἕτερον ὅσων διὰ τῆ κα-
λυμένη γιγγλιμῦ ἔδεν ἕτερον ἔστιν, ἢ μοχλός· καὶ ὑπερ-
μόχλιον μὲν ἔστιν ὁ γιγγλιμῖς· μένει γὰρ ἕτος· οἱ δὲ
μῦς οἱ τὸ ὅσων κατέχοντες, διὰ τῶν τενόντων ἔλκοντες
αὐτὸ, ἀνάγασσι καὶ κατάγασσι, καθ' ἃς αὖ κινήσεις ἀπὸτε-
λέσαι βεληθειμεν.

Χρήσιμον ἔτι καὶ ἕτερον ἔστιν εἶδος μοχλοῦ πρωτογε-
νὸς τὸ ΠΡΟ (ζ. 54), ὃς ἐπισηρίζεται διπλῶ λοφίσκῳ, ὃς
καλεῖται δορκὰς, καὶ τιθεταὶ ἐπὶ τῆς γῆς, ἢν ἄρῃ μεγί-
λα βάρη, οἷον ἀμάξας φορτηγὰς κτλ.· τῷ γὰρ μοχλῷ
ὑποβληθέντος τῇ ἀντιτάσει Ρ, αἶρεται τὸ ἄκρον Π ὑπὸ
πολλῶν ἅμα αἰρόντων.

Περὶ δὲ τῶν λοιπῶν χρησιμωτέρων μοχλῶν ἐκάστη
ιδίᾳ ἐν τοῖς ἐφεξῆς κεφαλαίοις λέξομεν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τοῦ Ζυγῦ.

36. Ζυγὸς καλεῖται ὁ πρωτογενὴς μοχλὸς ΑΒ
(ζ. 55), ὁ περὶ σημεῖον τὸ Γ κινούμενος, δι' ὃ σταθμῶμεν
τὰ βάρη τῶν σωμάτων, ἐντιθέντες αὐτὰ τοῖς κοίλαις δι-
σκοῖς Δ, Ε, τοῖς προσηρτημένοις τοῖς ἄκροις Α, Β· ὅ-
λον μὲν ἔν τῷ ὄργανῳ ἀπὸ τοῦ Ζυγὸς, τὰ δὲ μέρη ΑΓ,

ΓΒ βραχίονες τῷ ζυγῷ· οἱ δὲ Δ, Ε κοῖλοι δίσκοι, πλάσιγγες· τὸ δὲ Γ σημεῖον, ἄξων· ἡ δὲ ΓΖ λαβὴ, ἐν ἣ τίθεται πρὸς ὀρθὰς τῷ ζυγῷ, καὶ αὐτῷ προσκεκολλημένη, ἡ γλῶσσα, ἡ ἀνάκρισις.

37. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Δύω δὲ βάρη τὰ Π, π τίθεμενα ἐν ταῖς πλάσιγγῃν, ἴσα κρίνεται τὴν ὅλην, ὅταν ὧσιν ἰσοῤῥόπα· χρη μέντοι, ἀπάσης ἄλλης ἐξαιρουμένης αἰτίας, ἴσον ἀπέχειν τὰ βάρη τῷ ἄξονος Γ· χρη ἄρα τὸς δύο βραχίονας τῷ ζυγῷ ΑΓ, ΒΓ, πρὸς ὧν τοῖς πέρασι προσαρτῶνται αἱ πλάσιγγες, ἰσῶσαι ἀλλήλοις τὸ μήκος.

Φημι δέ: ἐξαιρουμένης ἀπάσης ἄλλης αἰτίας· καὶ γὰρ τὰ δύο βάρη Π, π δύνανται ἀντίρροπα εἶναι, ἰσαληλῶν μὲν ὄντων τῶν βραχιόνων, ἀνισοβαρῶν δὲ τῶν σωμάτων Π, π, εἴτ' ἔν, εἴπερ τὸ βάρος θατέρου βραχίονος, καὶ τὸ τῶν νημάτων, καὶ ἔτι τὸ τῆς πλάσιγγος, ἅμα εἰλημμένα, βαρύτερα εἶεν τῶν ἐν θατέρῳ ἀντιρροίων· ἴν' ἄρα δίκαιος εἴη ὁ ζυγὸς ἀναγκαίως ἀπαιτῶνται τὰ ἐφεξῆς· α'. ἀμφοτέρας τὰς τῷ ζυγῷ πλάσιγγας, πρὶν ἂν αὐταῖς ἐντεθεῖη τὰ βάρη, ἐν τῇ αὐτῇ κειῶσαι ὀριζοντίῳ ἐπιφανείᾳ· β'. τὸς βραχίονας ἰσαλλήλους εἶναι τῷ μήκει, καὶ ἰσοπαχεῖς. Τὸ πρῶτον τούτων ἀναπληρωτικὸν γενέσθαι θατέρου ἀδυνάτως ἔχει· καὶ γὰρ ἅμφω αἱ πλάσιγγες μένοιεν ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὀριζοντίῳ θέσεως, τυτλὶ μέντοι συμβῆναι δύναται, ἐκ τῷ τὸ ὅλον βάρος θατέρου βραχίονος ΑΓ, καὶ τὸ τῶν αὐτῶν νημάτων, καὶ ἔτι τῆς πλάσιγγος, μείζον εἶναι τῷ ὅλῳ βάρει θατέρου βραχίονος, καθ' ὃν λόγον ὁ ΑΓ βραχίων ἐλάττων ὑπάρχει τῷ ΒΓ· ἐλάττονος δὲ ὄντος θατέρου βραχίονος, τὸ προσαρτηθῆσόμενον βάρος τῷ μείζονι βραχίονι ἀνάγκη πρὸς ἀντίρροπίαν ἐλάττον ὑπάρχειν θατέρου· ἕκην συνακτέον ἰσάλληλα εἶναι τὰ

βάρη ἐκ τῆς πλάσιγγας ἐπὶ τῆς αὐτῆς μένειν ὀρίζον. τίς ἐπιφανείας πρὶν ἐντεθῆναι αὐταῖς τὰ βάρη, ἀλλὰ πρὸς τούτῳ ἔκ τῆς ἰσῶθαι ἀλλήλοις τὰ τῶν βραχιόνων μήκη.

Ἀλλὰ γὰρ ἐκ ἑσιν ἀπολύτως ἀναγκαῖον τὸς δύο βραχίονας ἰσοβαρεῖς ἀλλήλοις ὑπάρχειν· ἐλκέτω γὰρ ἑλαττον ὁ βραχίων $ΑΓ$, ἢ ὁ $ΒΓ$. εἰν ἔν τῷ τῆς πλάσιγγας ἔκ τῶν νημάτων βάρος ἀναπληρώσῃ τὸ ἐλλείπον τῷ βραχίονος· εἰν, ἔτω φάναι, τὸ ἐν τοῖς δεξιοῖς βάρους τῷ $ζυγῷ$ ἰσῶθῃ τῷ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς, τὰ δύο μέρη ἀντιρροῦντα διαμενεῖσι, πρὶν ἂν αὐτοῖς τὰ καθυμνησόμενα βάρη ἐντεθῇ· ἔκ τῶν κατὰ τὸς βραχίονας μηκῶν ἰσχυμένῳ ἀλλήλοις, τὰ τιθέμενα βάρη ἔκ ἂν εἶεν ἀντιρροῦντα, εἰμὴ ἰσῶντο ἀλλήλοις τὰς μάζας.

Εἰν ἔν ἰδωμεν πρὶν ἢ θεῖναι τὰ βάρη τὰς δύο πλάσιγγας, τὴν αὐτὴν τηρέσας ὀριζόντιον θέσιν, συναγαγεῖν ἔχομεν, ὅτι τὸ ὅλον βάρος τῶν δύο τῷ $ζυγῷ$ μερῶν ἴσιν εἶναι, εἰ μόνον οἶδαμεν τὸς δύο τῷ $ζυγῷ$ βραχίονας ἰσαλλήλους τῷ μήκει ὑπάρχοντας.

Δυνατὸν ἔν τὴν τῶν βραχιόνων ἰσαλλήλων ἔτω βεβαιώσασθαι· εἰν γὰρ τὰ βάρη $Π$, $π$ ἐν ἀντιρροπῇ ὑπάρχουσι, τεθείω τὸ μὲν $Π$ ἐν τῇ πλάσιγγῃ $Ε$, θάτερον δὲ ἐν τῇ $Δ$. καὶ ἔκ τῶς ἐν ἀντιρροπῇ ὥσι, τὸς βραχίονας $ΑΓ$, $ΒΓ$ ἰσαλλήλους εἶναι συμπερασθήσεται· ἔσω γὰρ φέρε $ΑΓ < ΒΓ$. τὸ ἄρα $Π$ ἔκ ἂν ἀντιρροπήσῃ τῷ $π$, εἰ μὴ εἴη βαρύτερον τῷ $π$ (15). ὅταν ἔν, τὸ μὲν $Π$ μετατεθῇ ἐν τῇ πλάσιγγῃ $Ε$, τὸ δὲ $π$ ἐν τῇ $Δ$, τῷ $Π$ ἀνσπασθήσεται τὸ $π$ ἀμφοτέρων ἕνεκα· α'. ὅτι τὸ $Π$ τῷ $π$ βαρύτερον· β'. ὅτι $ΒΓ > ΑΓ$.

38. Τρίτον, ἀπαιτεῖται ἐν τῷ $ζυγῷ$ τὸν ἄξονα, ἔκ τὰς τῆς λαβῆς ὁπᾶς, δι' ὧν ὁ ἄξων δίδεισιν, ὡς λεῖτα καὶ

ὁμαλὰ ὑπάρχειν, ἵν' ἡ τριβὴ ἐλαχίστη γίνηται· ἵνα γὰρ τῷ βάρει Π κατενεχθέντος ἀνασπασθῇ τὸ π, δεήσει τῷ Π διττῷ βάρει, τῷ μὲν, ἵνα τὸ π ἀνελευσῇ, θάτερον δέ, ἵνα τὴν ἀντίσασιν τῆς τριβῆς, ἣν ἰφίσταται ἡ ῥάβδος κατὰ τὸν ἄξονα, καταργήσῃ· ἐντεῦθεν ἄρα· α'. α. μῆχανον συναγαγεῖν ἀκριβῶς τὴν τῶν βάρων ἰσαλλήλιαν, ἐκ τῷ ἀντιρρόπῃν ἀλλήλοις ἐν τῷ ζυγῷ· β'. ὡς οἶόν τε τὴν ἀντίσασιν τῆς τριβῆς ἀπομειωτέον, ἐξομαλίζοντας τόν τε ἄξονα, καὶ τὰς ὁπὰς, δι' ὧν δίδεισι, καὶ εἰλαίφ δὲ ὑπαλείφοντας.

39. Δεῖ δὲ καὶ τὰς τῆς ῥάβδου ὁπὰς, δι' ὧν δίδεισι τὰ νήματα, τὰ τὰς πλάσιγγας κατέχοντα, μὴ λίαν εἶναι μεγάλας· ἡ τῆς ῥάβδου ἐπὶ θάτερα κληνέσης, τὸ νήμα τῷ κατιόντος βραχίονος, πρὸς τὸ ἄκρον τῆς ἐπ' αὐτῆς διολισθαίνον, μεγαλύνει αὐτῷ τὸ μῆκος, τῷ κατὰ τὸν ἀνασπώμενον βραχίονα νήματος τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ πελάζοντας, καὶ τὸ μῆκος αὐτῷ ἐξ ἐναντίας ὑπελαττεύοντος· ὁ ἀνὼν ἄρα βραχίων θάτερον ἀποτελεῖται βραχύτερος, καὶ ὅτι αὐτὸς ἐλάττων ἀποκαθίσταται, καὶ ὅτι ἄτερος, ὡς εἴρηται, μεγαλύνεται.

40· Τὸ τῆς κινήσεως τῷ ζυγῷ κέντρον, ὃ κληθήτω τ, δύναται κείσθαι, ἥτοι ἐπ' αὐτῷ τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ (α. 56), ὅπερ ἐστὶ τὸ τῆς ῥάβδου μέσον σημεῖον Κ, ἢ ὑπερθεῖν (α. 57), ἢ ἐνερθεῖν (α. 58) αὐτῷ· πρὸς ὁρθὰς δὲ τῇ ῥάβδῳ ὑπερθεῖν τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ Κ ἴσεται ἡ καλυμένη ἀνάκρισις, ἥτις, τῆς ῥάβδου ὀριζόντιον διασωζέσης ἀκριβῶς θέσιν, κρύπτεται ἐν τῇ λαβῇ, δι' ἧς δίδεισιν ὁ τῷ ζυγῷ ἄξων· ὅταν δ' ἡ κατ' αὐτὴν κορυφὴ ἐξίη τῆς λαβῆς, τὴν τῶν δύο βάρων κατηγορεῖ ἀνισότητα· εἰ μὲν γὰρ ὁ ἄξων διερχέται τὴν ἀνάκρισιν διὰ σημείου καθ.

ἐπεὶ τῷ μέσῳ τῆς ῥάβδου κατὰ τὸ τ , τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ κείσεται ὑπερθεὶν τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ K (σχ. 57)· ἐὰν δὲ ἡ ἀνάκρισις κάθετος ἢ ὑπὸ τῷ μέσῳ τῆς ῥάβδου (ἔγενέσθαι ἢ ἐξὶν ἀδύνατον), τῷ ἄξονος ταύτην διαπερῶντος (σχ. 58), τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ κείσεται ἑνερθεὶν τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ K .

41. Τῷ τῆς κινήσεως κέντρῳ τ συμπίπτοντος τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ K (σχ. 56), ἐὰν ἴσα βάρη ταῖς πλάσιγξιν ἐντεθῶσιν, ὁ ζυγὸς ἐν ὁποιαῦν θέσει ἡρεμήσει· ἔξ γὰρ τῶν φορῶν $ΑΠ$, $Β\pi$, ἢ $\alpha\Pi'$, $\beta\pi'$ παραλλήλων ὕψων, τῶν δυεῖν γωνιῶν A , B , ἢ α , β ἀναπλήρωμα ἔσαι ἢ ἑτέρα διατέρα· τὸ ἄρα τῆς κατὰ τὴν ἐγκλισιν γωνίας ἡμίτονον ἔσαι τὸ αὐτὸ (Γεωμ. 491. Τέμ. Γ) ἐφ' ἑκατέρῃ τῶν βάρων, ὁποιαδήποτ' ἂν εἴη ἢ τῷ ζυγῷ θέσις· ἐὰν ἄρα ἰσάλληλα ὡς τὰ βάρη, ἴσην ἰσχυρὴν ἐκτερον ἀλλήλαις ἐνεργάσονται· ταῦτα μὲν ἄρα ἀντιρροπήσυσιν, ἡρεμήσει δὲ ὁ ζυγός.

α'. Ἀρα τῷ τῆς κινήσεως κέντρῳ τῷ τῆς βαρύτητος συμπίπτοντος, ἢ, ὁ αὐτόν, τῷ κέντρῳ τῆς κινήσεως, ἢ τῷ τῆς βαρύτητος, ἢ τῶν σημείων A , B , ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κειμένων, εἴπερ ὁ ζυγὸς τὴν ὀριζόντιον θέσιν ἐξ αἰτίας τινὸς ἀπολέσειε, ἀναλαβεῖν αὐτὴν ἡκιστα σκεύσει· β'. βραχεῖα ἀνισότης τοῖς βάρεσιν ἐπιγενομένη, διὰ τὴν, περὶ ἧς εἴρηται, τριβὴν, τὸν ζυγὸν ἀνασρέψει, εἴτ' ἂν πρὸς ὀρθᾶς ποιήσει τῷ ὀρίζοντι τὴν ῥάβδον· δύο τοίνυν ἐλλείμματα ταῦτα ἐν τῷ ὕτω κατεσκευασμένῳ ζυγῷ.

42. Ὅταν δὲ τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ ὑπερθεὶν ἢ τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ K (σχ. 57), ἰσοβαρῶν σωμάτων ταῖς πλάσιγξιν ἐντεθέντων, αἰεὶ ὁ ζυγὸς ἔξει θέσιν τὴν AB παράλληλον πρὸς τὸν ὀρίζοντα· κινήσεις γὰρ λα-

βέτω ἐξ ὑποθέσεως τὴν αβ θέσιν· ταιγαρὼν τὸ τῆς βαρύτητος αὐτῆς κέντρον Κ ἀναγκασθῆσεται περιηγόμενον περὶ τὸ τ ἀνελθεῖν εἰς τὸ ο, ἢ τόξον γράψαι τὸ Κο· ἐκ δὲ τῆ ο διὰ τὴν αὐτῆς βαρύτητα κατελθεῖν διὰ τῆς τόξου Κο, ἐξῆς δὲ ἀνελθεῖν διὰ τῆς τόξου ΚΨ ταχυτῆτι τῇ αὐτῇ, ἣν ἐκτίσαστο κατελθὼν ἐκ τῆς Ο· τελευταῖον δὲ μετὰ τινος ἀναλκνίσσεως καθηρεμήσει πρὸς τῷ σημείῳ Κ τῆς καθέτου Κτ· ἢ ἄρα ῥάβδος ΑΒ ἢ τῇ Κτ βελὼν καθετος, ἔξει τελευταῖον θέσιν τῷ ὀρίζοντι παράλληλον.

α'. Ἀρα ἐξωτερικῆς τινος αἰτίας τὸν ζυγὸν τέτον ΑΒ παρατρεφάσης ἐκ τῆς πρὸς τὸν ὀρίζοντα παράλλῃου θέσεως εἰς τὴν πλαιγίαν αβ, τοσῦτον ἰσχυρότερον ἐπανακάμψει εἰς τὴν προτέραν αὐτῆς παράλληλον θέσιν, ὅσῳ μείζῳ μὲν εἶεν τὰ βάρη, ὑψηλότερον δ' ἀρθεῖν τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Κ· β'. τῶν σωμάτων ἰσοβαρῶν ὄντων, ἢ μὲν ΑΒ ῥάβδος αἰὲν ἔξει θέσιν παράλληλον τῷ ὀρίζοντι, ἢ δ' ἀνάκρισις Κτ ἐδέποτε τῆς λαβῆς ἐξελεύσεται· τῆς μὲντοι πρὸς τῷ Α ἡρτημένῃ σώματος ὄντος βαρυτέρῃ ἢ τὸ πρὸς τῷ Β, τὸ μὲν τῆς βαρύτητος κέντρον ἀνασπᾶται πρὸς τὸ ο, τὸ δὲ ἄκρον τῆς ἀνακρίσεως γράψει περὶ τὸ τ τόξον κυκλικὸν τὸ δυ πρὸς ἀριστερὰν τῆς λαβῆς, τοσῶτον μείζον, ὅσῳ βαρυτέρον ἂν ἢ τὸ πρὸς τῷ Α σῶμα τῆς πρὸς τῷ Β.

Ἰνα δ' ἐπὶ τῇ κατὰ τὸν δεύτερον τέτον τρόπῳ κατασκευαζομένῃ ζυγῷ ἢ ἀνάκρισις διὰ τῆς ἰδίας αὐτῆς κινήσεως ἀναγγέλλῃ ἢ τὴν βραχυτάτην ἀνισότητα τῶν κατὰ τὰ σώματα βάρων, ἐπαναγκᾶς τὸ κέντρον τῆς κινήσεως τ βραχυτί ὑπερθεῖν κειῶναι τῆς κατὰ τὴν βαρύτητα κέντρον Κ· τηρήσει γὰρ ἔτι τὴν πρὸς τὸν ὀρίζοντα παράλληλον θέσιν, ἢ τότε ὑπερέξει τῆς κατὰ τὸν πρῶ-

τον τρόπον κατασκευαζομένου ζυγῷ· τέτω τοίνυν κοινῶς
χρῶνται οἱ ἄνθρωποι, τῷ πρώτῳ αὐτὸν προελόμενοι.

43. Τὸναντίον δὲ ἔσω τὸ τῆς κινήσεως κέντρον τ
ἐνερθεν τῷ κατὰ τὴν βαρύτητα κέντρῳ K (σχ. 58)· τοι.
γάρῃν ἡ ῥάβδος AB τὴν πρὸς τὸν ὀρίζοντα παράλληλον
θέσειν τηρήσει, τῶν σωμάτων Π , πῖσοβαρῶν ὄντων· εἰς
μέντοι παρεκτραπῇ εἰς τὴν πλαγίαν θέσειν $\alpha\beta$, τὸ τῆς
βαρύτητος κέντρον K , γράψαν περὶ τὸ τ τὸ τόξον $K\upsilon$,
ἐκείπερ ἐκ ἀντιστοιχεί τῇ καθέτῳ $K\tau$, ὑδρασκήσεται
ἐκ τῷ κέντρῳ τῆς κινήσεως τ · κατελεύσεται ἄρα μέχρι
τῷ σημείῳ τῆς ἡρεμύσεως O , ἣ ἀνελεύσεται πρὸς δεξιὰν
τῷ O , δι' ἧς προεκτῆσατο ταχυτήτος, ἣ μετὰ τινος ἀνα.
λικνίσεισ καθηρεμήσει πρὸς τῷ O · ἣ τηρικαῖτα ἡ ῥά.
βδος AB εὐρεθήσεται ἐν τῇ πρὸς τὸν ὀρίζοντα παράλληλῳ
θέσει $\beta\alpha$.

44. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐκ τῶν μέχρι τῷδε εἰρημένων
μαθάνομεν κατασκευάζειν ζυγὸν δίκαιον ἣ εὐχρησῶν κα.
τὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον· α'. ῥάβδῳ τῆς AB (σχ. 57)
ζητηθῆτω τὸ μεσαίτατον σημεῖον K · β'. πρὸς ὀρθὰς τῷ K
ἡγέρθῃ ἡ βελόνη $K\delta$, ἧς κατὰ τὸ τ , τὸ ἐγγυὲς κείμε.
νον τῷ K , διηκῆτω ὄξων, κατέχων διὰ τῶν ἐαυτῷ περάτων
τὴν λαβὴν· ἵνα δὲ ἡ τριβὴ ἐλαχίστη εἴη, γενέσθω ὁ α'.
ξων πρίσμα τριγωνικόν· γ'. ῥάβδος περιάγεται περὶ τὰς
τῆς λαβῆς ὀπὰς· δ'. γενέσθωσαν τὰ νήματα ἣ ἡ πλά.
σιγῃ τὰ ἐν δεξιᾷ ἰσοβαρῇ τοῖς ἐν ἀριστερᾷ, ὡς ἔχουν αὐ.
τὸν ζυγὸν θέσειν τῷ ὄξωνι παράλληλον, πρὶν ἂν ἐντεθεῖεν
τὰ βαρέα σώματα· ὅτι δὲ ὁ ἔτω κατασκευασθεὶς ζυγὸς
ὑπάρχει δίκαιος ἐκ τῶν προειρημένων καταδηλὸν γίνεται.

45. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εἴρηται τὸ ἀληθὲς βάρος ὧντι
ἐν ὁλίγῳ εὐαριθμέτοις ζυγῷ.

ΛΤΣΙΣ. Τεθέντος τῷ ὠνίς Π ἐν Δ (σχ. 55), σημειωθήτω τὸ βάρος π, τὸ τεθέν ἐν τῷ Ε, ἡ ἀντιρροπον φανέν τῷ Π· τεθέντος εἴτα τῷ ὠνίς Π ἐν Ε, σημειωθήτω τὸ βάρος ν, τὸ τεθέν ἐν Δ, ἡ ἀντιρροπήσαν τῷ Π· τελευταῖον δὲ πολλαπλασιασθήτω θάτερον βάρος ἐπὶ θάτερον, ἡ τῷ γινόμενῳ ἐξήχθω ῥίζα ἡ τετραγώνειος.

ΔΒΙΣΙΣ. Τῷ γὰρ ὠνίς Π κειμένῳ μὲν ἐν Δ, εἴσι Π : π :: ΒΚ : ΑΚ· κειμένῳ δὲ ἐν Ε, εἴσι ν : Π :: ΒΚ : ΑΚ· ἄρα Π : π :: ν : Π· ἄρα π × ν = Π²· ἄρα Π = √π × ν. Ο.Ε.Δ.

Ἐςω π = 21 λίτραις, ἡ ν = 20· ὅθεν 21 × 20 = 420· ἡ δ' ὡς ἐγγίσα τετραγωνικὴ ῥίζα τῷ 420 εἴσι = 20, 49 λίτραις, βάρος πραγματικὸν τῷ ὠνίς Π.

46. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τῷ πραγματικῷ βάρει εὑρεθέντος, εὑρεθήσεται ἡ ὁ τῶν βραχιόνων λόγος· ἐν γὰρ τῷ προτεθέντι παραδείγματι εἴσι Π : π :: ΒΚ : ΑΚ· ἀλλὰ Π : π :: 20, 49 : 21· ἄρα ΒΚ : ΑΚ :: 20, 49 : 21.

47. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Γνωθέντος τῷ τῶν βραχιόνων λόγῳ, εὑρεθήσεται πόσῳ ἴσφαλται ὁ σταθμὸς τῷ δολίῳ ζυγῷ ἐπὶ δεδομένῳ τινὸς ὠνίς· ἐπεὶ γὰρ ΒΚ : ΑΚ :: 20, 49 : 21, τιθεμένῳ ἀντὶ Π ὠνίς ἑλκοντος λίτρας 50 φέρε, εἴσαι ἡ ἀναλογία 20, 49 : 21 :: 50 : χ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ Φάλαγγος.

48. Ζυγὸς ὁ ἀνίσυς ἔχων τὰς βραχίονας φάλαγγες καλεῖται· σταθμῶνται δὲ δι' αὐτῆς βάρη μεγάλων μαζῶν,

διὰ βάρους θατέρω βραχίονι προσηρτημένον, ὃ ἐστὶ τῷ καθ.
μωμένον μακρῷ ἑλαττον, καλούμενον καθέμουν, ἢ σφαί.
ρωμα.

Ἐξω γὰρ ῥάβδος ἡ AB (σχ. 59), ἢ τετμήσθω εἰς
μέρη πολλὰ ἕκαστον ἴσον τῷ AG· τὸ δὲ AG εἰλήφθω ὡς
οἶόν τε μικρὸν, ἵνα πολλάκις ἐπαναληφθῇναι ἔχῃ δι' ὅλη
τῇ μήκει τῆς ῥάβδος AB· ἢ διήχθω διὰ τῇ Γ ἄξων, ᾧ
προσηρμούσθω λαβὴ, τὴν ἀνάκρισιν περιέχουσα, ὡς καὶ τῷ
ζυγῷ· ἢ τὸ μέρος AGΘ τὸ πρὸς ἀριστεράν, προσαρτη-
θείσης αὐτῷ ἦτοι πλασίγγυος, ἢ κροίκου, ἐξ ἧς κρεμάν-
νυνται τὰ καθέμωμενα, ἀντιρροπὸν γενέσθω τῷ κατὰ δε-
ξιὰν βραχίονι ΓΒ· προσαρτηθήτω δὲ τῷ δεξιῷ βραχίονι
σφαίρωμα τὸ Π, ἔλκον βάρος γνωστὸν ἢ ὠρισμένον, φέρ-
εῖν λίτραν, ἢ εὐκίνητον ὃν περὶ τὴν ῥάβδον ΒΓ· αὐ-
τὴ γὰρ ἐστὶν ἡ καλυμένη φάλαγγξ.

49. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐὰν προσαρτηθῇ τῷ Θ σῶμα
τὸ Π ἢ τὸ καθέμουν Η, κείμενον ἐπὶ τῷ 2 φέρ' εἰπεῖν, καὶ
λίτρας βάρος ἔλκον, ἀντιρροπίας ὕψους, τὸ σῶμα Π ἔ-
σαι λίτρων δύο· ἐπεὶ γὰρ τὸ μέρος AG τῆς ῥάβδος ἀν-
τιρροπεί τῷ μέρει ΒΓ, ἐκληπτέον ἐς τὴν φάλαγγα ὡς
μοχλὸν ἀβαρῆ, ἢ ὑπομόχλιον μὲν ἐστὶ τὸ Γ, δύναμις δὲ
τὸ τῷ Α προσηρτημένον σῶμα, ἀντίστασις δὲ τὸ ἐν 2
κείμενον σφαίρωμα· ἐπεὶ τοίνυν τὸ βαρὺ σῶμα, τὸ τῷ
Α προσηρτημένον, ἢ ἡ ἀντίστασις ἢ ἐκ τῷ 2 κρεμαμένη
κατὰ φοράς κατέυετ' τῷ μοχλῷ AB, ἀντιρροπέσιν, ἔσε-
ται ἡ δύναμις ἢ ἡ ἀντίστασις ἐν ἀντιρρόφῳ λόγῳ τῶν ἀ-
πὸ τῇ ὑπομοχλίου ἀποστημάτων (15)· εἴτ' ἐν Π : Η ::
Γ2 : ΓΑ.

50. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Δυνάμεθα δὲ τῇ φάλαγγι
διὰ τῇ αὐτῇ καθέμῳ Η καθέμῃσαι πράγματα τοσούτω βα-

ρύτερα, ὅσω τὸ τῷ σαθμωμένῳ πράγματος ἀπὸ τῷ ὑπο-
μοχλῷ ἀπόστημα ΑΓ ἐλαττόν ἐστι, παρατιθέμενον τῷ τῷ
μοχλῷ μήκει ΒΓ· δῆλον γὰρ ἐκ τῶν ἄρτι εἰρημένων,
ὥς εἶπερ εἴη $ΒΓ = 100$ ΑΓ, τὸ δὲ λίτρον ἔλκων σαθ-
μὸν, κείμενον ἐν τῷ Β, ἀντίρροπον εἴη τῷ σώματι Π,
τὸ Π ἔσαι λίτρων 100· εἰ δὲ τὸ σαθμὸν Η ἔλκη βά-
ρος λίτρων 10 φέρ' εἶπεν, καὶ ὁ μὲν μοχλὸς ΒΓ ἄλις
ἢ ἐπιμήκης, ὁ δὲ ΑΓ βραχὺς πάνυ, ὥς τὸ ΑΓ ἑκατον-
τάκις ἐπαναληφθῆναι ἐπὶ τῷ ΒΓ, τὸ σαθμὸν Η, κείμενον
ἐπὶ τῷ Β, ἀντίρροπὸν δύναται βάρει χίλιοι λίτρων· σαθμη-
θῆναι ἄρα δύναται φορτία βαρύτερα, εἰ μόνον τὰ μέρη
τῆς φάλαγγος σεῖρᾶ εἶεν ἢ ἀλίγυσα.

51. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ὅσω ἐλάττων ἂν ἢ ἢ τῷ με-
χλῷ περὶ τὸν ἄξονα τριβῇ, τοσέτω δικαιότερα, τῶν ἄλ-
λων τῶν αὐτῶν μενόντων, ἔσαι ἢ φάλαγξ· ἵνα γὰρ τὸ
τῷ Α προσηρτημένον βάρος κατασπαθῇ, ἀνασπαθέντος τῷ
ἐν τῷ 2 φέρε κείμενῳ σαθμῷ, ἐπάναγκες, ὡς προσεση-
μειώται, τὸ βάρος αὐτῷ ὑπάρχειν μείζον λίτρων δύο· α'.
ὑπερσχη δεξιᾷ κίνησιν ἐπαιωτητὴν ἐνεργάσασθαι τῷ σαθ-
μῷ Η· β'. ὑπερσχη ἄλλῃ, δι' ἧς ἂν ἐξαφανίσαιε τὴν ἀν-
τίσασιν τῆς τριβῆς, ἣν ὁ μοχλὸς ὑφίσταται περὶ τὸν κα-
τὰ τὸ Γ ἄξονα (36).

52. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἡ φάλαγξ δολία δύναται
εἶναι, α'. ἀνισοβαρῶν ὄντων τῶν πρὸς δεξιὰν τῆς μηχανῆς
τοῖς πρὸς ἀριστεράν· β'. διὰ τὸ σαθμὸν, εἰ ἂν ἀκριθῶς μὴ
ἔλκη τὸ βάρος, ὃ ὑποτίθεται, λίτρας φέρ' εἶπεν μᾶς·
γ'. εἰ ἂν τῶν διασημάτων Γ₁, 12, 13 κτλ. ἕκασον ἀνι-
σον ἢ τῷ ΑΓ· διὰ ταῦτ' ἄρα χαράσσειν εἰώθασι τὴν φά-
λαγγα ἔτω· τιθεμένων γὰρ ἐν τῇ πλάσιγγι τῆς φά-
λαγγος ἀλληλοδιαδόχως βάρειν λίτρας, δεῖν, τριῶν,

κτλ., οἷς ἀμέλει χρῶνται ἐπὶ τῷ ζυγῷ, χαράσσειν ἄλλο μετ' ἄλλο τὰ σημεῖα 1, 2, 3 κτλ., ἐν οἷς δηλονότι τὸ σαθρὸν Η (ἢ τηνικαῦτα ἢ τῷ ἰδίῳ βάρει ἐξέτασις παρορᾶται) ἀντιρροπῇ βάρει λίτρας, δυεῖν, κτλ. Τετὶ ἔν ἔχει δυοχερεῖς ἢ φάλαγξ, ὅτι ἐκ εὐχερῶς ἀπελέγχεται αὐτῆς ἢ δολιότης, τῷ ζυγῷ εὐμαρέστα βασιζομένῳ (37. κτλ.).

53. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Εἰάν τὸ ἐνερθεν τῆς ΑΒ σημείον Ο ληφθῇ ἔτως, ὥς τὴν ΑΟ ὑπέροχον ἐλάττω εἶναι τῆς ΑΓ, ἢ πρὸς αὐτῷ ἀρμοδῇ ἄξων ἕτερος, δι' ἡ διαχθείη λαβὴ ἄλλη, ἢ χαραχθῶσιν ἐπὶ τῷ ἐνερθεν μέρει τῆς ΑΒ μέρη, ὧν ἕκασον εἴη ἴσον τῷ ΑΟ, κατασκευασθήσεται ἐντεῦθεν ὥστερ κινήσις ἄλλη φάλαγξ, ἐφ' ἧς τὸ σαθρὸν Η ἀντιρροπήσει θάρει μείζονι, ἢ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἐν ᾧ ἔστι ΑΓ: ΑΟ· τὰ μὲν ἔν μεγάλα βάρη σαθμῶνται ἐκ τῷ Οτ μέρος τῷ μοχλῷ, πρὸς τὰ ἄνω ἐτραμμένῳ, ὃ καλεῖται πρόσωπον τῷ πλείονος, τὰ δὲ μικρὰ ἐκ τῷ ΑΓ πρὸς τὰ ἄνω τραφεμένῳ, ὃ διὰ τῆτο καλεῖται πρόσωπον τῷ ἐλάττονος βάρει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ ἐντροχίου ἄξονος καὶ ὄνυ καὶ ἐργάτου.

54. Κύλινδρος ὁ ΑΒΓΔ (χ. 60), περὶ τὸν αὐτῷ ἄξονα ΕΖ περιαγόμενος, ἢ κίονι δυοῖ τοῖς ΘΙ, ΛΜ, διὰ τῶν τῷ ἄξονος ἄκρων ἐπιστηριζόμενος, ἢ κατὰ τὸ μέσον αὐτῷ ταῖς δυοῖ σκυτάλαις, εἴτ' ἔν μοχλοῖς ΟΠ, ΕΤ, τοῖς ἐκ ἀλλήλων διατεμνομένοις κατ' ὀρθὰς γωνίας

διαπερώμενος, ἢ προσαρτῶμενος καλῶδιον τὸ Σβ, ἐξ
 ἢ τὴν ἀντίσασιν Ρ κρεμῶσι, ἢ τῷτο ἐνελισσόμενος,
 τῆς δυνάμεως τὰ ἄκρα Ο, Π, Ξ, Τ τῶν σκυταλῶν ὠ-
 θεσης πρὸς τὰ κάτω, ἢ τὸν κύλινδρον περὶ τὸν ἄξονα
 περιφέρεισθαι καταναγκαζέσης, ὃ ἔτω φημι παρεσκευα-
 σμένος κύλινδρος, ἄξων ἐντροχίος (*) ὀνομάζεται·
 ἢ εἰάν μὲν ὁ κύλινδρος ΑΒΓΔ παράλληλος ἢ τῷ ὀρίζον-
 τι, παλεῖται Ο΄νος, εἰάν δὲ πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ ἐφεσθήκη
 (χ. 61), Ε΄ργάτης.

55. ΘΕΩΡΗΜΑ. Εἰάν ἐν τῷ ἐντροχίῳ ἄξονι ἡ δύ-
 ναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχη, ὅν ἡ τῷ κυλίνδρῳ
 ἀκτὶς Στ πρὸς τὴν τῆς σκυτάλης ἡμισυ Οχ, εἴτ' ἐν τῷ
 τῷ ἐκάσῃ σκυτάλης ἄκρῳ ἀπὸ τῷ κατὰ τὸν κύλινδρον ἄ-
 ξονος ΕΖ ἀπόστημα, ἔσται ἀντιρρόπια.

ΔΕΙΞΙΣ. Η' μὲν δύναμις προσαρμολομένη τῷ Ξ,
 εἴτα τῷ Ο, ἢ τῷ Τ, ἢ τῷ Π, διὰ τῆς τῶν σκυταλῶν
 περιαγωγῆς κύκλον ὅλον γράφει τὸν ΕΠΤΟ περὶ τὸ
 τῷ ἄξονος σημεῖον χ· τὸ δὲ καλῶδιον Σβ, ἐνελισσόμενον
 τῷ κυλίνδρῳ, κύκλον ὅλον γράφει τὸν Σνυξ, ἢ ἀκτὶς
 ἐστὶν αὐτῇ ἡ τῷ κυλίνδρῳ ἀκτὶς Στ· γράφονται δὲ ἀμφο-
 τεροὶ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ· ἡ μὲν ἐν δυνάμει, ἐφαρμοζομένη
 τῷ ἄκρῳ ἐκάσῃ μοχλῷ Εχ, ἢ κατασπῶσα αὐτὸν, πρὸς

(*) Τὸτ' ἔστιν ἄξων ἐν τῷ τροχῷ· τροχὸς μὲν γὰρ ἐστὶ
 πᾶσα ὕλη περιφέρεια κύκλου, οἷα ἡ ξυλίνη, ἢ μεταλλίνη
 ΟΞΠΤ· τὸ δὲ προκείμενον ὄργανον κινεῖται πάντως ἐν τοιαύ-
 τῳ τροχῷ· εἰ γὰρ ἢ τροχὸς ἄτις ἔχει περιάγεισθαι, ὡς ὁ
 εἰταῦδα ἐργάτης (χ. 61)· ἀλλὰ τὰ ἄκρα τῶν σκυταλῶν
 περιφερόμενα, νοητὸν ἡμῖν τὸν τροχὸν παρέχεται· ὡς ὁρ-
 ᾶς ἂν ἐντροχίος ἄξων κληθεῖν τὸ ὄργανον διὰ γυνικῷ ἐπίσ-
 ματος.

ὁρᾶς αὐτῷ φέρεται, ἐξ ἀπτομένη γίνεται τῷ κύκλῳ πρὸς τῇ ἀκτίνι $\Xi\chi$ · τὸ δὲ καλωδίῳ, τείνον τὴν ἀντίσασιν P , ἐξ αὐτὸ πρὸς ὁρᾶς ἐφέσκηκε τῇ τῷ ἄξονος ἀκτίνι κατὰ τὸ σημεῖον ξ , πρὸς ᾧ τείνεται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως κατὰ τὴν φορὰν ξP , ἣτις ἀπτομένη γίνεται, ἡ δὴ λαν, τῷ κύκλῳ $\Sigma\upsilon\chi$ · ἔδὲν δὲ διαφέρει ὅλως, εἴτε ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω κάθεται ἐφίσταται τῇ ἀκτίνι τῷ ἄξονος ἡ φορὰ τῆς ἀντιστάσεως, ὡς ἐπὶ τῷ ὄντι (54), εἴτε ἐξ παραλλήλως τῷ ὀρίζοντι, ὡς ἐπὶ τῷ ἐργάτῳ (αὐτ.)· ἐπεὶ τοίνυν ἅμα γράφονται, ὅτε μέγας κύκλος $\Xi\Pi\tau\omicron$, ἐξ ὁ μὲν πρὸς $\Sigma\upsilon\chi$, ἡ ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως λόγον ἔχει, ὃν ἡ $\Xi\chi$ ἀκτὶς τῷ μεγάλῳ κύκλῳ, εἴτ' ἔν τὸ τῆς σκυτάλης ἡμισυ, πρὸς τὴν τῷ μικρῷ ἀκτίνι $\Sigma\tau$, εἴτ' ἔν τὴν ἡμιδιάμετρον τῷ κυλίνδρῳ (Γεωμ. 393. Τόμ. Β'). ἄλλως τε, εἴπερ ἡ ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένη κυκλικὴ περιφέρεια εἴη φέρε = 12 ποσὶ, ἐξ $\Xi\chi$ = 4 $\Sigma\tau$, ἡ ἀντίσασιν P , ἀνίστα, διανύσει πάντως διάστημα ὑποτετραπλάσιον τῷ μήκει τῆς μείζονος κυκλικῆς περιφερείας, εἴτ' ἔν = 3 ποσὶν, ἡ δὴ λαν καθίσταται, βραχὺ τὸν νῦν ἐπισήσασι τῇ ἐνταῦθα τελευμένη κινήσει· τοιγαρὲν ἡ ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως :: $\Xi\chi$: $\Sigma\tau$ · ἐπεὶ δὲ ἦτε δύναμις ἐξ ἡ ἀντίσασιν πρὸς ὁρᾶς φέρονται τῷ μοχλῷ, ἔδέντι μέρος τῆς αὐτῶν ἐνεργείας φθείρεται (15)· ἵνα τοίνυν ἀντιρροπία γένηται, ἐκίναγκες τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως λόγον ἔχειν :: $\Sigma\tau$: $\Xi\chi$ (15)· ἄρα τὸναντίον, κτλ. Ο. Ε. Δ.

56. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τὸν ἐντρίχιον ἄξονα ἐκδέξασθαι δυνάμεθα ὡς μοχλὸν γωνιώδη πρωτογενῇ· κέντρον μὲν γὰρ τῆς κατὰ τὴν δύναμιν κινήσεως ἐστὶ τὸ τῷ κατὰ

τὸν κύλινδρον ἄξονος σημεῖον χ , ὃ ἐφίσταται πρὸς ὀρθάς ἢ σκυτάλη $\Xi\chi$ · κέντρον δὲ τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν κινήσεως εἰς τὸ τῷ ἄξονος σημεῖον τ , ὥπερ ἀντιστοιχεῖ πρὸς ὀρθάς ἢ κυκλικὴ περιφέρεια $\Sigma\upsilon\chi$ · ἀλλὰ τῶν κύκλων $\Xi\pi\tau\omicron$, $\Sigma\upsilon\chi$ παραλλήλων ὄντων, ἐκλαβεῖν αὐτὲς δύναμειν ὡς ὁμοκέντρους, εἴτ' ἐν ὡς ὄντας ἐπὶ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, τετ' εἰς, ὡς εἴπερ ἢ τε δύναμις χ ἢ ἀντίστασις περιάγουιντο ἄμφω περὶ τὸ αὐτὸ τῷ ἄξονος σημεῖον τ · ἦτοις ἄρα τὸ τ κοινὸν ἂν εἴη κέντρον κινήσεως, εἴτ' ἐν ὑπομόχλιον· χ ἄτερος μὲν τῶν τῷ γωνιώδες μοχλῷ βραχυόνων, ὁ $\xi\tau$, εἴτ' ἐν ἡ ἀκτὶς ἢ ἐπιζευγνῦσα τὸ σημεῖον τῆς ἀφῆς, καθ' ὃ ἄπτεται ἢ τῷ καλωδίῳ φορὰ τῷ ἄξονος, χ τὸ ὑπομόχλιον τ · ἄτερος δὲ ὁ $\Xi\chi$.

57. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Εἴπερ ἐν τῷ μοχλῷ τὰ πολλὰ ἀνθρωπὸς εἰς ἡ ἐνεργῶσα δύναμις, κατέχων μὲν εἰς Δ ατέρα τῶν χειρῶν τὴν κατασπαδεῖσαν σκυτάλην $\Xi\chi$, ἀπομένους δὲ Δ ατέρα τῆς $\omicron\chi$, ἵνα χ ταύτην καθέλκυση, τὰς σκυτάλας $\Xi\chi$, $\omicron\chi$, κτλ. εἴδει ἐπιμηκεύρας ἰσχύος, ἢ ὅσον ἐκπύοντες, ἐφ' ὃ τὸν ταύτας ἐλκύοντα, πρὶν τὴν κατασπαδεῖσαν εἶσθαι, δύνασθαι τῆς ἐτέρας εὐχερῶς ἀντιλαβέσθαι.

58. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐντεῦθεν ἄρα, καὶ, ὅσον ἡ $\Xi\chi > \Sigma\tau$ ἢ, τοσούτον αὐξή ἡ δύναμις τῶν $\omicron\chi$, $\Xi\chi$, ὥρισμένοντι μέγεθος ἐχόντων, τῷ μέντοι ἄκρῳ $\omicron$ λίαν ἀπέχοντος ἀπὸ τῷ Ξ , ἀνθρωπος, ὁ εἰς Δ ατέρα χειρὶ τὸ ἄκρον Ξ κατέχων, χ Δ ατέρα Δ ατέρῳ ἄκρῳ $\omicron$ ἐπιχειρῶν, ἐδύναται κατασπάσαι τὲτο κατὰ κῶθετον, ἀλλὰ κατὰ φορὰν τὴν $\omicron\psi$, τὴν τῷ μοχλῷ $\omicron\chi$ πλαγίαν· τηνικαῦτα τοῖνον ἡ ἰσχύς αὐτῷ ἀναλυομένη, καὶ αὖξιν δοκῇ ἐκ τῷ τῆς σκυτάλης μήκους, φθείρεται μέντοι ἐκ τῆς ἀναλύσεως

(Φυσ. 139)· ὅσῳ μὲν ἢ ἄρα μισρότερον γίνονται αἱ τῆ ἐντροχίης ἀξίονος σκευάλας, τοσούτω αὐξάνει ἡ δύναμις· μισρότερον μὲντοι, ἢ ὅσῳ ἔτιοι, γυνόμενα, φθίνειται τῇ δύναμιν.

59. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐάν, ἀπόλωσεν ἐπὶ διατέρεα τῆ ἐντροχίης ἀξίονος ἐξώτονος, εἰ ἀλλῇ μετ' ἀλλῇ τὰς δύο σκευάλας Ξ, Ο, κατασπῶντονος κατὰ τῇ φορᾷ ΟΞ, ἔ. τερος ἐπὶ τὰ ἔτερα ἐξώως, ὡςῃ τὰς ἐτέρας δύο κατὰ τῇ φορᾷ ΠΤ, ἡ ἰσὺς τῆς δύναμειος ὀπλαιομένης ἔσται· τῆ εὐμεγέθους ἀπόλωσαι περὶ τὸν κύλινδρον περιπεταχῆτος δύο, εἰ τὴς μὲν πώδεα τῷ ἐξώτει ἐπερθεύοντες, τὰς-ὁὗ χειρὸς ταῖς ἀντιθέτοις σκευάλας ΠΤ, ΚΤ, εἰ ταύτας συμφύωνος ὡςῃτες, ἰσὺς γίνονται μεγάλης, τῇ ἀτάσσειν ἀνασπῶσα, ἡ ἐφελκυσάσα κατὰ τὰς χειρῶς· πρὸς ἀμφοτέρω δὲ τῷ ἐργάτῃ πάλαιος σκευάλας, ἢν, εἰ τίςοι, πάλαιος ὡςον οἱ ἐλκυσάτες.

60. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἀντί-ὁὗ τῶι σκευάλῳ ΟΠ, ΞΤ πρὸς ἀμφοτέρω δύνασται τῷ τῆ ἀξίονος πέριχα Ζ, ἡ εἰ κατέρω τῷ ἀκρῳ λαβὴ ἡ ρσϣ (9. 62), πρὸς τῷ μέρει ρσ χειρὸ ἐφελκυσάσα, συμπεριώγει τῇ λαβίῃ εἰ τὸν ἀξίον· τῆς ἢν δύναμειος κληθείσης Δ, εἰ τῆς ἀνταρσέως Α, ἀντιρρόσάσῃ, ἔαν ἡ Δ : Α :: ΣΤ : ρϣ (35).

61. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Ἐν ἄπασι τοῖς ἡδὴ εἰρημέτοις ἔτε τῇν παρότητα τῆς ἴλης, ἔξ ἧς οὔτε κύλινδρος εἰ αἰ σκευάλας, ἔτε τῇν τῆς τροχίης ἀντίσσειν, ἢν ἰφίσσεται ὁ ἀξίον περὶ τὰ ὑπομύχλιας, ἔτε μὴν τὸ τῆ κελύωδις πάλαι, ἐλκυσάμεθα· εἰ τὸ μὲν τῆ μοχλῆ βάρους ἐκταμῶν ἐν τοῖς φιδάσται μεμεσῆσμεν (25)· τῇν δὲ ἀντίσσειν τῆς τροχίης εἰσόμεθα ἐν τοῖς ἐφελκῆς· τῇν δὲ διχήμετων, ἡ

τὸ πάχος τῷ καλωδίου μὴ ὑπὲρ λίαν ποικίλλειν τὰ ἀποτε-
λέσματα ἀναμφιβόλως· εἰάν γὰρ ἢ τὸ τῷ καλω-
δίῳ πάχος = 6 γραμμαῖς, ἢ ἐνέργεια τῆς ἀντίστασεως,
ὑπολογιζομένη ἐκ τῷ ἄξονος, ἐν μὲν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ
ἔσαι ὑπὲρ Στ, ἀλλὰ Στ + 3 γραμμαῖς· συμβάν δὲ ἐπαν-
ελυθῆναι τὸ καλωδίον, ἢ ἀκτὶς τῷ κυλίνδρῳ γενήσεται
Στ + 9 γραμμαῖς, ἐπὶ δὲ τῷ τρίτῳ ἐπανελιγμῷ ἔσαι
Στ + 15 γραμμαῖς, κτλ.

62. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ο' ὄνος, παραλλήλῳ τῷ ἄξο-
νος τῷ ὀρίζοντι ὄντος, δεξιὸς μὲν ἐστὶ βάρη ἀνελαύνειν
πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι· δυνατόν δὲ χρήσασθαι αὐτῷ καὶ
πρὸς τὸ καθεκύνειν σώματα τῷ ὀρίζοντι παραλλήλως, τὸ
καλωδίον τροχιλαία προσαρμόζοντας, κατὰ κάθετον ἐξηρ-
τημένη, ἵνα μεταβάλῃ τὴν φορὰν ἢ δύναμιν· ὡσαύτως
δὲ καὶ ὁ ἐργάτης δεξιὸς ἐστὶ τὴν ἀντίστασιν παραλλήλως τῷ
ὀρίζοντι κινεῖν, εἰάν μόντοι τροχιλαία προσληφθῇ, δυνα-
τὸν αὐτῷ χρῆσθαι, ὡς ἂν βυλώμεθα.

63. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Η' φύσις τῷ ὄντι ἥκιστα μετα-
βάλλει, καὶ τὸ στερεὸν ΑΒΓΔ (σχ. 63), περὶ ὃ περιάγε-
ται ἢ τε δύναμις καὶ ἢ ἀντίστασις, μὴ ἢ κύλινδρος, ἀλλὰ
κόλυρος οἷον κώρος, ὡς τὰς ἀλληλοδιαδόχως ἀκτῖνας ΑΟ,
ΕΞ, ΙΤ, ΓΛ αὔξεσθαι κατὰ ἀριθμητικὴν πρόοδον· ἐν ᾧ
τῶν γὰρ σημείων τῆς ἐπιφανείας τοιούδε στερεῷ, ἐν τῷ ε
φέρει, ἢν ὑποτεθῇ ἢ ἀντίστασις, τῷ καλωδίῳ προσαρμοζο-
μένῃ περιφερείᾳ κύκλῳ, ὃ περ ἀκτῖς ἐστὶν ἢ ΕΖ, τῆς δὲ
δυνάμεως καταγραφῆς ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κύκλον, ὃ
ἀκτῖς ἢ Πυ, ἀντιρρόπια ἔσαι, εἰάν ἢ Δ:Α::ΕΖ:Πυ.

64. Τοιγαρὲν τὸ καλωδίον ξβ, τὸ ἔλκων τὴν ἀν-
τίστασιν Ρ, καὶ ἐκ τῷ ἄκρῳ προσηρμωμένον τῷ Γ, περι-

εἰλήχθω περὶ τὴν ἐπιφάνειαν τῆ κολῆρου κώνου ΑΒΓΔ, ἐκ τῆ Γ μέχρι τῆ Α, τῆς φορᾶς αὐτῆς β ἀεὶ παραλλή. λυ αὐτῇ μενέσης· εἴαν ἐν ἡ δύναμις Π κατὰ βραχὺ εἰ. λαττωται, ἡ καθ' ὃν λόγον ἀπομεινῶνται αἱ ἀκτῖνες ΓΧ, ΙΤ, κτλ., ἀντίστασις τῆς αὐτῆς μενέσης, ἀντιρροπία εἶ. σαι, ἐπειδὴν ἡ ἀντίστασις ἀντιστοιχῇ ταῖς ἀκτίσι ΓΛ, ΙΤ, κτλ.· εἴαν δὲ τὴναντίον, τῆ καλωδίου περιελιχθέντος ἐκ τῆ Γ μέχρι τῆ Α, δύναμις κειμένη κατὰ τὸ η ἑλκῃ τῆ καλωδίου κατὰ τὴν φορᾶν Αη, ἵνα περιτρέφῃ τὸν κόλκ. ρον κώνον ΑΒΓΔ, ἡ ἀπολλύῃ τὴν κατὰ τὸ Π κειμένη ἀντίστασιν, ἀεὶ ὑπελαττωθήσεται, ἡ καθ' ὃν λόγον αἱ. ξυσιν αἱ ἀκτῖνες ΑΟ, ΕΖ, ΙΤ, ΓΛ· ὁ δὴλον καθίσταται ἐκ τῶν προειρημένων· ἡ δύναμις ἄρα κᾶν ἐν σταθερῇ νόμῳ αὐξήται, κᾶν ὑπομεινῶται ὡσαύτως, ἐν τοιαύτῃ μηχανῇ τὸ αὐτὸ δύναται τῇ ἐνστάσει παράγειν ἀποτέλεσμα· ὅπερ ἐγένετο ἐν τοῖς ὠρολογίοις, ἐν οἷς ἡ κινῶσα αἰτία ἐκ ἐσι βάρους, ἀλλ' ἐλατήριον, ἕτινος, ὅσον ἐπεκτείνεται, τὴν ἰσχὺν αὐτῇ ἀπολλύντος, ἵν' ἐμποιοῖ κίνησιν ἰσοταχῇ τοῖς τροχίσκοις, τὴν ἄλυσιν, ἣν ἐπεκτεινόμενον ἐλκύει, ἐνεῖ. λιξαν κολῆρω κώνῳ· οἷον ἐστὶ τὸ σφαιρὸν ΑΒΓΔ· τῷτῃ δὲ ἐκ τῆ ἐλκύντος ἐλατηρίου κινούμενον, ἅπαν συγκινεῖ τὸ πολυτρόχιον.

65. ΠΟΡΙΣΑ Θ'. Η' τῆ ὄντος ιδιότης ὑδρόλως μετα. βαλεῖ, κᾶν ὑπὲρ τὰς τέσσαρας πληθυνθῶσιν αἱ σκυτά. λαι· εἴαν δὲ πᾶσαι κατὰ τὰ ἄκρα καλωδίῳ ἐπιζευχθῶ. σιν, ἡ ἑτέρα σφῆρα ὕλη, ἡ μηχανὴ κυρίως καλεῖται ἄξων ἐν τρόχιος τῷ γενικῷ δῆπε τῆς μηχανῆς ὀνό. ματι· τοιαῦτε τὰ πολλά εἰσιν αἱ μηχαναὶ, αἷς ἐκ τῶν φρεάτων ἀντλεῖται τὸ ὕδωρ· περιανομένῃ γὰρ τῇ τρο. χῷ ΑΒΓΔ (χ 64), ἄλυσιν, ἡ καλωδίῳ τὸ ΠΞ ἐνελίσ.

σόμενον τῷ ἄξονι, ἀνέλκει τὴν πλήρη ὕδατος κάλπιν· τῶν δὲ ἐξ τῶν δι' ὕδατος μυλώνων οἱ τροχοί, ὧν τὴν ἀκτῖνα ΑΟ τοσούτῳ μεγεθύνουσιν, ὅσῳ περ εἴη τὸ κινῶν ὕδωρ ἔλαττον.

Ὅταν ἡ ΑΟ ἀκτὶς ἢ λίαν μεγάλη, ἢ ὁ τροχὸς πλατύτατος, ὥς ἔχειν ἄνθρωπον ἐν τοῖς κυρτοῖς αὐτῆ περιπατεῖν ἀπόνως, ἢ ἀκινδύνως, ἢ μηχανὴν τηνικαῦτα καλεῖται γέρανός, χρησιμέυσά μάλιστα ἐν ταῖς ναυσὶ, καὶ τοῖς μεταλλείοις· ἄνθρωπος γὰρ ἐς ὧς ἐπὶ τῷ τροχῷ ΑΒΓ (α. 65), προτιθῇ τὸν ἕτερον πόδα, ὥς εἰ περιπατεῖν ἐβέλετο, ἢ ἔτω καταστῇ τὸ τῷ γέρανῳ μέρος, ὃ περ ἐπεσφίριζε τὸν πόδα· προτιθεὶς δ' εἴτα τὸν ἕτερον τῶν ποδῶν, ἢ ἐξῆς τὸν ἕτερον, περιστρέφει τὸν τροχόν· καλωδίον δὲ ἐνελισσόμενον τῷ ἄξονι ἀναστῇ τὸ βάρος.

66. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι'. Δῆλον δὲ, ὅτι ἐπὶ πασῶν τῶν εἰρημένων μηχανῶν ἡ αὐτὴ δεῖξις ἐπικρατεῖ· ἀντιρροπία γὰρ ἢ μὴ εἶναι, εἰμὴ ἡ δύναμις εἴη πρὸς τὴν ἀντίπασιν ἐν λόγῳ τῷ τῆς τῷ κυλίνδρῳ ἀκτίνος Πτ πρὸς τὴν τῷ τροχῷ ἀκτῖνα ΑΟ (55)· ἀλλὰ ἢ τῷτο δῆλον, ὥς ἐπὶ τῷ μοχλῷ, ἢ ἐπὶ τῷ ἐντροχίῳ ἄξονος ὁμοίως, τῷ χρόνῳ διαφθειρομένῃ τὴν ἰσχύϊν αὐξεσθαι· ὁ μὲν γὰρ τὸν γέρανον περιστρέφων ἄνθρωπος τάχιστα φαίνεται περιπατῶν· βραδέως δὲ τὸ βάρος ἀνιὸν καθορᾶται.

Ὅταν τροχὸς μὴ κινῇ τὸ βάρος ἀμέσως, ἀλλ' ἐμμέσως διὰ τροχῶν ἄλλων, ἢ μηχανὴν τηνικαῦτα καλεῖται πολυτρόχιον, περὶ ἣ ἡμῖν εἰρήσεται ἐν τῷ περὶ τῶν ἐνθέτων μηχανῶν κεφαλαίῳ.

67. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΑ'. Δυνατὸν δὲ τῷ ἐντροχίῳ ἄξονι καθυπαγαγεῖν ἢ ὄργανον ἄλλο κατὰ πολλὰ χρήσιμον εἰς ἄρσιν μεγάλων βάρων, τῷ ἄξονος φέρε ἀμά.

Τόμ. Ε'.

L

ξῆς πεφορτισμένης· καλείω δὲ τῆτο, εἶδοκεῖ, Εὔγε-
της, ἢ κατασκευὴ ἐστὶν ἢ ἐφεξῆς· ἡ μὲν λαβὴ ξο (94.
66) προσαρμόζεται κατὰ τὸ ο ἄξονι σιδηρῷ, διήκοντι διὰ
τῆ ξυλίνῃ σεῖρῃ σώματος ΑΒΓΔ· ὁ δὲ ἄξων διήκει διὰ
τροχῷ ὀδοντωτῇ, ἐν τῷ κυλῶ σεῖρῃ σώματι ΑΒΓΔ
κειμένῃ, ἕτινος οἱ ὀδόντες εἰσίσιν τοῖς ὀδῶσι σκυτάλης ὀ-
δοντωτῆς ἐκ αὐτῆς τῆς Π· τὸ μὲν ἐν σώμα ΑΒΓΔ τῇ γῇ
ἐπερείδεται· τῇ δὲ κορυφῇ Π τῆς ὀδοντωτῆς σκυτάλης
ἐπιτίθεται τὸ ἀρθησόμενον βάρος· δυνάμεως ἐν περιαγῆ-
σης διὰ τῆς λαβῆς τὸν ἄξονα, ἕκαστος ὁδὸς τῆ ὀδοντωτῆ
τροχῷ ἀνάγει ἕκαστον τῶν τῆς σκυτάλης, ἐκ ὧτος αἵρε-
ρεται τὸ ἐπὶ τῇ Π βάρος· ἀντιρροπία ἐν ἑσσι, ὅταν ἡ
δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχῃ, ὃν ἡ ἀκτὶς τῆ
ὀδοντωτῆ τροχῷ πρὸς τὴν τῆς λαβῆς ἀκτῖνα ξο, ἐπεὶ
μέντα αἰέποτε ἡ ξο ἀκτὶς λίσιν ἐπὶ μείζων τῆς τῆ τροχῷ
ἀκτίνος, εἰς ἄνθρωπος διὰ ταύτης τῆς μηχανῆς μέγιστον
ἄραι βάρος δύναται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ Τροχιλαίας.

68. Διτταντι εἶδος τροχιλαίας ὑπάρχει· ἀκινήτος
ἀμέλει, ἢ μηδούως τόπον ἀμείβουσα, ἐκ κινητῇ, ἢ ἀμείβε-
σα, ἐκ τῇ ἀντίσσει συγκινεμένη.

69. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Εἰν τῇ ἀκινήτῃ τροχιλαίᾳ,
ἐφ' ἧς αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως ἐκ τῆς ἀντίσσεως ἄπτονται
τῆς κατὰ τὴν τροχιλαίαν κυκλικῆς περιφερείας ΖΘΕΤ,

(9. 67) ἀντιρρόπια ἔσαι, εἴαν ἡ τῆς δυνάμεως μάζα ἰσῶται τῇ τῆς ἀντιστάσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. Τ'πομόχλιον γάρ ἐστιν ὁ τῆς λαβῆς $ΑΒΔ$ ἄξων $Κ$, περὶ ὃν σρέφεται ὁ τροχὸς $ΕΖΘ$, κινούμενος ὑπὸ τῷ καλωδίῳ $ΗΤΡ$, ὅπερ ἐλκύει ἡ ἐν τῷ $Η$ δύναμις· τὸ δὲ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ $Κ$ ἀπόστημα ἐστὶν ἡ κάθετος $ΚΖ$, ἡ ἀγομένη ἐκ τῷ ὑπομοχλίῳ ἐπὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως· ὡσαύτως τὸ ἀπὸ τῷ αὐτῷ τῆς P ἀντιστάσεως ἀπόστημα ἐστὶν ἡ κάθετος $ΚΕ$ (12)· ἀλλὰ τῶν φορῶν τέτων ἀπομένων τῷ κύκλῳ $ΕΘΖΤ$, αἱ ταύταις κάθετοι εἰσὶν αἱ ἀκτῖνες αὐταὶ $ΕΚ$, $ΚΖ$ (Γεωμ. 151. Τόμ. Β'). τὰ ἄρα τῆς τε δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ ἀποστήματα εἰσὶν ἴσα, ἢ ἐπομένως ἴσαι αἱ αὐτῶν ταχυότητες· ἢ ἄρα γένηται ἀντιρρόπια, τὰς αὐτῶν μάζας ἰσαλλήλους εἶναι ἐπάναγκες (Φυσ. 410, 115) Ο. Ε. Δ.

70. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ ἀκίνητος τροχιλαία μυχλὸς ἐστὶ πρωτογενής, ἢ τὰ μέρη $ΕΚ$, $ΖΚ$ εἰσὶν ἰσαλλήλα· ἀλλὰ ἢ ζυγός, ἢ ῥάβδος μὲν ἐστὶν ἡ τὰ δύο, δι' ἣν κινεῖται τῷ καλωδίῳ ἡ τροχιλαία, σημεῖα αὐτῆς ἐπιζευγῆσαι διάμετρος $ΕΖ$ (36)· ἡ δὲ δύναμις ἢ ἡ ἀντίστασις τοῖς ἐπὶ τῶν πλασίγγων τιθεμένοις σώμασιν ἀναλογῶσι.

71. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἡ ἀκίνητος τροχιλαία καθ' ἑαυτὴν μὲν ὅτ' αὖξει, ὅτ' ἐλαττοῖ τὴν ἰσχὺν τῆς ἀντιστάσεως, ἢ τῆς δυνάμεως· ἴσαι γὰρ εἶναι τὰς μάζας ἀπαιτεῦνται, ἢ ἀντιρρόπια γένηται· διὰ δὲ τὴν τῷ κινουμένῳ τροχῷ $ΕΖΘΤ$ ἀδράνειαν, ἢ τὴν τῆς τριβῆς ἀντίστασιν, ἐλαττοῖ τὴν ἰσχὺν· δεῖ γὰρ ἢ ταύταις πρὸς τῷ τῆς ἀντιστάσεως βάρει ἀντιπαρταχθῆναι τὴν δύναμιν· ἡ δὲ γὰρ τριβὴ τὸ πλεῖον ἀποτελεῖ τῷ κωλύματος· ἡ μὲν γὰρ

ἀδράνεια ἀντίκειται τῇ τῷ τροχῷ κινήσει, πρὶν ἔρξῃται κινεῖσθαι· ἀρξαμένον δὲ, καίεται· ἡ δὲ τριβὴ διαμένει ἀδιάλειπτος· χρησέον ἔν ταῖς ἐπὶ τῷ ζυγῷ εἰρημέναις προφυλακαῖς πρὸς ὑπομείωσιν τῆς τριβῆς (38).

72. Εἰ δὲ ἡ ἀκίνητος τροχιλαία ὑπελαττοῖ τὴν ἰσχύϊ τῆς δυνάμεως, χρησιμώτατον ἔμπης ὑπάρχει ὄργανον· ἂ. γὰρ εἰν ἀνασπᾶσαι βεληθῶ αὐτὸς ἄνευ τῆς τροχιλαίας τὸ βάρος P κατὰ τὴν φορὰν PE, βαρύνται ἀναγκασθῆσθαι τί, τε τῷ ἑαυτῷ σώματος βάρος, καὶ τὸ τῷ ἀνασπῶμένῳ πράγματι· τῇ μέντοι τροχιλαίᾳ χρησαμένῳ τῇ ἀκινήτῳ, τὸ ἑμὸν βάρος προσαρτῶμεν τῷ H, δυνάμει καθ. ἴσεται, ἀνασπῶσα τὸ βάρος P πρὸς τὸ E· β'. ἐν γένει δὲ τὸ τῆς ἀκινήτης τροχιλαίας χρησιμὸν ἐστίν, ὅτι τὴν τῆς κινήσεως φορὰν πρὸς τὸ δοκῶν ποικίλει δυνάμεθα· τῆς γὰρ λαβῆς ABD σημείῳ μνημῶ ὑπερβεν τῷ A διὰ καλῶ. δίε προσαρτηθείσης, τὸ τῷ τροχῷ EΘΖT ἐπίπεδον αἰεῖ εἶναι παράλληλον τῇ φορᾷ ZH, καθ' ἣν ἔλκει ἡ δύναμις· καὶ ἔτω καὶ παντοίως ἡ τῆς δυνάμεως φορὰ ποικίληται, ἐμπαιῆσαι τῇ ἀντιτάσει δυνάμεθα, ἣν ἂν βεληθῶμεθα κίνησιν.

73. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Οὐδὲν δὲ κώλυμα γίνεται, καὶ αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιτάσεως μὴ ὥσι παράλληλοι· ἐλκνέτω γὰρ ἡ δύναμις τὴν ἀντίτασιν κατὰ τὴν φορὰν ΟΨ· αὕτη ἔν καίτοι πλαγιοζομένη τῇ διαμέτρῳ EZ, ἐφίσταται μέντοι πρὸς ὀρθὰς ἀκτίνιτινι τῇ OK, ἥτις ἐμφαίνει τὸ ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ K τῆς δυνάμεως ἀπὸσῆμα, ἔτινος ἰσχυμένῳ αἰεῖ τῷ KZ τῆς ἀντιτάσεως ἀποσῆματι ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ K, ἀντιρρόπια εἶναι, ὅταν αἱ μάζαι τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιτάσεως ὦσιν ἰσάλληλοι (21).

74. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐν τῇ κινητῇ τροχιλαίᾳ, ἀφαιρεμένων τῶν ἄλλων κωλυμάτων, ἀντιρροπία εἶναι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχῃ, ὃν ἡ ἀκτίς τῆς τροχιλαίας πρὸς τὴν χορδὴν τῆ τούτου, ὥς προσαρμίζεται τὸ καλώδιον (οἶ. 68).

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐν ταύτῃ γὰρ, τὸ μὲν βάρος Ρ ἐξαρτάται τῆ τῆς λαβῆς ἄξουος Κ. Θατέρου δὲ ἄκρου τῆ καλωδίου σημείῳ μονίμῳ τῷ Β προσδεθέντος, δεύτερον ἡ δύναμις Π ἀντιστᾷ πρὸς τὰ ἄνω· ἐννοητέον ὅτι μοχλὸν τὸν Ε Δ ἀρχόμενον ἀπὸ τῆ σημείου Δ, καθ' ὃ τὸ καλώδιον ἀρχεται κινεῖν τὴν τροχιλαίαν, καὶ τελευτώντα εἰς τὸ Ε, καθ' ὃ παύεται· ἡ δύναμις ὅν ἔλκει πρὸς τὰ ἄνω τὸ τῆ μοχλῆ ΕΔ ἄκρου Ε, Θατέρου τῆ Δ ἡρεμύοντος· ἐντεῦθεν ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἡ μὲν ἐξηρητημένη ἀντίστασις τόξον γράφει περὶ τὸ Δ δι' ἀκτίνος τῆς ΚΔ, ἡ δὲ δύναμις τόξον ὅμοιον περὶ τὸ αὐτὸ Δ δι' ἀκτίνος τῆς ΕΔ διαμέτρου τῆς τροχιλαίας, εἴπερ αἱ φοραὶ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως παράλληλοι εἶεν, ἡ δὲ ἀκτίνος τῆς χορδῆς ΕΔ, πρὸς ἣ περιτέτται ἡ π ε τῆς δυνάμεως φορὰ, εἰ μὴ εἴη τῇ ἀντίστασει παράλληλος· τοιγαρὲν τῆς μὲν ἀντιστάσεως ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἀπόσημά εἰσιν ἡ ἀκτίς ΚΔ· τῆς δὲ δυνάμεως τὸ ἀπὸ τῆ αὐτῆς ὑπομοχλίου Δ ἀπόσημα ἡ κάθετος ΕΣΑ, ἡ ἀπὸ τῆ Δ ἐπὶ τὴν αὐτῆς φορὰν ἀγομένη (12) ὕδεν ἄλλο εἶναι, ὅτι μὴ ἡ χορδὴ ΔΕ, ἡ Δε τῆ τῷ καλώδιῳ ἐνδεδυγμένῃ τούτου· ἡ ἄρα ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως εἰσιν ὡς ἡ χορδὴ τῆ ἐνδεδυγμένῃ τούτου πρὸς τὴν ἀκτίναν· ἵνα ἄρα γένηται ἀντιρροπία, τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως ἀνάγκη λόγον ἔχειν, ὃν ἡ ἀκτίς τῆς τροχιλαίας

πρὸς τὴν χορδὴν τῷ τόξῳ, ὃ προσαρμόζεται τὸ καλωδίον
(15). Ο. Ε. Δ.

75. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ κινητὴ τροχιλαία μοχλὸς ἐστὶ δευτερογενὴς· ἐν ταύτῃ γὰρ ἡ ἀντίσαςις Ρ μεταξὺ κεῖται τῷ ὑπομοχλίῳ Δ ἢ τῆς ἀντιστάσεως Ρ.

76. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τῶν δὲ φορῶν τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως παραλλήλων ὕψων, ἀντιρροπία ἔσται, εἰ ἢ $\Delta : A :: 1 : 2$ · χορδῆς γὰρ τῆς τῆνικαῦτα τῷ ἐνείλιγμένῳ τόξῳ αὐτῆς ὕψους τῆς διαμέτρου ΕΔ, τὸ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ ἀπόστημα πρὸς τὸ ἀπὸ τῷ αὐτῆς τῆς ἀντιστάσεως ἔστω $ΕΔ : ΚΔ :: 2 : 1$ · τὸν ἀρὶ γένηται ἰσορροπία, δεῖ εἶναι $\Delta : A :: 1 : 2$.

77. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ὅσον ἡ γωνία τῷ πλαγιζομῇ πτΚ, ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν φορῶν τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως, μεγαλύνεται, τοσῶτον ἔλαττον βοηθεῖται ἡ δύναμις· ὅσω γὰρ μεγαλύνεται, τοσῶτον ἔλαττον τόξον ΕΧΔ ἐνελίσσεται, ἢ ἐπομένως τοσῶτον ἔλαττεῖται ἡ χορδὴ ΕΔ, ἡ ἐμφαινέσα τὸ ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ τῆς δυνάμεως ἀπόστημα· ὅταν φέρε ἡ ὑπὸ πτΚ γένηται εἰΚ, ἡ τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα ἐμφαινέσα χορδὴ ἔσται ἡ ΔΙ· τελευταίον δὲ, εἰ ἂν τῇ αὐτῇ ὑποτεθῇ ἡ τῆς δυνάμεως φορὰ νχΔ, ὡς εἶναι τὸ ἐνείλιγμένον τόξον Δμχ = 60° , ἡ χορδὴ Δχ ἰσωθήσεται τῇ ἀκτίνι ΚΔ (Γεωμ. 352. Τόμ. Β'), ἢ τῆνικαῦτα ἡ δύναμις ἡκιστα βοηθεῖται.

78. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Βελομένοις δὲ πολλῶν βάρων ἄλλο μετ' ἄλλο εἰς τόπον τινὰ τὸν Μ διὰ τροχιλαίας ἀσβεβάσαι, ῥᾶτα διανυθήσεται, προσαρτηθέντος μὲν τῷ βάρει τῇ λαβῇ τῆς κινητῆς τροχιλαίας, τῷ δὲ καλωδίῳ ΕΥΧΞ διασβεβέντος διὰ τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας Υ· ἔτω γὰρ εὐμαρῶς ἐκ τῶν κάτω κητελευθήσεται τὶ

καλωδίον ΧΞ, τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας μετατρέψεως τὴν τῆς δυνάμεως φορὴν.

79. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐπὶ τῆς κινήτης τροχιλαίας, ὥσπερ καὶ τῶν ἄλλων μηχανῶν, ὧ διασθίρεται ὁ χρόνος, τὺτῳ μείζων καθίσταται ἡ ἰσχύς· δῆλον δὲ τὺτο γίνεσθαι ἐκ τῶν προειρημένων, εἰ γὰρ ἡ δύναμις, ἀμέσως ἐφαρμόξεισα τῇ ἀντιστάσει Ρ, ἀνασπᾷ αὐτὴν ἐφ' ἐνὸς λεπτοῦ πόδα ἓνα, ἰσχύϊν ἔχουσα διπλασίαν τῆς, ἣν εἶχεν ἐν τῷ Π, χρωμένη τῇ τροχιλαίᾳ, δεήσει κατὰ τὸ Π κειμένην χρήσασθαι ἰσχύϊ τῆς προτέρως ὑποδιπλασίας, ἵν' ἐφεξῆς ἀνασπᾷσι δύο πόδας καλωδίου· δεήσει ἄρα δυσὶ χρήσασθαι ἰσχύσιν, ἑκατέρα διαρκύσει λεπτὸν ἓν· δαπανήσει ἄρα διπλὴν χρόνον, ἵνα παραγάγῃ τὸ αὐτὸ ἀποτελέσμα δι' ἰσχύος ὑποδιπλασίας.

80. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὅταν πολλαὶ συλλήβδην τροχιλαίαι συναπαρτῶσι τὴν μηχανήν, ὀνομάζεται Πολύσπασον, περὶ ᾧ ἐρῶμεν ἐν τῷ περὶ τῶν συνθέτων μηχανῶν κεφαλαίῳ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Περὶ πρᾶνῆς ἐπιπέδου.

81. Τὰ προσηνέκοντα τῇ θεωρίᾳ τῆς πρᾶνῆς ἐπιπέδου εἴρηται κατὰ πλάτος (Φυσ. 191. κτλ.)· λοιπὸν δὲ βραχεῖα διελθεῖν ἐνταῦθα περὶ τῆς, ὅπως τᾶμει δεχθέντα ἐφαρμόζεται τῇ τῆς ἐπὶ τῆς πρᾶνῆς ἐπιπέδου κείνης ἐνστάσεως πρὸς τὴν δύναμιν ἀντιρροπία· καὶ τὰ περὶ τῆς χρήσεως ταύτης τῆς μηχανῆς.

82. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Τῶν τριῶν τῶν δε, τῆς κατὰ τὴν δύναμιν μάζης, ἢ τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν, ἢ τῆς ἢ μίτον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας, δυοῖν δοθέντων, εὐρεῖν τὸ τρίτον ἐν τῇ ἀντιρροπία.

ΛΤΣΙΣ. Ἀντιρροπείτω ἡ δύναμις Π (σχ. 69) τῇ ἀντίστασει Ρ, ἣν ἀνωπᾶ κατὰ τὴν φορὰν ΤΡ τῷ πρηνεῖ ἐπιπέδῳ ΒΓ παράλληλον· τοιγαρὺν ἡ ἀπόλυτος βαρύτης τῆς τῆ σώματος Ρ πρὸς τὴν σχετικὴν αὐτῆς λόγον ἔχει, ὅν τὸ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας Δ πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας ΓΒΔ (Φυσ. 195)· ἀλλ' ἡ μὲν δύναμις Π ἐνεργεῖ καθ' ὅλην αὐτῆς τὴν ἰσχύϊν, εἴτ' ἐν κατὰ τὴν ἀπόλυτον βαρύτητα· εἶγε σπεύδει πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι καταβῆναι· ἡ δ' ἀντίστασις Ρ κατὰ τὴν ἑαυ. τῆς σχετικὴν· ἵν' ἄρα γένηται ἀντιρροπία, δεῖξει τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντίστασεως λόγον ἔχειν, ὅν τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας πρὸς τὸ ὀρθὸν ἡμίτονον.

Εἴσω τοῖνον ἡ τῆς κλίσεως γωνία $B = 10^\circ$, ἢ ἡ ἀντίστασις $= 100$ λίτραις· ἔκῃν τὸ ὀρθὸν ἡμίτονον πρὸς τὸ γωνίας $= 10^\circ :: 100$ λίτραι : $\chi = 17,36$ λίτραις· εἰ δὲ γνωσθῇ ὥσιν ἢ τε μάζα τῆς δυνάμεως $= 20$ λίτραις, ἢ ἡ τῆς ἀντίστασεως $= 100$ λίτραις, εὐρεθήσεται ἡ γωνία τῆς κλίσεως· ἢ γὰρ $100 : 20 :: \text{ὀρθ. ἡμ.} : \chi = \text{ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσιν γωνίας}$ · εἰ δὲ τελευταῖον γνωστὸ ὥσιν ἡ δύναμις $= 100$, ἢ ἡ τῆς κλίσεως γωνία $= 30^\circ$, εὐρεθήσεται ἡ ἀντίστασις· ἢ γὰρ ἡμ. $30^\circ : \text{ὀρθ. ἡμ.} :: 100 : \chi$.

83. ΣΧΟΛΙΟΝ. Παντοίας παρέχεται τὰς χρήσεις τὸ πρηνὲς ἐπίπεδον· ἂν ᾖ φορτίσαι βελώμεθα ἅμα· ἔτι, ἢ ἐκφορτίσαι πρηνήτων ἄγων βερέων, ὧν τὴν

κάθ' ὅσον ἡρέμα γένεσθαι προσήκει· β'. ὅταν ἡρέμα βάρη-
ἐναβιθῶσαι βεβλώμεθα, ἡνίκα ἐ πολλοῖς χρώμεθα πρα-
γέσιν ἐπιπέδοις κλιμάκων δίκην· γ'. δύο ἰδιαίτεραι χρή-
σεις αὐτῷ εἰσιν ὁ Κοχλίας, ἐ ὁ Σφήν, περὶ ὧν ἑκατέρη,
ἔτε ἰδιαν ἀπαιτῶντος θεωρίαν, ἐρῶμεν ἐν τοῖς ἐφεξῆς κε-
φαλαίοις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Περὶ Κοχλίου.

84. Ἐὰν, κυλίνδρου τῷ ΑΒΓΔ (α. 70) περιαγο-
μένῳ ἰσομερῶς περὶ τὸν αὐτῷ ἄξονα ΑΒ, ἀκίνητον μένοντα,
ἐ ἅμα παραλλήλως αὐτῷ τῷ ἄξονι κινούμενε κατὰ τὴν
φορὰν τῷ ἄξονος ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω, τὸ αὐτῷ ἁ-
κρὸν Α, ὅπερ ἔκειτο κατὰ τὸ α, ἀφίσχεται ἐπὶ τῷ ρ,
θάτερον δὲ τὸ Β, ὅπερ ἔκειτο ἐπὶ τῷ β, γέννηται κατὰ τὸ
α· ἐν δὲ ταύτῃ τῇ κινήσει ὑποτεθεῖ πρὸς τῷ ἁκρῷ τῷ κί-
νέμενε τὴν διττὴν κίνησιν κυλίνδρου βελόνῃ μόνιμος ἡ ΕΒ,
ἢ ἡ ἀκωκὴ ἐγ' χρίπτοι τὴν τῷ ἄξονος ἐπιφάνειαν· ἡ ὑπὸ
τῆς βελόνης γραφομένη γραμμὴ ἐ ὑπὸ τῶν σημείων
ο, υ λαμβανομένη οχτιψυ, καλεῖται σπεῖρα (*).

(*) Δῆλον αὐτίκα καθίσταται τὴν σπεῖραν ταύτην μα-
κρῶ διαφέρειν τῶν εἰρημένων (Τ' ψηλ. Γεωμ. 331. Τόμ. Γ'.)
ἐκείναι μὲν γὰρ ἐν ἐπιπέδῳ ἐπιφανείᾳ γράφονται· αἱ δὲ ταύ-
τε ὁμοειδεῖς ἐν καμπύλῃ, οἷα ἡ τῇ κυλινδρικῷ ἄξονος, ἐφ'
ᾧ κινεῖται ὁ ἐπικείμενος κύλινδρος· αἱ δὲ ἐπὶ τῶν τοιούτων
ἐπιφανειῶν γραφόμεναι καμπύλαι γραμμαὶ διτλῆς καμ-
τυλότητος ὁνομάζονται, ἃν τὰς ιδιότητας ἰδίῳ πάρεστιν

85. Ἐὰν δὲ πρίσμα τριγωνικὸν εὐλίγυσον ἑμπεριελιχθῇ τῷ κυλίνδρῳ ἐκ τῆς ἀρχῆς αὐτοῦ, καὶ ἐς τὸ ὑπερλευτῆσαν, ὡς ἐν τῶν αὐτῶν παραλληλογράμμων προσαρμόζεσθαι ἀκριβῶς τῷ κυλινδρικῷ ἄξονι, τὴν δ' ἀντιθετοὺν ῥάχιν τοῦ πρίσματος αἰὲν συσπαιεῖν τῇ σπείρᾳ σχίτου· ἢ, βέλτιον εἰπεῖν, ἐὰν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἐγγλυφῇ τῷ κυλινδρικῷ ἄξονι κενόντι σπειροειδὲς, καὶ πρίσματικὸν μεταξὺ τῶν προσεχῶν γραμμῶν σχ, ιτ, καὶ μέχρι τῆς Α κορυφῆς· προκύψει ἐντεῦθεν ὁ καλούμενος Κ ο. χ λ ί α ς.

86. Ἐὰν δὲ γραμμὴ εὐθεῖα ἢ τυπὶ ἀχθῇ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω κάθετος ἑκατέρᾳ τῶν τοῦ κυλίνδρου βάσεων, διατεμεῖ τὴν ὅλην σπείραν εἰς τοσαῦτα μέρη ἰσάλληλα τὰ σχτ, τιψ, κτλ., ὅσας περιστρέφεται ὁ κύλινδρος περὶ τὸν αὐτῶν ἄξονα· διὸ δὴ τὰ μέρη ταῦτα ἐλιγμοὶ ὀνομάζονται· τὸ δὲ μέρος οὗ τῆς εὐθείας γραμμῆς, τὸ ἀπολαμβάνομενον ὑπὸ τῆς ἀρχῆς ἐλιγμοῦ τίνος, καὶ τῆς κατ' αὐτὸν τέρματος τ, διάστημα τοῦ κοχλίου προσαγορεύεται· ἐμφαίνει γὰρ ἢ οὗ τοῦ διαστήματος, ὃ διήνυσεν ὁ κύλινδρος, κινούμενος πρὸς τὸ Α ἐκ τῆς Β, μέχρις ἢ ἢ γραμμῆς υψι, ὑπελθὺσα τὴν βελόνην Ε, ἀπαντήσῃ ταύτῃ καὶ δεύτερῃ· ἐντεῦθεν ἄρα, ὅσῳ τάχισιν ὁ κύλινδρος περιεφέρεται περὶ τὸν αὐτῶν ἄξονα, τῆς κατὰ τὴν φοράν ΑΒ ταχυτήτος αὐτῆς ἀμεταβλήτου σωζομένης, τοσούτον ἔλαττον ἔσται τὸ τοῦ κοχλίου διάστημα οὗ· ἢ, ὃ ταυτὸν, τοσούτον οἱ ἐλιγμοὶ προσεχέςεσσι ἀλλήλων ἔσονται.

ἐν ταῖς βίβλοις τῶν κατὰ πλάτος περὶ τῆς ὑψηλοτέρας Γεωμετρίας περιλαμβανόμενον.

87. Παρὰ δὲ τῆτον τὸν κοχλίαν, ὃς καλεῖται ἄρ-
σην, τὴς ἐλιγμῆς ἐξέχοντας φέρων ἐπὶ τῆς τῷ κυλίν-
δρου ἐπιφανείας, ἢ ἄλλος κατασκευάζεται θήλυσ ὀνο-
μαζόμενος, ἣ οἱ ἐλιγμοὶ κατ' εἰσοχὰς τῷ κυλίνδρῳ ἐγ-
κολάπτονται· κατασκευάζονται δὲ ἕτως ἐκάτεροι, ὥς τὴς
εἰσέχοντας τετὴ ἐλιγμῆς ὑπείσέρχονται ἀραρότως τοῖς
ἐκείνῃ· καὶ τῆς συναρμογῆς τῶν ἐκείνων ἢ συναφείας μίαν
ἀποτελεῖσθαι μηχανήν.

88. Τ' ποτεθείσθω ἔν ἡδὴ ὁ θήλυσ κοχλίας ΑΒΓΔ
μένων προσκεκολλημένος τοῖς σύλοις ΕΖ, ΔΗ (χ. 71)
εἰάν ἔν προσηρτηθῇ βάρος τὸ Π τῷ διαστήματι τῷ κοχλίῳ
ΘΙ, τῆς τριβῆς ἐξαιρουμένης, οἱ ἐλιγμοὶ λμ τῷ κοχλίῳ,
ἐπερειδόμενοι τοῖς τῷ θήλεως, κατελεύσονται δι' αὐτῶν,
ὥς διὰ πρηνῆς ἐπιπέδου, ἕκαστος ἄρα τῶν τῷ θήλεως ἐ-
λιγμῶν πρηνὲς εἶναι ἐπίπεδον, ἢ μῆκος μὲν αὐτὸ τὸ τῷ
μλτ ἐλιγμῷ μῆκος, ὕψος δὲ τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα τμ·
τὸ δὲ βάρος Π, δι' ἣ τὴν βαρύτητα ὁ τῷ κοχλίῳ ἐλιγμὸς
θλίβει τὸ ἐπίπεδον τῷ κατὰ τὸν θήλυν ἐλιγμῷ, ἐκλαμ-
βάνεται ὥς κείμενον ἢ αὐτὸ ἐπὶ τῷ αὐτῷ πρηνῆς ἐπιπέ-
δου, εἴτ' ἔν τῷ κατὰ τὸν θήλυν ἐλιγμῷ· τοιγαρὺν ἢ βα-
ρύτης ἢ κατέχευσα τῷ τὸ βάρος, εἴτ' ἔν ἢ σχετικὴ αὐ-
τῷ κείμενον ἐν τῷ κοχλίῳ βαρύτης πρὸς τὴν ἀπόλυτον
αὐτῷ λόγον ἔχει, ὅν τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα πρὸς τὸ μῆ-
κος τῷ ἐπιπέδου, εἴτ' ἔν τὸ ἐνὸς τῶν ἐλιγμῶν (Φυσ. 193).

89. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ο' κοχλίας ἄρα καθ' ἑαυτὸν ἢ
δέν ἐστὶν ἄλλο, ἢ πρηνὲς ἐπίπεδον.

90. ΣΧΟΛΙΟΝ. Διὰ δὲ τὴν, ἣν παρέχεται χρῆσιν,
μηχανὴ ἀποτελεῖται ὁ κοχλίας ἐκ πρηνῆς ἐπιπέδου, ἢ
μοχλῷ συγκειμένη· χρῶνται γὰρ ἄνθρωποι τῷ κοχλίῳ,
ἥτοι πρὸς ἀνύψωσιν σώματος τῷ Π, ἐρέφοντες τὴν σκυ-

τάλην, ἢ τὸν μοχλὸν ΙΚ, ἐ ἔτω τὸν κοχλίαν ΙΘ ἀνα-
 βῆναι ἀναγκάζοντες διὰ τῶν ἐλιγμῶν μλτ τῷ θήλειος
 κοχλίου ΑΒΓΔ τῷ τετρώως προσκεκολλημένῃ τοῖς σύλοις
 ΕΖ, ΓΗ, ἢ πρὸς κατάληψιν σώματος, ὃ διττῶς αὖ
 διαπραχθεῖν· α'. τίθεται κατὰ τὸ Π μεταξύ τῷ ἐπιπέδῳ
 αδβρ, ἐ τῷ εζθη, τὸ πιεσθιτόμενον, ἐ ὁ κοχλίας κατ-
 ελθεῖν ἀναγκάζεται διὰ τῷ μοχλῷ ΙΚ· β'. ἐνίοτε δὲ
 τὸ αὐτίον, μένει μὲν ἀκίνητος ὁ κοχλίας ΙΘ· τιθεμένῃ
 δὲ τῷ πιεσθιτομένῃ σώματος μεταξύ τινος ἐπιπέδου τῷ α
 βδρ, καὶ τῷ θήλειος κοχλίου ΑΒΓΔ, περιάγουσα τὴν
 θήλην κοχλίαν ἐκ τῶν ἄκρων αὐτῷ Δ, Β, ὅτε ὁ αὐτὸς
 θήλης κοχλίας ἐ μοχλὸς διπλῆς καθίσταται ΒχΔ.

91. Α'λλ' εἰ ἐ ὁ κοχλίας ἔτιωσ αἰ γίνεταί σύθε-
 τος μηχανῇ, ἀλλὰ τὴν ἐκ' αὐτῷ θεωρίαν τῆς ἀντιρρο-
 πίας ἐνταῦθα ἐκθησόμεθα, περὶ τὰς ἀπλᾶς ἐτι τῶν μη-
 χανῶν ἀχολόμενοι· τὴν μὲν ἐν ἀντίστασιν, ἣν προίχε-
 ται σῶματι πιεζόμενον, ἐκδεξόμεθα ὡς τὴν τῷ ἀντισπῶ-
 μένῃ σώματος· τὴν δὲ δύναμιν, ὡς τὴν τῷ ἀντισπῶντος·
 τὰ μάζας ἄρα τῆς δυνάμεως ἐ τῆς ἀντιστάσεως ἀνταυ-
 θὰ ἐκληψόμεθα, ὡς καὶ ταῖς προεκτεθείσαις μηχαναῖς.

92. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ κοχλίῳ ἀντιρροπία ἐστίν,
 ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν ἔχη λόγον, ὃν τὸ τῷ
 κοχλίῳ διέστημα πρὸς τὴν κυκλικὴν περιφέρειαν, ἣν ἡ τῷ
 ἄκρῳ Κ, ἢ Δ προσηρμοσμένη δύναμις καταγράφει.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆς γὰρ τῷ Κ προσηρμοσμένης δυνάμεως
 ὅλην περιφέρειαν γραφύσης περὶ τὸ Ι σημεῖον τῷ ΙΘ α'.
 ξητος, ὁ κοχλίας αὐτῶν διανύσει ἐλιγμὸν ἕνα, ἐ ἐπομέ-
 νως τὸ βαρὺ σῶμα Π, τὸ προσηρτημένον τῷ τῷ κοχλίῳ
 ἄξονι, ἀνασπασθήσεται εἰς ὕψος ἴσον ἐν τῷ κοχλίῳ διαστή-
 ματι τῷ ιρ· ὡσαύτως, εἰ προκείνῃ σῶμα καταπίεσαι

ἐν τῷ Π, ὅπερ ὡς ἀντίσαςιν ἐκλαμβάνομεν, τῆς πρὸς τῷ Κ δυνάμεως ἅπαξ περιεχομένης, ὃ τῷ κοχλίῳ ἄξων, καὶ ἐπομένως ἡ ἀντίσαςις, κατελείσεται ἐλιγμὸν ἕνα· ἡ ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτῆς πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως, λόγον ἔχει, ὃν ἡ ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένη κυκλικὴ περιφέρεια πρὸς τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα· ἵν' ἄρα γένηται ἀντιστάσις, τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως ἐπάναγκες λόγον ἔχειν, ὃν τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς δυνάμεως γραφομένην κυκλικὴν περιφέρειαν (Φυσ. 115). Ο. Ε. Δ.

93. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐν τῷ αὐτῷ κοχλίῳ ὅσῳ μείζων ἂν ἢ ὁ μοχλὸς ΙΚ, πρὸς ἔ τῷ ἄκρῳ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις, τοσούτον ἀναλόγως αὔξει ἡ δύναμις. αἱ γὰρ κυκλικαὶ περιφέρειαι εἰσὶν ὡς οἱ μοχλοὶ, τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος, καὶ ἐπομένως τῆς κατὰ τὴν ἀντίσαςιν ταχυτῆτος τῆς αὐτῆς μενέτης.

94. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐν διαφόροις κοχλίαις τῷ κατὰ τὸν μοχλὸν μήκες ἀναλλοιώτῳ μένοντος, τοσούτον αὔξει ἡ τῆς δυνάμεως ἰχύς, ὅσον ἂν ἢ ἐλάττω τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα, ἢ, ὃ ταυτὶν, ὅσον οἱ ἐλιγμοὶ εἶεν προσεχέστεροι.

95. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐντεῦθεν ἔπεται τὴν ἐνέργειαν, ἣν ἡ δύναμις ἐπιδρά τῇ ἀντιστάσει ἐν τῷ κοχλίῳ, λόγον ἔχειν σύμμετον ἕκ τε τῷ ὀρθῷ λόγῳ τῶν περιφερειῶν, καὶ ἐπομένως τῶν κατὰ τὴν μοχλὸς μηκῶν, ἅτινα εἰσὶν αἱ τῶν περιφερειῶν ἀκτῖνες, καὶ ἐκ τῷ ἀντιστρόφῳ τῶν τῷ κοχλίῳ διαστημάτων, καὶ ἐπομένως ἡ δύναμις αὕτη ἔστιν ὡς τὸ πηλίκον τὸ διαιρέσει τῆς περιφερείας διὰ τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος προερχόμενον (*).

(*) Οὔταν μὲν γὰρ ποσὰ δύο Π, τ ἀντιστοιχούντα

96. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Ἐκ τῶν τεσσάρων τέτων, τῷ κατὰ τὸν μοχλὸν μήκους, τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν δια-

λόγον ἔχουσι δυοῖν ἐτέρων Ξ , ξ , τὴν ἀναλογίαν ταύτην ἐκ-

δηλῶσαι δυνατόμεθα ἥτοι διὰ $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ἢ διὰ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$ (Σημ.

286 τῆς Φυσ.). ὅταν δὲ ταυτίον δύο ποσὰ Π , π ἐν ὁρ-
θῷ λόγῳ ὡς δυοῖν ἐτέρων ποσῶν Ξ , ξ , δυνατόν ἐν τῇ ὁρθῇ
ἀναλογίᾳ $\Pi : \pi :: \Xi : \xi$, ὑποθεῖναι = 1 τὴν ἐλάττω πο-
σότητα ἑκατέρου εἶδους ὅθεν $\Pi : 1 :: \Xi : 1$ ἄρα (Συμβ.

Λογ. 238. Τόμ. Α'.) $\Pi = \frac{\Xi}{1}$, καὶ $\Xi = \frac{\Pi}{1}$, εἴτ' ἔν $\Pi =$

Ξ · διὸ δὴ ἐμφανίσειν εἰσάγειν, ὅτι δύο ἐτεροειδεῖς ποσότη-

τες Π , Ξ ἐν ὁρθῇ εἰσὶν ἀναλογίᾳ, γράψοντες $\Pi = \frac{\Xi}{1}$, ἢ

$\Pi = \Xi$ · ταυτίον δὲ ἵνα δηλώσωμεν, ὅτι δύο ποσὰ ἐν ἀντι-

κρότῳ εἰσὶν ἀναλογίᾳ, γράψομεν $\Pi = \frac{1}{\Xi}$, ἢ $\Xi = \frac{1}{\Pi}$ · εἰάν

ἄρα δύο γινόμενα ᾤσιν, ἐν λόγῳ μὲν ὁρθῷ δύο περιτρεῖχον

Γ , 1, εἴτ' ἔν ἐν λόγῳ δηλούμεν διὰ $\frac{\Gamma}{1}$, ἢ διὰ Γ , ἐν λόγῳ

δὲ ἀντικρότῳ δυοῖν διασημάτῃ τῷ κοχλίᾳ, Π , 1, εἴτ' ἔν ἐν

λόγῳ $\frac{1}{\Pi}$, ἢ δὲ ὁ πρὸς ἀλλήλας αὐτῶν λόγος σύνδετος ἐκ

τῶν δυοῖν τέτων λόγων (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α'.), ἵ-

σονται ταῦτα ἐν τῷ λόγῳ $\frac{\Gamma}{1} \times \frac{1}{\Pi} = \frac{\Gamma}{\Pi}$, εἴτ' ἔν ὡς ἡ πε-

ριτέρεια διηρημένη διὰ τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διασήματος.

Εὐτεῦθεν ἄρα δῆλον ἐν γίνεσθαι, ὅταν δύο ποσότητες ἐν
ὁρθῷ μὲν ᾤσιν λόγῳ ποσότητός τινος, ἀντικρότῳ δὲ ἐτέρας,
δυνατὸν ἐμφῆναι τὸν ἐκ τέτων σύνδετον λόγον διὰ τῇ τη-
λίᾳ τῷ διαιρίσει τῆς πρώτης διὰ τῆς δευτέρας προερχομένης.

σήματος, τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως, τριῶν δοθέντων, εὑρεῖν τὸ τέταρτον ἐν τῇ ἀντιρρόπῃ.

ΛΤΣΙΣ. Μία μόνη περίπτωσις ἢ τὰς ἄλλας εὐκόλως ἐπιλύσει κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον· ἔσω γὰρ ἡ ἀντίστασις = 1000 λίτραις, ἢ τὸ τῷ κοχλίῳ διάσημα = 1 δακτύλῳ, ἢ τὸ τῷ μοχλῷ μῆκος = 10 δακτύλοις· ἢ ἐν εὐρεθῇ ἡ τῇ ἀντιστάσει ἰσορροπήσασα δύναμις, ἂ. ζητήσω κυκλικὴν περιφέρειαν, ἧς ἡ ἀκτὺς εἴη = 10 δακτύλοις διὰ τῆς ἀναλογίας $7 : 22 :: 20 \text{ δακτύλοι} : \chi = 62\frac{2}{7}$ δακτύλοις (Γεωμ. 375. Τόμ. Β'.) β'. εὐρεθῇτω ἡ δύναμις ἐκ τῆς ἀναλογίας· $\chi : 1000 \text{ λίτραι} :: 1 \text{ δακτύλος} : 62\frac{2}{7} \text{ δακτύλεις}$ · ὅθεν $\chi = \frac{1000}{\frac{7}{62\frac{2}{7}}} = 15\frac{1}{7}$ λίτραις (Α.ριθ. 205)· σῶμα τοίνυν ἰσοβαρὲς 16 λίτραις ἐν ταύτῃ τῇ μηχανῇ βαρύνει ἀντίστασιν ἰσοβαρῇ λίτραις 1000.

97. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Ἐν δυοῖ κοχλίοις δοθέντων τῶν διασημάτων, ἢ τῶν κατὰ τὰς μοχλῶν μηχανῶν, εὑρεῖν ἐν ἑκατέρῳ τὸν τῶν κατὰ τὰς δυνάμεις μαζῶν λόγον, ἵνα γένηται ἀντιρρόπια ἐν ἑκατέρῳ.

ΛΤΣΙΣ. Ἐῶ τῷ μὲν τὸ διάσημα = 1 δακτύλῳ, ἢ τὸ κατὰ τὸν μοχλὸν μῆκος = 10 δακτύλοις· θατέρῳ δὲ τὸ μὲν διάσημα = 2, τὸ δὲ τῷ μοχλῷ μῆκος = 40· ἐσι τοίνυν $\frac{1}{1} = 10$, ἢ $\frac{1}{2} = 20$ · ἡ ἄρα ἰσχὺς τῆς δυνάμεως τῆς ἐν τῷ πρώτῳ κοχλίῳ, ἔτι πρὸς τὴν ἰσὺν αὐτῆς ἐν τῷ δευτέρῳ ἐνεργύσης :: $10 : 20 :: 1 : 2$ · ἢ ἄρα γένηται ἐν ἑκατέρῳ ἀντιρρόπια, ἀντιστάσεως τῆς αὐτῆς ἐν ἑκατέρῳ ὕψους, ἢ ἐν τῷ πρώτῳ μάζα τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἐν τῷ δευτέρῳ ὀφείλει ἔχειν :: $2 : 1$, εἴτ' ἐν ἀντιρρόφῳ ὡς τὰ κατὰ τὰς μοχλῶν μήκη διαι-

ρεθέντι διὰ τῶν κατὰ τὴς κοχλίας διασημάτων (95, ε Γεωμ. 393. Τόμ. Β'.)

98. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐν τῷ κοχλίᾳ, ὡς καὶ ταῖς ἄλλαις μηχαναῖς, ὧ καταναλίσκεται ὁ χρόνος, τέτρω αὐ-
ξει ἡ δύναμις.

99. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ο' κοχλίας, κρανὲς ἐπίπεδον
ὦν, κάτεισί τε εἰς ἀνεισι, καὶ ὅν αὐτῷ ἐπενεργοίη λόγῳ ἡ
δύναμις, ὡς ἤδη εἶδομεν· ἀλλ' οἱ λόγοι τῆς θεωρίας
ταύτης ἤκιστα κρατέουσιν, εἰ προσλογισθῇ τῇ ἀντίστασει
τῶν ἀνελκομένων ἢ κατασπωμένων σωμάτων καὶ ἡ ἐκ
τῆς τριβῆς ἀντίστασις.

Ἀλλὰ καὶ ἡ τριβὴ ζημιώδης γίνηται τῷ κοχλίᾳ,
κωλύουσα τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως, τὰ πολλὰ μέντοι ἀφέ-
λιμος γίνεται, ὅτι τῆς δυνάμεως τῷ ἐνεργεῖν παυομένης,
ἡ ἔτι τὸ ἐνδόσιμον ἔχουσα τῆς ἀντίστασεως κίνησις εὐδεῖται
κωλύματος, τῆς τριβῆς αὐτὴν ἰσώσης.

Φημι δὲ τὰ πολλὰ· πολλάκις γὰρ ἡ τριβὴ ἐκ
ἀφανίζει τὴν κίνησιν τῆς ἀντίστασεως, εἴτ' ἐν ὅταν μεγά-
λα μὲν ὡσι τὰ διαστήματα, ὀλιγάριθμοι δὲ οἱ ἐλύγμοι,
εἰ ἔτι ἐλαίῳ καταληλειμένοι· καθορᾶται τοιγαρὺν ἐν
τοῖς πιεσθῆσις ὁ μυχλὸς, ὃν ἰσχυρῶς ἀν περιαγάγοις,
μεθ' ὁρμῆς περισρεφόμενος, εἰ τὴς παραινχόντας πέριξ
καταλυμαινόμενος.

100. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Πολλοῖς δὲ εἰς ἄλλοις παρὰ
τὰ εἰρημένα χρήσιμός ἐστιν ὁ κοχλίας· κινήσεις γὰρ δι'
αὐτῷ οἷον ἀκατάληπτοι μὲν, ἰσάλληλοι δὲ, σώμασιν ἐμπρι-
εῦνται· ἐπιπώματά τε παντοίοις σκεύεσι γίνονται, δυσχερῶς
ἢ ἐδόλως τῶν σκευῶν ἐκπίπτουσα, εἰμήτις περιαγωγῇ
ταῦτα βυλθθεῖν ἀφελεῖν· ἀλλὰ εἰ τὰ σμικρότατα δια-
στήματα δι' αὐτῷ μετροῦνται, ἡνίκα εἰς ὀνόματι ἰδίῳ ὁ κο-

χλίας μικρόμετρον ὀνομάζεται· κείῳ γὰρ ἀπὸ τῆς μικρᾶς γραμμῆς ΑΒ (α. 72) τεμείν γραμμὴν ἐτι ἐλάσσω τὴν ΑΓ, ἥτις εἴη πρὸς τὴν πρώτην ἐν λόγῳ δεδομένῳ, οἷον :: 1 : 100· εἰλήφθω ἔν ὃ ΔΕ κοχλίας, ἔπερ εἶεν οἱ ἐλιγμοὶ ἰσάλληλοί τε καὶ προσεχέςατοι· καὶ πρὸς τῷ ἄκρῳ αὐτῷ προσηρμόσθω κύκλος, διηρημένος εἰς τὰς αὐτὰς μοίρας, καὶ βαθμοδείκτης ὁ ΕΖ, κινούμενος περὶ τὸν κύκλον, καὶ ὡς μοχλὸς ἅμα τὸν κοχλίαν περὶ τὸν αὐτῷ ἄξονα κινῶν· τῷ θήλειῳ ἔν ΘΗ ἀκινήτῳ μένοντος, περιήχθω ὁ ἄρῃην διὰ τῷ βαθμοδείκτῃ ΕΖ· καὶ μετρηθήτωσαν αἱ περὶ τὸν κύκλον περίοδοι τῷ βαθμοδείκτῃ, καὶ αἱ μοῖραι μιᾶς, ἐστ' ἂν ὁ κοχλίας ἐκ τῷ Α μέχρι τῷ Β ἀνέλθῃ, καὶ διηρήθῃ ὁ 100 ἀριθμὸς διὰ τῶν κατὰ τὰς περιόδους μοιρῶν· εἴτα δὲ τῷ σημείῳ Δ τεθέντος ἀκριβῶς ἐπὶ τῷ Α, περιηρέχθω ὁ βαθμοδείκτης ἐπὶ τῷ διηρημένῳ κύκλῳ, μέχρις ἂν τόσας μοίρας αὐτῷ διέλθῃ, ὅσας ἔχει μονάδας τὸ προκύψαν πηλίκον.

Βελομένοις δὲ μαθεῖν τὴν ἀντίστοιχον, πόσον μέρος ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, μετρηθήτωσαν τὰ ἐπὶ τῷ κύκλῳ μέρη, ἃ σημαίνει ὁ βαθμοδείκτης ἐστ' ἂν ἐπὶ τῷ Γ γένηται ὁ κοχλίας· ἐξῆς δὲ, ἃ σημαίνει, μέχρις ἂν ἀνέλθῃ ἐπὶ τὸ Β· καὶ ὁ ἀριθμὸς ὅτος διηρήθῃ δι' ἐκεῖνον· τὸ δὲ πηλίκον δηλώσει, ὅπόσον ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ μέρος.

Τὸν δὲ κύκλον τὸν ὑποκειμένην διελεῖν ἔχομεν καὶ εἰς μέρη ὀλιγαριθμα, εἴτ' ἔν 4 ἢ 8, ἢ 16, εἰ μόνον εἴη ἰσάλληλα.

101. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ὁ ἄρῃην κοχλίας ΓΔ (α. 73), ὁ ἐνηρμοσμένος τροχῷ ὀδοντωτῷ τῷ Ε, καὶ τῷ κυλινδρῷ ΕΖ ἐνελίσσεται καλῶδιον τὸ ΕΡ, ἀνασπῶν τὴν ἀντίσπιν Ρ, καὶ λαβὴν ἔχων τὴν ΑΒ τῷ τῷ κοχλίῳ ἄξονι ΒΘ προσ-

ηλωμένην, ὥς ἐπιλαμβανομένη δύναμις ἡ Α, περιστρέφει, ὥστε τῆς ἐλιγμῆς τοῖς ὁδῶσι τῷ τροχῷ εἰσδυομένους ἐκ διαδοχῆς περιάγειν τὸν τροχόν, ἢ ἐκ τούτου τῆς χορδῆς τῷ κυλίνδρῳ ἐνελίσσομένης, ἀνασπᾶται τὴν ἀντίσασιν Ρ, καλεῖται κοχλίας ἀπέραντος· εἴγε ὑδέποτε ἡ ἐν αὐτῷ κίνησις παύεται, ἀεὶ ἄλλων ἢ ἄλλων ὀδόντων τοῖς ἐλιγμοῖς εἰσερχομένων ἐπ' ἄπειρον (*). Σύνθετος δέ ἐστιν αὕτη ἡ μηχανή· ἀλλ' ὅσον ἡκεῖ εἰς τὴν θεωρίαν τῆς ἀντιρρόπιας, ἐνταῦθα ἐκθησόμεθα πρὸς πλείω ἐνμάρειαν.

102. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ ἀπεράντῳ κοχλίᾳ ἀντιρρόπια εἶναι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν ἐν λίγῳ ἢ συνθέτῳ ἔκτε τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα πρὸς τὴν ὑπὸ τῆς τῇ λαβῇ προσηρμοσμένης δυνάμειως γραφομένην κυκλικὴν περιφέρειαν, ἢ τῷ, ὃν ἔχει ἡ τῷ κυλίνδρῳ, ᾧ τὸ καλώδιον τὸ τὴν ἀντίσασιν ἀνασπᾷ ἐνελίσσεται, ἀκτὶς πρὸς τὴν τῷ ὀδοντωτῷ τροχῷ ἀκτίνι.

ΔΕΙΞΙΣ. α. Ὅταν ἡ τῷ Α προσηρμοσμένη δύναμις γράφῃ κυκλικὴν περιφέρειαν, ἧς ἀκτὶς ἐστὶν ἡ ΑΒ, ὁ κοχλίας ἓνα περιάγεται ἐλιγμόν, ὅς τὸν ὀδόντα Δ τῷ τροχῷ κινεῖ τοσούτον διάστημα, ὅσον εἰς τὸ διάστημα τῷ κοχλίῳ· ἀλλ' ὁ ὁδὸς Δ, ὃν ἡ δύναμις κινεῖ ἐστὶν αὕτη ἡ ἀντίσασις, ἣν ἔλκει ἡ ἐν τῷ Α τιθεμένη δύναμις· εἰάν ὅν κληθῶσι Ρ' ἡ ἀντίσασις, ἢ Π ἡ δύναμις, ἢ Ξ τὸ τῷ κοχλίῳ διάστημα, ἢ Γ ἡ ὑπὸ τῆς δυνάμειως γραφομένη πε-

(*) Ο' μὲν γὰρ προεκτεθεὶς ἀπλῶς κοχλίας περιελθὼν ἅπαντας τοὺς ἐλιγμοὺς τῷ, περὶ ὃν ἐρέσεται, κοχλίῳ καταπαύεται· ὅτος δὲ αἰέποτε ἔχει περιάγεσθαι περὶ τὸν ὀδοντωτὸν τροχόν.

ριφέρεια, ἀντιρρόπιας ὕψους τῇ δυνάμει ἢ τῷ ὀδόντι P' , ἔσαι $\Pi : P' :: \Xi : \Gamma$ (Φυσ. 115).

β'. Ο' ὁδὸς Δ , ὃν ἐκαλέσαμεν P' , δύναμις γίνεται πρὸς γε τὴν ἀντίστασιν αὐτὴν P' . ὁ γὰρ ὁδὸς Δ , ἢ P' ἀναγκασθεὶς πρὸς κίνησιν ὑπὸ τῆς δυνάμεως, ἀναγκάζει ἃ αὐτὸς πρὸς κίνησιν τὸν κυλινδρον τῷ τροχῷ, ἢ ἐπομένως τὴν P ἀντίστασιν, κατὰ πᾶσαν, ἣν ἐδέξατο ἐκ τῆς δυνάμεως ἰσχύϊν. ἀλλὰ μὴν ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς ἄξων ἐστὶν ἐντρόχιος, ἐφ' ᾧ δεικνύεται ἀντιρρόπιαν εἶναι τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἀντίστασιν, λόγον ἔχουσης, ὃν ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἀκτὶς α πρὸς τὴν τῷ τροχῷ ἀκτῖνα A . ἐντεῦθεν ἄρα προκύπτει ἡ ἀναλογία (66) $P' : P :: \alpha : A$.

Πολλαπλασιασθεῖσάν ἐν τῶν δύο ἀναλογιῶν $\Pi : P' :: \Xi : \Gamma$, ἢ $P' : P :: \alpha : A$ προέισι $\Pi P' : P' P :: \Xi \alpha : A \Gamma$. διαιρεθέντος δὲ τῷ πρώτῳ λόγῳ διὰ P' (Συμ. Λογ. 247. Τόμ. Α΄.) προέρχεται $\Pi : P :: \Xi \alpha : A \Gamma$, τὸτ' ἔστιν, ἐν ὅλῃ τῇ μηχανῇ ἀντιρρόπιας ὕψους, ἢ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχει, ὃν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος Ξ , ἢ τῆς τῷ κυλίνδρῳ ἀκτίνος α , πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς κυκλικῆς περιφερείας Γ , ἢ τῆς τῷ τροχῷ ἀκτίνος A . ἀλλὰ μὴν δύο γινόμενα πρὸς ἀλλήλα εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῶν λόγων τῶν ποιητῶν (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α΄.), εἰτ' ἔν ἐκ τῷ λόγῳ $\Xi : \Gamma$, ἢ ἐκ τῷ λόγῳ $\alpha : A$. ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

103. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Δοθέντων ἄ. τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος = 1. β'. τῆς τῇ δυνάμει γραφομένης κυκλικῆς περιφερείας = 30. γ'. τῆς τῷ κυλίνδρῳ ἀκτίνος = 1. δ'. τῆς τῷ ὀδοντωτῷ τροχῷ ἀκτίνος = 10. εὐρεῖν, ὃν ἔχει λόγον ἢ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ἵνα γένηται ἀντιρρόπια.

ΛΤΣΙΣ. Οἱ μὲν δύο συνθετικοὶ λόγοι εἰσὶ $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10}$ ὁ δ' ἀπ' αὐτῶν παραγόμενος $\frac{1}{300}$. Ἰν' ἄρα γένηται ἀντιρρόπια, τὴν δύναμιν πρὸς τὴν ἀντίστασιν ἐπάναγκες εἶχεν :: 1 : 300. τῷτ' ἔσιν εἰάν ἡ δύναμις λίτραν ἔλκῃ καί τι πρὸς, ἀνασπᾶσαι δυνήσεται σῶμα, ἔλκον λίτρας 300.

Ἰδὲ δὲ τέττε ὁ λόγος ἐκ τῆς ἐκ τῷ λογισμῷ δεξιῶς ἐλεύθερος· τῆς γὰρ περιφερείας, ἣν γράφει ἡ δύναμις, ὕψους τριακονταπλασίας τῷ κατὰ τὸν κοχλίαν διαστήματος, τῷ ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως P διανυθέντος, εἶπερ εἴη ἐπὶ τῷ Δ ἡ ἀντίστασις, ἡ δύναμις ἐκινεῖτο ἂν ταχυτῇ τριακονταπλασίῳ τῆς, ἡ κινεῖται ἡ ἐν τῷ Δ κειμένη ἀντίστασις, θεωρουμένων μόνων τῆς λαβῆς ἐκ τῷ κοχλίῳ· ἀλλὰ μὴν εἶπερ ἦν ἡ εἰς δύναμιν μεταβάλλουσα ἀντίστασις ἐπὶ τῷ Δ, ἐκινεῖτο ἂν ταχυτῇ δεκαπλασίῳ τῆς, ἡ κινεῖται κειμένη ἐν τῷ P (66). ἄρα ἡ ἐν τῷ A κειμένη δύναμις ἔσαι 30010, εἴτ' ἐν τριακοντοπλασίῳ τῆς κατὰ τὸ P κειμένης ἀντιστάσεως κατὰ τὴν ταχύτητα· τῆς ἄρα κατὰ τὴν δύναμιν ταχυτήτος ὕψους τριακοντοπλασίας, ἡ ἡ ἀντίστασις, ἡ αὐτῆς μάζα ὀφείλει εἶναι τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν ὑποτριακοντοπλασίας, ἵνα γένηται ἀντιρρόπια (Φυσ. 115).

104. ΠΟΡΙΣΜΑ. Καὶ τῷ ἀπεράντῳ κοχλίῳ, ὡς καὶ πρὸς τῶν ἄλλων μηχανῶν εὐχερὲς συνιδεῖν, ὅτι ὅπερ ὁ χρόνος ἔλλυται, τέττω ἡ ἰσχύς κρατύνεται· δέσιν γὰρ 300 δακτύλας διανύσαι τὴν δύναμιν, ἵνα δάκτυλον ἕνα τὴν ἀντίστασιν ἀνασπᾷ, μίλις μὲν ἂν γνωθεῖ ἡ τῆς ἀντιστάσεως κίνησις, τῷ κατὰ τὴν δύναμιν τάχως προφανεύοντα καθορωμένῃ.

105. ΣΧΟΛΙΟΝ. Δυνατὸν δὲ προσεφαρμόσαι τὴν ἀντίστασιν ἐκ τῷ ἀπεράντῳ κοχλίῳ, ὡς γίνεται ἐν τῷ ὁ-

βελονοφίω· τὴν γὰρ κορυφὴν Α (χ. 74) ἀπεράντη κοχλίου τῷ ΑΒ διηκέτω παραλλήλως πρὸς τὸν ὀρίζοντα ὁ μοχλὸς ΓΔ, ὥπερ ἐσάωθωσαν πρὸς ὀρθὰς συλίσκοι δύο αἱ ΓΕ, ΔΖ, φέροντες ἑκάτερος ἐπὶ τὴν ἑαυτῷ κορυφὴν τὲς δισκίσκους ΕΘ, ΖΗ ἔτω κειμένους, ὡς, τῷ ὅλῳ σχήματος ΓΔΘΗ περιστρεφόμενῃ περὶ τὸν νοητὸν ἄξονα ΑΓ, τὲς δισκίσκους προίχεσθαι αἰετὰ ἑαυτῶν ἐπίπεδα ΖΗΙ, ΘΕΛ ἀμέσως τῷ αέρι, ὃν διελεῖν ὀφείλουσι· ταῦτ' δὲ τὸ σχῆμα διὰ τῆς τῷ αέρος ἀντιστάσεως μετριάξει πᾶσαν τῆς μηχανῆς τὴν κίνησιν, ὥσπερ τὸ ἐκκρεμὲς σῶμα τὴν τῶν ὠρολογίων· ἀπόντος γὰρ τῷ ἀπεράντῃ κοχλίῳ, ἢ τῷ ὑλικῷ σχήματος ΓΔΘΗ τῷ ἐπ' αὐτὸν, τὸ βαρὺ σῶμα Π, ὅπερ διὰ τῷ τῷ τῷ τροχῷ ἄξονι ἐνελισσόμενῃ καλωδίῳ Πμν ἐμποιεῖ κίνησιν τῷ τροχῷ Ο, ἢ τῷ αὐτῷ ἄξονι τ, ἢ ἐπομένως τῇ ἀλίσσει ξρσυ, τῇ περιστροφῇ τὸν ὀβελὸν, αὔξουσιν κατὰ τὴν προόδον ÷ 1 . 2 . 3 κτλ· τοιγαρὺν α. τὸ βάρος τάχιστα καταπεσείται· β. διὰ τῆς ταχύτης καταπτώσεως κατακλονιωθήσεται, ἢ ἐν μέρει βλαβήσεται πάντα τὰ μέρη τῆς μηχανῆς· ὅπερ ἐμφανῶς καθορίζεται συμβαίνον, αἰρομένῃ πρὸς βραχὺ τῷ ὑλικῷ σχήματος ΓΔΘΗ.

Ἀλλὰ γὰρ ἔτιωσ ἀρθὲν τὸ βάρος, πρῶτον κινεῖται, ὥσπερ βεβλόμεθα, ἵνα περιστρέφῃ τὸ τῷ ὀβελῷ περιπεπαρμένον κρέας· ἄλλῃ δὲ ταχυνθείσης αὐτῇ τῆς κινήσεως, ἢ, ἣν ὁ αἰὼρ ἀντιπαρατάσσει τοῖς δισκίσκοις ἀντίστασις αὔξουσα, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνον (Φυσ. 390) ἐξισοῖ τὴν νέαν ταχυτῆτα, ἣν ἡ βαρύτης αἰετὶ σκεῦδει προωθεῖναι τῷ σώματι Ρ· ἐκ δὲ τούτου, ὥσπερ συμβαίνει πᾶσι τοῖς διὰ τῷ αέρος κατιῦσι σώμασι, διὰ τὴν κατ' εὐθείαν αὐτοῖς γινομένην ἐκ τῷ αέρος ἀντίστασιν, τὸ

βαρὺ σῶμα κάτεισι κινήσει ἰσομερεῖ, ἔ ἰσομερῶς τὸν ὁ.
βελὸν περιτρέφει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ Σφηνός.

106. Σφὴν ἐστὶ πρίσμα τριγωνικὸν τὸ ΑΒΓΔΕΖ
(χ. 75), ὅπερ ἐννοῶμεν ἀπογεννώμενον ὑπὸ τῷ ἰσῳκε.
λῆς τριγώνου ΓΔΖ, παραλλήλως ἐαυτῷ κινήθεντος κατὰ
τὴν φορὰν τῆς εὐθείας $ZE = ΓΑ$. ἔ τὸ μὲν ἄθροισμα
τῶν σημείων, ἅπερ ἔγραψε τὸ Ζ σημεῖον, εἴτ' ἔν ἡ εὐ-
θεία ΕΖ κορυφή, ἡ ῥάχις, ἡ γὼν ἀκμή καλεῖται
τῷ σφηνός· τὸ δὲ παραλληλόγραμμον ΑΒΓΔ, κεφαλὴ
τῷ σφηνός· ἡ δὲ τῷ γεννήτορος τριγώνου πλευρὰ ΓΔ,
βάσις τῷ σφηνός· ἡ δὲ κάθετος ΖΗ, ἡ ἀπὸ τῆς γωνίας
Ζ ἐπὶ τὴν βάσιν ΓΔ καθιεμένη, ὕψος τῷ σφηνός· τῷ
δὲ γεννήτορος τριγώνου ἰσοσκελῆς ὑποτεθέντος, τὸ ὕψος
ΖΗ διχα τεμεῖ τὴν βάσιν ΓΔ, εἴτ' ἔν ἔσαι $ΓΗ = ΗΔ$
(Γεωμ. 217. Τόμ. Β.)· χρῶνται δὲ τῷ σφηνὶ ὡς τὰ
πολλὰ πρὸς φθορὰν τῆς συνοχῆς τῶν μερῶν σώματος, ὃ
ἂν διελεῖν βέλωνται· ἐντιθέασι γὰρ τὴν ἀκμὴν ΕΖ τῷ
ἤδη ἀρξαμένῳ γίνεσθαι ῥήγματι· πλήττησι δὲ κατέτως,
εἴτ' ἔν κατὰ τὴν τῷ ὕψος φορὰν ΗΖ, διὰ σφύρας, ἡ ῥο-
τάλι, ἡ ταύτε τιπός, ἵνα τῷ διαρρήγματος κατὰ βραχὺ
αὐξομένη διαχωρισθῶσιν ἀλλήλων τὰ τῷ διαχιθῆναι προ-
κειμένη σώματος μέρη.

107. Ἡ τῇ κατελείσει τῷ σφηνός ἀντικειμένη ἀν-
τίστασις ἔκτε τῆς συνοχῆς ἔ τῆς ἀδρανείας τῷ ὑποκειμέ-

νυ σώματος ἀποτελείται· παραβληθῆναι δὲ αὕτη δύναται τῇ ὀλικῇ ἰσχύϊ, ἣν προβάλλει σῶμα βαρὺ κατιόν· ταύτην τοίνυν τὴν ἀντίστασιν διαφθεῖραι ἐπείγεται τὸ πλήττον σῶμα.

108. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ σφηνὶ ἀντιρροπία ἔσται, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχῃ, ὃν τὸ ἡμισυ τῆς τῷ σφηνὸς βάσεως ΓΗ πρὸς τὸ αὐτῷ ὕψος ΖΗ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τ'ποτεθείωθω γὰρ τὸ ὅλον βίτρος κατὰ τὸ Η, ὅπερ τεμεῖ διχα ἡ τῷ σφηνὸς ἀκμή Ζ· ὁ τοίνυν σφην, ὁ κατ' ἀρχὰς ὅλος ὑπεράνω τῷ Η κείμενος, ὃ μὴ ἀφίξεται μέχρι τῷ Ζ, εἰ μὴ ἡ πλήττουσα δύναμις κατὰ τὴν ΗΖ φεραν διέλθοι ἰσομερῶς χωρίον ἴσον τῷ ΗΖ, τῷ δὲ ὅλῳ βάρος τῆς κατὰ τὸ Η κειμένης ἀντιστάσεως τὸ μὲν ἡμισυ ἀοῖκοιτο πρὸς τὸ Δ, διανύον τὰ τῆς βάσεως ἡμισυ ΗΔ, θάτερον δὲ εἰς τὸ Γ, διανύον τὸ ΓΗ· τὰ δύο τοίνυν τῆς ἀντιστάσεως ἡμίση, εἰτ' ὅν ἡ ὅλη ἀντίστασις, τὴν αἰτὴν ἔξωσι ταχυτῆτα, ἣν ἂν εἴπερ ἄμφω ἐκινῶντο πρὸς θάτερον τῶν τῆς βάσεως μερῶν, οἶον, πρὸς τὸ Γ· τὴν ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα τῷ σφηνὸς ὕψος ΗΖ ἐμφαίνοντος, τὴν τῆς ὅλης ἀντιστάσεως ἐκδηλοῖ τὸ τῆς βάσεως ἡμισυ ΓΗ· εἰάν ἄρα ὑπάρχῃ $\Delta : A :: \Gamma H : HZ$ ἀντιρροπία ἔσται. Ο. Ε. Δ.

109. ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ. Ἐνιοὶ δὲ τῶν Μαθηματικῶν ἀντιρροπίαν ἐν τῷ σφηνὶ φασὶν ἔσεσθαι τῆς δυνάμεως ἐκχέσης πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς ἡ ὅλη βάσις ΓΔ πρὸς τὸ ὕψος ΗΖ· τὰ γὰρ τῆς ἀντιστάσεως μέρη (ἐπιφέρουσι πρὸς ἐμπέδωσιν τῷ σφίσι δοξαζομένῃ) ἀπὸ χωρίζονται ἀλλήλων ὅλῳ τῷ ΓΔ διαστήματι· ἄμφω δὲ τὰ ἅκρα Γ, Δ διανύουσι τὸ διάστημα ΓΗΔ, τῷτ' ἔστι τὸ ὅλον διάστημα ΓΔ, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ δύναμις διανύει τὸ διάστημα ΗΖ· ἀλλὰ μὴν

αἱ ταχύτητες, φασίν, ἀνάλογον ἔχουσι τοῖς διανυομένοις χωρίοις· ἡ μὲν ἄρα τῆς δυνάμεως ταχυτῆς ἐστὶ ΖΗ, ἡ δὲ τῆς ἀντιστάσεως ΓΔ.

Ἀναμφήρισον μὲν ὅλως μὴ ἔχει τὴν τῆς δυνάμεως ταχυτῆτα ἐμφαίνεσθαι ὑπὸ τῷ ΕΖ ὕψει, ἐπεὶ διέρχεται πᾶν τὸ ΕΖ χωρίον· ἔδεν δ' ἡσσαν ἀναμφιβολόν μοι δοκεῖ μὴ ἔχει τὴν τῆς ὅλης ἀντιστάσεως ταχυτῆτα ἐκδηλῶσαι τῷ τῆς βάσεως ἡμίσει ΓΗ, ἢ ΗΔ, ὃ τῇ ὅλῃ βάσει ΓΔ· εἶγε ἐκάτερον τῶν τῆς ἀντιστάσεως ἡμίσεων μερῶν μόνον τῆς βάσεως ἡμισυ ΓΗ, ἢ ΗΔ διέρχεται· ἐλκέτω γὰρ ἡ ὅλη ἀντίστασις λίτραν μίαν, ἡ δ' ὅλη βάσις ἔσω = ποδὶ· δῆλον ἔν, ὅτι τὸ ἡμιλίτριον, κινηθὲν κατὰ τὴν ΓΗ φεραν, ἡμιποδιαίων χωρίον διελεύσεται· τοιγαρὺν τὸ τῆς κινήσεως αὐτῷ ποσὸν ἔσαι $\frac{1}{2}$ μάζης πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ $\frac{1}{2}$ ταχυτῆτος, εἴτ' ἔν $\frac{1}{4}$ · ἢ κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον, ἡ τῆς κινήσεως ποσότης θατέρου ἡμιλιτρίου ἔσαι $\frac{1}{4}$ · τὸ δὲ τῶν δυοῖν ἄθροισμα = $\frac{1}{2}$ · εἴαν ἔν ἡ ἀντίστασις, ὡς ἐκεῖνοι φασί, πᾶσαν τὴν βάσιν διέλθῃ, ἔψεται ἐντεῦθεν τὴν ὅλην τῆς κινήσεως ποσότητα, εἴτ' ἔν τὴν ἀντίστασιν ὅλην ὑπάρχειν 1, ἔχ $\frac{1}{2}$, εἶγε λίτρα μάζης 1, πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ ταχυτῆτα 1, ποιεῖ αὐθὺς 1· ἵνα δὲ τῆς ἀντιστάσεως ταχυτῆς ἰσωθῇ τῇ ΓΔ, ἐκ ἀπόχρη τῶν τῆς ἀντιστάσεως ἡμίσεων τὸ μὲν διελθεῖν τὸ χωρίον ΓΗ, θατέρου δὲ, τὸ ΗΔ· ἄμ;ω δὲ συλλήβδην τὸ χωρίον ΓΔ· δεῖ δὲ ἢ ἐκάτερον τῶν τῆς ἀντιστάσεως μερῶν διελθεῖν τὴν ὅλην εἰθεῖαν ΓΔ, ὡς συνιδεῖν πάρεσιν ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τῷ ποσῷ τῆς κινήσεως (Φιλ. 104, 115).

110. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ὅσον ὀξυτέρᾳ γίνεται ἡ ὑπὸ ΓΖΔ γωνία, τοσῶτον ἐλάσσονος δεησόμεθα δυνάμεως· ὅσῳ γὰρ ὀξυτέρᾳ γίνεται ἡ γωνία, τοσῶτον ἐλαττωτά

ἡ ΓΗ, ἥτις ἐστὶ τὸ ταύτης ἡμίτονον (Γεωμ. 496. Τόμ. Γ').· εἰ δὲ ἡ γωνία Ζ ἀναλλοίωτος μείνῃ, δυνατόν τὸ μῆκος τῆ σφηνός, ὅσον ποτ' ἂν βελώμεθα, μείζον ἀπεργάσασθαι· διὰ γὰρ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΖΓΔ, Ζγδ ἐστὶ ΓΗ : ΗΖ :: γΙ : ΙΖ (Γεωμ. 324. Τόμ. Β').· ἐπεὶ τοίνυν ὁ τῆς κατὰ τὴν δύναμιν ταχυτήτος πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως λόγος ἀμετάβλητος ἐστὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς δεδομένης γωνίας Ζ, ὅσον ἂν εἴη τὸ τῆ σφηνός μῆκος, καὶ τὸν τῶν μαζῶν λόγον ἐκάναγες εἶναι τὸν αὐτόν.

Πολλὴ δέ τις ὑπάρχει τῆ σφηνός ἡ χρῆσις· ἐχ' ὅπως γὰρ πρὶς διάσχισιν ξύλων τέτρω χρώμεθα, ἀλλὰ καὶ ἐν ἀπείροις μονοῦ περιστάσεσιν ἄλλαις· μάχαιρα γὰρ καὶ πέλεκυς καὶ σκέπαρνον καὶ πάντα τὰ πρὸς τμήσιν χρήσιμα, καὶ ἥλος, καὶ πᾶσσαλος, καὶ βελόνη δὲ καὶ πρίων, καὶ πάντα τὰ εἰς ὅξυ λήγοντα, τὰ τῆ σφηνός ἐκτελέσαι δύνανται· εἰ δὲ τῇ φύσει παρακολυθεῖν δυναίμεθα ἐν τοῖς λεπτεργήμασιν αὐτῆς, πολλὰ τῶν φαινομένων ἐκ τῆ τὴν ὕλην τὰ τῆ σφηνός ἀποτελεῖν παράγεσθαι κατείδομεν ἂν· τὰς τῆς ζωῆς ἐσίας αὐξήσεις φέρ' εἰπεῖν παραγομένας ἂν κατείδομεν ἐκ τῆ τῆς θρεπτικῆς χυλῆς παρυσθύνεσθαι τοῖς τῶν ζώων μέρεσι δίκην σφηνός, καὶ ταῦτα ἐπεκτείνοντας αὐξεῖν τὸν ὅλον ὄγκον· τὰ τῶν σκληροτάτων σωμάτων διαλυτικὰ ἄλατα, οἷά εἰσι τὰ ἐξ ὧν συγκείται τὰ ἰσχυρὰ λεγόμενα ὕδατα, οἷς τὰ μέταλλα διαλύεται, ἐν σφηνός σχήματι τοῖς τῶν διαλυσμένων σωμάτων μορίοις εἰσίσαι· ταυτόν ἐστι ρητέον καὶ περὶ τῶν ἀλάτων, οἷς πᾶσσεται τὰ κρέατα, ἵνα μὴ σήψῃ ὑποπέσῃσι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ συνθέτων μηχανῶν καὶ περὶ Πολυστάσεων.

111. Αἱ σύνθετοι μηχαναὶ τοικίλευται ἐπ' ἀπειραν δύνανται κατὰ τὰς πανταίαις, ἃς παρέχονται, χρήσεις, καί τοι τῶν ἀπλῶν, ἐξ ὧν αὐταί, ὀλιγαριθμῶν τινῶν ὥσων (10).

Τῶν δὲ χρησιμωτέρων συνθέτων μηχανῶν, αἱ μὲν ἐκ πολλῶν συγκρίνται μοχλῶν, οἷς ἐκ διαδοχῆς μεταδίδοται ἡ ἐνέργεια τῆς δυνάμεως· ταῦτά εἰσι τὰ λεγόμενα πολύμοχλα, καὶ τὰ πολύσπασα· αἱ δὲ, ἐκ μοχλοῦ καὶ ἐντροχίῳ ἄξονος, ἡ κοχλίῳ· εὐκρινῶς δ' ἡμῖν ἐνταῦθα ἐκτεθήσεται ἡ τῶν χρησιμωτέρων θεωρία, ἣν ὁ μετῴων αὐτὸς τὰ ῥηθησόμενα ἐφαρμόσαι ἔχει, αἷς ἂν ἀπαντήσῃ μηχαναῖς, καὶ αἷς ἂν οἱ κατασκευάσαι προκίνηται.

112. ΟΡΙΣΜΟΣ. Πολύσπασον ἐν γένει καλεῖται τὸ ἐκ πολλῶν τροχιλαίων συγκείμενον μηχανικὸν ὄργανον· τέττε δὲ, ἥτοι ἐκᾶς τροχιλαία περιάγεται περὶ ἴδιον καλῶδιον, καὶ τὸ μὲν τῶν ἄκρων μονίμῳ σημείῳ τῷ Α, Β, Γ (σχ. 76) προσήλωται, θάτερον δὲ δυνάμει κατέχεται, καὶ καλεῖται τροχιλαία σύνθετος.

113. Ἡ καλῶδιόν ἐστιν ἐν κοινὸν ἀπάσαις ταῖς τροχιλαίαις· κἀνταῦθα πάλιν, ἥτοι πᾶσαι μὲν αἱ ἀκίνητοι τροχιλαίαι Α, Β, Γ (σχ. 77) ἐντὸς κεκλιωμένῳ ξύλου ἢ σιδήρου τῷ ΔΕ περιέχονται, προσηρτημένῃ ἐκ τοῦ κοινῆς σημείου Ξ, πᾶσαι δὲ αἱ κινηταὶ Ζ, Θ, Η, ἐν ἐ-

τέρω τῷ ΙΚ παραλήλω πρὸς τὸ πρῶτον, ἢ τηνικαῦτα τὸ ὄργανον παραλληλοπολύσπασον ὀνομάζεται· ἢ τὸ ξύλον, ᾧ ἐμπεριέχονται αἱ κινηταί, ἢ τὸ, ᾧ αἱ ἀκίνηται πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι, θάτερον θάτέρῳ ὑπερβεν (χ. 78, 79), ἢ ὀρθοπολύσπασον ἢ μηχανὴ ὀνομάζεται ἢ ἣν μὲν τὸ τῆς δυνάμεως Π ἀπέχον ἄκρον τῷ καλωδίῳ προσηρμοσμένον ἢ τῇ τῆς ἐσχάτης ἀκινήτου τροχιλαίας λαβῇ Ο (χ. 78), πρῶτον ὀρθοπολύσπασον· ἣν δὲ τῇ τῆς πρώτης ὑπερβεν κινήτης λαβῇ ρ, δεύτερον ὀρθοπολύσπασον (χ. 79).

114. ΣΧΟΛΙΟΝ. Αἱ ἀκίνητοι τροχιλαίαι, ὅσαι κίτ' ἂν ὦσι, ἔτ' αὖξεναι, ἔτε μὴν ἀπομειῦσαι τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως, ἐδόλως μετατρέψαι τὸν τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον· χρώμεθα δὲ ταύταις ἐν τοῖς πολισπάσοις εἰς ὑπελάττωσιν τῆς τριβῆς ἢ εὐμάρειαν τῆς τῶν κινήτων κινήσεως· ταύτας ἔν ἐν τῷ ὑπολογισμῷ παραλαμβάνειν ἔδει.

115. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ἐν τῇ κινήτῃ συνθέτῳ τροχιλαίᾳ ἀντιρρόκία ἔσαι, ὅταν ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίστασιν λόγον ἔχῃ, ὅν ἢ 1 πρὸς τὸν ἀπὸ τῷ 2 βαθμὸν, ἢ δείκτης ὁ τῶν κινήτων τροχιλαιῶν ἀριθμός (χ. 76).

ΔΕΙΞΙΣ. Ρᾶσα συνιδεῖν τὴν τῷ θεωρήματος ἀλήθειαν δυνησόμεθα ἐκποτεῖα μόνῃ τῷ σχήματος· τὸ μὲν γὰρ μένον σημεῖον Α' ἀνέχει διὰ τῷ καλωδίῳ ΑΗ τὸ ἡμισυ τῷ Ρ βάρος· τὸ δὲ καλωδίον Ζμ μεταδίδωσι τῇ Εμ τροχιλαίᾳ θάτέρῳ μόνῃ τῷ ἡμίσει· τέτε δ' αὖ τῷ ἡμίσει τῷ μεταδοθέντος τῇ τροχιλαίᾳ Εμ, τὸ μὲν ἡμισυ ἀνέχεται ὑπὸ τῷ μένοντος σημείου Β, τὸ δὲ ΕΔ καλωδίον μεταδίδωσι τῇ τροχιλαίᾳ Δ θάτέρῳ ἡμίσει, εἰτ' ἐν τῷ κατὰ τὸ βάρος Ρ τεταρτημορίου· εἰάν ἔν δύο μόναι

ὥσιν αἱ κινηταὶ τροχιλαῖαι Z, E, ἡ τῷ Δ προσηρμοσμένη δύναμις, ἐπὶ τὸ καλωδίον ΔΕ κατασπῶσα, τεταρτημόριον τῷ Π βάρος βαρύνει· ἔστιν ἄρα ἡ δύναμις πρὸς τὸ βάρος :: 1 : 4.

Ὡσαύτως τὸ σημεῖον Γ βαρύνει ἐπὶ αὐτὸ $\frac{1}{2}$ τῷ κατὰ λοιπὸν $\frac{1}{2}$, ἐπὶ δὲ τῇ ἀκινήτῳ τροχιλαίᾳ Ο, ἐπὶ ἐπομένως τῇ ἐν τῷ Π κειμένη δυνάμει, τὸ ἡμισυ τῷδε τῷ τεταρτημόριον μεταδοθήσεται, εἴτ' ἐν $\frac{1}{4}$ τῷ ὅλῳ βάρος· εἰάν ἄρα τρεῖς ὥσιν αἱ κινηταὶ τροχιλαῖαι, ἀντιρροπίας ἔσσης, ἔσαι Δ : Α :: 1 : 8· ἐπεξῆς ὡσαύτως. Ο. Ε. Δ.

116. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τῆς κατὰ τὴν ἐκτεθεῖσαν μηχανὴν τῶν τροχιλαίων διαθέσεως δυσχρήστου ἐπὶ τῆς πράξεως ἔσσης, ταύτης ἀνθαιρῶνται τὰ λοιπὰ τρία τῷ πολυσπᾶς εἶδη.

117. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἐντε τῷ παραλληλοπολυσπᾶς, κἂν ἐκατέρῳ τῶν ὀρθοπολυσπᾶς ἀντιρροπία ἔσαι, τῆς δυνάμεως ἐχέσης πρὸς τὴν ἀντίστασιν, ὡς 1 πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν καλωδίων, παραλλήλων ἀπάντων ὑποτιθεμένων (σχ. 77, 78, 79):

ΔΕΙΞΙΣ. Ἰ'ν' ἡ ἀντίστασις Ρ πόδα ἕνα ἀνασπασθῇ, ἐπ' ἀνάγκης ἕκαστον καλωδίον πόδα ἕνα συσπληθῇ· εἰάν μὲν ὥσιν δύο καλώδια, ἡ δύναμις κατασπασθήσεται δύο πόδας, ἐπὶ ἐπομένως ἔξει ταχύτητα διπλασίαν τῆς κατὰ τὴν ἀντίστασιν· εἰάν δ' ὥσιν τέσσαρα, τετραπλασίαν· ὁθεν ἐν γένει δῆλον τὴν τῆς δυνάμεως ταχύτητα πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως ὑπάρχειν ὡς 1 πρὸς τὸν τῶν καλωδίων ἀριθμὸν· ἀντιρροπία ἄρα ἔσαι κτλ. Ο. Ε. Δ.

118. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἰ'ν' ἡ ἀντιρροπία ἐν τῷ παραλληλοπολυσπᾶς, κἂν τῷ πρώτῳ ὀρθοπολυσπᾶς, ἐπ' ἀνάγκης ἔχου τὴν δύναμιν πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς 1 πρὸς

τὸν διπλὸν ἀριθμὸν τῶν κινήτων τροχιλαίων, εἴτ' ἐν τῶν ἐμπεριεχομένων τῷ ἐνεργεῖν ξύλῳ τῷ διηυλακισμένῳ· ἐν τέτοις γὰρ τοῖς ὀργάνοις (χ. 77, 78) ὁ ἀριθμὸς τῶν καλωδίων αἰ διπλάσιός ἐστι τῷ τῶν τροχιλαίων· ἄρα (117) κτλ.

119. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐν τῷ δευτέρῳ ὀρθοπολυσπᾶσιν ἀντὶρξοπία εἶσαι, ὅταν ἡ δυνάμις πρὸς τὴν ἀντίσαςιν λόγον ἔχη, ὃν ἡ μονὰς πρὸς τὸν διπλὸν τῶν κινήτων τροχιλαίων ἀριθμὸν, ἡυξημένον μονάδι· ἐν γὰρ τῷ τῷ ὀργάνῳ ὁ τῶν καλωδίων ἀριθμὸς τῷ τῶν τροχιλαίων ὑπέρεκειται μονάδι· ὅπως ἐπὶ τῷ 39 ὀρήματος τροχιλαίαι μὲν κινῆται εἰς δὶ δύο, καλωδία δὲ πέντε· ἀλλ' ἡ δυνάμις πρὸς τὴν ἀντίσαςιν, ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν τῶν καλωδίων ἀριθμὸν (117)· ἄρα κτλ.

120. ΣΧΟΛΙΟΝ. Οὐδὲν δὲ κωλύει τὴν εἰρημένους λόγους, καὶ ἡ τῆς δυνάμεως ποσὸς μὴ εἶη παράλληλος τοῖς καλωδίοις, ἡ τῇ ποσὶ τῆς ἀντίσαςεως P· ὅποια γὰρ ἂν εἶη ἡ τῆς II δυνάμεως ποσὸς, ἐφάπτεται αἰ τῆς ἀκινήτου τροχιλαίας, πρὸς ἣν περατῆται (73).

121. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐν τοῖς πολυσπᾶσιν ἡ δυνάμις, ὅπερ ἀπόλλισιν ἐκ τῷ χρόνῳ, τῷτο προσλαμβάνει ἐκ τῆς ἰσχύος· ἵνα γὰρ ἀνασπᾶσθαι βάρος τι πόδα ἓνα, τεσσάρων παρόντων καλωδίων, τέσσαρας αὐτὴ πόδας διαδραμεῖται.

122. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐκ τῶν τριῶν τέτων, τῷ ἀριθμῷ τῶν κινήτων τροχιλαίων, τῆς δυνάμεως, καὶ τῆς ἀντίσαςεως, δυοῖν δοθέντων, εὐμαρῶς τὸ τρίτον προσευρίσκεται.

Ἐῶ γὰρ ἡ ἀντίσαςις $P = 100$ λίτραις, καὶ τροχιλαίαι τρεῖς ἐπὶ τῷ παραλληλοπολυσπᾶσθαι, καὶ τῷ πρώ-

τε ὀρθοπολυσπᾶσε· ἔκέν ἡ δύναμις εὐρεθήσεται ἐκ τῆς ἀναλογίας $6 : 1 :: 100 : \chi = 16\frac{2}{3}$ λίτραις· ἔσω αὖθις ἐπὶ τῷ δευτέρῳ ὀρθοπολυσπᾶσε ἡ δύναμις $= 20$, καὶ ὁ τῶν πηνιτῶν τροχιλαίων ἀριθμὸς $= 2$ · ἔκέν ἵνα γένηται ἀντιρροπία ἡ ἀπαιτούμενη ἀντίστασις εὐρεθήσεται ἐκ τῆς ἀναλογίας $1 : 5 :: 20 : \chi = 100$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΩΔΕΚΑΤΟΝ.

Περὶ Παγκρατίου.

123. Ἔστιν ὅτε τῆς δυνάμεως Π προσαρμοζμένης ἐδόντι τῷ τ τροχῷ ὀδοντωτῷ τῷ Ατ (χ. 80), ἡ ἀντίστασις ἐτίθεται ἐπὶ τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονι Α, ἀλλὰ ἐπὶ τῆς τῷ ἄξονος περιφερείας, ὀδοντωτῆς καὶ αὐτῆς γενομένης, καὶ ἄξων ὀδοντωτὸς καλυμμένης, τοῖς δὲ ὀδῶσι τῷ ὀδοντωτῷ ἄξονος Α ἐναρμόζεται τροχὸς ὀδοντωτὸς ἄλλος ὁ Βσ, καὶ τῷ αὐτῷ ὀδοντωτῷ ἄξονι τροχὸς ὀδοντωτὸς ἄλλος, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως· τελευταῖον δὲ ἡ ἀντίστασις Τ προσαρτᾶται τῷ τῷ ἐσχάτῳ τροχῷ ἄξονι Δ· τὸ δὲ συμπλήρωμα πάντων τέτων τῶν τροχῶν, ὧν ἄλλος ἄλλου ἄξονι ὀδοντωτῷ εἰσέρχεται, παγκράτιον μὲν καλεῖται, ὅταν δι' αὐτῷ βαρέα σώματα ἄραι βελώμεθα, πολυτρόχιον δὲ, ὅταν πρὸς ἄλλα χρώμεθα αὐτῷ, ὡς ἐν τοῖς ἐξῆς εἶσαι καταφανές· ἐκατέρων μέντοι ἡ θεωρία μία

124. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τῷ παγκρατίῳ ἀντιρροπία εἶσαι, ὅταν ἡ δύναμις ἢ πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ πασῶν τῶν κατὰ τὴν ὀδοντωτὴν ἄξονα ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ πασῶν τῶν κατὰ τὴν ὀδοντωτὴν τροχόν.

ΔΕΙΞΙΣ. Παγκράτιον τὸ ΑΒΓΔ ἔσι συμπλήρωμα πολλῶν τροχῶν, δι' ὧν ἡ τῷ ἄκρῳ τ τῆς μηχανῆς ἐνεργουμένη δύναμις μεταδίδωσιν ἐκ διαδοχῆς διὰ τῶν μεταξὺ τροχῶν τὴν ἐαυτῆς ἰσχύϊν τῇ ἀντιστάσει Δ, τῇ ἐπὶ τῷ ἄξονος τῷ ἐσχάτῳ τροχῷ· ἀλλαμὴν ἡ δύναμις ἢ δύναται μεταδέναι τῆς ἐαυτῆς ἐνεργείας τῇ ἀντιστάσει δι' ἐκάστου τῶν τροχῶν, εἰμὴ ὁ ὁδὸς σ τῷ δευτέρῳ τροχῷ, ἐφ' ᾧ διὰ τῷ πρώτῳ ἐπισηρίζεται ἡ δύναμις, ἀντιστάσεως τόπον ἐπέχων, γένοιτο δύναμις πρὸς τὸν ὀδόντα χ τῷ τρίτῳ τροχῷ, ἐφ' ᾧ ὁ δεύτερος ἐπεριδίδεται, ἢ ἐφεξῆς ὁμοίως.

α'. Κληθέντος ἄρα Τ' τῷ κατὰ τὸν δεύτερον τροχόν, τὸν ἀντιστάσεως δίκην ἐκλαμβανόμενον, ὀδόντος σ, ᾧ ἐπεριδίδεται διὰ τῷ πρώτῳ τροχῷ Ατ ἡ δύναμις, ἢ Α τῆς κατὰ τὸν Ατ τροχὸν ἀκτίνος, ἢ α τῆς τῷ Α ἄξονος, ἵνα γένηται ἐν τούτῳ τῷ τροχῷ ἀντιρροπία, ἐπάναγκας, εἶναι ταύτην τὴν ἀναλογίαν· ἡ δύναμις Π πρὸς τὴν ἀντίστασιν Τ' ὡς ἡ α ἀκτὶς τῷ ἄξονος πρὸς τὴν τῷ τροχῷ ἀκτίνῳ Α (66), εἴτ' ἔν Π·Τ' :: α : Α.

β'. Ο' ὁδὸς σ τῷ δευτέρῳ τροχῷ, πρὸς ὃν μεταβιβάζεται ἡ τῆς δυνάμεως ἐνέργεια διὰ τῷ πρώτῳ τροχῷ, γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὸν χ ὀδόντα τῷ τρίτῳ τροχῷ, ᾧ ἐπεριδίδεται ὁδὸς τις τῷ δευτέρῳ τροχῷ· ἐκλαμβανομένη ἄρα τῷ ὀδόντος σ ὡς δυνάμεως, ἢ καλυμένη Τ' ὡς ἢ πρότερον, ἢ Τ'' τῷ χ ὀδόντος τῷ τρίτῳ τροχῷ, τῷ ἐνστάσεως χώρῳ πληρῶντος, ἢ Α' τῆς τῷ δευτέρῳ τροχῷ ἀκτίνος, ἢ α' τῆς τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος, ποριοθήσεται ἡ ἀναλογία Τ' : Τ'' :: α' : Α'.

γ'. Ο' ὁδὸς χ = Τ'' γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὸν ὀδόντα υ τῷ τετάρτῳ τροχῷ, ἢ τῷ υ ὀδόντος τῷ εἰς ἀντίστασιν ὑπερεπὺντος καλυμένῳ Τ''', ἢ Α'' τῆς ἀκτίνος τῷ

τροχῷ Γχ, ἐ ἀ' τῆς τῷ ἄξονος Γ, πρὸς τὴν τρίτη ἀναλογία· $T'' : T''' :: α'' : Α''$.

δ'. Ο' οὖν $υ = T'''$ τῷ τετάρτῳ τροχῷ γίνεται δύναμις ὡς πρὸς τὴν ἀληθῆ ἀντίστασιν Τ, ἣτις ἐστὶ προσηρμοσμένη τῷ ἄκρῳ ψ τῷ ἄξονος Δ· κληθεῖσιν ἄρα A''' , ἀ''' τῶν τῷ τροχῷ Δυψ ἐ τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος Δ ἀκτίων, προελεύσεται ἡ ἀναλογία $T''' : T :: α''' : Α'''$.

Τελευταίον δὲ εἰάν ἐξῆς πολλαπλασιασῶσιν αἱ τέσσαρες αὗται ἀναλογίαι, προκύψει ἡ καινὴ αὕτη ἀναλογία· $\Pi T' T'' T''' : T' T'' T''' T :: α α' α'' α''' : Α Α' Α'' Α'''$. διαιρεθέντων δὲ τῶν δύο πρώτων ὄρων διὰ $T' T'' T'''$, γενήσεται $\Pi : T :: α α' α'' α''' : Α Α' Α'' Α'''$. ἡ ἐφ' ἧς ἀναγνώσκωμεν ἡ δύναμις Π πρὸς τὴν ἀντίστασιν Τ, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ὀδοντωτῆς ἄξωνας ἀκτίων πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ὀδοντωτῆς τροχῆς· Ο. Ε. Δ.

125. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Εἰάν δὴ ὁρίσῃ ἡ ἀντίστασις ἐπὶ αἱ τῶν τροχῶν ἐ ἄξόνων ἀκτίες, εὐρεθήσεται ἡ δύναμις· ἡ γὰρ δύναμις χ ἐστὶ πρὸς τὴν ἀντίστασιν ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ἄξωνας ἀκτίων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς τροχῆς·

Ἐξω ἡ ἀκτίς τῷ πρώτῳ τροχῷ τετραπλασία τῆς τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος· ἐ ἡ τῷ δευτέρῳ ἐπταπλασία τῆς τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος· ἐ ἡ τῷ τρίτῳ δεκαπλασία τῆς τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος· ὡσαύτως ἐ ἡ τῷ τετάρτῳ· ἡ δὲ τῷ πέμπτῳ ἐχέτω λόγον πρὸς τὴν τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος ἀκτίνα :: $12 \frac{1}{2} : 1$ · τὸ τοίνυν γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς ἄξωνας ἀκτίων ἐστὶν $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$ · τὸ δὲ ὑπὸ τῶν κατὰ τὴς τροχῆς $4 \times 7 \times 10 \times 10 \times 2 \frac{1}{2} = 35000$ · ἐξω δὲ ἡ ἀντίστασις = 100000 λίτρας· ται-

γαρὲν συγκροτηθήσεται ἡδὲ ἡ ἀναλογία $\chi : 100000 : :$
 $1 : 35000$ · ἔνθα δῆλον γίνεται, ὅτι ἐν γένει πρὸς εὐ-
 ρεσιν τῆς δυνάμεως διαιρετέον ἐς τὸν τὴν ἀντίστασιν ἐκ-
 δηλῶντα ἀριθμὸν διὰ τῆ γινόμενου ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τρο-
 χῆς ἀκτίνων, εἰ μόνον, τῷ $\mathcal{D}$ ὅπερ αἰ ποιεῖν δυνατόν,
 λαμβάνοντες τὸν τῆς τῆ τροχῆς ἀκτίνος πρὸς τὴν τῆ ἄξο-
 νος λόγον, ὑποδείξωμεν τὴν τῆ ἄξονος ἀκτίνα $= 1$ · ἐν τῷ
 τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι, διελόντες τὸν 100000 διὰ
 35000, εὐρίσκωμεν, ὅτι διὰ πέντε τροχῶν ἀπόχρη ἀντίρ-
 ρωπον ποιῆσαι βάρος $= 10000$ λίτραις βάρει $= 3 + \frac{1}{2}$
 λίτραις· βάρος δὲ $= 4$ λίτραις ἀναγκαίως ἀνασπάσει
 βάρος $= 10000$ λίτραις, ἐξαιρουμένων μέντοι αἰ τῆς τε
 τριβῆς, καὶ ἄλλων πωλυμάτων.

126. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐντεῦθεν ἔν δῆλον, ὅτι τὸ
 παγκράτιον αὖξει θαυμασίως τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως·
 ἀλλ', ὅπερ αὖξει ἡ ἰσχύς, τῷ τῷ καταναλίσκεται ὁ χρό-
 νος· εἰ γὰρ ἐν τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι 4 λίτραι βα-
 ράζουσι βάρος $= 10000$, τοσούτῳ μέντοι βραδείως αὐτὸ
 ἀνασπάσασιν, ὥστε αὐταὶ κατελεύσονται χωρίον $= 35000$
 δακτύλοις, ἢ ἀνασπάσασιν δάκτυλον ἕνα τὸ βάρος.

127. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν τὴν ἀντίστον δοῶσιν ἡ δύ-
 νამις, καὶ ὁ τῶν κατὰ τὰς τροχῆς ἀκτίνων πρὸς τὰς τῶν
 ἄξωνος λόγος, ῥαδίως εὐρίσκεται ἡ πρὸς ἀντιρρόπῃσιν
 ἐκπιεμένη ἀντίστασις· ἡ γὰρ δύναμις χ πρὸς τὸ βάρος
 λόγον ἔχει, ὃν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς ἄξωνος
 ἀκτίνων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχῆς· ἔτω τοίνυν
 ἡ δύναμις $= 10$ λίτραις, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς ἄξο-
 νος ἀκτίνων γινόμενον $= 1$, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τρο-
 χῆς γινόμενον $= 100$ · τοιγαρὲν ἐς $10 : \chi :: 1 : 100$ ·
 ἐνθα δῆλον, ὅτι πρὸς εὐρεσιν τῆς ἀντιστάσεως πολλαπλα-

σιασέον ἐς τὸν τὴν δύναμιν παρεμφαίνοντα ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ἀκτίνων (Α'ριθμ. 252).

128. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐὰν δοθῶσιν ἡ δύναμις καὶ ἡ ἀντίσασις, εὐρεθήσεται ὁ ἀριθμὸς τῶν τροχῶν, ὁ ἀπὸ χρωὶν πρὸς ἀντιρρόπῃσιν ἐκ τῆς ἀναλογίας· ἡ δύναμις πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ὡς ἡ 1 πρὸς χ, γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ἀκτίνων· ἔστω ἡ μὲν δύναμις = 10 λίτρας, ἡ δ' ἀντίσασις = 1000· ὅθεν $10 : 1000 :: 1 : χ = \frac{1}{100} = 100$ · δεῖ ἔν με χρήσασθαι παγκρατίῳ, ὃ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς ἄξονας ἀκτίνων γινόμενον εἶναι = 1, τὸ δ' ὑπὸ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς, = 100· ἀλλὰ μὴν, ἡ περ δῆλον, πολλαχῶς ἀν συγκρηθῇ τὸ γινόμενον 100· ἄρα καὶ τὸ πρόβλημα πολλαχῶς ἐπιλυθήσεται.

Εἰταῦθεν ἄρα δῆλον, ὅτι ἐν γένει πρὸς εὐρεσιν τῶν τροχῶν, δοθεισῶν τῆς τε δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως, διαίρετέον εἶναι τὸν τὴν ἀντίσασιν ἐκδηλῶντα ἀριθμὸν διὰ τῆς δηλῆντος τὴν δύναμιν, καὶ ζητητέον ἅπαντας τὰς πηλίκας ποιητάς, οἵ, πολλαπλασιασθέντες ἐπ' ἀλλήλους, ποιοῖεν αὐτὸ κατ' ἀκριβείαν· οἱ δὲ, τὸν τε ἀριθμὸν τῶν τροχῶν ἐμφανῶσι, καὶ ὅν ἡ ἐκάστη τροχὴ ἀκτὶς πρὸς τὴν τε κατ' αὐτὸν ἄξονος ἔχει λόγον.

Ἐν ἔν τῷ προτεθέντι ὑποδείγματι α'. ποιηταὶ τῷ 100 εἰσὶν ὁ 100 καὶ ἡ 1, εἴγε $100 \times 1 = 100$ · β'. ὁ 2 καὶ ὁ 50, ὅτι $2 \times 50 = 100$ · γ'. 4 καὶ 25· δ'. 5 καὶ 20· ε'. 10 καὶ 10· ἐπιλυθήσεται ἄρα τὸ πρόβλημα, ἡτις ἐνὸς μόνου τροχῆς λαμβέντος, ἔπερ ὁ τῆς ἀκτίνος πρὸς τὴν τε κατ' αὐτὸν ἄξονος λόγον ἔχει :: $100 : 1$, ἡ λαμβέντων δύο τροχῶν, ἂν τῷ μὲν ἡ ἀκτὶς ἔχῃ λόγον πρὸς τὴν τε ἄξονος αὐτῆς :: $2 : 1$ · Σατέρε δὲ, ὡς $50 : 1$ · ἡ τῷ μὲν ὡς $4 : 1$, τῷ δὲ ὡς $25 : 1$ · ἡ τῷ μὲν

ὡς 5 : 1, τῷ δὲ ὡς 20 : 1· ἡ τελευταία τῷ μὲν ὡς 10 : 1, πατέρων δὲ ἐξ αὐτῶ ὡς 10 : 1· αἶτι γὰρ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τῆς τροχῆς ἀκτίνων ἐξισύεται τῷ 100.

Ἐὰν δὲ ἐξ αὐτοὶ οἱ ποιηταὶ ἀναλυθῶσιν ἔτι εἰς ποιητὰς 4, 10, 20, 25, 50, ἡ εἰς τῶν αὐτῶν πρώτους ποιητὰς 2, 5, ἐπιλυθήσεται τὸ πρόβλημα ἐξ διὰ τριῶν τροχῶν, ὧν οἱ λόγοι εἰεν φέρ' εἶπεν 2, 5, 10, ἡ 4, 5, 5 κτλ., ἐξ διὰ τεσσάρων δὲ ὧν οἱ λόγοι εἰεν 2, 2, 5, 5 κτλ.

129. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὅταν ἦτοι ἡ ἀντίσαςις μὴ ἦ διαιρέσιμος ἀκριβῶς διὰ τῆς δυνάμεως, ἡ τὸ προϊόν πηλίκον ἀριθμὸς ἢ πρῶτος, αὐξητέον τὸ διαιρετέον, ἡ τὸ πηλίκον, μονάδι, ἡ ἀριθμῷ, μέχρις ἂν γένωνται διαιρέσιμοι· τὸ τοῖνον ἔτω γινόμενον ὑπὸ τῶν κατὰ τῆς τροχῆς ἀκτίνων, ἔσεται τι μείζον τῷ δικαίῳ· ὅθεν ἡ δύναμις ὑπερέξει τῆς ἀντίσαςεως· τῷ δ' ὅπερ, ὅταν γῶν πρὸς ἄρσιν βαρέων χρώμεθα τῷ παγκρατίῳ, ὑδεμίαν ἐμποιεῖ τῇ χρήσει δυσχέρειαν.

130. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐπεὶ δὲ αἱ ἀκτίνες τῶν κύκλων εἰσὶν ὡς αἱ περιφέρειαι (Γεωμ. 393. Τόμ. Β'). ὁ ἄρα τῶν κατὰ τῆς τροχῆς ὀδόντων ἀριθμὸς πρὸς τὸν τῶν ἄξόνων λόγον ἔχει, ὃν ἡ ἀκτις τῷ τροχῷ πρὸς τὴν τῷ ἄξονος· δυνατόν ἄρα ἐν τῇ ἀναλογίᾳ ἀντὶ τῶν ἀκτίνων ἀντικαταστήσαι τῆς ἀριθμὸς τῶν ὀδόντων· ἐξ δὲ, ἀντιρρόπιας ἔσης, ἡ δύναμις εἶσαι πρὸς τὴν ἀντίσασιν, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τῆς ἄξονος ὀδόντων πρὸς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν δηλόντων τῆς τῶν τροχῶν.

131. ΠΟΡΙΣΜΑ Σ'. Ἐντεῦθεν ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῷ τῷ Α τάχιον φερόμενος, ἢ ὁ ἐφεξῆς Β,

τῷ Β ἅπαξ περιφερομένη, δηλεῖται ὑπὸ τῷ ἀριθμῷ τῶν ὀδόντων τῷ Β, διαιρεθέντος διὰ τῷ ἀριθμῷ, ὅς ἐμφαίνει τὸς ὀδόντας τῷ ἄξονος τῷ κατὰ τὸν τροχὸν Α· ἐπεικῶς γὰρ ὁ τῶν περιφορῶν τῷ τροχῷ Ατ ἀριθμὸς ἀναμφηρίζως ταυ. τίζεται τῷ τῶν περιφορῶν τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος Α· ἀλλ. λαμβὴν ὁ τῶν περιφορῶν τῷ ἄξονος Α ἀριθμὸς ἐμφαίνεται ὑπὸ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ τροχῷ Β ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ ἄξονος Α ὀδόντων· εἰ γὰρ τῷ μὲν ἄ. ξων Α πάρεσι φέρε 10 ὀδόντες, τῷ δὲ τροχῷ Β 50, δῆλον ὅτι ὁ ἄξων Α, ἔξ ἐπομένως ὁ τροχὸς Ατ, πεντάκις περιεχθήσεται, τῷ τροχῷ Β περιεχθέντος ἅπαξ· ἔρα ὁ ἀριθμὸς τῶν τῷ τροχῷ Α περιφορῶν, τῷ ἐφεξῆς Β ἅπαξ περιεχθέντος, δηλωθήσεται διὰ $\frac{1}{2}$, εἰτ' ἐν διὰ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ ἐφεξῆς τροχῷ Β ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ ἄξονος Α, ὃ εἰσεῖσιν ὁ Β τροχὸς, ὀδόντων.

132. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ἐν γένει ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῷ τῷ Α, τάχισιν φερόμενος, ἐν ᾧ τροχὸς ὁ Δ, βραδύτερον περιφερόμενος, ἅπαξ περιφέρεται, ἐκδηλεῖται ὑπὸ τῷ γινομένῳ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὸς τροχὸς Β, Γ, Δ, ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῷ γινομένῳ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν ἄξόνων Α, Β, Γ, οἷς ἐναρμόζονται οἱ τροχοὶ Β, Γ, Δ· ἔωσαν γὰρ 80 οἱ τῷ Γ τροχῷ ὀδόντες, ἔξ 8 οἱ τῷ Β ἄξονος, ὥπερ ὁ Γ ἐναρμόζεται· ἔκιν' ὁ ἄξων Β, ἔξ ἐπομένως ὁ τροχὸς Βσ, δεκάκις περιεχθήσεται, τῷ τροχῷ Γ ἅπαξ περιεχθέντος· ὁ τοίνυν ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τῷ τροχῷ Β, τῷ τροχῷ Γ ἅπαξ περιεχθέντος, ἔσται $\frac{2}{5}$ · ἀλλὰ μὴν τῷ τροχῷ Β ἅπαξ περιεχθέντος, ὁ ἀριθμὸς τῶν τῷ τροχῷ Α περιφορῶν ἔστω $\frac{1}{2}$, ὡς εἶδομεν (131)· ὁ ἄρα ἀριθμὸς τῶν τῷ

τροχῷ Α περιφορῶν, τῷ τρίτῳ τροχῷ Γ ἅπαξ περιφερομένη, ἐκδηλεῖται διὰ $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$, τῷ ἑστὶ διὰ τῷ γινομένη ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὴς τροχῆς Β, Γ ὀδόντων, διαιρεθέντος διὰ τῷ γινομένη ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν ἄξονων, οἷς οἱ τροχοὶ Β, Γ ἐναρμόζονται· ὡσαύτως δὲ δεικνύται καὶ τῷ τροχῷ Α, παραβαλλόμενον πρὸς ὀντιναῦν τροχὸν Δ, βραδυτέρον φερόμενον τῷ Α.

133. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Ἐν γένει ἄρα ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῷ, τάχιον φερόμενος, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τροχῷ βραδυτέρῳ λόγον ἔχει, ὅν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων ἐκάστου τῶν ἐναρμοζομένων τροχῶν, διαιρεθὲν διὰ τῷ γινομένη ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν κατὰ τὴς ἄξονας, οἷς οἱ τροχοὶ ἔτσι ἐναρμόζονται, πρὸς τὴν μονάδα· ἢ ὁ ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν τροχῷ, τάχιον περιφερομένη, πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν τροχῷ βραδυτέρῳ ἔχει λόγον σύνθετον, ἔκτε τῷ ὀρθῷ λόγῳ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὴς ἐναρμοζομένης τροχῆς ὀδόντων, καὶ ἐκ τῷ ἀντιστρόφῳ τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὴς ἄξονας, οἷς οἱ τροχοὶ ἔτσι ἐναρμόζονται, ὀδόντων.

134. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Ὁ μέγας Ἀρχιμήδης διὰ παγκράτιον, ὁμοίῳ τῷ ἐν (α. 81), ἐς ὧτος ἐν μονίμῳ σημείῳ, ἐκτὸς κειμένη τῆς γῆς, ἀνασπᾶσαι ἔφη δύνασθαι ὅλην τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν· πόσας ἄρα τροχῆς ἐπαναγῆτες ἔχειν τιτὶ τὸ παγκράτιον, ὑποτιθεμένου ἐν ἅπασιν τῷ λόγῳ τῆς τῷ τροχῷ ἀκτίνος πρὸς τὴν τῷ ἄξονος :: 10 : 1, ἵνα βάρος λίτρας μιᾶς ἀνασπᾷ τὴν γῆν;

ΛΤΣΙΣ. Ἐν τῷ δε τῷ πρῶτῳ σημείῳ ἡ δύναμις μόνον γινώσκειται ὅσα λίτρα μία· ἐν ἑν γινώσκῃ καὶ ἡ ἀντίστασις, ἀνάγκη μαθεῖν τὸ τῆς ὅλης γῆς βάρος, ὅσον ἐστίν, ὅπερ λίτρα μία βασιᾶσει.

Τῷ τοίνυν τῆς ἀργίλλου βάρους πρὸς τὸ τῷ ὕδατος λόγον ἔχοντος :: $1\frac{1}{2} : 1$, καὶ τῷ τῆς πυρίτιδος, ἢ μέρος εἶναι τῆς γῆς δύναται, πρὸς τὸ τῷ ὕδατος :: $2\frac{1}{2} : 1$, ἐὰν ἅπαντα ἢ σφαῖρα ὑποτεθῇ συγκειμένη ἐξ ὕλης ὁμογενῆς, τῇ ἀργίλλῳ ἰσοβαρῆς, ἀποτελεσθήσεται ὄγκος ἰσοβαρὴς ὡς ἔγγιστα τῇ ὑδρογείῳ σφαίρᾳ· τότε ὑποτεθίντος, ἐπεὶ κυβικὸς πῆς ὕδατος ἔλκει βάρους λίτρων 70, εἴτ' ἂν ἄργιλλος ἐκκαίδεκα, κυβικὸς πῆς ἀργίλλου, ἢ τῆς ὁμογενῆς ὕλης, ἐξ ἧς σύγκειται ἡ γῆ ἐξ ὑποθέσεως, ἔλξει βάρους ὡς ἔγγιστα λίτρων 100· ἐὰν ἄρα γνωθῇ, ὅσας κυβικὰς πόδας περιέχει ἡ ὑδρόγειος σφαῖρα, πολλαπλασιασθέντων ἐπὶ 100, πορισθήσεται ἀριθμὸς ἐκδηλῶν τὸ βᾶρος τῆς γῆς, εἴτ' ἂν τὴν ἀνασπαθισομένην ὑπὸ λίτρας μιᾶς ἀντίσταιν· ζητητέον τοίνυν τὰς κυβικὰς πόδας, αἷς περιέχει ἡ ὑδρόγειος σφαῖρα.

Τῆς κυκλικῆς περιφερείας τῷ τῆς γῆς ἰσημερινῷ ὕψους = 9000 λεύγαῖς (ὡς ἐν τῇ ἀστρονομίᾳ ὀψόμεθα), ἡ αὐτῆς διάμετρος εἶσαι ὡς ἔγγιστα = 2865 λεύγαῖς (Γεωμ. 376. Τόμ. Β'). ἡ ἄρα ταύτης τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια εἶσαι = 9000×2865 (Γεωμ. 451. Τόμ. Β') = 25785000 λεύγαῖς τετραγωνικαῖς· ἡ δ' αὐτῆς σφαιρῆς εἶσαι = $25785000 \times 1\frac{1}{2}$ (Γεωμ. 463. Τόμ. Β') = 12312337500 κυβικαῖς λεύγαῖς. Πολλαπλασιασθέντων δὲ ὁ τῶν κυβικῶν λευγῶν ἀριθμὸς ἐπὶ 11883569768 (Ἀριθμ. 156)· καὶ δὴ εὐρεθήσεται ἡ ὑδρόγειος σφαῖρα περιέχουσα κυβικὰς ὀργυὰς 146314521688412700000, ὅς πολλαπλασιασθεῖς ἐπὶ 216 (Ἀριθμ. 156) ποιεῖ 31603936684697143200000 κυβικὰς πόδας, τῇ γῇ ἐμπεριεχομένης· τελευταῖον δὲ ὁ ἀριθμὸς ἥτος, πολλαπλασιασθεῖς ἐπὶ 100, παρέξει ἐν λίτραις τὸ βᾶρος, ὃ ἔλκειν ὡς ἔγγιστα ἡ γῆ ὅλη δύναται, εἴτ' ἂν

3160393668469714320000000 (P), ὅς ἀριθμὸς ἐκ χαρακτῆρων πέντε καὶ εἰκοσι σὺγκείται.

Ἐπεὶ δὲ ὁ τῆς ἐκάστη τροχῆ ἀκτίνος πρὸς τὴν τῇ ἄξονος λόγος αἰεὶ ἐστὶ 10 : 1, ζητητέον βαθμὸν τῇ 10 τοιῆστον, οἷον περιέχειν τὸν ἀριθμὸν P· ὁ δὲ δείκτης τῇ βαθμῇ τέττα ἐμφανεῖ τὸν ἀριθμὸν τῶν πρὸς ἐπίλυσιν τῇ προελήματος ἐξικανόντων τροχῶν· ἐπεὶ δὲ ὁ ἀριθμὸς P χαρακτῆρας περιέχει πέντε πρὸς τοῖς εἰκοσιν, ἀρτέον τὸν 10 ἐπὶ τὸν εἰκοσὸν πέμπτον βαθμὸν· ὁ δὲ προκύπτων ἐντεῦθεν ἀριθμὸς, ὅς ἐμφαίνει τὴν τῆς δυνάμεως ταχύτητα, τὴν μονάδα ἔχων συγγεγραμμένην πέντε καὶ εἰκοσι μηδενικοῖς, εἴτ' ἔν περιέχων ἕξ καὶ εἰκοσι χαρακτῆρας, πολὺ ὑπέρκειται τῇ ἀριθμῷ P, τῇ τὴν ἀντίσασιν, εἴτ' ἂν τὸ τῆς γῆς βάρος, ἐμφαίνοντος.

Ἐὰν ἄρα παγκρατίῳ, ἕξ εἰκοσι καὶ πέντε τροχῶν συγκειμένῳ, χρησώμεθα, ἐν ᾧ τροχῇ ἐκάστη ἡ ἀκτὶς δεκαπλάσια εἴη τῆς τῇ κατ' αὐτὸν ἄξονος, τὸ λίτρας βάρος ἢ μὴ ἀντιρρόπησιν τῇ ἀντίσασιν, ἀλλ' εὐχερῶς πάνυ αὐτὴν ἀνασπάσει· ἀπέχρη μὲν γὰρ πρὸς ἀντιρρόπησιν τὸ βάρος πρὸς τὴν ἀντίσασιν λόγον ἔχειν ἀντίστροφον τῷ τῶν μαζῶν, καὶ τῷ τῶν ταχυτήτων· ὁ δὲ ἀριθμὸς ὁ τὴν τῆς δυνάμεως ἐμφαίνων ταχύτητα, εἴτ' ἂν ἡ 1 συγγεγραμμένη πέντε καὶ εἰκοσι μηδενικοῖς, ἔσιν ὡς ἑγγιστα τριπλάσιος τῇ ἀριθμῷ P, τῇ τὴν ἀντίσασιν, ἢ τὸ τῆς γῆς βάρος, ἐκδηλῶντος· τέσσαρες δὲ καὶ εἰκοσι τροχοὶ ὑπὲρ ἐξικανῶσιν· εἴγε ἡ 1, συγγεγραμμένη 24 μηδενικοῖς, ἔσιν ἀριθμὸς ἐλάττων τῇ P. Ο. Ε. Π. καὶ Δ.

135. ΠΟΡΙΣΜΑ. Εἰ δέ τις ἑκθαμῶς εὐθύς γίνεταί καθορῶν, ὅσον τὸ παγκράτιον αὐξεί τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως, παύσεται ἐκπλητιτόμενος, ἢ γὰρ ἐπ' ἄλλο τρέψει τὰ τῆς ἀπορίας, ἐννοήσας, ὅσον ὁ χρόνος ἐν τούτῳ ἀπόλῃται·

ὑποθείδω γάρ ἡ δύναμις, ἡ τὸ λίτρατον βάρος, ὅπερ διὰ τῶν πέντε καὶ εἰκοσι τροχῶν κινεῖ πᾶσαν τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν, φέρεται ταχυτῇτι μετρίᾳ πυροβολικῆς σφαίρας κανονίς, καὶ ἐπομένως διανύειν πόδας 1000 ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῇ· πόσων ἄρα δεήσεται λεπτῶν δευτέρων, ἐν ἀνασπάσῃ τὴν γῆν χωρίῳ ποδιαίῳ; Διηρήθω ὁ ἀριθμὸς P διὰ 1000· πηλίκον ἔν προκύψει, συγκείμενον ἐξ 32 χαρακτήρων· περιέχει δὲ ὁ ἐνιαυτὸς λεπτὰ δεύτερα 31556940 (Ἀριθ. 167)· ἔκπῃ διηρήθω τὸ εὐρεθὲν πηλίκον διὰ τῶν δευτέρων τῶτων λεπτῶν· εἴτ' ἔν, αὐτομίας χάριν, ἀποτελεσθῶν ὁκτωὶ χαρακτήρες, ἐκ τῶν δεξιῶν τῇ πηλίκῃ τῷτῃ· τὸ τοῖσιν πηλίκον ἔσαι συγκείμενον ἐκ 14 χαρακτήρων, εἴτ' ἔν 31603936684697, τῷτ' ἔστι 31 διδυνίων, ἑξακοσίων τριῶν χιλιάδων μυριάδιων, ἑνεακοσίων τριάκοντα ἐξ μυριάδιων, ἑξακοσίων ὀγδοήκοντα τασσάρων χιλιάδων, καὶ ἑξακοσίῳ ἑνεακοσίῳ ἐπτὰ ἐνιαυτῶν, δεήσεται τὸ μιᾶς λίτρας βάρος ταχυτῇτι φερόμενον ἴση τῇ τῇ κανονίς πυροβολικῇ σφαίρᾳ, ἐν ἀνασπάσῃ τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν χωρίῳ ποδιαίῳ.

136. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Ἐξαιρεῖται δὲ ἐνταῦθα ἡ παινὴ ταχυτῆς, ἣν ἂν ἡ λίτρας δύναμις προσκτήσασιτο ἐξ ἰχθύος αὐτῇ ἐπιδρώσης αἰεὶ καὶ ταχυτάτης· συνελόντι δ' εἰπεῖν, ἦτε δύναμις καὶ ἡ ἀντίστασις ἰσομερῶς κινεῖσθαι ὑποτίθεται.

ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Ὅταν δὲ ἡ βέλωνται μέγα ἄραι βάρος, ἀλλὰ τάχιστα τι περιστρέψαι, ἐναντίως, ἢ ὡς ἤδη εἴρηται, χρωῖται τῷ παγκρατίῳ, εἴτ' ἔν τιθέσσι τὴν μὲν κινῆσαν δύναμιν ἐπὶ τῷ ΚΙ κυλίνδρῳ· τὸ δὲ περιστρεφθησόμενον ἐπὶ τῷ Β· τὸ γὰρ ἐπὶ τῷ Β χιλιοπλασίᾳ ταχυτῇτι περιάγεται, ἢ ὁ κύλινδρος ΚΙ, εἰ τρεῖς ὑποτεθεῖεν οἱ τροχοὶ, καὶ τῶσιν ἄξονες, καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν ὑδύντων ἐκάστῃ τρο-

ἔχῃ πρὸς τὸν τῶν ἐκάστου ἄξιος εἶη :: 10 : 1 · χρῶνται δὲ τῷ τοιούτῳ ὀργάνῳ εἰς τὸ νῆθαι, ἢ κλώθειν, τὰ ἔμια, τὰς πάμβακας, τὰ λίνα, ἢ μάλιστα εἰς τὸ τροφαλίζειν τὰ παλφῶδια.

137. ΣΧΟΛΙΟΝ Γ'. Τοῖς πολυτροχίοις πολλαχῶς μὲν χρῶμεθα, μάλιστα δὲ εἰς τὸ ἐπιβραδύναι τὴν τῆς δυνάμεως ἐνέργειαν, ἵνα πλείων διαρκέσῃ χρόνος (4), ἢ ἔντακτος δὲ ἀποτελεσθῇ κίνησις, οἷα μετρεῖν ἔχειν τὸν χρόνον, ἢ τηρικαῦτα ὠρολόγιον ὄνομα τῷ πολυτροχίῳ· ἢ εἰς τὸ μετρεῖσαι δὲ τὸ, ὅπερ ἄντις βαδίσειε χωρίον, ἢ ὁδομέτρον οἱ τηρικαῦτα προσφυὲς ἀπονέμεται ὄνομα· περὶ δὲ τῶν ἀρματείων τροχῶν κτλ. ὅθεν ἡμῖν ἐνταῦθα εἰρήσεται· ἢ γὰρ αὐτοῖς τὸνομα τὸ τῶν πολυτροχίων ἐφαρμόζει· ἐπεὶ μὴδ' αὔξουσιν ὅλως τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως, χρήσιμα δὲ γίνονται μόνον, ὅτι τὴν τριεὴν τῶν κατὰ γῆν ἐλακυσσομένων σωμάτων διακωλύουσιν· ἀλλὰ γὰρ περὶ τε τοῦ ὠρολογίου ἢ τοῦ ὁδομέτρου ρητέον ἐν τοῖς ἐφεξῆς δυσὶ κεφαλαίοις, ἀμέλειτοι περὶ ἐκατέρου ἰδίᾳ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ Ὤρολογίου.

138. Εἴς ὅτε μὲν εἰς καταμέτρησιν τοῦ χρόνου τῷ ἐξ ὕδατος ὠρολογίῳ, ὃ καλεῖται Κλεψύδρα, χρῶνται οἱ ἄθροποι· εἴς ὅτε δὲ ἄγγεσι δυσὶν ὑελίνοις συγκεκολλημένοις, κοινὴν ὁπὴν ἔχουσιν, ὧν ἐκ τοῦ ἑτέρου εἰς θάτερον ψάμμος ἐμπίπτει, διὰ τῶν πληρωμάτων τὸν χρόνον καταμετρῶν· ἀλλὰ γὰρ τὰ τοιεῦτάδε ὠρολόγια

ἔδεν ὅλως εἰσι, πρὸς ἃ ἐφευρόν τε καὶ ἐτελείωσαν οἱ μηχανικοί, τοῖς πολυτροχίως χρησάμενοι· τῷ τοίνυν ὠρολογίῳ τὸ μὲν ἐστὶν ὠρολόγιον ἀπλῶς, τὸ δ' ὠροσκόπιον, τὸ δ' ἐγκόλπιον ὠρολόγιον· ὠρολόγιον μὲν ἢν καλεῖται, ὅταν ἡ κινῆσα αὐτὸ δύναμις ἢ βαρὺ σῶμα· ὅταν δὲ ἡ τὸ κινῆν ὑπὲρ σῶμα βαρὺ, ἀλλ' ἐλαττήριον, τηρικαῦτα ὠροσκόπιον μὲν ἐστὶν, εἰ μὲν γὰρ ὅν μεταφέρεσθαι μὴ ἔχη· ἐγκόλπιον δ' ὠρολόγιον, εἰ ἐν τῷ κόλπῳ αὐτὸ φέρωμεν.

193. Ἐκ τῶν προειρημένων εὐμαρῶς συνίσταται, πολλαχῶς αὖ ἔχειν συνάπτεσθαι τὸν τῶν ὀδόντων ἐκάστη τροχῷ ἀριθμὸν, καὶ τὸν τῶν ἀξόνων, ἵν' ὁ ὠροδείκτης ἐπὶ τῷ κατὰ τὸ ὠρολόγιον ἀβακίῳ σημάνῃ τὰ τῷ χρόνῳ μέρη, ἃ σημαίνεσθαι βεβλήμεθα· περιφερέσθω γὰρ ὁ τροχὸς Α ἅπαξ ἐφ' ἐνὸς λεπτῷ (σχ. 80)· βελόνῃ τοίνυν, προσηκολλημένη τῷ ἄκρῳ τῷ κατ' αὐτὸν ἄξονος, σημαίνει ἐπὶ ἐπιπέδῳ, τετμημένῳ εἰς 60 τμήματα ἰσάλληλα, τὰ δευτέρῳ λεπτὰ· εἰ δὲ, τῷ τροχῷ Α ἐξηκοντάκις περιφεριμένῳ, τροχὸς ἕτερος ὁ Γ περιφέρηται ἅπαξ, βελόνῃ προσηκολλημένη τῷ ἄκρῳ τῷ κατὰ τὸν Γ τροχὸν ἄξονος, σημαίνει ἐπὶ τῷ εἰς ἐξηκοντα ἰσάλληλα μέρη τετμημένῳ ἐπιπέδῳ τὰ πρῶτα λεπτὰ· εἰ δὲ τῷ Γ δωδεκάκις περιφεριμένῳ, ἕτερος τροχὸς ὁ Δ ἅπαξ περιφέρηται, βελόνῃ, ἢ προσηρμοσμένη τῷ ἄκρῳ τῷ κατὰ τὸν τροχὸν Δ ἄξονος, σημαίνει ἐν ἀβακίῳ, εἰς δώδεκα ἰσάλληλα μέρη κατατετμημένῳ, τὰς ὥρας. Βεβλημένοι δ' ἔχουσιν τροχὸν ἄλλον τὸν Ψ, ὃ περιφορὰ μία ἐμφάνει τὸν ἐν αὐτῷ, σημειωτέον· πρῶτον, ὅτι ὁ ἡλιακὸς ἐν αὐτῷ σύγκειται ἐκ λεπτῶν 525949· περιφορὰ δὲ μία τῷ Δ τροχῷ, γινόμενη ἐν ὥραις 12, δύναται λεπτὰ 720· παρὰ ταῦτα δὲ δῆλον ἐκ

τῶν εἰρημένων (130), τὸν ἀριθμὸν τῶν τῷ Δ περιφορῶν, τῶν γινομένων ἐν ᾧ ὁ ψ τροχὸς ἅπαξ περιφέρεται, ἐκδη-
 λῆναι διὰ $\frac{1}{720}$. ἄλλαμὴν ὁ τῶν περιφορῶν τῷ Δ
 τροχῷ, τῶν γινομένων, ἐν ᾧ ὁ τροχὸς ψ περιφέρεται ἅ-
 παξ, ἀριθμὸς ἐμφαίνεται ὑπὸ τῷ ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν
 κατὰ τὰς τροχὰς ὀδόντων γινομένῳ Π, διαιρεθέντος διὰ
 τῷ γινομένῳ π ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀδόντων τῶν ἀξόνων,
 οἷς ἐναρμόζονται οἱ τροχοί, εἴτ' ἐν διὰ $\frac{\Pi}{\pi}$ (132). ἄρα

$$\frac{\Pi}{\pi} = \frac{1}{720} \cdot \text{ἄρα } \frac{\Pi}{\pi} \times 720 = 525949 \text{ λεπτοῖς (Συμ.)}$$

Λογ. 393)· ζητηθῆτω ἄρα ἀριθμὸς τροχῶν τοιόσδε, ὥ-
 σε ἐκάσῳ τροχῷ ἀποδθέντος ὠρισμένῳ ἀριθμῷ ὀδόντων, ἢ
 ἐκάσῳ τῶν ἀξόνων, οἷς ἐναρμολῶσονται οἱ τροχοί, ὠρισ-
 μένῳ ἑτέρῳ ὀδόντων ἀριθμῷ, τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀριθ-
 μῶν τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ὀδόντων, διαιρεθὲν διὰ τῷ ἐκ
 τῶν ἀριθμῶν τῶν κατὰ τὰς ἀξονας ὀδόντων γινομένῳ, ἢ
 πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ 720, ἀποτελεῖν λεπτὰ 525949.

Ζητηθέντων ἐν τῶν ἀριθμῶν τύτων, καθὰ προεῖρηται
 (127), εὐρήσομεν ὡς εἰ· α. 8 μὲν ὀδόντες ἀπονεμηθῶσι
 τῷ ἄξονι Α, 50 δὲ τῷ ἐφεξῆς τροχῷ Β, ὅς τῷ ἄξονι
 τέτῳ ἐναρμολῶσεται· β. 7 μὲν ὀδόντες τῷ τῷ Β τροχῷ
 ἄξονι, 69 δὲ τῷ τροχῷ Γ, ὅς ἐναρμολῶσεται τῷ τῷ Β
 ἄξονι· γ. 7 μὲν ὀδόντες τῷ τῷ Γ ἄξονι, 83 δὲ τῷ Δ
 τροχῷ, ὅς ἐναρμολῶσεται τῷ τῷ Γ τροχῷ ἄξονι, εὐρή-
 σομεν λέγω ἐν τῇ περιπτώσει $\frac{\Pi}{\pi} \times 720$, ὅτι

$$\frac{50 \times 69 \times 83}{8 \times 7 \times 7} \times 720 \text{ ἀποτελεῖ ὡς ἐγγίσις μὲν λεπτὰ}$$

525949, ἀκριβῶς δὲ λεπτὰ 525948 $\frac{1}{4}$.

Τοιγαρὲν περιφορὰ μία τῷ τροχῷ Δ σημαίνει ἀκριβῶς ἐνιαυτὸν πλὴν $\frac{1}{4}$ λεπτῷ· βελόνῃ δὲ, προσηρμοσμένῃ τῷ τῷ τροχῷ Δ ἄκρῳ, σημαίνει ἐν ἀθανάτῳ, εἰς δώδεκα ἰσάλληλα μέρη τετμημένῳ, τὸς δώδεκα τῷ ἐνιαυτῷ μῆνας, ἰσάλληλως μέντοι ἅπαντας, ὡς ἕκαστον αὐτὸν διαρκεῖν $30 \frac{1}{2} = 30$ ἡμέραις, ὥραις δώδεκα, 29 λεπτοῖς πρώτοις, καὶ 5 δευτέροις.

Ἐῷς ἤδη τροχὸς ἄλλος ὁ Η, καὶ περιφερέειω ταχυτῇτι ὑποδεκαπλασίᾳ τῆς τῷ προτέρῳ τροχῷ Δ, καὶ τροχὸς ἄλλος ὁ Ι, περιφερόμενος ταχυτῇτι ὑποδεκαπλασίᾳ τῆς τῷ πρὸ αὐτοῦ Η· ἔκων ὁ τροχὸς Ι κινήσεται ταχυτῇτι ὑπεκατόνταπλασίᾳ τῆς τῷ τροχῷ Δ, καὶ ἡ βελόνῃ ἐν ἐνιαυτῷ ἐνὶ ἅπαξ περιεφέρετο· ἡ ἄρα βελόνῃ τῷ τροχῷ Ι ἅπαξ περιενεχθήσεται ἐν ἐνὶ αἰῶνι· καὶ ἐν ἐν ἀθανάτῳ, τετμημένῳ εἰς μέρη ἰσάλληλα 100, σημαίνει τὸς τῷ αἰῶνος ἐνιαυτός.

Ὁ πρὸς τῷ ἄκρῳ τῷ πολυτροχίῳ τροχὸς Α βασιάζεται ἐπ' ἄξονος, ἐπιστηριζομένη δυσὶ σύλοις, διατιθεμένης ἔτι, ὡς τὸν ἕτερον ἐναρμόζεσθαι μεταξὺ δυοῖν ὁδόντων τῷ τροχῷ, θατέρῳ ὄντος ἐλευθέρου, καὶ αὐτὸν τὸν ἕτερον ἀμφοβαδόν· ὁ δὲ ἄξων ἔτος ἀπτεταί τῷ ἐκρεμῆς, περὶ ὃ τῶν ιδιοτήτων εἴρηται ἐν (Φυσ. 246 πτλ.)· ἔργον δ' αὐτοῦ τὸ εἰδιαθετεῖν τὴν τῷ ὠρολογίῳ κίνησιν· ἄνευ γὰρ τῷ ἐκρεμῆς, τὸ τὴν κίνησιν τῷ ὠρολογίῳ ἐμπαιῖν βαρὺ σῶμα, ταχυνόμενον ἀδιαλείπτως (Φυσ. 173), ἐκ αὐτοῦ ἐνεκρίει αὐτῷ ἰσομερῇ κίνησιν, καὶ οἷαν χρόνον καθίστασθαι μέτρον· ἐπεὶ μέντοι οἱ τῷ ἄξονος, καὶ τὸ ἐκρεμῆς συνάπτε-

ται, σύλῳι ἓνα μόνον ὀδόντα τῷ τροχῷ ἕωςι παρέρχεσθαι ἐφ' ἐκάστης τῷ ἐκκρεμῆς ἀναλινκνήσεως, αἷτε ἀναλινκνήσεις ἐκκρεμῆς μακροτάτῃ ἐν τοῖς μεγάλοις ὥρολογίοις, ἐλάχιςα κυκλικὰ τόξα γράψασαι, ὡς πρὸς αἰθήσιν εἰσὶν ἰσόχρονοι (Φυσ. 256. Τόμ. Δ'). ὡς ἐγγίςα ἄρα ἰσομερῆς ἐσὶν ἡ τῆς ὅλης μηχανῆς κίνησις.

140. Ἰν' ἐκάστῃ τῷ ἐκκρεμῆς ἀναλινκνήσις λεπτόν δεύτερον τῆς ὥρας ἐμφαίνῃ, ἐπάναγκες αὐτῷ τὸ μήκος ἰσῆσθαι, ὑπὲρ τῶν ἐν τῇ αὐτῇ μοίρᾳ τῷ πλάτους κειμένων τόπων, ἐν ἡ ἢ ἡ πόλις τῶν Παρισίων, 3 ποσί, καὶ γραμμαῖς 8, 57· ἐκληπτέον δὲ τῷτο ἐπὶ τῶν ἀναλινκνήσεων ἐκκρεμῆς, ἐλευθέρως ἀναλινκνυμένῃ· ἡ γὰρ συνέζευκταίπως ἡ τῷ ἐκκρεμῆς ἀναλινκνήσις τῇ τῷ ὥρολογίῳ κινήσει, ἀμήχανον ἐκ τῷ μήκους συναγαγεῖν τὴν ἐκάστης ἀναλινκνήσεως ἀκριβῆ διάρκειαν· ἀνδ' ὅτε δὴ, ἰν' εὐτακτοτέρα ἡ τῷ ὥρολογίῳ γίνηται κίνησις, προσαρμόζουσι τῷ κινυμένῳ ἀκρῷ τῷ ἐκκρεμῆς φακὸν ἐξ ὕλης σεῖρῆας, οἷον μολιβδου, διὰ κοχλίῃ ὑπείσερχόμενον τῷ τῷ ἐκκρεμῆς ἀκρῷ (87)· καὶ μὲν τὸ ὥρολόγιον βραδύτερον τῷ δέοντος κινῆται, ἀναθιβάζεται ὁ φακὸς διὰ τῷ κοχλίῃ· ἂν δὲ τάχιον, καταθιβάζεται· προφανὲς δὲ ὁ λόγος ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τῷ τῶν δευτέρων λεπτῶν ἐκκρεμῆς (Φυσικ. 252. κτλ.).

141. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, τὰ ὥρολόγια, ὧν τὸ ἐκκρεμῆς = 3 ποσί, εἰσὶν ἀκριβέστερα τῶν ἄλλων· αἱ γὰρ ἀναλινκνήσεις, καίτοι ἀλλήλαις ἄνισοι, γράψασαι τόξα 4°, ἢ 5°, ἴσον σχεδόντι διαρκῆσι (Φυσικ. 256)· ταῦτον ἄρα ἐκκρεμῆς δεξιώτατόν ἐστι τὴν ἐν τῷ πολυτροχίῳ τῆς κινήσεως ἀνωμαλίαν διορθώσασθαι. Τὸ δ' ὥροσκόπιν τῷ ὥρολογίῳ διενήνοχε τῇ τε κινήτικῃ αἰ-

τίς ἐ τῷ τῆς κινήσεως διευθετητῇ· ἐν μὲν γὰρ τῷ ὥρ.
 λογίῳ ἡ κινῆσα αἰτία σῶμά ἐστι βαρὺ, ὃ διὰ κλωδίου,
 ἐνελιγμένον κυλίνδρῳ τῷ Α, διήκοντι διὰ τῷ ἄξονος τῷ
 πρώτῳ τροχῷ, μεταδίδωσι τῆς ἑαυτῷ ἐνεργείας τοῖς μέ-
 χρι τῷ ἑσχάτῳ τροχοῖς· τῷ δ' ὠροσκοπίῳ ἢ δ' ἡ κινῆσα
 αἰτία, ὅτε μὲν ὁ διευθετητῆς ὑπάρχεισι σῶματα βαρέα.

142. Ἄκρων τὸ ο ἐλατήριον (σχ. 82), τῷτ' ἐστὶ τε-
 τάλη παραλληλογραμμειδῆς, ἐκ χάλυβος προσαρμύζε-
 ται τῷ εὐλῳ ΑΒ τῷ ΓΔ κυλίνδρῳ, θάτερον δὲ αὐτῷ
 τῷ κυλίνδρῳ· διὰ κλειδὸς δὲ τῆς ΕΖΘ περιτρέφεται τῇ
 ἄξονα ΘΗ τῷ κωνοειδῆς σώματος ΘΗΙτ· ἄλυσις δὲ χα-
 λυβίνη, ἥς τὸ μὲν τῶν ἄκρων τῷ κυλίνδρῳ συγκολλη-
 ται, θάτερον δὲ τῷ κωνοειδῇ σώματι, ἐνελισσόμενη τῇ
 τῷ κωνοειδῆς σπείρᾳ, καταναγκάζει τὸν ΓΔ κύλινδρον πολ-
 λάκις περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἀκίνητον ἄξονα ΑΒ· τοιγαρὶν
 τῷ κατὰ τὸ ἐλατήριον ἄκρον ρ ἀναγκάζομεν ὑπὸ τῷ σημείῳ
 τῷ κυλίνδρῳ, ᾧ συγκολληταί, περιφέρεσθαι περὶ τὸν ἄ-
 ξονα ΑΒ, θάτερον δὲ τῷ ο συγκολλημένῳ τῷ ἄξονι Α
 Β, τὸ ἐλατήριον ἀναγκάζεται πολλάκις περὶ ἑαυτὸ περι-
 νευθῆναι· καλεῖται δὲ τὸτο τῷ ὠροσκοπίῳ ἄνοδος τὴ
 δ' ἐλατήριον, ὅτω συνθλιβόμενον, σπείρον ἐξελιχθῆναι,
 ἀναγκάζει τὸν κύλινδρον περιφέρεσθαι κατὰ τὴν φερὰν Δ
 Γ, τὴν ἐναντίαν τῇ, κατ' ἣν κινῆται ὑπὸ τῆς ἀλύσεως
 διὰ τῆς κλειδός· ἐντεῦθεν ἄρα ὁ κύλινδρος, ἔλκων τὴν ἄ-
 λυσιν ΓΔΤΙ, κινεῖ μὲν τὸ κωνοειδῆς σῶμα ΘΗΙτ, συγκι-
 νεῖ δὲ ἢ τὸν τροχὸν ΠΞ, ὅστις κινεῖ ἅπαν τὸ πολυτρό-
 χιον· διότι δὲ τὸ σῶμα κωνοειδῆς ἐστίν, ἀλλ' ὁ κυλιν-
 δροειδῆς, εἴρηται (64).

143. Βυθισμένοις δὲ τὸ ὠροσκοπίον ἐγκόλπῳ ἀπ-
 εργάσσεται, ἀντι ἐκκερμῆς διορθῶντος τὴν κίνησιν, ἀντείσ-

ακτέον κύκλον, ὅς, ὀδόντος ἐνὸς παρερχομένου, ἅπαξ ἀναλινκνέται, αἱ δ' ἀναλινκνήσεις, ἐν μεγάλῳ τόξῳ κύκλου γινόμεναι, πλείον διαρκῆσιν, ὅταν ὥσι μείζους· ἀντὶ ὅτου δὴ πρὸς διόρθωσιν τῆς τῷ ὠροσκοπίῳ κινήσεως τίθεται τῷ διευθετητῇ νῆμα χάλυβος· ἐτάχιον μὲν, ἢ ὅσον ἀπόχρη, κινυμένου τῷ ὠροσκοπίῳ, ἐπιμηκύνεται τὸ νῆμα, ἐ τὸν διευθετητὴν ἀναλινκνέωθαι ποιεῖ ἀναλινκνήσεις μείζονος τόξου, ἐ ἐπομένως μακροτέρας· βραδύτερον δὲ, ὑποσυσέλλουσι τὸ νῆμα, ἢ ἐκάστης ἀναλινκνύσεως τῷ διορθωτῇ ἐλαττωμένης, προσυπελαττωταί ἐ ἡ αὐτῇ διάρκειᾳ.

Εὔτε τῷ ὠροσκοπίῳ, καὶ τῷ ἐγκολπίῳ ὠροσκοπίῳ, ἡ αὐτὴ εἰς κινητικὴ ἰσχὺς· ἐλατήριον γὰρ ἐν ἐκατέρῳ· ἐπεὶ μέντοι τὸ ὠροσκόπιον ἢ φέρουσι ἐφ' ἑαυτῶν, διευθετητὴς αὐτῷ μένει τὸ ἐκκρεμές· ἐπεὶ δὲ πολλαχῶς ἐνεσι τὸ ὠροσκόπιον θεῖναι, ἐπὶ τραπέζης, ἐπὶ τῆς γῆς αὐτῆς κτλ. διὰ τῶτο τῷ ὠρολογίῳ ἐπίπροσθεν ἄγουσι τὸ ὠροσκόπιον.

144. Ἀρετὴ δὲ παντὸς πολυτροχίου εἰς α'. τὴς τῶν τροχῶν ὀδόντας ἀκριβῶς τοῖς ἄξουσιν ἐναρμόζεσθαι· β'. τὰς, αἷς οἱ τῶν τροχῶν ἄξονες εἰσέρχονται, ὅπως μὴ λίαν εἶναι μεγάλας· γ'. ἐξωμαλισμένα εἶναι ἅπαντα τὰ ἐν αὐτῷ ἕνεκα τῷ μὴ γίνεσθαι τριβὴν· δ'. τὴν ὕλην, ἐξ ἧς κατασκευάζεται, σερρὸν ὑπάρχειν ἐ ἀκαμπτον.

Τὸ πρῶτον τῶν ἀναγκαιότατον ὑπάρχει ἀναμφηρίως ἐν παντὶ πολυτροχίῳ εἶδει· ὅτι προτέρημα πρῶτισιν ἐν αὐτοῖς πάντα τὰ τῷ ἔργῳ μέρη προσφύεσθαι ἀλλήλοις προσεναρμόζεσθαι· τὸ δὲ δεύτερον ἐπίσης ἀναγκαῖον· ἄλλως γὰρ κλονοῖντ' ἂν οἱ τῶν τροχῶν ἄξονες, ἐ ἔτιως ἐκάστῃ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ὀδόντων προσφύως μὴ ἐμπίπτουτος τοῖς τῶν ἄξόνων ὁδοῖσι, δυοχερῶς ἀποτελεῖ-

ται ἡ κίνησις, πολλάκις δὲ ἐπαύεται· ἡ δὲ τριβὴ ἀπομειοῖ τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως· διὸ ὡς οἰόντες μειωτέον αὐτὴν τρόποις παντοίοις· τὸ δὲ τέταρτον ἐν μὲν τοῖς ὠρολογίοις ἐν ὠροσκοπίοις, ὧν ἔργον ἐστὶ κίνησιν εὐτακτῇ ἐν ὁμαλὴν ἀπεργάσασθαι, εὐμαρῶς εὐρίσκεται· δυσχερῶς δὲ ἐν τοῖς παγκρατίοις, δι' ὧν, ὡς εἴρηται, βαρέα σώματα αἴρουν (123)· ἐὰν ἔν μὴ πάντα τὰ μέρη τοῦ παγκρατίου σκληρὰ ὦσι ἐν ἀκαμπτῇ, οἱ μὲν ἄξονες λυγυρῶσιν, οἱ δ' ὀδόντες θραυθῶσιν, τὸ δ' ὅλον ὄργανον τῇ δυνάμει ἀντικείμεται· πολλῷ γὰρ ἐν ταύτῃ συναντιλαβέσθαι· ἀλλ' ἡμῖν ὕλη, ἐξ ἧς τὰ τοιαῦτα κατασκευάζεται, ξύλα ἔσα ἐν σιδηροῖς, ἐν τάλλα μεταλλα, σώματα δηλονότι κατὰ τὸ μᾶλλον ἐν ἥττον καμπτόμενα ἐν θλαστέοις (Φυσ. 320), ἢ ἂν ἐχέγγυος γένοιτο τοῦ διὰ τῶν παγκρατίων ἅπαν σώμα, ὅσον ἂν εἴη βαρὺ, ἀνασπᾶσθαι, ἐν ἀναίρειν· χρήσιμα μὲν γὰρ τὰ παγκράτια γίνονται μέχρι τινὸς ὁρίου βάρους, πλεονέκτης τῆς κατὰ τὴν δύναμιν ἰσχύος· ἄχρηστα δ' ἐπέκεινα τούτου, τῆς ὕλης σέγειν τὸ βάρος ἀδυνατέτης.

145. Τὸ ἄρα εἰρημέσον περὶ τοῦ εἰς ἀνάσπασιν τῆς γῆς δεξιῷ παγκρατίου (134) καίτοι δεδογμένον ἀκριβῶς ὡς πρὸς τὴν ἰσχύϊν τῆς δυνάμεως, καὶ τὸν αὐτῆς πρὸς τὴν ἀντίσπασιν λόγον, ἀδύνατον μέντοι ἐκτελεσθῆναι, ὅτι ὅπως χήτει ὑπομοχλίῃ, ἀλλὰ ἐν ὕλῃ ἀκάμπτε, ἐξ ἧς ἂν συντεθεῖν τὸ παγκράτιον.

146. Ἀλλὰ ἐν τούτῳ παρατηρητέον, ὅτι ὅσοι μὲν κρείτεροι εἰσιν οἱ τῶν τροχῶν ἄξονες, τοσούτω ἥττον ἐν λήγει, ἐν οἱ τροχοὶ ἥττον ὑποκείμενοι κλονισμοῖς τε ἐν διαφθορῇ· ὅθεν συνάγεται τὰ ἐγκλίπια ὠροσκόπια

παρὰ τὴν τῷ μεταφέρεσθαι εὐκόλως χρησιμότητα, καὶ περὶ ῥώτερα γίνονται.

Ἐν γένει δὲ, ὅσῳ πολυσύνθετός ἐστιν ἡ μηχανή, τοσούτῳ πλείονι φθορᾷ ὑπόκειται· ἐπεὶ γὰρ ἡ τῆς δυνάμεως ἐνέργεια μεταδίδεται ἐκ διαδοχῆς ἅπασιν τοῖς τῆς μηχανῆς μέρεσι μέχρι τῆς ἀντιστάσεως, τὸ ἐνὸς μόνου μέρους πάθημα πᾶσαν καταργεῖ τὴν μηχανήν· ἀλλ' ὅσῳ πλείω τὰ μέρη, τοσούτῳ πιθανώτερον ἐν τέτων παθήματί τινι καθεύκοπεσθαι, ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται ῥᾶσα, α. ὥς, εἴπερ ὠρολογίῃ, μόνας τὰς ὥρας σημαίνοντος, κρείττον ἐστὶ τὰ παντοῖα μέρη τῷ χρόνῳ ἐμφαίνον, δεῖ μὲν τοι εἶδέναι, ὅτι τῷτο ἐκεῖνε κινδυνεύει μᾶλλον διαφθερῆναι· β'. ὅτι ἢ δεῖ ἀνάγκης ἄνευ πολλαπλασιάζειν ἐν τοῖς ὠρολογίοις τὴς τροχῆς· βύλομαι φέρε τροχόν τινα περιφέρεσθαι ἅπαξ, τῷ πρὸ αὐτοῦ δωδεκάκις περιστρεφομένῳ· τυτὶ ἔν ποιῆσαι δύναμαι, ἥτοι τῷ καινῷ τροχῷ δωδεκαπλασίους ὀδόντας ἐνεργασάμενος τῶν τῷ κατὰ τὸν πρὸ αὐτοῦ ἄξονος, ἢ χρησάμενος τροχῷ ἄλλῳ μεταξὺ τῷ πρώτῳ ἢ τῷ δευτέρῳ κεισομένῳ μετ' ἄξονος ἄλλου, ὥς τὴς μὲν ὀδόντας τῷ μεταξὺ τροχῷ τριπλασίους εἶναι φέρε τῶν τῷ ἄξονος τῷ πρώτῳ τροχῷ, τὴς δὲ ὀδόντας τῷ τρίτῳ τετραπλασίους τῶν τῷ ἄξονος τῷ μεταξὺ τεθέντος τροχῷ· ἀλλ' ἀδιάφορον ἄλλως ὄν, πρὸς μέντα τὸ ἀκινδυνώτερον ἀνθαιρετέον εἰς τῷ λαβεῖν τρεῖς τὸ δύο.

147. Τὸ δὲ τῶν ὥρων κατὰ τε ψύχῃ ἢ θέρμῃ διάφορον τὴν τῶν ὠρολογίων κίνησιν ἀδιαλείπτως ἀλλοιοῖ· ἢ γὰρ ὁφόμεθα ἐν τοῖς ἐφεξῆς, ὅτι θέρμη μὲν αὖξει, διασέλλουσα τὸν ὄγκον τῶν σωμάτων, ἐψύχος δὲ μειοῖ, συσέλλου· κατὰ ταύτην ἔν τὴν ἀρχὴν, τὴν ἀπειραριθμίου μνηστὸς πεκυρωμένην πειράμασιν, ἢ θέρμη αὖξει τὴς ἄξονος·

Τόμ. Ε'.

Ο

διασέλωσα δὲ τὴν ὕλην, ἐξ ἧς σύγκεινται αἱ τὰς ὁπὰς ἔχεται μετάλλιναι πλάκες, ἐλαττοῖ τὰς τῶν ὁπῶν διαμέτρους· ἔκων ἐν ταῖς ὁπαῖς κατασπασχόμενοι οἱ ἄξονες, ἵνα περιίχωνται, πλείονα τριβὴν κατακινήσαι ἀναγκάζονται· ἐντεῦθεν ἄρα· α'. ἡ θέρμη βραδύνει τὰ ὠρολόγια· β'. τὰς ὁπὰς κατασκευασέον τοσαύτας τῷ μεγέθει, ὥστε τὰς αὐτῶν διαμέτρους ὑπερέχειν τι τῶν κατὰ τὰς ἄξονας, μὴ μέντω παρὰ πολὺ μείζους (144)· γ'. τὰ κινῆ τῶν ὠροσκοπίων, ἐν οἷς αἱ ὁπαὶ ἀκριβέστερα εἰσιν, ὑσερῶσι τῷ δέοντος χρόνῳ, καὶ μάλιστα ὥρα θέρους. Οὐ δ' εἰρηται περὶ τῶν ἄξόνων τῶν εἰς τὰς ὁπὰς εἰσπυρρομένων, ἐννοητέον καὶ περὶ τῶν κατὰ τὰς τροχὰς ὀδόντων· εἰ γὰρ ὀδὸς τροχῷ ἀκριβῶς πληρῇ τὸ μεταξὺ δυοῖν τῷ ἄξονος ὀδόντων κενόν, μικρύνει τὸ θάλαρος αὐξηθὲν σμικρύνει μὲν τὸ τῷ κενῷ πλάτος, μεγαλυνεῖ δὲ τὸν τῷ ὀδόντος ὀγκον· ὁ ἄρα ὀδὸς ἢ μὴ εἰσελεύσεται εἰς τὸ κενόν, ὅτι μὴ βίβα, καὶ αὐθις ἔτιωσ ἐξελεύσεται κατακρατηθεὶς μικρόν· ὑσερήσει ἄρα καὶ ἔτιω τῷ δέοντος χρόνῳ τῷ ὠρολογίῳ ἢ κινήσει.

148. Τὴν αὐτὴν δὲ τὸ ψύχος, συζέλλον καὶ συμπυκνῶν τὴν τῶν μεταλλίνων πλακῶν καὶ ἄξόνων ὕλην, ἐλαττοῖ μὲν τὴν ἐκάστῃ ἄξονος διάμετρον, μεγαλύνει δὲ τὰς τῶν ὁπῶν· τηρικαῦτα δὲ τῶν ἄξόνων ἐλάττονος τῶν ὁπῶν ἐπιφανείας ἐπιφαινόντων, καὶ ἥττωι τριβῇ ἀπαντῶντων, ἢ κινῶσα αἰτία ῥᾶν τὸ πολυτρόχιον κινεῖ· καὶ ἐκ τούτου ἢ τῶν ὠρολογίων κινήσεις μᾶλλον τῷ δέοντος ταχύνεται.

Εἶπομεν ἤδη, ὡς, μεγάλων ὕψων τῶν ὁπῶν, οἱ ἄξονες κλονεῖται (144), καὶ μέγα ἐμπόδιον ἐκ τούτου τῇ κινήσει ἐπισυμβῆναι δύναται· τούτῳ ἄρα ἐπισυμβαίνει χειμῶνος ὥρα ψυχρῇ, καὶ μάλιστα τοῖς παλαιαῖς ὠρολογίοις, ἃν ἡ

τε τριβὴ ἡλάττωται λίαν ἢ αἱ ὀπαὶ ἐμεγεθύνθησαν. αὖξει δὲ τὸ ὑπερβάλλον ψύχος τὰς ὀπὰς ἢ τῷ ἐλαττέῳ τὰς τῶν ἄξονων διαμέτρους· ὁ δὲ τροχὸς τῷ ἄξονος τέττε ῥᾶπα κλονεῖται· ἐντεῦθεν δυνατὸν τὸν ὀδόντα μὴ ἐμπίπτειν τῷ μεταξὺ κενῷ τῶν τῷ ἄξονος ὀδόντων, ἀλλ' ἐπ' αὐτὸν τὸν τῷ ἄξονος ὀδόντα· κἀντεῦθεν ὑπερεῖν τῷ δέοντος χρόνῳ τὸ ὠρολόγιον· οἱ μὲν ἔν τὰς τῶν ὠρολογίων ἀνιχνεύσαντες κινήσεις, ἢ τὴν προτεθείσαν τῆς Φυσικῆς ἀρχὴν ἀποδεχόμενοι, ταχύνεσθαι τε ἢ ἐπιβραδύνεσθαι τὰ ὠρολόγια διὰ τε τὴν θέρμην ἢ τὸ ψύχος συνομολογῶσιν· οἱ δὲ μὴ προχόντες τὸν νῦν τῇ ῥηθῇσιν ἀρχῇ, μηδὲ τὰς συστολὰς ἢ διαστολὰς τῶν μετάλλων ἔντε θέρμῃ ἢ ψύχει συνεωρακότες, τὴν τῷ ὑπαλείφοντος ἐλαίῳ πῆξιν αἰτιῶνται τῆς ἐν ψύχει γινομένης προβάσεως· σμικρύνονται γὰρ ὅπως αἱ ἀναλκνήσεις, ἢ δὴ ἥττον διαρκῶσι· τέττο μὲν ἔν ὥς ἔχ οἶόν τε ποιεῖν τὴν τῶν ὠρολογίων πρόβασιν ἡμῖς ἀρνησόμεθα· ὅτι δὲ ἢ μόνον, τέτ' ἔστιν, ὅπερ ἡδამῶς ἀποδεξόμεθα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ Ὀδομέτρου.

149. Τὸ δυοῖν τόπων Α, Β ἀπόστημα ἐπὶ πίνακος γεωγραφικῷ διὰ γραμμῆς εὐθείας εὐρίσκεται· ἵνα μέντοι ἀπὸ τοῦ Α μεταβῶμεν ἐπὶ τὸ Β πολλαῖς ἀνόδοις ἢ καθόδοις, ὅτι πλείσταις τε ἀπαντήσομεν ἀνωμαλίαις· ἢ δὴ ὁ τῆς ἀμάξης τροχὸς ἐφαρμόσεται τὴν περιφέρειαν ἀπάσαις ταῖς ἐφεξῆς κειμέναις ἐπιφανείαις τῶν ἐπιπέδων· ἐκ-

οὖν ὁ τοῦ τροχοῦ ἄξων, ἢ ὁ ἄρματηλάτης αὐτός, ἀλλὰ ἢ οἱ τὸ ἄρμα ἔλκοντες ἵπποι, ἀπανοιστοῦσιν καμπύλην γράψουσιν· εἰς οὖν ἐπισηθῇ γραμμὴ εὐθεῖα τοὺς Α, Β τόπους ἐπιζευγνύουσα, οἷα εἰν ἡ ἐπὶ τοῦ γεωγραφικοῦ πίνακος, ἡ ἀληθὴς γραμμὴ, ἣν ἄρματηλάτης γράφει δι' ὅλης τῆς ὁδοπορίας, αἰεὶ σχεδὸν ἀποσῆσεται, οὖν μὲν εἰς δεξιὰ, οὖν δὲ πρὸς ἀριστεράν, ἢ ὅτε μὲν πρὸς τὰ ἄνω, ὅτε δὲ πρὸς τὰ κάτω, τῆς ἐπιζευγνυμένης εὐθείας· ἢ αἰεὶ μείζων ἐκείνη ταυτὴς ἔσαι, ἢ διπλάσιος, ἢ καί τι πλεονεκεῖν εἶναι δυνήσεται.

Πῶς ἔν ἄρα διοριθεῖν τὸ ἀληθὲς διάστημα τὸ ἐπὶ τῇ διαφορηλατῆντος διανυθῆν; τῇ ὀργυῖᾳ; ἀλλὰ α. ἢ πρᾶξις ἔσαι πολυχρόνιος· β. καὶ αὐτὴ ἡ ὀργυῖα, εὐθεῖα γραμμὴ ἔσα, ἐδύναται μετρηῆσαι τὰς κοιλότητας ἢ κ.ρ.τότητας τῆς ὁδοῦ· ἔλαττον ἄρα τῇ ὀργυῖᾳ μετρηθήσεται, ἢ ὅσον τῷ διαφορεύοντι διήνυσαι· ἀλλὰ τῷ χρόνῳ; ἀλλὰ τῶν ταχυτήτων τῶν ἀμαξῶν, τῶν φερόντων ζώων, αὐτῶν τῶν πεζῶν περιπατούντων, ποικιλλομείων, ἀδυνάτῳ εἶσι συναγαγεῖν τὸ πραγματικὸν μήκος τῆς προκειμένης ὁδοπορίας.

Ἀλλὰ γὰρ ἐκ ἄντις εἰποι ὅσης ἂν πληρωθεῖν τῆς ἡδοῆς ὁ ὁδοιπόρος, εἴπερ δυνήσεται ἐπὶ ὄργανον τινὸς ἀναγνωσκῆν ἐφ' ἑκάστῃ λεπτοῦ α. τὴν ἐν τῷ τῷ λεπτῷ τοῦ ἄρματος ταχύτητα· β. πόσον τῆς ὁδοῦ ἔωθεν διήνυσεν, ἢ ἐξ ὅτε ἀπῆρε τῷ τόπῳ Α, ἢ, εἰ βεληθεῖν, δι' ὅλες μῆρας, ἑαυτοῦ, κτλ.· εἰς οὖν τοιοῦτό τι ὄργανον τὸν, ἣν διανύει ὁ ὁδοιπόρος, καθήμενος ἐπὶ τῆς ἀμάξης, καταμετρεῖ ἀκριβῶς ὁδὸν, ἢ μᾶλλον, ἢ εἴπερ τις τῇ ὀργυῖᾳ χρῆσαιο, ἢ ἀληθῶς παντὸς λόγου ἄξιον τὸ ὄργανον κρίνειν, ἄλλως τε καὶ ὀλίγης πρὸς κατασκευὴν δέου-

το τῆς δαπάνης; τῆς ἔστιν ἔν, περὶ ἧ ἡμῖν ἐνταῦτα ὁ λόγος, τὸ ὁδόμετρον.

150. Εἶδομεν ἐν τῇ Γεωμετρῖᾳ (364. Τόμ. Β΄.) ὅπως ἄντις ἀπλῶς ἐν εὐθείᾳ γραμμῇ μετρήσειε τὴν περιφέρειαν κύκλου, οἷον τροχῷ ἀρματεῖς· εἴαν γὰρ τροχὸς ὁ ΑΓΔΕ (σχ. 83) ἐκκυλιωθῇ ἐν ἐπιπέδῳ τῷ ΑΖΑ'', ὡς ἅπαντα τὰ τῆς αὐτῆς περιφέρειας σημεῖα ἐκ διαδοχῆς ἐφαρμοθῆναι τοῖς κατὰ τὴν γραμμὴν ΑΖΑ'' σημείοις, δῆλον ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν σημείων τῆς περιφέρειας ΑΓΔΕ ἀκριβῶς ἰσωθήσεται τῷ ἀριθμῷ τῶν σημείων, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ γραμμὴ ΑΖΑ'', ἡ ἀπολαμβανομένη ἀπὸ τῶ σημείου Α, τῷ σημειωθέντος ἐπὶ τῷ ἐπιπέδῳ ὑπὸ τῷ κατὰ τὴν περιφέρειαν ΑΓΔΕ σημείου Α, καὶ ἀπὸ τῶ σημείου Α'', τῷ σημειωμένῳ ἐπὶ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ὅταν αὖ τὸ σημεῖον Α τῆς περιφέρειας ἐφάπτηται τῷ ἐπιπέδῳ ΑΖΑ''. Τῷ τῶν ἀκριβῶς ἐπισυμβαίνει τῇ περιφείᾳ ΑΓΔΕ τροχῷ ἀρματεῖς· τῷ γὰρ ἄξονος Β τῇ τροχοῦ κατὰ τὴν γραμμὴν ΒΟΠ = ΑΖΑ'' φερόμενῳ, ὡσαύτως δὲ καὶ τῷ ἀρματηλάτῃ, ὁ τροχὸς ΑΒΓΔΕ περιφέρεται διὰ τὴν τριβὴν μόνην, ἥπερ ἅπαντ' ἐπὶ τῷ ΑΖΑ'' ἐπιπέδῳ ἕκασον τῶν ἐφεξῆς κειμένων αὐτῶν σημείων Α, Δ κτλ.· ἐπεὶ γὰρ ἡ τῷ τροχῷ ἀκτὶς ΒΑ παρὰ πολὺ ἐστὶ μείζων τῆς τῷ ἄξονος ἀκτίνος Βτ, ἡ τριβὴ, ἥπερ ἅπαντ' ἐπὶ τῷ ἐπιπέδῳ ὁ τροχὸς, ἐφαρμοζομένη τῷ τῆς ΒΑ ἀκτίνος ἀκρῳ, ὑπερνικήσει τὴν ἀντίστασιν τῆς τριβῆς, ἥπερ ὁ τροχὸς ἅπαντ' κατὰ τὸ τ, καὶ ἀναγκάσει ταύτην τὴν ἀντίστασιν τ περιφέρειᾳ περὶ τὸ τῷ ἄξονος κέντρον Β ὡς περὶ ὑπομόχλιον, εἰ μόνον τὸ τῷ τροχῷ εὐκίνητον διατηρηθῇ, ἀλειφομένῳ ἐνίσταται τῷτε ἄξονος καὶ τῷ κοίλῳ τροχῷ ἐλαίῳ καὶ ὀλιγωρῶ ὕλη· ὅτως ἔν ἕκασον σημείον τῷ

ΑΓΔΕ τροχῷ ἐφαρμοδῆσεται ἐκάσῳ σημείῳ τῶν ἐν τῇ γραμμῇ ΑΖΑ'' τῷ, ἐφ' ᾧ ἐκκυλίσεται ἐπιπέδῳ· σημείον δὲ τῆς κυκλικῆς περιφερείας τὸ Α ἢ μὴ ἐφαρμοδῆσεται κατὰ τὸ ἐφεξῆς δυσὶ συνεχέσι σημείοις τῆς εὐθείας ΑΖ Α''· ἢ δεήσει τηνικαῦτα τὸ Α σημείον διολιθῆσαι πρὸς τὸ Θ ἄνευ περιφορᾶς τῷ τροχῷ· δεήσει ἄρα τὴν ἐν τῷ Α τῆς τριβῆς ἀντίστασιν ἀδυνεστέραν γενέσθαι τῆς ἐν τῷ τ'· τῷ μὲντοι ὑδέποτε ἐπισυμβαίνει τοῖς τροχοῖς, παχέσιν, ὅσαν ἀπόχρη, κατασκευαζομένοις.

Ὡσαύτως ὑδέποτε συμβῆσεται δύο συνεχῇ τῷ τροχῷ σημεία Α, ν ἐφαρμοδῆσθαι τῷ αὐτῷ τῷ ἐπιπέδῳ σημείῳ Α· τῷ δὲ γενήσεται, εἴπερ, τῷ ἄρματος ἄφνω τῆς κινήσεως παυμένῳ, ὁ τροχὸς ΑΓΔΕ, τὸ ἐνδόσιμον τῆς κινήσεως ἔχων, δύο ἐφεξῆς σημεία τὰ Α, ν περιστρέψει περὶ τὸ αὐτὸ σημείον Α τῷ ἐπιπέδῳ· ἐπεὶ μὲντοι διὰ τὸ ἐνδόσιμον τῆς κινήσεως τὰ σημεία Α, ν διολιθαίνουσιν ἐπὶ τῷ ἐπιπέδῳ, ὑπερνικήσουσιν ἄρα τὴν τῆς τριβῆς ἀντίστασιν, ἢ περὶ ὁ τροχὸς ἐπὶ τῷ ἐπιπέδῳ ἀπαντᾷ, ὁ περὶ ἧ' οἶοντε· τοιγαρὺν ἄρματος ταχυτῇτι μεγάλη φερόμεν, καὶ ἄφνω σῆ, οἱ τροχοὶ αὐτῷ ἢ περιστρέφονται περὶ τὸν ἄξονα, τῷ ὑποκειμένῳ σημείῳ τῆς γῆς ἐπισηριζόμενοι. Συμβαίνει ἄλλ' ἢ ἐν τῷ ὅτε τὸν τροχὸν ἐν τῷ ὑπερβαίνειν λάκκῳ τινὶ τῆς γῆς ἐν αἱρὶ ἀπαρτᾶσθαι· τηνικαῦτα τοῖνον, εἴποι τις ἂν, τὸ αὐτῷ σημείον Α διὰ τὴν τῆς μεταβάσεως τῷ ἄρματος κίνησιν ἀντιστοιχῆσαι πολλοῖς ἐφεξῆς τῆς γῆς σημείοις Α, Θ· ἀλλ' ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ, ὅς αἰεῖσιν ἐλάχιστος, ὁ τροχὸς ΑΓΔΕ, ἔχων τὸ ἐνδόσιμον τῆς περὶ τὸν Β ἄξονα κινήσεως ἐκ τῷ προτέρῳ χρόνῳ, οὐ σῆσεται· ἐπιπατήσας δ' αὖθις τῇ γῇ κατὰ τὸ Ι, ἐπιύξει τῷ σημείῳ Ι τὸ σημείον υ τῆς ἑαυτῆ α.

ψιδος, ὡς εἶπερ ἐκινεῖτο παραλλήλως τῷ ἐπιπέδῳ ΑΖΑ'',
 καὶ τῷ ὄντι ἐφ' ἑρμάρζε τὰ πρότερα σημεῖα Α, καὶ τοῖς τῆς
 γῆς προτέροις σημεῖοις Α, Δ. σαφές ἄρα ἐκ τῶν εἰρη-
 μένων ὅτι ἡ ΑΖΑ'' γραμμὴ, ἡ ἐπὶ τῆς γῆς δι' ἄρματις
 τροχῶν γραφομένη, ἅπαξ περιενεχθέντος, ἰσῆται τῇ γραμ-
 μῇ ΒΟΠ, ἣν διανύει ὁ ἄρματηλάτης ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ.

151. Εἴσω νῦν πολυτροχίον τὸ ΑΒΓΔ (σχ. 40),
 τροχῶν προσηρμωμένον ἄρματις τῷ Π, ὅς ἐχέτω ἤλυν,
 δι' ἧς ὁδὸς εἰς ὃ τ τὴν κατὰ τὸ πολυτροχίον τροχῶν Α διέρ-
 χοιτο ἐν ἐκάστῃ περιφορᾷ τῷ ἄρματις τροχῶν τελευταῖαν
 δὲ, ἣν εὖρωμεν ὅρον παραθέσεως, ὅς τότε πρῶγμα εὐ-
 ληπτότερον ἀπεργάζεται, καὶ τὸν ὑπολογισμὸν ἐξευμαρί-
 σει, εἴσω ἡ ὅλη ἀψὶς τῷ ἄρματις τροχῶν Π = 10 ποσί,
 καὶ ἑκάστος μὲν τῶν τῷ πολυτροχίῳ τροχῶν ἐχέτω ὀδόντας
 100, ἑκάστος δὲ τῶν ἀξόνων, 10· τούτων τεθέντων ἐκ
 τῶν, ὧν εἰρήκαμεν (124), ἀναγκαίως τὰ ἐφεξῆς ποριωθή-
 σονται.

152. α. Εἴκασον τῶν τῷ τροχῶν Α διαβημάτων,
 τῶν ἐσὶν ἐκάστῃ παρέλευσις ὀδόντος, δυνησεται πόδας
 δέκα· καὶ ἐπομένως ἑκάστος μὲν τῶν τῷ Β τροχῶν διαβημά-
 των δυνησεται πόδας 100, ἑκάστος δὲ τῶν τῷ Γ, 1000·
 ἑκάστος δὲ τῶν τῷ Δ, 10000, καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως· τρι-
 γαρὶν τῶν ἐφεξῆς κειμένων τροχῶν τὰ διαβήματα συγ-
 κροτήσεσι τὴν ἐφεξῆς γεωμετρικὴν πρόδον Ρ.

α. τροχός· β. τροχός· γ. τροχός· δ. τροχός· ε. τροχός
 10 100 1000 10000 100000
 ε. τροχός· ζ. τροχός, κτλ.
 1000000 10000000

153. β. Εἴκασον ἄρα πρὸς τὸ δοκὺν λαμβανόμε-
 νον τροχῶν διάβημα δυνησεται τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν πρώτων

ὄρε 10, ἢ τῷ πηλίκε 10, ὑψωθέντος εἰς βαθμὸν, ἐκδηλέ-
μεναι ὑπὸ τῷ ἀριθμῷ τῶν ἡγυμένων τροχῶν (Συμβ. Λογ.
269. Τόμ. Α΄).· διάστημα ἄρα τῷ μὲν φέρ' εἶπεν πέμ-
πτε τροχῷ δύναται = $10 \times 10^4 = 10000$ ποσί· τῷ
δ' ἐξδόμῳ = $10 \times 10^6 = 10000000$.

γ'. Περιφορὰ ἄρα ὅλη τῷ τροχῷ Α ἐμφαίνει $10 \times$
 $100 = 1000$ ποσί, τῷ δὲ Β, 10000, τῷ δὲ Γ, 100000,
ἢ ὕτως ἐφεξῆς· ὅθεν αὐτὴ πρόεισιν ἡ ἐφεξῆς Γεωμετρικὴ
πρόοδος

περιφ.	περιφ.	περιφ.	περιφ.	περιφ.
τῷ α'. τροχ.	τῷ β'.	τῷ γ'.	τῷ δ'.	τῷ ε'.
1000 ποδ.	10000 π.	100000 .	1000000 .	10000000
περιφ.				
τῷ ς'. κτλ.				
100000000.				

δ'. Τῆς κοινῆς λεύγης τῶν Γαλατῶν δυναμένης =
2282 ὀργαῖς, τῆς δ' ὀργαῖς = 6 ποσί, ἡ λεύγη δι-
ναιται = 13692 ποσίν· ἀναχθήσεται ἄρα εἰς λεύγας ὁ
ἀριθμὸς τῶν ποδῶν ὁ ὑπὸ τῶν τροχῶν ἐμφανιόμενος, δι-
αιρεθεὶς διὰ τῷ ἀριθμῷ 13692· περιφορὰ ἄρα μία τῷ τε-
τάρτῳ τροχῷ, εἴτ' ἔν ὁ ἀριθμὸς 1000000, διαιρεθεὶς διὰ
τῷ 13692, παρέχεται λεύγας $73\frac{1}{2}$ ὡς ἔγγιστα.

ε'. Εἰάν ἔν τῷ τετάρτῳ τροχῷ δείκτης, οἷος ὁ τῶν
ὠρολογίων, προσαρμοσθῇ, ἢ ὁδοδείκτης κληθῇ, ἢ ὑπ'
αὐτὸν ἀβάκιον τετμημένον εἰς μέρη ἰσάλληλα 73, ἑκα-
στοτέτων διαυῶν ὁ ὁδοδείκτης, σημαίνει ὁδὸν λεύγης μίαν.

ς'. Περιφορᾷς μίαν τῷ τετάρτῳ τροχῷ ἐμφανίστης
λεύγας 73, περιφορὰ μία τῷ τρίτῳ ἐμφαίνει $\frac{1}{2}$ λεύ-
γας, περιφορὰ δὲ μία τῷ δευτέρῳ, $\frac{1}{2}$ · περιφορὰ μόντου
τῷ πέμπτῳ δυνήσεται $73 \times 10 = 730$ λεύγαις, περι-

φορὰ δὲ τῆ ἑκτα 7300, τῆ δὲ ἐβδόμῃ 73000, ἢ ἐφεξῆς ὑσαίτας· ἐὰν δὲ τὴν ἀκρίθειαν ζηρώμεθα τῶν διασμάτων, τὸ κλάσμα $\frac{2}{7}$ πολλαπλασιασθήσεται μὲν ἐπὶ 10 ἐν τῷ πέμπτῳ τροχῷ, ἐπὶ δὲ 100 ἐν τῷ ἑκτῷ κτλ., τὸ δὲ γινόμενον ἐν τῷ ἑκτῷ ἔσται = 4 λεύγαις, ἃς προσθεῖναι δεῖ ταῖς 7300· ὅθεν δῆλον τὸ $\frac{2}{7}$ λεύγης κατὰλοιπον παρορᾶν ἔχειναι.

154. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Εὑρεῖν διὰ τῆ ὁδομέτρου τὸ ἀληθὲς διάστημα, ὅπερ τῷ ὅτι ὁδοιπόρος διφρεύων διαβύει, ἢ ἐκ τῆ τόπου Μ ἐπὶ τὸν τόπον Ν ἀφίκηται.

ΛΤΣΙΣ. α'. Α' πάρας ἐκ τῆ τόπου Μ, τιθείτω τὰς ὁδοδείκτας πάντων τῶν τροχῶν ἐπὶ τῆς Ο κορυφῆς τῆ κυκλικῆ ἄεακος· β'. ἀφικόμενος δὲ ἐπὶ τὸν τόπον Ν πολλαπλασιασάτω τὸν ἀριθμὸν, ἐφ' ᾧ εὔρε τὸν ὁδοδείκτην τῆ ἐχάτη τροχῆ ἐπὶ τὸν τῶν ποδῶν ἀριθμὸν, ὃν δύναται διάστημα αὐτῆ τῆ τροχῆ ἐν κατὰ τὴν προεκτεθείσαν γεωμετρικὴν προόδον Ρ· γ'. ἐφ' ἑκάστῃ τῶν ἐφεξῆς πρὸς τὰ λαϊὰ κεimένων τροχῶν, πολλαπλασιασάτω μόνον τὸν ὑπὲρ τὸν 10 ἀριθμὸν, ὃν ἐμφαίνει ὁ τῆ τροχῆ τῆδε ὁδοδείκτης, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ποδῶν, ὃς ἐν τῇ προόδῳ Ρ δύναται ἕκαστον διάστημα αὐτῆ, ἀφαιρῶν πάσας τὰς δεκάδας, ἃς ἐμφαίνει ὁ ὁδοδείκτης· δ'. συναψάτω πάντα τὰ γινόμενα· τὸ δὲ ἄθροισμα ἐμφανεῖ τὸ ἀληθὲς διάστημα, ὃ διήνυσεν ὁ ὁδοιπόρος, ἢ ἐκ τῆ Μ ἐπὶ τῆ Ν γένηται.

Τὰ δὲ τῆς πράξεως ταύτης σαφηνιθήσεται διὰ τῶν ἐφεξῆς δύο ὑποδειγμάτων· ἐχέτω γὰρ τὸ ὁδόμετρον τροχὸς τέσσαρας· ἢ ὁ ὁδοιπόρος, ἀπαίρων ἐκ τῆ Μ, τιθείτω πάντας τὰς ὁδοδείκτας ἐπὶ τῆς Ο κορυφῆς τῆ ἄεακος ἐκάστη τροχῆ· φθάσας δὲ εἰς τὸν τόπον Ν, ὅρᾳ τὸν ὁδοδείκτην τῆ τετάρτης τροχῆ Δ ἀντιστοιχῶντα τῷ 80· ἐπεὶ δὲ ἕκαστον

διάστημα τῷ τετάρτῳ ὁδοδείκτῃ κατὰ τὴν προόδον Ρ δύναται πόδας 10000, πολλαπλασιασάτω 10000 ἐπὶ 80· τὸ δὲ γινόμενον 800000 ἐκδηλοῖ, ὅτι πόδας 800000 διήνυσεν ὁ ὁδοπόρος, ἔν ἐκ τῷ Μ ἐπὶ τὸν Ν τόπον ἀφίκεται.

Ἐὰν ὁ τῷ τρίτῳ τροχῷ Γ ὁδοδείκτης ἀκριβῶς ᾗ ἐπὶ ἀριθμῷ δεκάδας ἐμφαίνοντος, εἴτ' ἂν ἐπὶ ο, ὁ ὁδοδείκτης τῷ τετάρτῳ τροχῷ Δ ἐπισήσεται ἀκριβῶς ἐπὶ μονάδα, φέρ' εἰπεῖν, ἐπὶ 81· ταῦτ' ὁ ἀναγκαίως γίνεται, ὅτι 10 διαστήματα τῷ προτέρῳ δείκτῃ Γ ἰσοδυναμῶσιν ἀκριβῶς ἐνὶ τῶν τῷ ἐφεξῆς δείκτῃ Δ· ἐντεῦθεν ἄρα α'. ὅταν δείκτης τις ὁ Γ πρὸς τὰ λαϊὰ ἀκριβῶς ᾗ ἐπὶ δεκάδος τινὸς, φέρ' εἰπεῖν ἐπὶ τῷ 30, ὅθεν ὅλως ὑπολογισέον ἐπὶ ταῦτα τῷ τροχῷ, εἴγε τῶν δεκάδων ἐκάστη ἡρίθμηται ἤδη ἐπὶ τῷ ἐφεξῆς τροχῷ Δ, ἐφ' ᾧ ἐκάστη τῶν προτέρων δεκάδων εἰς διαστήματι ἰσοδυναμεῖ τῶν ἤδη πολλαπλασιασθέντων· β'. εἰ μὲντοι ὁ πρότερος τροχὸς Γ ᾗ ἐπὶ τῷ 35 φέρ' εἰπεῖν, ἀφαιρετέον τὸν 30, ὃς ὑπολελογίσαι ἐν τοῖς 3 διαστήμασι τὰ ἐφεξῆς τροχῷ Δ. καὶ πολλαπλασιασέον τὰς 3 μονάδας ἐπὶ τὸν 1000, ὃς τις ἐν τῇ προόδῳ Ρ ἐμφαίνει, πόσας πόδας δύναται διάστημα τῶν τῷ τρίτῳ τροχῷ Γ, καὶ συναπτέον τὸ γινόμενον 3000 τοῖς 800000 ποσὶν, ὅπερ εὔρηται ἐπὶ τῷ τετάρτῳ τροχῷ Δ· ταῦτόν δ' ἐννοητέον καὶ περὶ παντός ἄλλῃ τῶν πρὸς τὰ λαϊὰ τροχῶν, παραβαλλομένη πρὸς τὸν ἐν τοῖς δεξιοῖς αὐτῷ πρότερον. Ο. Ε. Π. καὶ Δ.

155. ΤΠΟΔΕΙΓΜΑ Β'. Ἐῖσω ὁ μὲν ὁδοδείκτης Δ ἐπὶ τῷ 45 καί τι πρὸς· ὁ δὲ Γ ἐπὶ τῷ 57 καί τι πρὸς, ὁ δὲ Β ἐπὶ τῷ 74 καί τι πρὸς· τελευταῖον δὲ ὁ Α ἐπὶ τῷ 47.

α'. Οὖν πολλαπλασιασθήτω 45 ἐπὶ 10000· ὅθεν πρόεισι 450000· β'. πολλαπλασιασθήτω 7 ἐπὶ 1000· ὅθεν προκύπτει 7000· γ'. $4 \times 100 = 400$ · δ'. $7 \times 10 =$

70· τὸ δὲ ἄθροισμα 457470 ἐμφαίνει τὸ διανυδὲν τῶν ποδῶν διάστημα.

156. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Δῆλον δὲ, ὅτι ἡ ἄρτι ἀποδεδομένη θεωρία ἀμετάτρεπτος ἔσται, ὅσος ἂν εἴη ὁ τῶν τροχῶν ἀριθμός· ἅει γὰρ 10 διαστήματα τῶν πρὸς ἀρισερὰν τροχῶν ἰσοδυναμοῖεν ἐνὶ τῶν τῷ πρὸς δεξιὰν ἐφεπομένα· καὶ ληφθείσης ἀπαξ τῆς δυνάμεως ἐκάστη διαστήματος τῶν τῷ δε τῷ ἐχάτῃ τροχῷ, καὶ ἐπομένως ἐκάστης δεκάδος διαστημάτων τῶν τῷ ἡγούμενου, ἔδεν λοιπὸν ἢ λαβεῖν τὸν ἀριθμὸν τῶν διαστημάτων τῷ πρὸς ἀρισερὰν ἐπομένα τροχῷ τὸν ὑπὲρ τὰς δεκάδας· ἔσω γὰρ πολυτρόχιον, ἔξ ἐπτά συγκείμενον τροχῶν· καὶ ὁ μὲν ὁδοδείκτης τῷ ἐσδόμῃ ἔσω ἐπὶ τῷ 50, ὁ δὲ τῷ ἑκτῇ ἐπὶ τῷ 8 (ὥς γὰρ ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον γίνεται, καλῶς ἂν ποιήσαιμεν, τὰς δεκάδας μὲν παρορῶντες, μόναίς δὲ ταῖς μονάσαι τὸν νῦν προσέχοντες)· ὁ δὲ τῷ πέμπτῃ ἐπὶ τῷ 7, ὁ δὲ τῷ τετάρτῃ ἐπὶ τῷ 9, ὁ δὲ τῷ τρίτῃ ἐπὶ τῷ 3, ὁ δὲ τῷ δευτέρῃ ἐπὶ τῷ 6, ὁ δὲ τῷ πρώτῃ ἐπὶ τῷ 2· τῆς δὲ ἀριθμὸς τῆς λαμβάνομεν πρὸς τὸ δοκῆν, ἵνα μόνον τὴν τῷ ὑπολογισμῷ μέθοδον σαφηνίσωμεν.

Ἐν ὅν διάστημα τῷ ἐσδόμῃ τροχῷ κατὰ τὴν πρόοδον P δύναται πόδες 10000000· ἄρα $50 \times 10000000 = 500000000$ · διάστημα δὲ τῷ ἑκτῇ δύναται 1000000· ἄρα $8 \times 1000000 = 8000000$ · διάστημα δὲ τῷ πέμπτῃ δύναται 100000, ὅς ἐπὶ 7 πολλαπλασιασθεὶς ποιεῖ 700000, καὶ ἐφεξῆς ὅτω· συναφθέντων δ' ἀπάντων, εὗρισκονται πόδες 508793620.

157. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Δυνατὸν δὲ διὰ τῷ ὁδομέτρῳ κατιδεῖν α'. τὴν ταχύτητα τῷ ἄρματος ἐν χρόνῳ δεδομένῳ, διαιρῶντας τὸ διανυδὲν διάστημα, ὅπερ ἐμφαίνει τὸ ὁδόμετρον, διὰ τῷ δαπανηθέντος χρόνου· β'. δυνατόν κατασκευά-

σαι πίνακα ἀκριβῆ τῶν ἀποσημάτων διαφόρων κυριωτέρων τόπων χώρας τινός· γ'. μετὰ πολυχρόνιον ὁδοιπορίαν εὐρεῖν τὸ ἔλον διάστημα τὸ διανυθέν.

158. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Τῷ ὁδομέτρῳ, ὡς προδεδεικται, κατασκευαζομένῳ, εὐρεῖν πόσων δεῖται τροχῶν, ἔν' ὃ ἔχατος ἀπαξ περιεγεχθῇ, τῆς περιφέρειας τῷ μεγάλῳ τῶν ἐν τῇ γῇ κύκλων ὅλης περιπατηθείσης, ἐν ὑποθέσει τῷ γῆν περιπατεῖν πανταχῶ, ὕδαμά δὲ θάλασσαν.

ΛΤΣΙΣ. Ἡ εἰρημένη τῆς γῆς κυκλικὴ περιφέρεια ἔστι = 9000 λεύγαις· ἐὰν ᾖ 10 λεύγαι τῆς ἡμέρας διανύνται, δεησόμεθα ἡμερῶν 900, εἴτ' ᾖ ἐν αὐτῶν περίπε $2\frac{1}{2}$ · ἀλλ' εἰδομεν (153. ε'), ὅτι περιφορὰ μίᾳ τῷ τετάρτῳ κύκλῳ δύναται λεύγας 73, τῷ δὲ πέμπτῳ 730, τῷ δ' ἑκτῷ, 7300, τῷ δ' ἐξδόμῳ, 73000· α'. ἄρα περιφορὰ μίᾳ τῷ ἑκτῷ τροχῷ σημαίνει περίπε $\frac{1}{6}$ τῆς κατὰ τὴν γῆν περιφορᾶς· β'. περιφορὰ δὲ τῷ ἐξδόμῳ ἔχ' ὅλην, ὅπῃ τῆς γῆς περιφορὰς, καὶ ἐπομένως ὕδὸν ἐνιαυτῶν πέντε, διανυομένῳ ἐκάστης ἡμέρας λευγῶν δέκα.

159. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ κατασκευὴ τῷ ἐκτεθέντος ὁδομέτρῳ ἀπλησάτη τε καὶ εὐχεμεσάτη ἐστίν· εἴγε α'. πάντες οἱ τροχοὶ καὶ οἱ ἄξονες καὶ οἱ ὁδοδείκται καὶ οἱ ἄεακες ὁμοιοὶ ὑπάρχουσιν· β'. τεφρότητος μεγάλης τῆς τῶν μαρῶν μηχανῆς ἢ ἐστὶ χρεία· ξύλινοι γὰρ τροχοὶ τὴν χρεῖαν πληρῶσιν, εἰ μόνον ἀλλήλοις προσφυῶς ἐναρμόζονται· τὸ ἄρα πολυτρόχιον τῷτο ἀπλῆστατόν τε ἐστὶ, καὶ ὀλίγης προφυλακῆς χρήζον, καὶ μὴν καὶ μικρᾶς δαπάνης πρὸς κατασκευάσιν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ Μύλωνος καὶ Σφύρας.

160. ΟΡΙΣΜΟΣ. Μύλων ὀνομάζεται πολυτρόχιον, δι' ἧς δυνάμει ὕδατος καὶ αἰέρος πυρός τε ἀλίσσεται, καὶ μέταλλα κατατριβονται, καὶ λίνα εἰς τὴν τῷ χάρτι κατασκευὴν συμπτίσσονται, καὶ τὰ τέτοις ὅμοια ἐκτελῶνται.

161. Ο' δὲ πρῶτως κινέμενος τροχός, ὡς ἐκ τῆς τῷ ὕδατος φορέας, ὀρθός μὲν λέγεται, ὑπὸ τῷ ἄνωθεν πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι καταφερομένῳ ὕδατος κινούμενος (σχ. 84)· πλαγίος δὲ, ὁ πλαγίαν δεχόμενος τὴν φορὰν τῷ ὕδατος (σχ. 85)· παραλλήλος δὲ, ὃν τὸ ὕδωρ τῷ ὀρίζοντι παραλλήλως φερόμενον κινεῖ (σχ. 86)· κινεῖ δὲ αὐτὸν πρὸςβάλλον αὐτῷ τοῖς περὶ αὐτὸν ἐνηρμοσμένοις σανίσιν, αἱ πτερύγαι ὀνομάζονται.

162. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Τ' δρόμυλον, εἴθε σίτον ἀλίσσει, κατασκευάσαι (σχ. 87).

ΛΥΣΙΣ. α'. Ἐπειδὴ τὸ ὕδωρ, τῇ μὲν ἄφθονον, ὡς ἐν ποταμοῖς, τῇ δὲ ὀλίγον, καθάπερ ἐν τοῖς ρύαξι, ρεῖν συμβαίνει, χρῆσέον ἦτοι πλαγίῳ, ἢ παραλλήλῳ τροχῷ· τότε δὲ ἐφηρμοσθῶ κίλυδρος ὀριζοντεῖως, διὰ τῷ κέντρῳ διῶν ἐπιμήκης ὁ ΑΑ, ἢ τὰ κατὰ τὸν ἄξονα σιδηρὰ πέρατα σὺλοις ἐνηρμόσων τοῖς β, γ.

β'. Ἐν τῷ κίλυδρῳ τέτρω ἕτερος τροχός ἐλάσσων ὁ δοντωτὸς ἐνηρμόσῳ ὁ δ, ἡμίσειαν τῆς τῷ μείζονος διαμέτρῳ ἔχων· κατὰ δὲ τὴν περιφέρειαν ἔχέτω 48, ἢ 72, ἢ 84 ὀδόντας.

γ'. Οἱ ὀδόντες ἔτοι κινήτωσαν τὸ προσκείμενον τύμπανον ε, ἐκ σκυτάλῶν 6, 7, 8, ἢ 9 συνεχῶς· ὅσῳ μέντοι πλείους αἱ σκυτάλαι αὗται πάρεισι, τοσούτω βράδιον ἡ μηχανὴ κινεῖται.

δ'. Ο' τῷ τυμπάνῳ ἄξων ζδ ἐφιδρύσθω κινήτῳ σύλῳ τῷ η, ὃν δυνάμεθα κατὰ τὸ δοκῆν ἀνάγειν τε καὶ κατὰγειν.

ε'. Εὐν τῷ ἑτέρῳ τῷ ἄξονος πέρατι προσηρμούσθω λίθος κιλωνδρικός ὁ ικ, συμπεριαγόμενος μὲν περιαγομένῳ τῷ τυμπάνῳ, τρήμα δὲ ἔχων ἀνωθεν κατὰ τὸ μέσον λ, ἵνα δι' αὐτῆς ὁ σίτος ἐπὶ τὸν ὑποκείμενον ἀκίνητον λίθον μεταφέρηται, ἵν' εὐν ὁ ἄξων περιάγειν ἔχη τὸν λίθον, σιδηρῶς τετραγωνιωδῶς τετρημένος ἐντεθείσθω τῇ μέσῃ τῷ λίθου κελύτῃ π, καὶ τὸ μέρος δὲ τῷ ἄξονος τὸ διὰ τῆς ὀπῆς διερχόμενον κατεσκευάσθω τετραγωνικὸν πρίσμα· τῆς μὲν εὐν δοκῆς κατὰσπωμένης, τὸ τύμπανον κάτεισι, καὶ τὸν ὑπερβεν λίθον κατὰ τῷ ὑποκειμένῳ φέρεσθαι καταναγκάζει· ἀνασπωμένης δὲ, ὁ ὑπερκειμένος λίθος πάλιν ἀνέισι.

ς'. Τίπερ δὲ τὴν ὀπὴν τῷ ὑπερκειμένῳ λίθῳ χοάνη ἢ ρσ τεθείσθω, πυραμίδος κολῦρον σχῆμα φέρουσα, καὶ βύσεως ἕσα ἄμειρος, καὶ ταύτῃ ὁ πυρὶς ἐμβεβλήσθω, ἵν' ἐξ αὐτῆς διὰ τῆς κελύτῃς τῷ ὑπερκειμένῳ λίθῳ εἰς τὸν ὑποκείμενον εἰσρέῃ· ἡ δὲ ἐνεργὴν σενωτέρω ὀπῇ τῷ ἄκρου τῷ ἔτω κεκλείσθω, ὡς ἰμάτιος αὐτῇ προσπρυμνθέντος εὐρύνεσθαι τε καὶ στενεῖσθαι ἔχειν, ἵνα πλείον ἢ ἑλάσσον πυρὸς κατὰ τὴν χρείαν εἰσρέῃ· ἐντεῦθεν δὲ σκυτάλαι προσηρτήσωνται, ἡγεσθαι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῷ ὑπερκειμένῳ λίθῳ, προσδεδεμέναι μὲν τῇ χοάνῃ, κατὰ θάτερα δὲ ἐλευθέρας κινύμεναι, ἵνα, περιαγομένῳ τῷ λίθῳ, καὶ τῶν σκυτάλῶν ἀνασκιρτωσῶν, ἡ χοάνη συνταρασσόμενη ἡρέμα προχέῃ τὸν σίτον.

ζ. Ἀ'τερος δὲ λίθος, ὁ ὑποκείμενος κυλίνδρῳ ξυλίνῳ τῷ ψ, ἐγκεκλείωθω, ἵν' εἰς αὐτὸν καταπίπτῃ τὰ ἄλευρα· τῷ δὲ κυλίνδρῳ ὅπῃ μία ἢ ψ διηνοίχθω, ἡ ἀγωγὴς ὁ α προσαρμόζεται, δι' ἧς εἰς τὸν μάρσιππον ἐμπίπτει τὰ ἄλευρα.

ή. Ο' ἀγωγὸς αβ σκυτάλῃ προσηρμούθω τῇ γ, ἥς θάτερον ἄκρον ἐκ διαδοχῆς εἰσέρχεται εἰς τὰς τῷ τυμπάνεζ σκυτάλας· ἐντεῦθεν τῷ ἀγωγῷ συνταρασσομένε, τὰ ἄλευρα ἡρέμα εἰσρέουσιν εἰς τὸν μάρσιππον. Ο. Ε. Π.

163. ΣΧΟΛΙΟΝ. Καὶ ἔτος μὲν ἐσιν, ὃν ἴσμεν ἅπαντες, ὁμύλων· ὃν δὲ λόγον κινεῖ τὰ ὕδατα τὸ τροχόν, ἐν ᾧ τινα ἐμποιεῖ αὐτῷ κίνησιν, εἰρήσεται ἐν τῇ ἐφεξῆς πραγματείᾳ τῆς Τ'δροστατικῆς.

164. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Σφύραν κατασκευάσαι, κινημένην διὰ πολιτροχίῃ (σφ. 88).

ΛΤΣΙΣ. α'. Ο' ἐπιμήκης κυλίσκος α, ὃς πρωτογενὲς μοχλῷ ἔργον ἐνταῦθα ἀποπληροῖ, ἐνηρμούθω τῷ κοίλῳ κύλῳ Βγ, ἐπὶ τῷ ἐπιμηκετέρῳ αὐτοῦ μέρει προσηρμούθω ἡ σφύρα δ, ἥς τὸ σχῆμα γένοιτ' ἂν, ὡς ἂν εἴη ἡμῖν βελομένους.

β'. Ἡ σφύρα, παράλληλος ἔστω πρὸς τὸν ὀρίζοντα, ἐπιφανέτω τῷ μέσῳ σημείῳ τῷ ἀκμονος ζθ, τῷ τῇ γῇ ἁρξίτως ἐγκεχωσμένῳ.

γ'. Τῷ τροχῷ πρὸς ἀριστερὰν κινημένῳ, αἱ σκυτάλαι κ, ι, η ἄλλῃ μετ' ἄλλῃ ἐγείρουσι τὸν τῆς σφύρας κυλίσκον· παρερχομένης δὲ τῆς σκυτάλης πίπτει ὁ κυλίσκος εἰς τὴν ὀριζήντιον θέσιν, ἐπὶ ἡ σφύρα καταφερομένη, τὰ ἐπὶ τῷ ἀκμονος τιθέμενα μέταλλα σφυρηλατεῖ.

δ'. Ο' τροχὸς δι' ἄξονος ὀδοντωτῷ προσηρμούθω τρο-

χω' ἐτέρω, ὃν ἂν κινῶεν ὕδατα καταπίπτοντα, ἢ ζῶν περιπατῶν, κτλ. Ο. Ε. Π.

165. ΣΧΟΛΙΟΝ. Εἰσὶ δὲ πλεῖστα ἔξ ἄλλων συνθε-
τα μηχανικὰ ὄργανα, ὧν μέντοι ῥάσις ἢ περινόησις τοῖς τὰ
ἐκτεθέντι, ὅσον ἀπόχρη, ἐκμελετήτασι· ὅ, τε γὰρ πρίων,
ὁ ὕδατος δυνάμει ἢ αἰέρος κινούμενος, καὶ ξύλα καὶ λίθες
διαχωρίζων, καὶ οἱ τορευτικοὶ ἔξ ἀκονητικῶν τροχῶν, καὶ
μουσικῶν ἀριθμῶν ἀπεριληπτα ὄργανα, ταῖς συνθέτοις μηχαν-
αῖς εἰσὶν ἐναριθμια· ἃ ὁ ἰδεῖν βυλόμενος, μετιέτω τὰ Βεῖ-
σενίς, ἔξ Ρ' αμέλλης, ἔξ Βολφίς κτλ. μηχανικὰ συγγράμ-
ματα· ἡμῖν δὲ ἔξ τούτων ἱκανῶν ἤδη ὄντων, τὰ περὶ τῆς
τριβῆς ἐκδεμένους, ἰτέον ἐπὶ τὴν Τ' δροστικὴν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ Τριβῆς.

166. Ε'πεὶ πάντα τὰ ἡμῖν γνωστὰ σώματα πόροις
πολυπληθέσι κατατέτρηνται, ὡς ἐν αὐτοῖς πλεῖστον ὑπάρ-
χειν τῆς ὕλης τὸ κενόν (Φυσ. 71), αἱ αὐτῶν ἐπιφάνειαι
ἢ εἰσὶν ἀκριβῶς συνεχεῖς, ἢ συμπεπυκνωμέναι ὑλικαῖς
σημεῖοις· αἶτε γραμμαὶ, ἐξ ὧν ὡς στοιχείων σύγκεινται,
διακεκομμέναι εἰσὶ διὰ συχνῶν διασημάτων ἢ διαλειμ-
μάτων· αἱ δ' ὅλαι ἐπιφάνειαι πολλῶν εἰσὶ πλήρεις ἀνι-
δων τε ἢ καθύδων, ἢ οἰνεὶ κοιλάδων ἢ ὀρέων, ὡς, εἴ-
τις διὰ μικροσκοπίης τὰς ἀνωμαλίας ταύτης θεᾶσαιτο, εἴ-
σεται· ὡς τὰ πολλὰ δὲ τὰς ἐξοχὰς ταύτας ἢ τὰς λοφί-
σκας, ὁ δ' ὄντας ἀποκαλέσμεν· ἐν τῷ κινεῖσθαι ἔν σῶ-
μα διὰ σώματος, αἱ τῷ ἑτέρῳ ἐξοχαὶ εἰς τὰς ἑατέρους εἰσο-

χὰς εἰσέρχονται, ἢ ἐπεὶ δυσχερῶς ἐξέρχονται, ἐκ τούτου ἀντίσαςίς τις ἐπισυμβαίνει τῇ κινήσει, καλυμένη ὑφ' ἀπάντων ἀντίσαςίς τῆς τριβῆς, ἢ ἀπλῶς τριβῇ, ὅτι τριβόνται ἢ συνθλῶνται ἀναγκαίως αἱ τῶν σωμάτων εἰρημέναι ἐξοχαί, ἐς τ' ἂν τῶν εἰσοχῶν ἐξέλθωσι· σῶμα δὲ διὰ σώματος κινεῖται, ἥτοι ὀλιωταίνον, ἢ περιφερόμενον· κακείνως μὲν τὴν αὐτὴν αἰεὶ τῷ ὑποκειμένῳ σώματι προτιβήσιν ἐπιφάνειαν· ὅτω δὲ, ὅσω μεταβαίνει ἐκ τόπου εἰς τόπον, μεταβάλλει τὰ, οἷς ἐπιπατεῖ, μέρη τῆς ἐαυτοῦ ἐπιφανείας, περιζρεφόμενον περὶ τὸν ἴδιον ἑαυτοῦ ἄξονα.

167. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ ἀντίσαςίς τῆς τριβῆς συναύξει τῷ βάρει· προέρχεται γὰρ ἐκ τῆ ἐμπίπτειν τὰς ἐξοχὰς ταῖς εἰσοχαῖς (166)· ἀλλ' ὅσω βαρύτερον τὸ σῶμα, τοσῦτον οἱ ὀδόντες αὐτοῦ ἐνιζάνουσι διὰ βάθους τοῖς θατέρω καλωμάσι, ἢ τοσῦτον πλείονες, ἢ ἐπομένως τοσῦτον ἐπάναγκες πλείω μέρη τῷ τε ὑποκειμένῳ ἢ τῷ ἐπικειμένῳ σώματος, ἥτοι κυρτωθῆναι, ἢ συντριβῆναι, ἵνα τὸ ἐπικείμενον σῶμα κινήται· ἄρα ἡ τῆς τριβῆς ἀντίσαςίς συναύξει τῷ βάρει τῷ ἐπικειμένῳ σώματος.

Ἀλλὰ γὰρ ἢ πείρα ἀμετάβλητος αὐτὸ τούτο ἐμπεδοῖ· ῥάβδος γὰρ διὰ πρηνῆς σανίδος φερομένη, ὅσον ἰχυρώτερον αὐτὴν κατὰ τῆς σανίδος πιέσωμεν, τοσούτῳ δυσχερέστερον ἐναχθήσεται ἀφειδίσα· συμβαίνει γὰρ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον ἅπασι τοῖς διὰ τὸ βάρος τριβομένοις σώμασι τούτῳ, ὃ ἢ τῇ τῷ χαλκίως ῥίνη· ὅσω γὰρ ἰχυρώτερον τῷ σιδήρῳ ἐπισηρίζεται, τοσούτῳ δυσχερέστερον κινεῖται.

168. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἡ τριβὴ συναύξει ταῖς ἐφαρμοζόμεναῖς τῶν σωμάτων ἐπιφανείαις, καίτοι ἐν λόγῳ ἥττωι, ἢ τῷ βάρει· ὅσω γὰρ μείζους αἱ ἐπιφάνειαι τῶν

σωμάτων, τοσούτω πλείους ὀδόντες τῷ ὑπερβεν ἐνιζάνουσι τοῖς τῷ ἐνερθεν κοιλώμασι, ἢ τ' ἀνάπαλιν· πλείους ἄρα ἐξοχαὶ κυρτωθήσονται, ἢ συντριβήσονται, ἢ ἐπομένως πλείων ἢ ἐκ τῆς τριβῆς ἀντίσαςις.

Ὅσῳ δὲ μείζων ἢ ἐπιφάνεια, τοσούτον εἰς βάθος ἐλάττον εἰσέρχεται ἕκαστος ὀδὸς· ἐνιζάνουσι γὰρ οἱ ὀδόντες ὡς ἐπὶ τὸ πλείον κατα λόγον, ὀρθὸν μὲν τῷ βάθει, ἀντίστροφον δὲ τῆς ἀντιστάσεως τῷ ἀριθμῷ τῶν μερῶν, ἃ δεῖ διαχωρῖσαι, ἢν ἀλλήλοις ἐνιζήσωσι· ἐπεὶ ἄρα, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μειόντων, ἢ τῶν ὀδόντων ἐμβασις, ἢ ἐπομένως ἢ τῆς τριβῆς ἀντίσαςις τῷ βάρει ἐστὶν ἀνάλογον, ἢ ἐν λόγῳ ἥττον ἐστὶ τῷ τῶν ἐπιφανειῶν· ἢ τριβὴ ἄρα ὡς ἐκ τῆς ἐπιφανείας αἷξει ἐν λόγῳ ἥττον, ἢ περ ὡς ἐκ τῷ βάθει· ἐνιοὶ δὲ τῶν φυσικῶν ἐκ τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅτι ἢ ἐπιφάνεια ἐδόλως ὀφείλει παραλαμβάνεσθαι ἐν τῷ ὑπολογισμῷ τῆς τριβῆς, ὑπέλαβον· ἀλλὰ ταῦτ' ἀντιβαίνει τῇ πείρᾳ, δι' ἧς καταφαίνεται, ὅτι σώματος διὰ πλείονος ἐπιφανείας ἐπιφάνοντος ἐτέρας ἐπιφανείας μείζων αἰεὶ ἢ τριβὴ· ἢ δὲ λόγῳ ἢ πείρᾳ ἐπισηρίζεται· συμβαίνει γὰρ αἰεὶ πολλὰς τῶν ὀδόντων τῷ ὑπερτέρῳ σώματος μὴ διαχωρίζειν δύο προσεχείς ὀδόντας τῷ ἐνερθεν, ἀλλ' ἐλευθέρως ἐνιζάνειν τῇ μεταξὺ τούτων κοιλότητι· ἔσται τοίνυν οἱ ὑπερβεν ὀδόντες τὸ μὲν βάθος, εἰς ὃ κατελθεῖν τὸ σῶμα δεοί, ἢ κίς ἀπομειῦσι· κωλύουσι μὲντα αὐτὸ τῷ παραλλήλως τῇ τῷ ὑποκειμένῳ σώματος ἐπιφανείᾳ κινεῖσθαι· πάντα ἄρα ταῦτα τὰ μέρη, ἐπαιδητῶς τὸ βάθος μὴ ἐλαττέντα, αἷξουσι τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσαςιν· ἐντεῦθεν ἄρα δήλον, ὅτι ἢ τῷ ὑπερβεν τῷ ἐνερθεν ἐφαρμοζομένη σωματι ἐπιφάνεια ἐπαύξει τὴν τριβὴν· ἀλλ' ἢ γὰρ εἰπεῖν ἐξέσαι τὴν τριβὴν ἀναλογεῖν τῇ ἐπιφανείᾳ· συμβαίνει

γὰρ ἓνα ἢ πλείους ὀδόντας τῶν ὑπερβεν ἐνιζῆσαι τῇ ἐνερθεν κοιλότητι, τῆς καθόδου τῇ ὑπερβεν σώματος ἡκιστα ἐπιβραδυνομένης.

169. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Η' τριβὴ συνάυξει ἐκ τῇ τραχύτητι ἢ ἀνωμαλίᾳ τῶν δύο πρὸς ἀλλήλας ἐφαρμοζομένων ἐπιφανειῶν· εἰ γὰρ ἑκατέρα τῶν ἐπιφανειῶν ἀνωμαλωτάτη ἦ, οἱ μεγάλοι λόφοι ἐνιζάνουσι ταῖς μεγάλαις κοιλάσιν εὐκόλως τε καὶ βαθέως· ἢ ἄρα τὸ ἐπικείμενον σῶμα διολιωθήσῃ διὰ τῆς ὑποκειμένου, ἐξ ἀνάγκης ἢ τοι κυρτώσει ἢ συντρίψει λόφος, τῷ τε πλάτει καὶ τῷ βάθει ἅλως ἔχοντας μεγέθους· ἄρα ἡ τριβὴ μεγάλη ἔσεται.

Ἀλλὰ καὶ πείρα τῆτο ἐμπεδοί· εὐμαρῶς γὰρ ὀλιωαίνει, ὡς αἰετοῦ βλέπομεν, σῶμα λεῖον διὰ λεῖον κινούμενον· διὰ τῆτο δὲ καὶ δυσχερῶς ἀντις ἢ καταπέσοι, ἐπὶ παγετῷ περιπατῶν· πάντα γὰρ τὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῷ ὕδατος συνισῶντα μόρια πρὶν τῆς πήξεως παραλλήλως τῷ ὀρίζοντι διατέθενται, ταῦτόν εἶπεν συγκροτῶσι τόξον οἶον ἀπειροσὸν τῆς ὑδρογείου σφαίρας, καὶ ἐπομένως ἐκληφθῆναι δυνάμενον ὡς γραμμὴ ἐπ' ἀκριβὲς εὐθεῖα· ἡ δὲ πῆξις ἢ αἶρει τὰ πολλὰ τῶν ὑδατωδῶν μορίων ἄλλο ὑπὲρ ἄλλο· πάντα δὲ βραχύτι ὑψωθέντα, ὡς ἐν τοῖς ἐφεξῆς ὀφόμεθα διατηρῶσι καὶ μετὰ τὴν πῆξιν θέσιν πρὸς τὸν ὀρίζοντα παράλληλον, ὡς καὶ πρότερον· καὶ δὴ συνισῶσιν ὡς καὶ πρὶν ἐπιφάνειαν λειωτάτην· τῇ τοίνυν ζωϊκῇ σώματος πλαγίως φερόμενα πρὸς τὴν ὀριζόντειον ταύτην ἐπιφάνειαν, ἢ κίνησις ἀναλυθήσεται εἰς κάθετον καὶ παράλληλον (Φις. 131)· καὶ τὴν μὲν κάθετον αἰεὶ βασιάσει ὁ παγετός, τὴν δὲ παράλληλον τῆς τριβῆς, ἐλαχίστης ὕψους, μὴ δυναμένης ἐξαφανίσαι, ὁ πῆς παραλλήλως ὀλιωθήσεται πρὸς τὸν ὀρίζοντα, τῇ λοιπῇ σώματος ἡρεμῆτος· τῆς δὲ

εὐθείας τῆς εὐθύσεως τῶν ποδῶν ἐξιέσης, τὸ σῶμα ἀναγ. καίως καταπνεύσεται (Φυσ. 466).

170. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἡ ταχυτῆς τῆ κινητῆ πῇ μὲν αὖξει, πῇ δὲ μειοῖ τὴν τῆς τριβῆς ἀντίστασιν· εἰς μὲν γὰρ ὅσκειν αὖξιν· ἐπεὶ σῶμα τὸ Α διανύτω πρὸς 3, φερόμενον ἐπὶ τραπέζης ἐν ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ· ἕτερον δὲ τὸ Β κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἐπὶ τῆς αὐτῆς τραπέζης διανύτω 6· ἰσάμηναι δ' ἔωσαν τάς τε ἐπιφανείας καὶ τὴν πυκνότητα καὶ τὸ ὄγκον κτλ.· τὸ τοίνυν Β, διατρέχον ἐπιφάνειαν διπλῇ, διπλὴν ἀριθμὸν λοφίσκων συντρίψει, ἢ κυρτώσει· καὶ κατὰ τῆτον τὸν λόγον ἢ τριβὴ διπλασιάζησεται· τῶν μέντοι τριῶν ποδῶν, ὅς διήλθε τὸ Β ἐν ἡμίσει λεπτῷ, παραβαλλομένων τοῖς τρισὶν, ὅς διήλθε τὸ Α ἐν ἐνὶ, ἐπεὶ τὰ ὑπὸ σώματος κατιόντος διαστήματα εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν χρόνων τετράγωνα (Φυσ. 178. Τόμ. Δ').· οἱ τὲ Β οὔοντες ἐνιζήσονται ἐν ἡμίσει λεπτῷ ἔς βῆθος ἰσοτετραπλάσιον, ἢ περ οἱ τὲ Α ἐν ἐνὶ λεπτῷ· κατὰ τῆτον ἄρα τὸν λόγον ἢ ταχυτῆς τὴν τριβὴν ἰσοτετραπλάσιον ἀπεργάσεται· ἐντεῦθεν ἄρα ἐπὶ τῷ αὐτῷ χωρίῳ ὑπὸ δυσὶν σώματι, τὸ μὲν ταχυτέρου, θατέρου δὲ βραδύτερου, διανυόμενου, ἢ τριβῆς, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, εἰσὶν ἀντιστρόφως ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα. Ἐντεῦθεν κατανοεῖται διὰ τί ἐφ' ἐκάστῳ διωρισμένῳ μέρει τῆ παγετῆς, ἐπὶ ποδιαίῳ φέρ' εἰπεῖν μήκους, ἐλαχίστη τῇ τριβῇ ἀπαντῶσιν, οἱ ὀλιγοθερώς ταχυτῇτι μεγάλη φερόμενοι ἐπ' αὐτῇ· ἐπεὶ γὰρ ἐλάχιστος ἐν τῷ τῷ ποδὶ δαπανᾷται χρόνος, οἱ οὔοντες τῶν ἐμβάδων κατὰ τῆς εἰς ἐλάχιστον βῆθος τῶν κοιλοτήτων.

Ἐντεῦθεν ἄρα καταφανὲς τὴν ταχύτητα δεξιωτέραν εἶναι πρὸς τὸ τὴν τριβὴν ἀπομειῶσθαι.

171. ΠΟΡΙΣΜΑ Σ'. Ἡ τριβὴ συναύξει τῇ τῶν σωμάτων σερρήνῃ· ὅσῳ γὰρ σερρότερα τὰ σώματα, τοσέτω δυσχερέσερον ἢ κυρτένται ἢ συντρίβονται αἱ εἰσελθόντες ὀδόντες· ἀλλ' ἔμπης δυσχερῶς εἰσίσαισι διὰ τὴν τῶν δυσχερῶς ὑποχωρῶντων ὀδόντων σκληρότητα.

172. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον πολλὰ τὰ τὴν τριβὴν παράγοντα ὑπάρχειν, ἃ κατὰ τὸ τυχόν, ἔτω φάναι, ποικιλλόμενα, ἃ λογισμῷ ἀκριβεῖ διὰ τῆτο μὴ καθυπαγόμενα· ἐπὶ τῆς τριβῆς ἄρα κόνιας ἀποδῆναι γενικὲς ἃ ἀκριβεῖς ἀμήχανον· εἰώθασι δ' ἔμπης ἐκτιμᾶν τὴν τῆς τριβῆς ἀντίσασιν τριτημόριον περίου τῆ βάρους τῆς ὀλικῆς ἀντίσάσεως· παρατετήρηται γὰρ πῶς κυβικὸς ὕλης, μέσην ἐχύσης λειότητα, τιθέμενος ἐπὶ ἄθρακτος, μέσην ἔχοντος ἢ αὐτῇ λειότητα, μὴ κινεῖσθαι, πρὶν ἢ τὸν ἄθρακα ἔτως ἐγκλίνωσιν, ὡς τὴν σχετικὴν τῷ σώματος βαρύτητα τριτημόριον γίνεσθαι τὴν ἀπολύτου· εἰδ' ἀπὴν ἢ τριβὴν, τὸ σῶμα κατήρχετο ἢ βραχύτι πλαγιαζέντος τῷ ἄθρακι, ὡς εἶδομεν (Φυσ. 193)· ἀλλὰ γὰρ ποικιλλεται ὡς εἴρηται ἢ τριβὴ διὰ πολλὰ αἰτία ἢ μᾶλλον ἢ ἦττον τῷ $\frac{1}{3}$, ἢ μάλιστα διὰ τὰ διάφορα τῶν σωμάτων εἶδη.

173. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Ὅσῳ μᾶλλον τρίβεται τὰ σώματα, τοσέτω λειότερα γίνεται· ἐπεὶ περ ἢ τριβὴ κυρτοί, ἢ συντρίβει τὰς ἐξοχὰς, ἢ πάντα τὰ μέρη ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας ποιεῖ· ἀλλὰ ἢ πείρα τῆτο καθ' ἑκάστην ὁρῶμεν γινόμενον.

174. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ'. Ὅσῳ τρίβεται τὰ σώματα, τοσέτω κατὰ γῶν μήκος ἐλαττῶνται αὐτῶν ἢ μάζα· ἐπαναλαμβανομένη γὰρ πολλὰκις ἢ τριβὴ, συντρίβουσα ἀποβεί ἕνα τῶν μορίων τῷ σώματος· διὸ δὴ τὰ τε μέταλλα,

ἔξ ἄλλα σερρή σώματα διὰ συνεχῆς τριβῆς ἔξ πολυχρόνιου ἐλαττῶνται· ἔξ εἴπερ τὰ ὄργανα ἔξ τὰ σιδηρὰ μειῶνται διὰ τῆς χρήσεως, ἢ θηγόμενα, ἔξ τὰ ἱμάτια, οἷς περιβαλλόμεθα, εἰς ῥάκη μεταπίπτουσι, ταῦτα διὰ τὴν τριβὴν γίνονται.

175. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ'. Ἡ τριβὴ ἐπιβραδύνει τὴν κίνησιν ἢ μόνον τῶν σερρῶν σωμάτων, ἀλλὰ ἔξ τῶν ὑγρῶν· ὁ δὲ γένικος λόγος ἐστὶν ἕτος. Στιβὰς ὑγροῦ, ἢ ἔξ μέρει ἐπαιωητὸν σερρῶν σώματος, ἢκ ἂν κινοῖτο, εἰ μὴ τριβὴ βραχὺ τὴν αὐτῇ προσεχῇ σιβάδα· ἦτοι γὰρ ἕκαστον μέτρον τῷ ὑγρῷ τάτε ἐστὶν εὐθύγραμμον, ἔξ ἐν τῇ αὐτῇ περιμέτρῳ ἔχει γωνίας ἐπαιωητὰς, ἢ σφρηγύλων· ἔξ εἰ μὴ ἐκεῖνο, αἱ γωνίαι τῶν μᾶς σιβάδος μορίων προχωρήσουσι εἰς τὴν προσεχῇ σιβάδα, τῶν γωνιῶν ἐκείνης δίκην ὁδόν. τῶν εἰσφερομένων εἰς τὰ μέρη ταύτης, ἔξ τ' ἀνάπαλιν· ὅσης ἄρα κινήσεως αἱ γωνίαι αὗται, ἔξ ἐπομένως τὰ ὡς αἱ γωνίαι μέρη μεταδώσουσι τῆς κατὰ τὴν ἐτέραν σιβάδα μορίοις, τοσούτον ἢ τριβὴ ἐπιβραδύνει τὰς πρώτας σιβάδας· εἰ δὲ τῆτο· τὸ προχωρῶν μέρος τῶν σφαιριδίων εἰσελεύσεται εἰς τὸ γωνιωδες χωρίον, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δυοῖν σφαιριδίων τῆς ἐφεξῆς σιβάδος, ἔξ δὴ ἀποτελέσει τὸ αὐτὸ, ὃ ἔξ αἱ προειρημένοι γωνίαι· ὑποτεθείτω γὰρ ἄγγος κοίλον ἰέλινον, ὕδατος πλήρες, ἐν ᾧ φέρονται ἐκ διαφορῶν ἀποσημάτων μέχρι τῷ κατὰ τὸ ἄγγος κέντρῳ τὰ ὀρατὰ σώματιζ· περιεσφάθῃ δὲ τὸ ἄγγος περὶ τὸν αὐτῷ ἄξονα· πρώτον ἢ ἡ σφαιρικὴ σιβάς τῇ ὕδατος, ἢ ἐπιφαύουσα τῆς ἕλε, κινήσεται, πασῶν τῶν πρὸς τῷ κέντρῳ ἡρεμῶν· ὕπερ βεβαιῶται ἐκ τῶν εἰρημένων ὀρετῶν μορίων· τῷ ἄγγῳ δὲ περισφραγισμένῳ, πᾶσαι αἱ ἐφεξῆς κείμεναι ὑδατώδεις σιβάδες συμπερισφύρονται· δῆλον

ἄρα α'. ὅτι τὸτο γίνεται διὰ τὸ τὰ μερίδια τῆς κατὰ τὴν ὕψους σιβάδος τριβεῖσθαι ἐν τοῖς μορίοις τῆς πρώτης ἰδατώδους σιβάδος, ταύτης δὲ ἐν τοῖς κατὰ τὴν δευτέραν ἐφεξῆς ὡσαύτως· β'. τὴν δὲ δεικνύται ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τῶν τῆς συγκράσεως νόμων, τὰ μόρια ἐκάστης σιβάδος ἐπιβραδύνεσθαι τοσούτον, ὅσον μεταδιδόσσι κινήσεως τοῖς κατὰ τὴν προσεχῇ σιβάδι· αἱ πρῶται ἄρα σιβάδες φαίνεται ταχυτέρι τῇ αὐτῇ κινέμεναι, ὅτι, τῷ ἄγγυς περιεφερομένῃ, ἐννοῶνται αὐταῖς βαθμὸς κινήσεως, ὃ μετέδωκαν ταῖς ἐφεξῆς σιβάσι· πείρα ἄρα ἐκ λόγῳ κατάδηλον, α'. τὴν τριβὴν ἔχει ὅπως τοῖς σφῆροις, ἀλλ' ἐκ τοῖς ὑγροῖς ἐπισυμβαίνειν· β'. ἐπομένως ἅπαν σῶμα κινούμενον πλὴν τῶν ἐν τῷ κενῷ, ἁπαντῶν ἐπ' ἀνάγκης τριβῇ, κωλύεσθαι αὐτὸ κατὰ τὸ μᾶλλον ἐκ ἧττον ἀπὸ τῆς κινήσεως.

176. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι'. Ἡ τριβὴ μείζων ἐστίν, ὅταν σῶμα ἐπὶ σώματος ὀλιωθεῖως φέρεται, ἢ ὅταν ἐκκυλίηται· ἵνα γὰρ ἄρμα μὴ ταχέως, ἀλλὰ ἐκζημιωδῶς φέρεται κατὰ τῶν πλαιῶν, συνδέουσιν ἓνα τῶν τροχῶν, τούτῃ ἐς κωλύοντες αὐτὸν τῆς περιστροφῆς, ὀλιωθεῖως φέρεσθαι ἀναγκάζουσι· ἔτω γὰρ τῆς τριβῆς αἰξέσεως, τὸ ἄρμα βραδύτερον φέρεται· ὁ δὲ λόγος τούτου ἐστίν, ὅτι σῶμα διὰ σώματος ὀλιωθεῖως φέρεσθαι ὃ δύναται, εἰμὴ κυρτώσειεν, ἢ συνθραύσειε τὲς τε εἰς αὐτὸ, ἐκ τῆς τῷ ὑποκειμένη σώματος ὀδόντας· κυλιόμενον δὲ ἀνασπᾷ τὲς ὀδόντας κατὰ φορὰν κείμενον τῇ ἐπιφανείᾳ, ἢ περ ἐντυγῆλθον, ἐκ εὐμαρῶς αὐτὲς ἐξαιρεῖ.



Τ Δ Ρ Ο Σ Τ Α Τ Ι Κ Η Σ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ ῥευσῶν.

1. **Τ**ῶ δροσαστική ἐστιν ἐπιστημονική γνῶσις τῶν τῆς ἀντιρροπίας τῶν ῥευσῶν σωμάτων ιδιοτήτων· ῥευσὸν δὲ σῶμα καλεῖται, ὃ τὰ μέρη εὐμαρῶς ἀποχωρίζεται, ῥᾶπτα πρὸς ἅπαν μέρη φέρονται, καὶ ὧν τὸ συνάθροισμα κατὰ τὸ τῆ ἀγγυς, ὡς ἐντίθεται, διαμορφῆται σχῆμα· ταιαυτὰ εἰσιν ὕδωρ, οἶνος, ἔλαιον κτλ.

2. **ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.** Τῶν ῥευσῶν τὰ μέρη βραχύτι ἀλλήλων συνέχεται· τοτὶ γὰρ ἀναγκαίως ἀπαιτεῖται πρὸς τὸ ἀποχωρίζεσθαι εὐμαρῶς ἀλλήλων.

3. **ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.** Παντοῖοι ἄρα βαθμοὶ ῥευσότητος· τελεία γὰρ ἂν εἴη, εἴπερ μηδόλως ἀλλήλων συνέχεται τὰ μέρη· αἰεὶ δὲ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον τὰ τῶν σωμάτων μέρη ἀλλήλων συνέχεται διὰ τὴν πρὸς ἀλλήλα ἐφέλκυσιν· παντοῖοι ἄρα τῆς ῥευσότητος οἱ βαθμοί· ὁρῶμεν δὲ πείρα τὸ ὕδωρ τῷ ἐλαίῳ ῥευσότερον.

Ἡ δ' ὀλίγη συνοχή τῶν τῆ ῥευσῶν μορίων, καὶ ἡ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον ἀντίστασις, ἣν δεικνύουσιν ἐν τῷ κινεῖσθαι, καὶ ἐν τῷ ἀπ' ἀλλήλων χωριζεσθαι, καλεῖται **ΓΛΙΣΧΡΟΤΗΣ**, ἣτις ἐστὶν ἀρχὴ τῆς περὶ ῥότητος· σῶμα

δὲ πᾶν τοσῦτον ἔσαι ρευστότερον, ὅσον ἥττονος μετέχει γλιχρότητος.

4. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐκληπτέον ἅπαν ρευστὸν ὡς συνάθροισμα πλειόνων σοιχείων ἢ μορίων, βραχύτι συνδεδεμένων ἀλλήλοις· ἕκαστον ἄρα τῶν ἐσχάτων σοιχείων ἢ μορίων ρευστὸν ἔκ ἐστι.

5. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Οὐκ ἄρα πᾶν ρευστὸν ἀκριβῶς σχηματίζεται κατὰ τὸ τῷ δοχείῳ σχῆμα· σωρεία γὰρ ψάμμη, σίτη, κτλ. ἔκ ἀκριβῶς συμμορφῶνται τῷ σχήματι τῶν, οἷς ἐντίθενται ἀγγεων· εἰσὶ μὲντοι ρευστὰ· μέρος δὲ ἅπαν ἐπαιωθήτὸν τῷ ρευστῷ σύγκειται, καὶ αὐτὸ ἐκ μερῶν ἀνεπαιωθήτων βραχύτι συνδεδεμένων ἀλλήλοις· ταῦτα δ' ἐστὶν ἃ καλεῖμεν μόρια, ἢ σοιχεῖα τῷ ρευστῷ.

Τὰ τῶν ρευστῶν μόρια σκληρὰ καθ' ἑαυτὰ εἰσι, καθ' ὅτι ἕκαστον σύγκειται ἐκ μερῶν ἰσχυρῶς ἀλλήλοις συνδεδεμένων· ἐκτὸς γὰρ τούτου α'. πάντα τὰ τῶν ρευστῶν σοιχεῖα ἀναλύουσιν· ἂν ἐν ἀπαρεὶ διὰ μικρᾶς κινήσεως εἰς ἄτομα ἀπειροσά· β'. πάντα τὰ ρευστὰ, ὕδωρ, ἀήρ, πῦρ κτλ. ὁμοφυῆ ἂν ἀποδεικνύοντο· ἀλλὰ καὶ πείρα τυτὶ ἐμπεδῆται· διὰ γὰρ μικροσκοπίῃ ἐν πολλοῖς ρευστοῖς καθορῶνται μικραὶ μάζαι συγκείμεναι καὶ αὐταὶ ἐκ μαζῶν ἄλλων· παντοίως δὲ αὐταὶ φερόμεναι, καὶ τόπον ἀμείβεσθαι, τὴν σύνθεσιν αὐτῶν ἤκιστα ἀποβάλλουσι.

6. Τὰ δὲ μόρια τῶν ρευστῶν σκληρὰ εἰπόντες, ἐκδεχόμεθα τούτο, καθ' ὅτι ἐκ μερῶν δυσάποσπασως ἀλλήλων ἐχόντων, σύγκειται, ἀλλ' ἔχ' ὅτι θλίψεως ἐστὶν ἀνεπίδεκτα· διαιρῶνται γὰρ καὶ μάλα εἰκότως εἰς εἶδη δύο τὰ ρευστὰ· εἰς τὰ, ὧν τὰ μόρια θλίψεως εἰσιν, ἢ εἶναι φαίνεται, ἀνεπίδεκτα, καὶ ἐπομένως ἐλασικότητος ἄμοιρα, οἷον ἐστὶ τὸ ὕδωρ, ὅπερ ἐς δεῦρο δι' ὑδενὸς ὀργάνου συντέθλι.

πται· ἢ εἰς τὰ, ὧν τὰ μόρια ἐπιδέχεται θλίψιν, οἷα εἰσιν ἀήρ ἢ πῦρ.

7. Περὶ δὲ τῶν κατὰ τὰ ρευστὰ μορίων σχήματος διὰ πολλὰς λόγους εἰκὸς ταῦτα στρογγύλα τε ἢ σφαιρικοῦ ἢ ὑπολαμβάνειν, μετὰ Καρτεσίου, καὶ Μαιζάνου καὶ ἄλλων φιλοσόφων· α'. γὰρ κατὰ ταύτην τὴν ὑπόθεσιν καθ' ἑν σημεῖον, καθ' ὅπερ ἀμέλει συνάπτεται ἀλλήλων, ἐφελκύνονται, ἢ ἔτω βραχυτί ἀλλήλων συνέξεται· β'. ἐπεὶ περ ἔτω καθ' ἑν σημεῖον ἀλλήλων ἐπιψαύσιν, βραχεῖα τριβὴ ἀπαντήσασιν, ἢ εὐμαρῶς ἀπ' ἀλλήλων ἐξολιθίσουσιν· γ'. ἀλλὰ ἢ πείρα ταύτην εἰκοι ἐμπεδῆσα τὴν δόξαν· τὰ γὰρ ρευστὰ, οἷον ὕδωρ, οἶνος, ἔλαιον, κτλ. διήκουσιν εὐμαρῆστα διὰ τῶν σωμάτων, λέγω δὴ οἷον ξύλων, χαρτῶν, ἢ λίθων αὐτῶν· τῆσι δὲ κατανοεῖται εὐχερῶς, τῶν μορίων μικρῶν τε ἢ σφαιρικοῦ ἢ ὑποτιθεμένων· ἐπεὶ δὲ τὰ ρευστὰ δίκην σφηνῶν τοῖς σώμασιν ὑπεισδύει, ἔστιν ἐκ τούτου συναγχεῖν τὸ σχῆμα αὐτῶν μᾶλλον σφαιροειδές, ἢ οἷον τὸ τῶν ἐλλειπτικῶν κωνοειδῶν, ἢ ἀκριβῶς σφαιρικόν.

8. δ'. Τ' ὑποκρίσει δὲ ταύτην τὴν δόξαν ἢ ἡ ἐφεξῆς πείρα· ἀγγεῖω γὰρ ὕδατος πλήρει ποσόντι ἅλατος ἐντεθὲν, πανταχῶς τε τῷ ὕδατος διασκεδαυνέν, τὸν ὄγκον τῷ ὕδατος ὡς πρὸς αἰώθησιν ὑδρόλως ἐπαύξει· τὰ γὰρ ἅλατ' ὅλη μόρια, ἐλευθέρως διαβαίνοντα διὰ τῶν γωνιωδῶν χωρίων, ἢ ἐν αὐτοῖς διασκεδανύμενα, τὸν ὄγκον τὸν τῷ ὕδατος ἐκ ἐπαύξεσιν· ὥσπερ ἀμέλει ἢ ὕδωρ, εἰς ἀγγὺς πλήρες ἅμμη ἐγχυθέν τὸν ὄγκον ὑδρόλως ἐπαύξει.

9. ε'. Τὰ μόρια πάντων τῶν ρευστῶν, τὰ διὰ μικροσκοπίαν παρατηρηθέντα, ὡς πρὸς αἰώθησιν στρογγύλα ἐφάπτεσθαι· οἷον γάλακτος, ἐλαίου, ὑδροργύρου, κτλ.· ὅθεν

εὐλόγως ὅσον ἰσοσυνάγεται τὰυτόν ἐπισυμβαίνειν ἔτι τοῖς
ἐτι λεπτοτέροις ῥευστοῖς.

Ἀλλὰ γὰρ πιθανώτατον τὰ μόρια τῶν διαφορῶν ἐ-
τεροειδῶν ῥευστῶν ὡσαύτως μὴ ὑπάρχειν κυρτά· δοκεῖ δὲ
ἔτι τὸναντίον τὰ παντοῖα τῶν ῥευστῶν εἶδη ἀποτελεῖσθαι διὰ
τὸ διάφορον σχῆμα, κυρτότητα, παχύτητα, σκληρότη-
τα, εὐκαμπτων, πυκνότητα, κτλ. τῶν στοιχειωδῶν μο-
ρίων· δοκεῖ δὲ ὡσαύτως τὰ παχέα τῶν ῥευστῶν ἐκληπτέον
εἶναι ὡς σωρεῖαν μορίων, ὧν ἕκαστον ἀναλιθῆναι δύνται
κατὰ βραχὺ, μέχρις ἂν ἀφικώμεθα εἰς τὰ στοιχειώδη μό-
ρια ῥευστῶν λεπτομερεσάτε· τῷ ὅπερ ὀρώμεν αἶετι γινόμε-
νον διὰ τῆ διασφαλακτικῆς.

10. ε'. Τὰ ῥευστὰ εἰς σκληρὰ μεταβάλλεται, τὸ
ἴδιον φέρει εἰπεῖν εἰς παγετὸν, καθ' ἓνα τῶν ἐφεξῆς τρό-
πων· α'. διὰ τῆς ἐξατμίσσεως τῶν μορίων ῥευστῶν διασφα-
λικῆ, ἢ ἐλασικῆ, οἷα πῦρ ἢ ἀήρ, ἅπερ πρότερον ἰόν-
τα τοῖς μορίοις τῷ ἄλλῳ ῥευστῇ, διέσσελλεν ἀπ' ἀλλήλων
ταῦτα, ἢ τὴν ἀμοιβαίαν ἡλάνττει ἐφέλκυσιν, ἢ ἐπομένως
τὴν συνοχὴν· διὸ δὴ τὰ μέρη τῶν μετάλλων, πυρὶ χωνευ-
θέντα ἢ εἰς ῥευστότητα μεταβαλλόντα, συνάπτονται αὐθις
ἀλλήλοις, τῶν ταῦτα ἀποχωριζόντων πυροφυῶν μορίων
ἐξατμιωθέντων, ἢ σκληρὸν ἐν σώμα συναποσπληρῶσιν,
εἴγε πάλιν ἰσχυρῶς ἀλλήλοις συναφελκίζονται· β'. εἰάν
ὑπείσθῃσι τοῖς τῷ ῥευστῇ μεριδίῳ σώματα πυκνότα-
τα, οἷον ἅλατα, ἃ τὰς συνοχὰς ἐπὶ τὸ μᾶλλον προά-
γει, συνδέουσιν ἀλλήλοις ἰσχυρῶς τὰ μερίδια.

11. Τὸναντίον δὲ τὰ σερρὰ εἰς ῥευστὰ μεταβάλλει,
ἦτοι διότι τὰ μέρη αὐτῶν λεπτύνεται, στρογγύλατε
γίνεται, ἢ διασέσσεται, ὅπερ, ἐλαττεῖν τὴν ἀμοιβαίαν
αὐτῶν ἐφέλκυσιν, καταπίπτει· ἐπ' ἀλλήλα ταῦτα ποιεῖ,

ἢ ὅτι διαχωρίζεται ἀλλήλων διὰ ῥευσῶ διασταλτικῶ, ἔ-
 ἑλασικῶ, οἷα πῦρ, ἀήρ θερμὸς, ἄπερ, αἰξοντα τὴν ἀπὸ
 ἀλλήλων διάσασιν αὐτῶν, ἀπομειοῖ λίαν τὴν συνοχήν.

Τῶν δὲ ῥευστῶν ὅσα μὲν νοτίδος μετέχει, ἢ θλίψε-
 ως εἰσὶν ἀνεπίδεκτα, ὅγρὰ ὀνομάζονται, τοιαῦτά εἰσιν ὕ-
 δωρ, οἶνος κτλ. περὶ ὧν ἡμῖν ὁ λόγος ἐν τῇ ἀνὰ χεῖρας
 πραγματείᾳ, ἣν Ἔγγραπτικὴν τινα ἔσαν, ὕδρο-
 στατικὴν αὐτὴν ἀπὸ τῆ κυριωτέρου ὕγρῳ τῆ ὕδατος ὀνο-
 μάζομεν· ὅσα δὲ ἀμειοῖ νοτίδος οἰασῶν, ξηρὰ, ἢ ἔ-
 πλῶς ῥευστὰ ὀνομάζεται, οἷα πῦρ ἔ ἀήρ· περὶ ὧν εἰρήσε-
 ται ἡμῖν ἐν ταῖς καλυμέναις Αἰερολογίᾳ, ἢ Πυρο-
 λογίᾳ· ἀλλὰ γὰρ, καὶ ἀδιαφόρως χρησαίμεθα τῷ ῥε-
 σῶ, αἰτιάσθω μηδεὶς, εἴγε κυρίως ἔ ἀήρ ἢ ὕδωρ ῥαυδῶ
 εἰσὶν ἀνιμφοηρίζως.

12. Τῶν δὲ ὕγραν ἐκ τῆς πρὸς ἀλλήλα αὐτῶν παρα-
 θέσεως, τὰ μὲν εἰσὶν ὁμογενῆ, τὰ δ' ἑτερογενῆ· ὕδωρ
 μὲν γὰρ ἔ ὕδωρ εἰσὶν ὁμογενῆ, ὕδωρ δὲ ἔ ἔλαιον ἑτερογενῆ.

13. Τὴν αὐτὴν μὲν εἰδικὴν βαρύτητα δύο σώματα
 ἔχειν λέγεται, ὅταν ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ ἴσον ἔλκωσι βάρ-
 ρος· ἄλλην δὲ, ὅταν θάτερον θατέρου βάρους ἔλκη πλεί-
 ον· ἐπεὶ δὲ ἐν τῇ ἀνὰ χεῖρας πραγματείᾳ ὡς ἐπὶ τὸ
 πλείστον ἡ βαρύτης ζητεῖται, ὁμογενῆ μὲν ἀποκαλέσα-
 μεν ὕγρὰ, ὅσα τὴν αὐτὴν ἔχει εἰδικὴν βαρύτητα· ἑτερο-
 γενῆ δὲ, ὅσα μὴ τὴν αὐτὴν· ὅπως ὕδατα μὲν δύο, ὡν
 θάτερον θατέρου ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ πλείον βάρους ἔλκει,
 ἡμῖν εἰσὶν ἑτερογενῆ· ὕδωρ δὲ ἔ ὕγρὸν ἑτερον ἑτεροφύες,
 τὸ αὐτὸ ἔλκωτα βάρους, κληθήσονται ὁμογενῆ.

14. Καὶ τότε δὲ πρὸς τοῖς ἄλλοις τὰ ὕγρὰ τῶν
 ῥευστῶν διαφέρει, ὅτι τὰ μὲν σκεῦδι πάντα τὰ μόρια αὐ-
 τῶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ποιεῖν ἐπιφανείας, τῷτ' ἐστὶ πάντα τὰ

μόρια τῶν αὐτῶν ἐπιφανειῶν ἴσον ἀπέχειν τῇ τῆς γῆς κέντρῳ (Γεωμ. 588. Τόμ. Γ'), εἴπερ εἶεν ὁμογενῇ· τὰ δὲ ρευστὰ ἕκτι· ἀλλὰ γὰρ εὐχερὲς κατιδεῖν τὸ ἀντίρροπον τῶν τῶν δυοῖν εἰδῶν τῇ ὑγρῇ τῷ αὐτῷ νόμῳ κατὰ γένεσθαι, τῷτ' ἐστὶ „δύω σήλαι ρευστῶ, ἡ δυοῖν ἐτεροφυῶν ρευστῶν, ἀντίρροποι εἰσιν, ὅταν ἴσον ἔλκωσι βάρος“· εἴπερ γὰρ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς αἰὲρ καθ' ὅλην τὴν γῆν ἴσως εἶχε πυκνότητος ἐν ἴσοις ἀπὸ τῇ τῆς γῆς κέντρῳ ἀποσήμασιν, ἡ ἐπιφάνεια, ἡ ἡ ἀνωτάση σιβάς, τῆς ἀτμοσφαίρας ἐρχημάτιζεν ἂν περὶ τὴν γῆν σφαῖραν ἀκριβῆ, ὥσπερ συμβαίνει τοῖς ὕδασι τῆς θαλάσσης· εἰ δὲ τις αἰτία, οἷον θερμὴ ὑπερβάλλουσα, αὔξει τῷ αἵερος τὸ ἐλασικὸν ἐν τόπῳ τινί, ἡ ἐνταῦθα σήλη τῷ αἵερος, διασελλομένη μᾶλλον τῶν περὶ αὐτὴν σήλων, ἥττον ἔλξει βάρος ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ. Ταῦτα τοίνυν ἐνταῦτα δύω εἰσὶν ἐτερογενῇ ὑγρᾷ· ὁψόμεθα δὲ τὰς ἐπιφανείας δυοῖν ἐτερογενῶν ὑγρῶν μὴ δύνασθαι εἶναι ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας (*)· ἀλλὰ ἥς μὲν ἡ εἰδικὴ βαρύτης μείζων, τὴν κορυφὴν τῆς σήλης κατωτέραν, εἴτ' ἐν τῷ τῆς γῆς κέντρῳ προσεχευέραν, ἥς δ' ἐλάττω, ἀνωτέραν· ἐρῶμεν δὲ πρῶτον μὲν περὶ τῶν ὁμογενῶν ὑγρῶν, εἴτα περὶ τῶν ἐτερογενῶν, ἐξῆς δὲ περὶ τῶν τοῖς ὑγροῖς ἐμβαπτιζομένων θερρῶν σωμάτων.

(*) Τὰς φράσεις: ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας, ἡ: ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ, ἡ: ὁμοσάμα δύω τινὰ εἶναι σώματα, ἴσα δύνασθαι ἐκληπτεῖν, ἡ ταῦτα τοῖς προδιαληφθεῖσι (Γεωμ. 588. Τόμ. Γ').

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ ὁμογενῶν ὑγρῶν.

15. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἡ ὑγρῶτινι ἑκτὺς αἰτίας ἐπιγινωμένη κατάβλιψις παταχῆ ἐκτελεῖται καὶ ὡσαύτως τῶν λατῶν τῆ ὑγρῶ μερῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐῶ ἀγγεῖσι ὑέλων, ἐκ τεσσάρων συγκείμεναι σιφῶνων τῶν AB, ΓΔ, EZ, στ (σλ. 89), συνηρωμένων ἀλλήλοις, καὶ ἀνεφγμένων τὰς βάσεις, ὥς ῥευσὸν ἐγγχεόμενον δι' ἄλλο εἰς ἄλλο μετεγχωρεῖν μεθίσταμενον, τῶτ' ἔσιν ἐκ τῆ σίφωνος φέρε AOB διαρρεῖν εἰς τὸν BEZτ, καὶ ἐντεῦθεν ἀνιέναι εἰς τὰς ΔΓ, το' ἐγγχεῖσθω τοῖσιν ὕδωρ εἰς τὸ σῶμα A τῆ AB σίφωνος· καὶ ἐπινοηθήτωσαν εὐθεῖαι παράλληλοι τῷ ὀρίζοντι αἱ ΑΓ, ΘΚ, κτλ. διήκουναι διὰ τῶν τριῶν σιφῶνων AB, ΓΔ, στ· ὅταν ᾖν τὸ ὕδωρ ἐν τῷ πρώτῳ σίφωνι ὑψώῃ μέχρι τῆ Θ, ὑψώσεται ἐν μὲν τῷ δευτέρῳ μέχρι τῆ ι, ἐν δὲ τῷ τρίτῳ μέχρι τῆ Κ, τῶτ' ἔσιν εἰς τὸ αὐτὸ ὑπερβεν τῆ ὀρίζοντος Βτ ὕψος· εἰ δὲ καὶ ἄλλο προσεγχύῃ ὕδωρ, καὶ ἐν τῷ πρώτῳ σίφωνι μέχρι τῆ Α ἀρῇ, ἀρῇσεται καὶ μέχρι τῆ Γ, καὶ μέχρι τῆ ς ἐν τοῖς ἄλλοις σίφωνσιν· ἐκ τούτου δὴ τῆ πειράματος, ὃ ἔκ ἐσιν ὅς τις ἂν εὐμαρῶς κατ' ἐκείνῳ ἐκ ἐκτελέσειεν, ἀποισθήμεν τὴν τε δεῖξιν τῆ θεωρήματος, καὶ πάντων τῶν ἐν τῇ Τόρσεατικῇ χρησιμωτέρων.

α. Ἡ κατάβλιψις, ἣν ὁ ὑδατῶδεις κύλινδρος ΘΒ διὰ τὴν ἑαυτῆ βαρύτητα παράγει, ἀνῶθεν ἐπὶ τὰ κάτω

τελείται, ἢ ἐπὶ τὸν Β πυθμένα τῷ δοχείῳ· ὅπερ ἀναγκασίως ἀποτελεῖ ἡ φυσικὴ φορὰ πάντων τῶν βαρέων, ἢ ἐπομένως τῷ κυλίνδρῳ ΘΒ.

β'. Η' κατὰθλιψις αὕτη ἢ κάτωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω τελείται· ἡ γὰρ τῷ ΘΒ κυλίνδρῳ κατὰθλιψις, ἀναβιβάζουσα τὸ ὕδωρ μέχρι τῷ ι διὰ τῷ σίφωνος ΔΓ, κατέχει αὐτὸ ἀκωρημένον εἰς τὸ ι ὕψος· ὅπερ ἔκ ἂν συνέβαινεν, εἰ μὴ ὁ κύλινδρος ΘΒ καταθλίβῃ τὸν κύλινδρον Δι ἢ κάτωθεν πρὸς τὰ ἄνω διὰ τῷ τῷ σίφωνι ΒΔ ἐμπεριεχομένῳ ρευστῇ, ὅσον αὐτὸς ὁ Δι διὰ τὴν ἰδίαν αὐτῇ βαρύτητα ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω καταθλίβει.

γ'. Η' τῷ ΘΒ κυλίνδρῳ κατὰθλιψις ἐκτελείται ἢ πλαγίως· τὸ γὰρ ἐμπεριεχόμενον τῷ ΑΒ σίφωνι ὕδωρ ἐκ ἂν ὑψώσῃ τὸ εἰ τὸν ΔΓ σίφωνα, εἰ μὴ ἀπωθήσῃε πλαγίως εἰτ' ἔν ἀριστερόθεν πρὸς τὰ δεξιὰ τὸ τῷ ΒΔ ἐμπεριεχόμενον ὕδωρ.

δ'. Η' κατὰθλιψις ἐπίσης ἀπανταχῇ τῷ δοχείῳ τελείται, τῷτ' ἔστιν ἐν τῷ προτεθέντι πειράματι ἡ πλαγία κατὰθλιψις ΒΔ ἐξισῶται τῇτε ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω τελευμένη ΘΒ, ἢ τῇ κάτωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω Δι· εἰ μὴ γὰρ, ἔσω ἢ πλαγίᾳ ΒΔ ἀωθενέερα τῆς καθέτου ΘΒ· ἐπεὶ δὲ ὁ ΘΒ κύλινδρος ἔκ ἄλλως, εἰ μὴ διὰ τῆς τῷ ΒΔ καταθλίψεως, ἀναβιβάζει τὸν κύλινδρον ΘΒ εἰς τὸ ὕψος ι, ὃ ἰσῶται τῷ ὕψει Θ, ὁ ΘΒ κύλινδρος δύναται διὰ τῆς μεσολαβήσεως πλαγίᾳς καταθλίψεως τῷ κυλίνδρῳ ΒΔ ἀπωθῆσαι τὸν κύλινδρον Δι κάτωθεν πρὸς τὰ ἄνω, ὅσοι ὁ Δι καταθλίβει πρὸς τὰ κάτω ἄνωθεν, ἢ δὴ τὸ ὕψος ι ταῦτόν ἔκ ἐστὶ τῷ ὕψει Θ· ὅπερ τῇ προφανεί πείρᾳ ἀντίκειται.

Ἀλλαμὴν καὶ ἡ πρὸς τῷ Β γινομένη κατὰθλιψις

ὑπὸ τῷ κυλίνδρῳ ΘΒ τελοῖτο διὰ τὴν αὐτῆ βαρύτητα, καὶ ὑπ' ἰσχύος τῇ τῆς βαρύτητος ἐκείνου ἴσης, δακτύλῳ φέρ' εἶπεν τὸ ὕδωρ καταθλίβοντος τῇ αὐτῇ ἰσχύϊ, ἥπερ ὁ ΘΒ κυλινδρὸς διὰ τὴν ἰδίαν αὐτῆ βαρύτητα, ἀποτελεσμα εἶσαι τὸ αὐτὸ, ὃ ὁ κύλινδρος Δι εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ἀρθῆσεται· ἐν γένει ἄρα ἡ ρευσώτινι ἐπιγινομένη καταθλίψις ὑφ' ἡστινοσῶν αἰτίας, πανταχότῃ ἐπίσης ἀποτελεσθήσεται. Ο. Ε. Δ.

16. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τοῖς ἀνωτέρω μεριδίαις τῷ ὕγρῳ καταθλίβεται τὰ κατώτερα· τὸ γὰρ ὕδωρ εἰς τὴν Α ἀφικόμενον ἀναβαίνει καὶ εἰς τὸ Γ· τῆτο τοίνυν ἐκ αὐτοῦ γένοιτο, εἰμὴ τὸ μέρος ΑΘ τῷ κυλίνδρῳ ΑΒ καταθλίβῃ τὸ ΘΒ δι' ἰσχύος ἴσης τῇ αὐτῆ βαρύτητι· ὁ γὰρ κύλινδρος ΑΒ βεβιάζει τὸν ΓΔ· καὶ ἐπεὶ πᾶσα ἡ καταθλίψις τῷ μέρει ΘΒ, προσερχομένη ἐκ τῆς ἰδίας αὐτῆ βαρύτητος, καταθλίσκεται βεβιάζουσα τὸ μέρος ΙΔ, τὸ μέρος ΙΓ βεβιάζεται ἐξ ἀνάγκης ὑπὸ τῆς καταθλίψεως τῷ μέρει ΑΘ· ἀλλ' ἀμέσως τὸ μέρος ΙΓ βεβιάζεται ὑπὸ τῷ ὕγρῳ ΘΒΔ· τὸ δὲ ἐκ αὐτοῦ βεβιάσει τὸ εἰρημένον μέρος ἄλλως, εἰ μὴ διὰ τῆς καταθλίψεως, ἢν τὸ μέρος ΑΘ ἐπανεργεῖ τῷ Θ· τὸ ἄρα ἀνώτερον μέρος ΑΘ τῇ αὐτῆ βαρύτητι καταθλίβει τὸ κατώτερον μέρος ΘΒ.

17. Ἀλλὰ γὰρ ἄλλως ἔχειν ταῦτ' ἀνένδεκτον καὶ διὰ τὸν γενικὸν τῆς βαρύτητος νόμον· ἕκαστον γὰρ μερίδιον τῷ ὕγρῳ, ὅσον αὐτῷ εἴη μικρόν, βάρος ἔχει τῇ μάζῃ ἀνταλογον (Φυσ. 163)· τείνει ἄρα πρὸς τὰ κάτω, καὶ ἔτι καταθλίβει δι' ὅλην τὴν αὐτῆ βάρος τὸ κατώτερον μέρος.

18. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ τῶν ἀνωτέρων ΑΘ ἐκ τῶν κατώτερων μεριδίων ΘΒ γινόμενη καταθλίψις, ἢ, ὅπερ εἰς ταῦτα, ἢ τῷ κυλίνδρῳ ΑΘ ἐφ' ἐν σημείῳ Θ

γινομένη κατάθλιψις, παρίσταται διὰ τῆς καθέτου ΑΘ, ἢ ΓΙ, ἢ ΟΥ, τῆς ἀγομένης ἀπὸ τῆς τῷ ὀρίζοντι παραλλήλου ΑΓΟ ἐπὶ τὴν παράλληλον ΘΙΝ, ὑφ' ἧς περατεύεται ὁ ἰνώτερος κύλινδρος ΑΘ· ἡ γὰρ κατάθλιψις τῷ ΑΘ, ἰσῆται τῇ τῷ ΙΓ, ὅστις ἀντιζλίβει ἐκεῖνον· καὶ τότε μέισιν ἐκάτερος ἐν ἀντιρρόπῃ· ἡ δὲ τῷ ΙΓ ἰσῆται τῇ τῷ ΟΚ, ὅτι ἐκεῖνος βασιάζει τὸν πλάγιον κύλινδρον ΟΚ, τῷ ἰγρῷ ἐπίσης ἀνερχομένῃ εἰς τὴν τῷ ὀρίζοντι παραλλήλῳ ΑΓΟ διὰ τε τῆ καθέτου κυλίνδρου ΑΘ, καὶ διὰ τῆ πλαγίου ΟΚ· ἡ δὲ κατάθλιψις τῷ καθέτου ΑΘ ἕκ ἂν εἴη ἴση τῇ τῷ πλαγίου ΟΚ, εἰμὴ ὁ ΟΚ καταθλίβῃ ἰσχυρὶ ἴση τῇ καθέτῳ ΑΘ = ΟΥ.

19. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Οἱποῦν ἄρα ἂν εἴη ἡ γωνία, ἡ ὑπὸ τῷ κυλίνδρῳ ΑΒ, ἢ Ζο καὶ τῆς ὀριζοντίου γραμμῆς Βτ περιεχομένη, αἰεὶ ἡ κατάθλιψις ἡ γινομένη κατὰ τὸ Β, ἢ κατὰ τὸ τ, εἶναι ὡς ἡ κάθετος ΑΒ, ἢ οτ.

20. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἡ κατὰ τὸ τ, ἢ Β κατάθλιψις κυλίνδρου ἕκ ἐξήρτηται τῆς τῷ ἐμπεριεχομένου αὐτῷ ἰγρῷ ποσότητος· ὡς γὰρ ἤδη εἶδομεν, ἡ ἐν τῷ Θ ὑπὸ τῷ ΑΘ γινομένη κατάθλιψις ἰσῆται τῇ ἐν τῷ Κ ὑπὸ τῷ ΟΚ γινομένη· ὅθεν καὶ ἡ ἐν τῷ Β ὑπὸ τῷ ΑΒ γινομένη ἰσῆται τῇ ἐν τῷ τ ὑπὸ τῷ οτ· ἵσχυρὸς ἐκείνων ἄρα ἰσαλλήλων τῶν κατὰ τὰς ΑΒ, οτ κυλίνδρους διαμέτρων, ὁ οτ πλαγιαζόμενος ἐπὶ τῷ ὀρίζοντι μάλλον καὶ μάλλον, ἀσυγκρίτως πλεον ἴσῳ περιέξει, ἢ περὶ ὁ ΑΒ κάθετος, αἰεὶ μέντοι καταθλίβῃ τὸ τ, ὅσον καὶ ὁ ΑΒ τὸ Β· ἡ ἄρα κατάθλιψις ἕκ ἐξέχεται τῆς τῷ ἰγρῷ ποσότητος, πλὴν εἰμὴ εἴη ὁ κύλινδρος τῷ ὀρίζοντι κάθετος.

21. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἡ κατάθλιψις κυλίνδρου τῷ
Τόμ. Ε'.

ΑΒ, ἢ οτ, ἀπειροσὸν ὅσον ἔχοντος πύκνωμα, δηλωθήσεται διὰ τῆς καθέτου ΑΒ, ἢ οτ.

22. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Εἰπέπερ αἱ καταβλήψεις διαφύρων κυλίνδρων ΑΘ, ΓΙ, οΚ εἰσὶ κάθετοι ταῖς ὀριζήταις γραμμαῖς ΑΓΟ ΘΙΚ, ὑφ' ὧν περιέχονται, ἔχαις καθέτοις ταύταις ἐξισῶνται· ἐντεῦθεν ἄρα πάντα τὰ σημεῖα Α, Γ, ο τῆς ἐπιφανείας ὑγρῶτινος ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνεται (Γεωμ. 488. Τόμ. Γ'). αἱ γὰρ κάθετοι ΑΒ, ΓΔ, οτ δυσὶν ὀριζήταις γραμμαῖς Αο, ΘΚ, ταῖς ὡς ἀληθῶς δυσὶν ἕσαις τίξαις ἀπειροστοῖς τῆς ὑδρογείης σφαίρας, ὅ δύνανται ἰσῶθαι ἀλλήλαις (ὡς ἰσῶθαι δέδεικται ὑπὲρ τῶν ἀντιρρόπέντων κυλίνδρων ΑΒ, οτ), εἰ μὴ ἀρχόμεναι ἀπὸ γραμμῆς ὀριζήτου τῆς ΘΙΚ ἀποτερματίζοιεν τὰ ἄκρα αὐτῶν σημεῖα Α, Γ, ο πρὸς ὀριζήται ἄλλῃ τῇ ΑΓΟ· πάντα ἄρα τὰ σημεῖα τῆς τοιαύτης ὑδατώδους ἐπιφανείας ἐξῆσι θέσειν ὀριζήτου, γενήσονται δηλονότι ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας, ἢ, ὅ τὰυτὸν δῆπερ, ἴσον ἔσονται ἀφεσηκότα ἀπὸ τοῦ τῆς γῆς κέντρου.

23. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Τῶν ἄρα ἡ ἐπιφάνεια οὐδέποτε ἔσαι ἀκριβῶς ἐπίπεδος, ἀλλ' αἰεὶ κυρτὴ, ἢ τμήμα οἷον σφαιρικὸν τῆς ὑδρογείης σφαίρας, μείζον ἢ ἐλαττον· ἀλλ' ἐστὶ γὰρ ἡ κυρτότης αὕτη μείζων αἰεὶ, ἢ ὥς ταῖς ὑμετέροις ὑποπεσεῖν αἰσθήσεσι· παρατηρεῖται μέντοι ὑπὸ τῶν ἐκ τῶν αἰγιαλῶν πόρρω εἰς τὴν θάλασσαν ὁρώντων· καὶ ἐν τοῖς ἐλαχίστην ἔχουσιν ἐπιφάνειαν ὑγροῖς μὴ ὁράται, ἀλλ' εἰπέπερ οἱ κύλινδροι αὐτῇ ΑΘ, ΙΓ, οΚ ἔδύνανται εἶναι ἀντίρροποι, εἰ μὴ εἶεν ἰσάλληλοι αἱ αὐτῶν κάθετοι ΑΘ, ΙΓ, ον, αἱ αὐτῶν κορυφαί, ἴσονται τοῦ τῆς γῆς κέντρου ἀπέχουσαι, συνισᾷσι σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν· ἀλλ' ἐμπὴς ὀφθαλμοῖς ἀμήχανόν ἐστι παρατη-

ρηθῆναι τὴν κυρτότητα ἐν μικροῖς δοχείοις, ἢ ἐὼς ὀλιγαριθμῶν ὀργυιῶν ἔχουσιν ἑκτασιν, εἶγε τόξον ἐνίων ὀργυιῶν περιεκτικὸν κυκλικῆς περιφερείας = 9000 λεύγαις ἀπειροσὴν οἷον ἔχει καμπυλότητα (Γεωμ. 589. Τόμ. Γ.)

24. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἡ ὅλη κατάθλιψις ὑγρῶ, ἐμπεριεχομένη δοχείῳ, ὅπως ποτὲ ἐχηματισμένῳ, παράλληλα ἔχουσι τὰ κάτω τοῖς ἄνω, ἢ συγκλίνοντα ἢ ἀποκλίνοντα, ἤτοι κυρτῶ ἢ κοίλῳ, αἰεὶ ἐστὶν ἴση τῷ γινόμενῳ ὑπὸ τῆς ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς ὑγρῆ τῇ ὀριζοντίῳ αὐτῇ βάσει ἐφισταμένης καθέτου, ἐκ τῆς βάσεως.

ΔΕΙΞΙΣ. α. Πᾶσαι αἱ ἀν συνίδου τὴν τῆς θεωρήματος ἀλήθειαν, εἴπερ εἴη τὸ δοχεῖον πρίσμα, ἢ κύλινδρος ὀρθός, τὴν βάσιν ἔχων τῷ ὀρίζοντι παράλληλην· ἔσω γὰρ δοχεῖον πρισματῶδες τετραγωνικὸν τὸ ΑΒΓΔ, ἐκ διηγήσω εἰς πολλὰ μικρὰ τετράγωνα ἢ αὐτὴ βάσις ΒΒΔΔ· ἕκαστον ἐν τετράγωνον βάσις ἔσαι τετραγωνικῆς πρίσματος τῷ ΑΒΒΕ· ἐπεὶ δὲ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς βάσεως ἐκ τῆς ὕψους ἐμφαίνει πάντα τὰ ἐμπεριεχόμενα τῷ πρίσματι μύρια (Γεωμ. 456. Τόμ. Β'), ἐμφανεῖ ἐκ τῆς ὑπ' αὐτῶν γινομένην πρὸς τῇ τῷ δοχείῳ βάσει κατάθλιψιν· ἄρα τὸ ὑφ' ὅλης τῆς βάσεως γινόμενον ἐκ τῆς ὕψους ἐμφανεῖ τὴν ὅλην κατάθλιψιν.

Α'λλ' ἔσωσαν δοχεῖα δύο, τὸ μὲν κωνοειδὲς ΑΒΓ (χ. 90), τὸ δὲ κυλινδρικὸν ΕΒΓΖ, τὴν αὐτὴν βάσιν ἐκ τὸ αὐτὸ ἔχοντα ὕψος· ἐκ ὅτως ἐν τὸ ἐν ἐκείνῳ ὕδωρ, τριτημόριον ὅν τῷ ἐν τούτῳ (Γεωμ. 458. Τόμ. Β'), καταθλίψει τὴν βάσιν, ὅσον ἐκ τὸ ἐν τούτῳ.

Δέδεικται γὰρ τὴν ὑπὸ σύλης ὑγρῆτινος γινόμενην κατάθλιψιν πανταχῶς ἐκ ἐπίσης διανεμῆσθαι (15)· ἔσω νῦν ἡ ὀριζόντιος βάσις (χ. 89) ΒΒΧΤ δοχείῳ πρισμα-

ταύδης τετραγωνικῇ τῷ $AB\Gamma\Delta$, ἢ διηρήθω εἰς δέκα μέ-
ρη ἰσάλληλα, τετράγωνα, ἢ ἐπιμήκη ὀρθογώνια, ἢ
ἐφ' ἑκάστῳ τούτων ἐννοηθῆτω ἑστηκυῖα σῆλη ῥαυδῆς ἢ ABE ,
ἔχουσα βάσιν μὲν ἐν τῶν ὀρθογωνίων, ὕψος δὲ τὸ τῷ δο-
χείῳ ὕψος AB · καὶ ἔν αὶ σῆλαι κάθετοι εἰεν τῇ βάσει, ἢ
ἰσοῦφεις τῷ δοχείῳ, ὥς ἐπὶ τῷ πρισματώδης $AB\Delta\Gamma$
(χ. 89) ἢ τῷ κυλινδρικῷ $EB\Gamma Z$ (χ. 90), καὶ ἔνιαι εἰς
ἀποκλίνας, οἶαι αἱ $στ$, $Βσ$, ὕψος μέντοι ἔχουσαι τὸ $στ$
 $=$ τῷ τῷ δοχείῳ AB (χ. 89), ἢ συγκλίνουσαι οἶαι αἱ
 AB , $A\Gamma$ (χ. 90), καὶ αἱ παντοίως ἔτιω φερόμεναι σῆ-
λαι μὴ εἰεν ἰσοῦφεις τῷ δοχείῳ, οἶαι αἱ $ΙΔ$, $K\Gamma Z$, αἷς
ποτε ἢ πρὸς τῇ βάσει τῷ δοχείῳ γινομένη κατάθλιψις
δηλωθήσεται διὰ τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῶν δέκα εἰρημένῳ
ὀρθογωνίων, τῶν συμπληρούντων τὴν τῷ δοχείῳ βάσιν, ἢ
τῷ AB ὕψος τῷ ὑγρῷ.

α. Ἐῶσαν κάθετοι τῇ ὀριζοντίῳ βάσει $B\Gamma$ αἱ σῆ-
λαι AB , $\Gamma\Delta$, κτλ.· ἐπεὶ ἔν τῇσι ταῦτα τὸ γινόμενον ὑ-
πὸ τῆς βάσεως ἢ τῷ ὕψος ἐμφαίνει ὥς εἴρηται πάντα τὰ
μερίδια τῷ ὑγρῷ, ἢ ὅλη ἅρα πρὸς τῇ βάσει γινομένη
ὑφ' ἀπάντων τῶν μερίδιων κατάθλιψις δηλωθήσεται διὰ
τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς βάσεως ἢ τῷ ὕψος.

β. Αἱ δέκα σῆλαι ἔσωσαν ἀποκλίνουσαι, ἢ ὕψος ἔ-
χουσαι τὸ $στ = AB$ · ταῦτόν ἔν εἶναι καὶ ταῦτα· ἢ γὰρ
σῆλη AB καταθλίβει τὴν πλαγίαν σῆλην $στ$ κατὰ λό-
γον τὸν τῆς καθέτου $στ$, ὅτι (15) ἢ AB κάθετος ἀναβί-
βάσει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος οὗ τὴν πλαγίαν σῆλην $στ$, καὶ
εἴη μείζων· ἢ ὁ λόγος σαφής· ἢ γὰρ πλαγία ὑδατώ-
δης σῆλη $στ$, ἐπὶ πραυῆς κειμένη ἐπιπέδῳ τῷ $στ$, ὡτικα-
ταθλίβει τὴν κατάθλιψιν τῆς AB σῆλης μόνῃ τῇ σχετικῇ
βαρυντῇ (Φις. 193), τῇ δηλωμένῃ ὑπὸ τῆς καθέτου $στ$ ·

ἡ καταθλίψις ἄρα ἐκάσῃ τῶν πλαγίων ἢ ἀποκλινουσῶν
σηλῶν, οἷα ἡ $\sigma\tau$, ἢ $\beta\sigma$, ἀναγκαίως ἰσῆται τῇ τῆς σήλης
 AB · ἰσῆται δὲ ἢ τῇ, ἣν ἂν ἐπὶ τῷ αὐτῷ ὀρθογωνίῳ κα-
ταθλίψειε σήλη κάθετος ἢ TL .

γ'. Ταῦτόν δὲ δειχθήσεται πᾶν αἱ τῇ βάσει $B\Gamma$
(χ . 90) πλαγίως ἐφιστάμεναι σήλαι εἶεν συγκλινεσαι,
εἰ μόνον ἔχοιεν τὸ αὐτὸ κάθετον ὕψος $AH = EB$, ὃ ἢ τὸ
πρίσμα, ἢ ὁ κύλινδρος, ἐγχεομένῳ γὰρ ὕδατος διὰ τῷ
καθέτῳ κυλίνδρῳ EB , κατὰ τὸ προεκτεθὲν πείραμα, ἡ
σήλη EB τῷ ὕδατος ὑψώσει τὰς πλαγίας ὑδατῶδεις σή-
λας BA , ΓA εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος HA · ἐφαρμοσθῆναι ἄ-
ρα δύνανται πρῶταυθα τὰ προειρημένα (β') ἐπὶ τῶν ἀπο-
κλινουσῶν σηλῶν BA , ΓA . Ἐντεῦθεν ἔν ᾧ συλλογιῶ-
μεθα· ἐκάσῃ τῶν εἰρημένων δέκα σηλῶν, ὧν βάσεις τὰ
δέκα ὀρθογώνια, τὰ συμπληρωτικὰ τῆς ὀριζοντίου βάσεως,
πᾶν εἶεν ὀρθαί, πᾶν συγκλινεσαι, πᾶν ἀποκλινεσαι, ἰσῆ-
ται τῇ καταθλίψει σήλης ὑδατῶδους ὀρθῆς ἰσοῦψες σφίσιν·
ἰσῆται ἄρα τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῷ ὀρθογωνίῳ ἢ τῆς AB
καθέτου· ἡ ἄρα ὅλη γινομένη πρὸς τῇ βάσει καταθλίψις
ἰσῆται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῶν δέκα ὀρθογωνίων, τῶν τῆς
βάσεως συμπληρωτικῶν, εἰτ' ἢν τῆς ὅλης βάσεως, ἢ
τῷ ὕψει AB , εἰ μόνον ἰσοῦψεις εἶεν ἅπασαι αἱ σήλαι.

Ἐςω δοχεῖον ὁμοίον τῷ $\Sigma B\tau\omicron$. σχήματι (χ . 89), ᾧ
περ ἡ ὀριζόντιος βάσις $B\tau$ ἔσω κύκλος· τὸ τοίνυν ὕγρὸν,
ὃ πλήρες ὑποτίθεται τὸ δοχεῖον, ἔσαι πῶντος κύλινδρος, ὃ
ἐλάττων μὲν βάσις ἔσαι ἢ τῷ δοχεῖν βάσις $B\tau$, ἢ τῷ ὀ-
ριζοντι παράλληλος ὑποτιθεμένη, μείζων δὲ ἢ $\Sigma\omicron$ τῇ ἐ-
λάττονι παράλληλος, διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας
γίνεσθαι τὰ τῷ ὕγρῳ μερίδια (22)· εἰν ἢν ἀχθῶσι κά-
θετοι AB , AT , περιωθήσεται κύλινδρος, βάσιν ἔχων τὴν

Βτ, τὸ δὲ γινόμενον ὑπὸ τῆς Βτ βάσεως ἐ τῆ ΑΒ ὕψους ἐμφανεί κατὰ τὰ ἡδὴ δεδειγμένα τὴν ὅλην τῆ ἰγρῆ πρὸς τῇ Βτ βάσει γινομένην κατάθλιψιν· τὸ δὲ πέριξ τῆ ΑΒτΛ κυλίνδρου ὑγρὸν, τὸ ἐν τοῖς γωνιώδεσι χωρίοις Λτο, ΑΒΣ, ἔτ' αὔξει ἢ ἀπομειῖ τὴν πρὸς τῇ βάσει Βτ γινομένην κατάθλιψιν.

δ'. Ἀλλὰ ἐ πείραμα τῆτ' αὐτὸ ἐμπεδοῖ· ἐνηρμόσω γὰρ κύλινδρος ὁ ΑΒτΛ τῷ δοχείῳ σΒτο· ἐ τῆ πιθμένος πρὸς τῷ Δ τρηθέντος, ἐνηρμόσω ἡρέμα τῇ ὀπῇ ἐπίκωμα· τῶν τεθέντων ἐγχείσω ὕδωρ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ΑΒΛτ, ἐ παρατηρηθῆτω, εἰς ὅσον ὕψος τὸ ὕδωρ ἀρθὲν ἀπώθει τὸ ἐπίκωμα· ἔσω ἐν ὕψος τὸ ἰ· ἐξήχθω ἢν ὁ κύλινδρος, ἐ αὖθις προσηρμόσω τῇ Δ ὀπῇ τὸ ἐπίκωμα, ὡς ἐ πρότερον, ἐ ἐγχευθῆτω ὕδωρ τῷ ὅλῳ δοχείῳ ΣΒτο· τὸ τοῖνον ἐπίκωμα ἀπωθήσεται αὖθις ἐκ τῆς Δ ὀπῆς, τῷ ὕδατος ἀρθέντος μέχρι τῆ αὐτῆ ὕψους, μέχρι ἢ ἐ πρότερον ἀρθὲν ἀπώθησιν αὐτό· ἐπεὶ οὖν ἄρα δῆλον, μὴδ' αὔξειν μὴδ' ἀπομειῖν τὴν πρὸς τῇ βάσει γινομένην κατάθλιψιν τὸ τῷ κυλίνδρῳ πέριξ ὕδωρ.

ε'. Φημί δὲ ἔτι, τὴν πρὸς τῇ βάσει γινομένην κατάθλιψιν ἰσῆναι τῷ γινόμενῳ ὑφ' ὅλης τῆς τῆ δοχείου βάσεως, τῆς τῷ ὀρίζοντι παραλλήλου, ἐ τῆ ὕψους ΑΒ, εἴτ' ἐν τῇ τῆς ὕδατος ἐπιφανείας Α ἀπὸ τῆς ὀριζοντίου βάσεως ἀποσήματος, καὶ τὰ τῶν σῆλῶν ὕψη μὴ εἶεν ἴσα τῷ ΑΒ ὕψει· εἰς δὲ τὴν τέτε δεῖξιν ὑποτεθείτω, τῆτο δὴ τὸ ἐξαισιώτατον ἐ δυχερέστων τῶν ἄλλων, μία μόνη σῆλη ὕψηλοτέρα τῶν ἄλλων ἢ ΑΒ· αἱ δ' ἄλλαι ὕψωσαν μέχρι μόνης τῆς ΘΙΚ παραλλήλου. Ἐπεὶ τοῖνον αἱ σῆλαι ΙΔ κτλ. μέχρι μόνης τῆς ΘΙΚ αἴρονται, τῆς

AB τεινύσης εἰς τὸ ὑψῶσαι αὐτὰς μέχρι τῆς $ΑΓΟ$, ἐκλη-
 πτέον ἐς τὸ δοχεῖον ὁμοιον τῷ σχήματι $ΘΙΚΒτ$, ἐπικεκλει-
 σμένον ἄνωθεν ἀκινήτῳ ἐπιπέδῳ τῷ $ΤΙΚ$. ἢ ἔτω τοῖνον ἡ
 πρὸς τῇ βάσει τῷ δοχεῖν γινομένη καταβλῖψις ἰσῆται τῷ
 γινομένῳ ὑπὸ τῆς $Βτ$ βάσεως ἢ τῷ AB ὕψει· ἡ γὰρ
 AB σῆλη καταβλῖπει τὰς μικρὰς ἐπιφανείας, ἐξ ὧν σύγ-
 κριται ἡ $Βτ$ βάση, ἢ ἐφ' ὧν ὡς βάσεων ἐφεισῆκασιν αἱ
 ἄλλαι σῆλαι, τοσούτων, ὅσον ἀνυψῆν δύνασθαι τὰς σῆλας
 $ΙΔ$ κτλ., μέχρι τῷ ὕψει $ΣΑΓΟ$ (15). ἢ εἴπερ ἦν κινή-
 τὸν τὸ $ΤΙΚ$ ἐπίπεδον, ὑψέτ' ἂν ὑπὸ τῆς AB σῆλης μέ-
 χρι τῷ $ΣΑΓΟ$ ὕψει· ἀπώθει ἄρα ἡ σῆλη τὸ $ΤΙΚ$ ἐπίπεδον
 καταβλῖπει τῇ $Γι = ΘΑ$. εἴπει τοῖνον ἀκινήτὸν ἐς τὸ ἐ-
 πίπεδον καταβλῖσόμενον πρὸς τὰ ἄνω ὑπὸ τῆς σῆλης AB τῇ
 καταβλῖπει $Γι$, τῇ αὐτῇ ἀντικαταβλῖπει ἄνωθεν πρὸς τὰ
 κάτω τὴν βάση $Βτ$. ἐντεῦθεν ἄρα συλλογιόμεθα ἔτω·
 α'. ἡ σῆλη AB καταβλῖπει τὸ τῆς βάσεως μέρος $Δ$, ᾧ
 περ ἀντιστοιχεῖ ἡ $ΓΔ$ σῆλη, τῇ καταβλῖπει $ΘΒ = Δι$.
 εἰ γὰρ ἂν ἄλλως βασάσειεν ἐν αἵρι τὴν μικρὰν σῆλην $Δι$,
 εἰ μὴ καταβλῖπει τὸ τῆς βάσεως μέρος $Δ$ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ
 κάτω καταβλῖπει ἴση, ἢ περ ἢ αὐτῇ ἡ $Δι$ καταβλῖπει τὸ
 $Δ$. ἀνάγκη γὰρ πᾶσα, εἴπει βασάζει τὴν $Δι$ βάση, ἐ-
 πισηρῖζεσθαι τῷ μέρει $Δ$ ἰσχυρῇ ἴση τῇ τῆς $Δι$ σῆλης κα-
 ταβλῖπει· β'. ἡ σῆλη AB καταβλῖπει τὸν τῆς τῷ δοχεῖν
 βάσεως τόπον $Δ$ ἢ τῇ ὑπερσχη $ΑΘ = Γι$, ὡς ἡδὴ δέ-
 δεικται· ἄρα ἡ σῆλη AB ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω καταβλι-
 βει τὸ τῆς βάσεως τῷ δοχεῖν μέρος $Δ$, ὅπερ ἐς τὴν βάση
 τῆς μικρᾶς σῆλης $Δι$, τῇ καταβλῖπει $Δι + ΙΓ' = ΔΓ$
 $= AB$.

Ὅσον ἄρα ἂν εἴη μικρὸν τὸ ὕψος σῆλης τῆς $ΙΔ$, ᾧ
 εἴποτε διὰ τῆς καταβλῖψεως τῆς μεγάλης σῆλης AB ,

τῆς τελευμένης ἐφ' ἐκάσῳ τῆς βάσεως μέρει, ἢ κατάθλιψις τῆς Δι σήλης ἔσαι ἢ αὐτὴ, ὡς εἶπερ ἡ $ΙΔ$ ὕψος εἶχε τὸ $ΓΔ = AB$. ἀλλαμὴν, εἰ πᾶσαι αἱ σῆλαι ὕψος εἶχαν $= AB$, ἢ πρὸς τῇ βάσει ὅλική καταθλίψις ἰσῆτο τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς $Βτ$ βάσεως ἐ τῷ AB ὕψος, ὡς δέδεικται (γ', δ'). ἄρα πάνταῦθα ἢ κατάθλιψις ἢ πρὸς τῇ βάσει ἔσαι ἰση τῷ αὐτῷ γινομένῳ.

ε'. Ἀλλὰ καὶ πειραμάτων πλήθει συνάδει τὸ ἤδη δεχθῆναι, ὡς ἐπὶ τῷ ἐφεξῆς προσφυῶς ἔχωντος παντὶ δοχείῳ οἴματι δῆλον ἔσεται· τὸ 90 οἴμα παρίσῃσι α'. δοχείον κυλινδρικὸν τὸ $ΕΒΓΖ$. β'. κωνοειδὲς τὸ $ΑΒΓ$. γ'. ἀποκλινέσας ἔχον πλευρὰς τὸ $ΘΒΓΝ$, εἴτ' ἔν κώνῳ πῶν· δ'. κοίλῳ τὰς πλευρὰς τὸ $ΘνΒΓον$. ε'. κυρτὸν τὰς πλευρὰς τὸ $ΕνΒΓονΖ$. εἰάν ἔν ταῦτα πάντα τὰ δοχεῖα βάσιν ὀριζόντιον ἔχωσι τὴν αὐτὴν $ΒΓ$, ἐ ὕψος τὸ αὐτὸ $ΑΗ$, φημί, ὅτι κατὰ τὸ πείραμα ἢ πρὸς τῇ $ΒΓ$ βάσει γινομένη καταθλίψις ὑπὸ διαφορῶν ὑγρῶν, ἐμπεριεχομένων πᾶσι τοῖς διαφοραῖς τέτοις δοχείοις, ἔση ἢ αὐτὴ· πρὸς δὲ τὴν τέτῃ δεῖξιν, ἔσω κινητὴ ἢ κυκλικὴ βάσις $ΒΗΓ$ ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω διὰ τῷ κώνῳ κυλινδρῷ $ΒΠΓΞ$. ἐ διὰ τῷ τῆς βάσεως μέσῃ $Η$ διήχθῳ ἡμῃ, ὃ προσδεδένῳ τῷ ἄκρῳ P πλάσιγγος τῆς $ΣΤΡ$. μετὰ ταῦτα δὲ πληρύνῳ ὕδατος πρῶτον τὸ κωνοειδὲς δοχεῖον $ΑΒΓ$, αὐξομένῳ αἰ τῷ ἐν τῷ $υ$ σταθμῷ, ἵνα μὴ κινήῃ ἢ κινητὴ βάσις $ΒΓ$. ἔσω ἔν τὸ σταθμὸν, ὃ ἀντιρροεῖ τῷ ἐν τῷ κωνοειδεῖ δοχείῳ ὕδατι, $= 10$ λίτρ. πληρύνῳ εἴτα ἐ τὰ γωνιώδη χωρία $ΕΒΑ$, $ΑΓΖ$, ἵν' ἐμπλησθῇ ὕδατος ὅλος ὁ κύλινδρος $ΕΒΓΖ$. καίτοι ἔν τὸ ἐμπεριεχόμενον τῷ κυλινδρῷ $ΕΒΓΖ$ τριπλάσιόν ἐστι τῷ ἐμπεριεχομένῳ τῷ $ΑΒΓ$ κώνῳ (Γεωμ. 458 Τόμ. Β').

ἡ κυκλικὴ μέντοι βάσις ΒΓ ἢ αὐτῆς ἀντιρροπῇ τῷ καθ-
μῶ υ = 10 λίτραις· πληρέσθων δὲ ὕδατος ἢ τὰ χωρία
ΖοΓ, ΕΝΒ· πάλιν ἔν ἡ κυκλικὴ βάσις ΒΓ ἀντιρροπήσῃ
τῷ υ· τελευταίον δὲ πληρέσθω ἢ τὸ γωνιώδες χωρίον,
τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τόξου τῆ ΖοΓ ἢ εὐθείας τῆς ΓΝ,
ἢ τὸ χωρίον τὸ ὑπὸ τῆ τόξου ΓοΝ ἢ τῆς εὐθείας ΓΝ,
κτλ· αἶψά τοιόν η ΒΓ βάσις ἀντιρροπήσῃ τῷ καθμῶ υ
= 10 λίτραις· ἢ περὶ αἶρα δείκνυσι τὴν ἀλήθειαν τῆ
θεωρήματος. Ο.Ε. Δ.

25. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐκ τῶν δύο προεκτεθέντων θεω-
ρημάτων πορισθῆσονται τὰ ἐφεξῆς.

26. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Νόμος καθολικὸς ἐπὶ τῶν
ρευστῶν ἢ ἐπὶ τῶν σερειῶν τὸ κράτος ἔχων εἶναι, ἵν' ἕκα-
στον μῶριον καταβλίθῃ τὸ κατώτερον ἑαυτῆ μῶριον, ἢ ἐφ-
εξῆς ὁμοίως· νημάτιον γὰρ ἀπειροῦ πάχους, ἢ εὐλὴ
λεπτοτάτη, κατὰ κάθετον θάλλει, ὅσον ἢ εὐλὴ μορίων
σερρῶ σώματος, ἰσόπυκνος ἢ ἰσομεγέθους τῇ τῆ ρευστῆ· ἐ-
κατέρωσε δὲ ἡ κατάβλιψις αὕτη τελεῖται ὑπὸ τῆ ἀθρο-
σματος τῶν βαρυτήτων πάντων τῶν μορίων τῶν ἄλλου μετ'
ἄλλο κατὰ κάθετον τεταγμένων.

27. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐν τούτῳ δὲ διαφέρει τὰ σερ-
ρὰ τῶν ὑγρῶν, ὅτι ἡ κατάβλιψις, ἢ βαρύτης, τῶν τῶ
σερρῶ μορίων ἀγείρεται ἐν ἐνὶ σημείῳ, καλυμένῳ κέντρον
τῆς βαρύτητος, ἢ ἐν αὐτῷ ἐμφιλοχωρεῖ πᾶσα ἡ ἰσχύς
πάντων τῶν ἄλλων σημείων· ἢ δὲ τῶν ὑγρῶν σώματος
μορίων κατάβλιψις τελεῖται διὰ τῶν σημείων ἐκάστης εὐ-
λῆς τῶν πρὸς τὰ κάτω φερομένων· διὸ δὴ κόκκος χα-
λάζης ἰσχυρώτερον πλήττει, ἢ μάλλον λυμαίνεται τὰ φυ-
τὰ, ἢ κόκκος ὕδατος, ὅτι ἡ μὲν κινήσεως πάντων τῶν μο-
ρίων τῶ τῆς χαλάζης κόκκου ἥνωται ἐν σημείῳ ἐνὶ, δι' ἣ

γίνεται ἡ πληγὴ· αἱ δὲ σῆλαι, ἐξ ὧν σύγκειται ἡ ὑδατώδης ῥανίς, πολλοῖς σημείοις τῷ φυτῷ προσβάλλουσιν, καὶ ἀσχετῶς ἀλλήλων.

28. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν ὑποτεθῶσι δύο ὀρθὰ πρίσματα, τὴν αὐτὴν βάσιν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα, καὶ τὴν αὐτὴν κύκνωσιν, ἀλλὰ τὸ μὲν σερρόν, θάτερον δὲ ὑγρόν, ἐμβαλλόμενα ταχέως δυσὶ δοχείοις, ἃ ἂν εἴεν σφίσις ὁμοιομήμονα, ἴσων ἐκότερα πρὸς τῇ βάσει τὸ δοχεῖον καταβλίψουσι.

29. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐὰν δ' ἐκότερα κωλύματι συναπτήσωσιν, τὸ σερρόν τῷ ὑγρῷ ἐν τέτῳ διαίσει, ὅτι ἐν μὲν τῷ σερρόῳ ἡ μέρος τινὸς καταβλίψις κατὰ κῆθεω μεταδίδεται τῇ ἐπιφανείᾳ, καὶ ἢν προτέρωσαν· ὅπερ ἐξασθενίζει τὴν καταβλίψιν, διανεμομένην ἅπασιν τοῖς σημείοις τῆς βάσεως, ἢ τῆς πληγείσης ἐπιφανείας· ἀλλ' ἡ μέρος τινὶ τῷ ὑγρῷ γινομένη καταβλίψις μεταδίδεται πᾶσι μὲν τοῖς σημείοις, ἐπίσης δὲ, εἰς ἕν ἀδιαιρέτως καὶ ἰσχυρὴ τῇ αὐτῇ (15).

Ἐὰν μὲν γάρ τὸ ΑΒστ χῆμα (χ. 89) σερρόντι ἐμφαίνῃ, καὶ κατὰ τὸ Γ τὴν ἐπιφανείαν ΑΓθ βάρος λίτρας καταβλίψῃ, ἡ καταβλίψις διασημειώσεται πᾶσι τοῖς μέρεσι τῆς Ββτχ βάσεως· τὸ δὲ σερρόν τοσούτω καταβήσεται ἔλαττον, ὅσην μείζων ἦν εἴη ἡ Ββτχ βάση· ἐὰν δὲ τὸ ΑΒστ χῆμα, δοχεῖον ὑγρῷ πλήρες, καὶ διηρημένον εἰς τὰς κυλίνδρους ΑΒ, ΓΔ, στ, κτλ. ἐμφαίνῃ, πολὺ τὸ διάφορον ἔξει ἡ γινομένη καταβλίψις· ὁλιγώτερον γὰρ τὴν τῷ ΓΔ κυλίνδρῳ κορυφὴν Γ βάρος λίτρας μιᾶς, καὶ ἔωσαν, ὅσους ἂν βολώμεθα, οἱ κύλινδροι ΑΒ, στ, κτλ.· ταιγαρῶν ἡ ἐκάστη ἐνίσχυσις εἰς τὸ ὑπερπηδῆσαι τῷ Α, τῷ σ, κτλ. ἡμισυα μειωθήσεται ὑπὸ τῷ τῶν κυλίνδρων α-

ριθμῷ, ἢ ἐπίσης ἐκάσῳ ἐπενεργήσει· ἔωσαν γὰρ οἱ τὴν ΑΓΟ συντιθέντες ἐπιφάνειαν κύλινδροι δέκα, ἢ ἐμὲ τῷ δακτύλῳ θλίβοντος τὸ σόμιον τῷ ΓΔ σίφωνος, ἄλλος ἐπιθλίβειτω διὰ τῶν δακτύλων τῆς ἄλλης· ἕκαστος ἔν τῶν δακτύλων ἐκείνῳ τοσούτῳ καταθλίψει τὸν ὑπακείμενον κύλινδρον, ἵνα τὴν τῷ ὕδατος πωλύσῃ ἀνακλήδῃσιν, ὅσῳ τὸν ΓΔ ὁ ἐμὸς δάκτυλος· ἀλλὰ γὰρ ἢ πειράματος ἄνευ τὸ λεγόμενον ᾧ τις κατανοήσκειν εὐπετῶς· εἰν γὰρ ὁ ἐμὸς δάκτυλος καταθλίβῃ τὸν ΓΔ κύλινδρον ἰσχυρῶς, ἐμφαινομένη ὑπὸ τῷ τῆς καθέτου μέρος Γι, τάντων ἀποτελεῖται, ὡς εἴπερ ὁ ΓΔ ἦν $= \Gamma\Delta + \Gamma\iota$ · ἀλλὰ μὴν τηρικαῦτα ὁ ΓΔ τῆς ἄλλης ὑψοῦ ὑπὲρ τὴν ΑΓΟ ὀριζόντιον τῇ Γ ποσότητι (15)· ἄρα ἢ ἐκ τῷ ἐμῷ δακτύλῳ κατάθλιψις τῷ ΓΔ κυλίνδρου, ἢ ἐμφαινομένη ὑπὸ Γι, ὅλη μεταδίδεται ἐκάσῳ τῶν ἄλλων κυλινδρῶν, ἢ τ' ἐξαθενῆσα, ἔτε μὴν διαιρεμένη· ἢ ἐπεὶ μεταδίδεται διὰ τῶν μεταξὺ κυλινδρῶν Β Δ, Δτ, κτλ. μεταδίδεται ἄρα ἢ πλαγίως ἢ πανταχῶς μένους ἀδιαίρετος.

Τελευταῖον δὲ ἢ κατάθλιψις πανταχῶς ἐκτελεῖται κατὰ καθέτον ἐκάσῳ μέρει τῆς ἐντὸς τῷ δοχείῳ ἐπιφανείας· εἰ γὰρ πλαγίως, ἐξηθενῆει ἂν ἀναλυομένη (Φυσ. 136)· ὅπερ κατὰ τῷ πειράματος.

30. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ γενικὴ τῶν ὑγρῶν ιδιότης αὕτη, τῷ τὴν κατάθλιψιν ἀπανταχῶς μεταδίδουσαι ἀδιαίρετον ἢ κατὰ κάθετον, ἀναπηγάξει πάντως ἐκ τῷ τῶν κατ' αὐτὰ μορίων ευκνήτετε ἢ ἀλλήλοις ἀσυνδέτε· ὅτω γὰρ ἐμὲ δακτύλῳ καταθλίβοντος τὸν κύλινδρον ΓΔ καταθλίψει $= \Gamma\iota$, εἴπερ ἄλλος δακτύλῳ καταθλίβῃ κύλινδρον ἄλλῃ καταθλίψει $< \Gamma\iota$, τὸ ὑγρὸν ἀναβήσεται πρὸς τὸν δάκτυλον, τὸν ἥττον ἢ ἐγὼ καταθλίβοντα·

ἐξ ἑδ' ἀντιρρόπῃσει, εἰ μὴ ἐξ τῶν ἄλλων δακτύλων ἕκα-
τος καταβλίψοιεν δι' ἰσχύος ἴσης τῇ τῷ ἐμῷ· ἡ ἄρα τῷ ἐ-
μῷ δακτύλῳ καταβλίψις ὅλη πανταχῶ μεταδοθήσεται μέ-
χρις ἐκάστου τῶν ἄλλων δακτύλων, ἐνθ' ἀφανισθήσεται
ὑπ' ἰσχύος οἱ ἴσης ἐξ ἐναντίας.

31. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐκ τῶν προεκτεθέντων θεω-
ρημάτων κατανοεῖται, διὰ τί πολλάκις πηγαὶ εὐρίσκονται
ἐν ταῖς κορυφαῖς βουνῶν ἐξ ὀρέων· ἔσω γὰρ τὸ σημεῖον
Κ (χ. 89) κορυφὴ ὄρεος τῷ Κ, ἐνθα πηγὴ ἀναβρύει· δη-
λάν ἔν ὅτι ἐκ τόπου ταπεινότερου, ἢ ὁ Κ, πηγάζειν ἀδύνα-
τον· σήλη γὰρ ὑδατώδης ἡ ΙΚ κατ' ἐαυτὴν εἰλημμένη
διὰ τὴν ἰδίαν βαρύτητα κᾶτεισιν, ὃ μὴ ἀναβαίνει εἰς τὸ
ὑψος Κ, εἰ μὴ καταβλίψντο ὑπὸ σήλης ἐτέρας τῆς ΘΒ
ἰσοῦψες γῶν αἱ, ἐξ κορυφῆς· ἔσω ἔν πληθὺς ὕδατος,
ἐμπεριεχομένῃ κῦτει ὄρεος τῷ Α, ὑψηλοτέρῃ τῆς κορυφῆς
Κ τῷ πρώτῳ ὄρει, ἐξ τὸ ὕδωρ διηθούμενον ἐξ εἰσδύον ἐνερ-
θεν τῷ Α, ἐξ μεθιστάμενον, ὅτε ἐλάχιστοι ἀπαντᾷ ἀντιστά-
σει, ποιείτω εἶδος ὑδραγωγῶ τῷ ΘΒτΚ, πῇ μὲν κατέτα-
τῇ ὀριζοντίῳ ΒΔ, πῇ δὲ πλαγίῃ, κοίλῳ, κυρτῷ, ἐξ ὡς
εἶπειν ἀκανσίς, ὅσων ἀντις ἐξ βύλοιο· ἔκῃν ἡ ΑΒ σή-
λη κατὰ τὰ δεδειγμένα ἀναγκάζει τὸ ὕδωρ ἀελεῖν διὰ
τῷ σίφωνος τΚ μέχρι τῷ θ (22)· εἰν ἄρα τὸ ὕδωρ διαρ-
ρήγματι συναντήσῃ τῷ Κ, εἴτ' ἔν ἐν τῇ κορυφῇ τῷ πρώ-
τῳ ὄρει, ἐκρεῖσιν ἐντεῦθεν· ἐξ ὃ γίνεται πηγὴ.

32. ΠΟΡΙΣΜΑ Σ'. Ἡ τῇ βάσει τῷ δοχείῳ γινο-
μένη καταβλίψις ἐκ ἐξήρτηται τῆς ποσότητος τῷ τῷ δο-
χείῳ ἐμπεριεχομένῃ ὕδατος· ἐξ γὰρ τὸ τῷ κώνῳ ΑΒΓ
(χ. 90) ἐμπεριεχόμενον ὕδωρ, τριτημόριον ὃν τῷ ἐν τῷ
κυλινδρῷ ΕΒΓΖ, ἐμπαι τῇ ΒΓ βάσει τῷ δοχείῳ κατὰ-
βλίψιν, ὅσην κᾶκεινο (24. Σ').

33. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Αἱ ταῖς βάσεσιν ἄρα διαφο-
ρων δοχείων γινόμεναι καταθλίψεις ὑφ' ὁμογενῶν ὑγρῶν
ἐν λόγῳ εἰσι συνθέτω ἐκ τῶν ὑψῶν ἔ τῶν βάσεων· εἰσι
γὰρ γινόμενα ὑπ' αὐτῶν, ὡς ἤδη δέδεικται.

34. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Ἐλάχιση ποσότης ὑγροῦ κα-
ταθλίψαι δύναται, ὅσον ἔ μεγίστη· φημί δὴ, ὡς ὕδωρ λί-
τρας μῆς πληρῆν τὸν σίφωνα AB (χ. 89) δύναται θλί-
ψαι τὴν βάση Βτ, ὅσον ἔ ὕδωρ λίτρων χιλίων· αὐτῷ
μόνον ἁ. τὸν σίφωνα AB λεπτότατον ἅμα ἔ μακρότατον
εἶναι, ὥστε χωρεῖν ὕδωρ λίτρας μῆς· β'. τῇ ἐπιφανείᾳ
τῆς Ββχτ βάσεως χιλιάκις ἐμπεριέχεσθαι τὴν μικρὰν βά-
σιν ΒΕ τῇ AB σίφωνος· φημί ἔν ὡς ὁ AB σίφων, ὁ λί-
τρας ἔλκων βάρος, ἐμποιήσει τῇ βάσει Ββχτ καταθλίψιν
λίτρων χιλίων, εἰ μόνον βραχύτι εἴη κενὸν τὸ Ββχτ με-
ταξὺ τῆς ἐνεσθῆν βάσεως τῇ δοχείῳ, ἔ τῆς ἐπικειμένης
ΕΖ. Δέδεικται γὰρ, ὅτι ἡ καταθλίψις παράγεται ὑπὸ
τῆς τῇ βάσει καθέτω εἰλης AB, ἔ τῆς κατὰ τὴν βά-
σιν ἐπιφανείας, καὶ αἱ ἄλλαι εἴλαι μέχρι τῆς ΣΑΓο
αἶρονται, καὶν μέχρι τῆς πρὸς τὸ δοκεῖν λαμβανομένης τα-
πεινότερας ἐπιφανείας ΤΙΚ· τὰντὸν ἄρα κρατήσει, καὶν ἡ
ἐπικειμένη ἐπιφάνεια ΕΖ ἀπέχοι ποσότητι ἔλαχίστη τῇ
ΒΕ ἀπὸ τῆς βάσεως Ββτχ· τῆς ἔν ὀριζοντίῳ ὕδατοφυῶς
εἰσάδοις, πυκνότητα τὴν ΒΕ, ὅσον ἄντις βύλοιτο, μικρὰν ἐ-
χύσεως, ἡ λίτρας μῆς εἴλη AB καταθλίψει τὴν βάση
Ββχτ, ὅσον ἔ ὕδωρ χιλίων λίτρων.

35. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ'. Ἐντεῦθεν ἄρα πλείστα φαινό-
μενα ἡ πειράματα ἐρμηνεύονται, ἐξαίσια δοκῶντα ἔ δυσ-
ανάπτυκτα.

ἁ. Σίφων ὀρειχάλκινος ὁ AB, μακρὸς, διάμετρον
μικρὰν ἔχων, ἡμίσεως φέρε δακτύλου, προσηρμόσθω ὅπῃ

τῇ Β τῆς ὑπερθεῖν ΒΔτ βάσεως, ὁποιοῦν ἔχοντος ὀχήμα, ἵδατος ἢ οἶνε πεπληρωμένῃ· β'. πληρωθήτω ἵδατος ἢ ΑΒ σίφων· ὅσον ἔν ᾧ εἴη σερρὸν τὸ δοχεῖον, θραυσθήσεται, εἴπερ ὁ σίφων, καίτοι λιτρῶν ἐνίων ὕδωρ περιέχων, εἴη μακρότερος, ἢ σέγειν τὸ δοχεῖον· ὁ δὲ λόγος τέτε σαφής· ἐπεὶ γὰρ ἐντῷ 89 ὀχήματι ἡ σήλη ΑΒ τείνει εἰς τὸ ἀποσπάσαι τὸ ἐπικάλυμμα Εδχ ἀπὸ τῆς βάσεως ΒΔτ ἰσχύϊ ἴσῃ τῷ γινομένῳ ὑπὸ ΑΒ ἢ τῆς ἐπιφανείας τῆς βάσεως, ἥπερ ἀντισταχῆσι πᾶσαι αἱ τῷ δοχεῖν ὕδατῶδεις σήλαι, τείνει δὴ εἰς τὸ ὑφῶσαι τὰς τῷ δοχεῖν ἐμπεριεχομένας ὕδατῶδεις σήλας εἰς ὕψος τὸ ΒΑ· αἱ δὲ, τῇ βίσει ἐπηρειδόμεναι, ἀπωθεῖσι πρὸς τὰ ἄνω ἕκαστω σημείον, καθ' ὃ ἄπτανται τῷ κατὰ τὸ δοχεῖον ἐπικαλύμματός· τείνουσιν ἄρα εἰς τὸ ἀποκρῦσαι τῆς βάσεως τὸ ἐπικάλυμμα κατὰ τὴν εἰρημένην ἰσύν· εἴαν ἔν ᾧ μῆκος ἔχη ὁ σίφων ἱκανόν, ἢ κατὰβλιψις ἀποκρύψει βιαίως τὸ ἐπικάλυμμα τῆς βάσεως· ἢ εἴπερ ἡ κατὰβλιψις πανταχῇ ἐπίσης μεταδίδεται, τὸ δοχεῖον θραυσθῆναι δύναται κατὰ τὰς πλευράς, ἢ ἐν γένει, ὅτε ἂν ἡ ἀφαιεσερῶν· τυτὶ τοῖνυν τὸ θαυμάσιον φαινόμενον ἐπτελείται ὑφ' ἵδατος λιτρῶν ἐνίων.

36. β'. Σίξας ὁ πέμπτος, ἐργάτας ἰδὼν ἐπὶ πολὺ διὰ κενῆς πονῆντας, ἵνα σήσωσιν ὀβελίσκην κατὰ κάθετον, ἐπέταξεν αὐτοῖς τὰ τὸν ὀβελίσκον ἔλποντα καλωδία καθυγράναι· ἐν τούτῳ τοῖνυν τῷ πάχους μὲν τῶν καλωδίων αὐξηθέντος, μειωθέντος δὲ τῷ μήκους, ἔση καθ' ἑαυτὸν ὁ ὀβελίσκος· τὸ γὰρ καλωδίον ὑγραίνόμενον ὀγκῶται, συσπλῆόμενον δὲ διὰ τούτο ἔλκει μέγισα βάρη.

Ἡσαύτως ἀποχωρῖσαι βυλομένοις μυλικὸν λίθον ἐξ ὄρεος τινός, περὶ αὐτὸν πρῶτον ἐντίθενται σφῆνες ξύλινος

ξηροί· μεθ' ὃ ὕδωρ τῶν σφηνῶν ἐπιχεῖται· τῷ δὲ ὕδατος ἰσχύϊ μεγάλη τὴς σφήνας ὀγκῦντος, ὁ λίθος τῷ ὄρει ἀποτέμνεται.

37. Πῶς ἄρα ἐπὶ τῶν δυοῖν τέτων πειραμάτων, ἡ ἀτειραριθμῶν τοιούτων, ἰσχύς προάγεται ἐξαισία ἐξ ἐλαχίστης ποσότητος ὕδατος; ἀλλὰ τὴν, ἣν εἴλη λεπτὴ ὕδατῶδης προάγει ἐν τῷ δοχείῳ ἰσχύς, εἴλη ἄλλη AB, πολλῷ ἐτι λεπτοτέρα (ἡ γὰρ διάμετρος τῆς εἴλης ἡδὲν, ὡς εἶδομεν, συντελεῖ) νῆμα φημι ὕδατῶδες ὑδύναται προαγαγεῖν ἐν μικρῷ μέρει τῷ καλωδίῳ, ἡ ἐπομένως σειρὰ συνεχῆς τῶν νημάτων τέτων ἐν ὅλῳ τῷ μήκει; εἰσὶτω γὰρ σχεδὸν κατὰ κάθετον νῆμα ὕδατῶδες τὸ AB τῇ τῷ καλωδίῳ ἐπιφανείᾳ· εἰσελθὼν ἔν εἰς τὸ μέσον διηθῆθήσεται εἰς χωρίον παράλληλον τῷ τῷ καλωδίῳ μήκει, ὅσον τὸ BT, ἡ τενεῖ εἰς τὸ ἀποχωρῖσαι ἀλλήλων τὰς τῷ καλωδίῳ ἐπιφανείας, ἡ τὴν αὐτῇ διάμετρον, εἰτ' ἔν τὸ πάχος αὐξῆσαι ἰσχύϊ, δηλούμενη σχεδὸν ἐκ τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῷ κατὰ τὸ νῆμα μήκους AB ἡ τῆς ὅλης ἐπιφανείας τῷ παραλλήλῳ χωρίῳ, εἰς ὃ τὸ νῆμα εἰσέδῃ, τῆς ἰσχύος, ἣν ἐμφαίνει μόνον τὸ μήκος τῷ ὕδατῶδες νήματος AB, τὸ ἄθροισμα ὕψους τῶν ἐφέλκυσεων, ἃς ὑφίσταται ἐκ τῷ καλωδίῳ, εἰτ' ἔν τὸ ἄθροισμα τῶν ὕδατῶδων μορίων τῷ ἐν τῷ νήματι· τὸ ἔν ὕδατῶδες νῆμα AB διὰ τὴν ἰδιαιτέραν τῷ καλωδίῳ ἐφέλκυσιν, εἰσὶν εἰς τὸ μικρὸν δοχεῖον τὸ ἐν τῷ καλωδίῳ, προάξει τὴν αὐτὴν ἰσχύς, ἣν καὶ τῷ μεγάλῳ δοχείῳ ABΓΔ, διὰ τὴν αὐτῇ βαρύτητα, ἡ τὴν γενικὴν ἐφέλκυσιν τῆς γῆς.

38. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι'. Ἡ κατάθλιψις, ἡ ἐφ' ἐκάστῳ τῶν κατὰ τὰς πλευρὰς τῷ δοχείῳ σημείων ὑπὸ τῷ ὑγρῷ τελευμένη, ἐκδηλῶται ὑπὸ τῆς καθέτου, τῆς ἀγομένης ἐκ

τῆς τε ὑγρῆ ἐπιφανείας ἐπὶ τὴν δι' ἐκείνου τῆ σημείω διη-
κυσαν ὀριζόντιον γραμμὴν, ἥ, εἰ ἐς ἔτω βεβλόμεθα, ὑπὸ
τῆ τῷ σημείῳ τῷ δε ἀντιστοιχέντος ὕψους· ὅσον ἡ κατὰ θλι-
ψις, ἡ πρὸς τῷ Θ γινομένη ὑπὸ τῆς AB σήλης, ἐκδη-
λεῖται ὑπὸ τῆς καθέτου σήλης ΑΘ· ἐὰν γὰρ ἡ ὀριζόντιος
γραμμὴ Θι ὑποτεθῇ σίφων τετρημένος, τοῖς ΑΘ, Γι συγ-
κεκολλημένος, ἡ κατὰ πλευρὴν πρὸς τῷ Θ ὑπὸ τῆς ΑΘ
σήλης γινομένη κατὰ θλιψις, ἐξήρκει ἂν πρὸς τὸ ὑψῶσαι
τὸ ὑγρὸν εἰς τὸ ὕψος ΙΓ = ΘΑ.

39. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΑ'. Ὅσῳ πυκνότερα εἰσιν ἡ AB
σήλη, τοσέτω ἀναλόγως αὖξει ἡ πρὸς τῷ Θ γινομένη
ὑπὸ τῆ ΑΘ αὐτῆς μέρους κατὰ θλιψις· ἰσῆται ἄρα ἡ κα-
τὰ θλιψις τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς εἰρημένης (38) καθέτου,
ἐς τῆς κατὰ τὸ ὑγρὸν πυκνότητος.

40. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΒ'. Ἡ ἄρα ἐν ταῖς δοχείοις ὑπὸ
τῶν ὑγρῶν γινομένη κατὰ θλιψις αἰεὶ πολλῶν ἐσι μείζων τῆς
ὑπὸ τῶν στερεῶν· τὰ μὲν γὰρ στερεὰ μόνην καταθλίβει
τὴν βάσιν· τὰ δὲ, πρὸς τῇ βάσει ἐς τὰς παραπλεύρους
ἐπιφανείας· πῆς φέρε κυβικὸς μολίβδου, δοχείῳ στερεώτη-
τα κυβικῆ ποδὸς ἔχοντι ἐντεθείς, μόνην τὴν βάσιν αὐτῆ
καταθλίβει· χωνευθεὶς δὲ, α'. καταθλίβει τὴν βάσιν, ὅ-
σῳ ἐς πρότερον· β'. ταύτῃ τῇ καταθλίβει προσθήσῃ ἐς
τῆν, ἣν ἐμποιεῖ ταῖς ἐντὸς πλευραῖς· ἄγγος ἔν ἄνωθεν
ἐπὶ τὰ κάτω μηκυνόμενον, ἐς ὕδατος πληρούμενον, διαρρήα-
γῆσεται τὰς πλευρὰς, εἰ μὴ εἴεν ἀναλόγως τῇ ἐκ τῆ ὕ-
ψους καταθλίβει στεγανὰ· ποταμὸς δ' ἄφω πλημμυρῶν, τὰ
χειλῇ σφοδρὰ καταπιέζει, ἐς πολλάκις δὲ ἐς κατακρημνίζει.

41. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΓ'. Ἐν δυσὶν ἡ πλείοσι δοχείοι-
σι, κοινῶν ἐσιν ἀλλήλοις, τὸ ὁμογενὲς ὑγρὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς
γίνεται ἐπιφανείας· ὥσπερ, πότε γὰρ δοχεῖα τοιαῦτα πα-

ρασαθῆναι δύνανται διὰ τῶν σιφώνων AB , $\Gamma\Delta$, $\sigma\tau$, κτλ. (χ. 89)· ἀλλὰ μὴν δέδεικται τὴν ἐν ἅπασιν τέτοις ἐπιφανείαν τῷ ὑγρῷ διατάττεσθαι κατὰ τὴν ὀριζόντιον $\Sigma\Lambda\Gamma\Lambda\sigma$, ἢ κατὰ τὴν $\Theta\iota\kappa$, εἰ μόνον ἰσοῦς εἴεν οἱ σίφωνες, ὁποῦν ἂν πότ' ὥσι σχήματος (15)· ἄρα ἐν ἅπασιν τοῖς δοχείοις τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνεταί· ταύτη δὲ τῇ ἀρχῇ εἴη ἡ δι' ὕδατος κατασκευαζομένη χωρὶς εὐθεία (Γεωμ. 591, 592. Τόμ. Γ.) ἐπεριδεσθαι.

42. ΠΟΡΙΣΜΑ ΙΔ'. Τῷ ὑγρῷ ἐν δοχείῳ ἐνὶ, ἢ πλείοσιν, ἀλλήλων κοινωνήσιν, ἀντιρρόπεντος εἰς καθηρέμεντος, εἰ μία εὐθεία ἀφ' ἧς κινήσῃ, τῆς καταθλίψεως αὐξήσεως, ἢ μειώσεως, ἢ ἀισότης τῆς καταθλίψεως μεταδοθήσεται εἰς τὰς ἄλλας· ἄλλης γὰρ ἀνιέσεως, ἄλλης κάτεισι, εἰς ἀντιρρόφους, σειρὰς ἀναλινήσεων γινομένης αἰεὶ, ὑπελαττωμένων ἡρέμα μέχρι τῆς ἐντελῆς εὐθείας· αἰεὶ ποτε δὲ ταῦτα τοῖς ὑγροῖς ἐπισυμβαίνειν ὁρώμεν.

43. Ἐξω γὰρ δοχεῖον σύνθετον ἐκ τριῶν σιφώνων AB , $B\Delta$, $\Gamma\Delta$, εἰς ὕδωρ ἐν αὐτῷ ἀναβαινέτω πρῶτον μέχρι τῆς ὀριζοντίου $\Theta\iota$ · ἡ ἐξήκω δὲ ἀφ' ἧς ἢ κατὰ θλίψιν τῆς ΘB εὐθείας, ἐγχεομένου ἐτι ὀλίγου ὕδατος· βαρυτέρα ἐν αὐτῇ καθισταμένη τῆς $\Delta\iota$, ἀναβιβάζει ταύτην, ἢ δὲ τὴν $B\Theta$ ὡσαύτως· ἢ δὲ τρίτη αὕτη κινήσῃσα ἅπαξ καὶ ἀνελθούσα ὑπὲρ τὴν ἐπιφανείαν, ἐφ' ἧς εἰσιν αἱ ἄλλαι, διὰ τῆς προσκηθείσης κινήσεως κάτεισιν αὐθις, εἰς ἀνωθεὶ τὰς ἄλλας δύο· αἱ δὲ αὐθις τὸ αὐτὸ ἐκ διαδοχῆς ποιῶσι τὴν τρίτην, κακτύτερον ἀνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω ἀναλινήσεις ἀναφύονται ἅπειροι, εἰ μὴ ἐτρέποντο πρὸς τὰς πλευρὰς τῶν σιφώνων (ἢ δὲ τριβὴ πρὸς ἀλλήλας γίνεταί, ὅταν ἀμέσως ἀλλήλων ἐπιφύωσιν αἱ ὑδατώδεις εὐθεῖαι), εἰ ἢ ἐκ τῷ αἵρεσι ἀντίστασις μὴ ἡλάττω τὴν προσγινομένην σφίσι.

Τόμ. Ε'.

R

ἐν τῷ κατιέναι ταχύτητα· διὰ τὴν τριβὴν μέντοι ἔτι τὴν
 τῷ αἵματι ἀντίστασιν αἰεὶ ὑπελαττύνεται αἱ ἀναλικνήσεις,
 ἔστ' ἂν, ἐν ἣ ἂν δέοι, σὺν τῷ προσενθέντι ὕδατι ἐπὶ τῆς
 αὐτῆς ὀριζοντίως γένωνται αἱ ὑδατώδεις σήλαι ἐπιφανείας.

44. ΣΧΟΛΙΟΝ. Διακρίτεον δὲ τὸ βάρος, τὸ αἶρον
 μόνον τὴν κινήτην βάσιν δοχεῖν μὴ πρισματικῷ τῷ ΣΒΤο
 (χ. 89), ἢ ΑΒΓ (χ. 90), τῷ βάρεσι, τῷ ὅλον τὸ δοχεῖον
 ἐν αἵματι βασιάζοντος, καὶ ἐξαιροῖτο τὸ τῷ δοχεῖν βάρος·
 τὸ μὲν γὰρ βασιάζει ἀκριβῶς πρίσμα, ἢ κύλινδρον ἰσοϋ-
 ψῆ τῷ δοχεῖν, ἔτι τὴν αὐτὴν ἐκείνῳ βάσιν ἔχοντα· τὸ
 δὲ δεύτερον, τὸ ἀπόλυτον βάρος τῆς τῷ δοχεῖν ἐμ-
 περιεχομένου ὑγρῆ ποσότητος· ὁ γὰρ ἀνέχων, τῇ μὲν τῶν
 χειρῶν τὸ κωνικὸν δοχεῖον ΑΒΓ, πατέρει δὲ τὸ κυλιν-
 δρικὸν ΕΒΓΖ, ἁμῶς ὕδατος ἐμπλεῶ, ἰσοϋψῆτε ἔτι
 τῆς αὐτῆς βάσεως βεβηκότα, βάρεσι τριπλασίῳ ἐν τῷ
 δευτέρῳ, ἢ ἐν τῷ πρώτῳ, αἰσθάνεται· ἢ γὰρ τῆς κατι-
 θλίσσεως τῶν ἐν τῷ κώνῳ σήλων ὑπεροχή, ἢ περ αἱ σῆ-
 λαι τείνουσιν ἀνελθεῖν εἰς τὴν τῷ κώνῳ κορυφὴν, ἀφανίζε-
 ται ὑπὸ τῆς συστολῆς τῆς βάσεως ἔτι τῶν πλευρῶν· ἀλλ'
 ὅς ἂν ᾔρῃ βυβληθεῖν τὴν κινήτην τῷ κώνῳ βάσιν, παρὰ
 τὴν ἀπόλυτον τῷ ὑγρῷ βαρύτητα βασιάζει ἔτι τὴν τῷ ὑ-
 γρῷ ἰσὺν, καθ' ἣν τῇ βάσει ἐνισχυρίζεται διὰ τὴν ἐκ τῶν
 πλευρῶν ἀντίστασιν, καθ' ἣν αὐτὰς καταθλίβει, ἵν' ἀπο-
 κρῶσιν αὐτὰς, τὰς σήλας ἰσοϋψεῖς τῇ ἐν τῷ ἄξονι τῷ
 κώνῳ ἀπεργάσῃται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ ἑτερογενῶν ὑγρῶν.

45. ΘΕΩΡΗΜΑ. Δύω ἑτερογενῇ ὑγρὰ ἀντιρρό-
πήσουσιν, ὅταν ὡς τὰ ὕψη αὐτῶν ἀντιστρόφως ὡς αὐτῶν
αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες. •

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ βεβαιότατον μέσον τῶν φυσικῶν γνῶ-
σεων, ἡ πείρα, ὥτως ἡμᾶς βεβαιῶσι· ἴσμεν γὰρ τὸν ὑδράρ-
γυρον δεκατετραπλασίως ὄντα τῷ κοινῷ ὕδατος βαρύτε-
ρον· ἀλλ' ἐὰν ληθῇ τῷ ΑΘΒ ὀρθῷ σίφωνος τὸ ΒΘ = $\frac{1}{4}$
τῷ ΑΘΒ, ἢ ἐπομένως = $\frac{1}{4}$ τῷ ΓΔ, ἢ ὕδωρ ἐγκυβῇ
τῷ ΓΔ, ἐς ὅπερ ἀνέλθαι εἰς τὸ Θ ὁ ἐν τῷ ΑΒ ὑδράρ-
γυρος, τὸ ὕδωρ ἀναθήσεται μέχρι τῷ Γ, ἢ αἱ δύο σή-
λαι ἡρεμήσουσιν· ἐνταῦθα ἄρα τὸ ὕψος τῷ ὑδραργύρου πρὸς
τὸ ὕψος τῷ ὕδατος, ὥσπερ 1 εἰδικὴ βαρύτης τῷ ὕδατος:
14 εἰδικὴν βαρύτητα τῷ ὑδραργύρου.

Α'λλὰ ἢ ἐκ τῶν προειρημένων δαίκεται· ἡ γὰρ σή-
λης ἰγρῆ κατὰ θλίψιν ἴση τίθεται τῷ αὐτῆς ὕψει, ὅτι τὸ
ἄθροισμά ἐστι πασῶν τῶν καταθλίψεων, ἢ βαρυτήτων, τῶν
ἐκ τῶν μορίων τῷ ἰγρῷ τῶν κατὰ κάθετον διὰ ὅλου τῷ ὕ-
ψους διατεταγμένων· ὅσῳ δὲ πλείω βαρύτητα εἰδικὴν τὰ
ἰγρὰ ἔχει, τοσούτω τὸ ὕψος ἀναλόγως, τῶν ἰσαριθμίων
μορίων βραχύτερον· ἐχέτω γὰρ ἡ εἰδικὴ τῷ ὑδραργύρου
βαρύτης πρὸς τὴν τῷ ὕδατος :: 14 : 1, τῷτ' ἔστιν ἐν τῷ
αὐτῷ ὀγκῷ ἔσω δεκατετραπλασίως ἐκείνους τύτου βαρύ-
τερος· ἐντεῦθεν ἄρα δῆλον, ὅτι ὑδραργύρου μορίων ἰσ-
αριθμίων ὕδατος μορίοις ὁ ὀγκος ἔσται ὑποδεκαπλάσιος τῷ
τέτῳ· ἴν' ἄρα ἡ κάθετος σήλη τῷ ὑδραργύρου, δι' ἧς ἐκ

τιμάται ἡ τῶν ὑγρῶν καταθλίψις, τόσα βαρέων μορίων τῷ ὑδραργύρῳ περιέχει, ὅσα εἰς ἡ τῷ ὕδατος, ἑκατέρων τὴν αὐτὴν ἔχουσιν διάμετρον, ταύτην ἐκείνης ἀνάγκη δεκατετραπλάσιον ὑπάρχειν τῷ μήκει· τὰ ὕψη ἄρα τῷ ὕδατος, εἰς γένει τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν κτλ. Ο.Ε.Δ.

46. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Αἱ πρὸς ταῖς βάσει τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἕκτε τῶν βάσεων εἰς τῶν ὑψῶν εἰς τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων· ἐπὶ γὰρ τῶν ὁμογενῶν εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῶν βάσεων εἰς τῶν ὑψῶν (33)· ἄλλωμὴν δὴλον, ὡς εἶπερ, δεῖν ἰσαλλήλων τὰ τε ὕψη εἰς τὰς βάσεις δοθέντων δοχείων, εἰ πρὸς ὁρθὰς ἰσαμέων, ἢ τῷ ἐν θατέρῳ ὑγρῷ εἰδικὴ βαρύτης εἴη διπλῇ, τριπλῇ κτ. τῆς τῷ ἐν θατέρῳ, εἰ ἡ ἐκείνη καταθλίψις τῆς τέτε εἶναι διπλῇ, τριπλῇ κτλ· ἄρα τῷ κατὰ τὰς βάσεις λόγῳ, ἐπὶ τὸν τῶν ὑψῶν πολλαπλασιασθέντος, ἐκπύουται ἐκπολλαπλασιάσαι τὰ γινόμενα εἰς ἐπὶ τὸν λόγον τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων· εἰ δὲ αἱ πρὸς ταῖς βάσει τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἰσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῶν βάσεων, τῶν ὑψῶν, εἰς τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων.

47. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Αἱ εἰδικαὶ βαρυότητες δυοῖν ἑτερογενῶν ὑγρῶν ἀνάλογον ἔχουσιν ταῖς αὐτῶν πυκνότησι· τὸ γὰρ τὸν ὑδραργύρον ἐν τῷ αὐτῷ ὄγκῳ δεκατετραπλάσιον ἔχειν βαρυότητα εἰδικὴν τῆς τῷ ὕδατος, τ' αὐτὸν εἶναι ἐπίσης εἰς τὸ ἔχειν πυκνότητα δεκατετραπλάσιον τῆς τῷ ὕδατος· αἱ ἄρα πρὸς ταῖς βάσει τῶν ἑτερογενῶν ὑγρῶν καταθλίψεις εἰσὶ εἰς ἑν λόγῳ συνθέτῳ, ἕκτε τῶν ὑψῶν εἰς τῶν βάσεων, εἰς τῶν κατ' αὐτὰ πυκνοτήτων.

48. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τῶν ἄρα βάσεων ἰσαλλήλων

ὑψών, αἱ καταβλίψεις ἔσονται ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τε τῶν ὑψών καὶ τῶν πυκνοτήτων (Συμβ. Λογ. 307. Τόμ. Α').

49. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Δυσὶν ἐτερογενῶν ὑγρῶν ἀντιρροπέντων, αἱ αὐτῶν ἐπιφάνειαι ἑδὲ ποτε ἔσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας.

50. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Ἐὰν ἕκτινος αἰτίας κινήσῃ ἡ εἰδικὴ βαρύτης μιᾶς μόνης σήλης, τῆς ἐν τοῖς ὑγροῖς ἀντιρροπίας παυομένης, πᾶσαι αἱ σήλαι, ἐλεύθεροι ἔσσαι, κινήσονται· ὅσον ἡ ΑΒ σήλη, ἀντιρροπῶσα ταῖς ἄλλαις Δι, ΤΚ, βαρυτέρα ἑαυτῆς ἄφω γενομένη, κἂν τὸν ὄγκον μὴ μεταβληθῇ, ἀνυψώσει τὰς σήλας Δι, ΤΚ, καὶ πάσας τὰς ἄλλας, ὧν ἔχει κοινωσίαν, ὡς τὸ νέον ὕψος ἐκείνης πρὸς τὸ τῆς ΑΒ ἔχειν, ὡς ἡ νέα εἰδικὴ βαρύτης τῆς ΑΒ πρὸς τὴν εἰδικὴν ἐκείνης τῶν ἄλλων βαρύτητα· ἐὰν δὲ τὴν ἀντίον ὑπομειωθῇ τῆς ΑΒ σήλης ἡ εἰδικὴ βαρύτης, αἱ καταβλίψεις ἐκείνης τῶν λοιπῶν, ὑπερβάλλουσαι τὴν τῆς ΑΒ, εἰς ὕψος μείζον ἐκείνην ἀρῶσιν, αὐταὶ κατερχόμεναι εἰς ἥττον.

51. ΠΟΡΙΣΜΑ Σ'. Ἐντεῦθεν ἄρα πολλῶν φαινομένων ἀναπηγάξει ἡ ἀνάπτυξις· κείνων ὅν ἡμῖν ἔνια εἰς ὑπόδειγμα.

α'. Ἐῶ τοῦ ΣΒτο δοχεῖον ὕδατος περιεκτικὸν μέχρι τῆς ὀριζοντίου γραμμῆς ΘΙΚ, καὶ ἐπιτεθείτω πυρὶ· τὸ ὅν ἐνερθεὶν μέρος Δ τῆς τοῦ ὕδατος σήλης Δι λίαν διασέλλεται καὶ μαυᾶται ὑπὸ τῆς τοῦ πυρὸς ἐνεργείας, καὶ, ὡς εἶπεν, εἰς ἀτμοὺς ἀναλύεται, τῶν ἄλλων σηλῶν ΘΒ, ΙΚ, ἑλαττον μαυομένων· ἡ τοίνυν Δι σήλη, εἰδικῶς κεφοτέρα γινομένη τῶν ἄλλων ΘΒ, ΙΚ, ἀναγκαίως ὠθημένη ὑπὸ τῶν ἄλλων, αἴρεται ἱερθεὶν τῆς ὀριζοντίου ΘΙΚ, τῶν ἄλλων κατερχομένων αὐτῆς ἐνερθεὶν· ἀλλὰ τὰ ὑπεράνω τῆς ΘΙΚ

ὑψώμεντα μέρη τῆς Δι, κατὰ πλευρὰν ἡμισὶ βασαζόμενα, διὰ τὴν ἰδίαν βαρύτητα καταπίπτουσιν ἐπὶ τῶν προσεχῶν οἱ σήλων· ἐν τούτῳ δὲ τὰ κατώτατα μέρη τῶν περὶ τὴν Δι σήλων ἀντικαθίστανται τῶν κατωτάτων μερῶν τῆς Δι σήλης, τῶν ἀλληλοδιαδόχως κάτωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω ὑπὲρ τὸ ἀιρομένων. Τὸ δὲ περὶ τῆς Δι σήλης εἰρημένον νοητέον ὡσαύτως ἔξ περὶ τῶν ἄλλων σήλων ἐκείνης, ἥς τὸ κατώτατον μέρος μᾶλλον τι μοιμάνωται τῷ τῆς οἱ προσεχῆς· ὅτως ἐν συνεχῶς διαφθαρήσεται τὸ μεταξὺ διαφόρων σήλων ἀντίρροπον· ἔξ ὁρᾶν ἐξέρχαι, τὰς μὲν τῶν σήλων ἀνιέσας, τὰς δὲ κατιέσας ἀμοιβαδόν πως, ἄνευ μὲντοι μονίμης τάξεως· ἐντεῦθεν ἄρα μεγίστη ἐναποτίκτεται τῷ ὑγρῷ κίνησις, ἣ αἱ σήλαι ἔχ' ὅπως ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας γίνονται, ἀλλ' ὥσπερ ὄρη ἔξ λόφους ἔξ κοιλάδας ἔξ ἀνωμαλίας παντοίας σχηματίζουσι· τούτ' ἐσιν οὖν, ὅ καλεῖμεν τῶν ὑγρῶν ἀνάζεσιν.

§2. β'. Ἀνάπτω πῦρ ἐν τῇ ἐμαυτῷ ἐσίᾳ· τέως μὲν οὖν ὁ ἐν τῷ θαλάμῳ αἷρ, ἔξ ὁ περὶ τὸν θαλάμον, ἔξ ὁ ἐν τῷ τῆς καμίνου ὀχετῷ, ὁμογενεῖς, εἴτ' οὖν ἰσόπυκνοι, ἦσαν· θερμαινθέντος δὲ τῷ περὶ τὸ πῦρ αἵρος, εἴην ἡ ἐν τῇ καμίνῳ αἰρωδῆς σήλη ὑποτεθῇ ἡ ΔΓ, ἔξ ἐκτὸς τῷ θαλάμῳ σήλη αἰρωδῆς ἡ ΑΒ κοινωνῦσα τῆς ΔΓ δι' ὅπῃς τινος, θυρίδος φέρε τῷ θαλάμῳ, ἐπεὶ περ τὸ κατώτατον μέρος Δ τῆς ΔΓ σήλης λίαν ὑπὸ τῷ πυρὸς διασέλλεται ἀραιούμενον, ἡ ΔΓ εἰδικῶς κεφοτέρα τῆς ΑΒ καθίσταται· ἡ τοίνυν ΑΒ αἶρει τὴν ΔΓ, ἔξ ἐπεὶ τὰ τῷ ΑΒΔ ῥευσθὲ μόρια ἀντικαθίσταται τῶν τῆς ΔΓ αἰρομένων συνεχῶς ἐπὶ τὸ Γ, ὅπερ ὑποτιθέμεθα κορυφὴν τῷ τῆς καμίνου ὀχετῷ· α'. εἶσαι ῥεῦμα συνεχὲς αἵρος, φερόμενον διὰ τῷ ΑΒΔΓ χωρὶς· β'. ἄνεμος, μᾶλλον ἢ ἥττω ἐπαιωδῇ.

τὸς, πνεύσει ἐν τῇ θυρίδι Β, καὶ ἢ ὁ ἐκτὸς ἀήρ ΑΒ κοι-
νωεῖ τὸ ἐντὸς ΒΔΓ· γ'. ἄνθρωπος, πρὸς τῇ κορυφῇ Γ
τῆς καμίνου ἐσὼς, ἀνέμῳ σφοδρωτέρῳ αἰσθάνεται πνέοντος·
τὰ γὰρ μόρια, τὰ συνεχῶς ἐπὶ τὰ ἄνω κάτωθεν ἀνιόντα,
ὃ μόνον ἀπεργάζονται τὴν ΓΔ σήλην κυφωτέραν τῆς ΑΒ,
διὰ τῆς ἀραιώσεως, ὡς ἐν τοῖς ἐφεξῆς ὀψόμεθα, ἀλλ' ἐ-
λασιώτερα γινόμενα ὑπὸ τῷ πυρὸς, ἰσχυρῶς σπενδυσιν
ἐξελθεῖν, ὅταν πρὸς τῇ κορυφῇ τὸ ὄχευθ' γένωνται· ἔτω
πεῖρα ἡμᾶς ὁσημέραι διαθεβαίωσι.

γ'. Α' παρατετήρηται ἐν τῷ ἀναζέοντι ὕδατι αἰ-
ποτε κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον ἐπισυμβαίνοντα καθορᾶται
τῇ ἀτμοσφαίρᾳ· φ. γὰρ φωστὴρ ἐκ διαδοχῆς δι' ὥρων τεσ-
σάρων πρὸς ταῖς εἰκοσι, διαφόροις τῆς γῆς τόποις ἐπερ-
ειδόμενος, ἢ ἐπομένως διαφόροις τῆς ἀτμοσφαίρας τόποις,
τοῖς ἐξ αἰατολῶν πρὸς δυτμὰς κειμένοις, διαθερμαίνει ἄλ-
λον ἐξ ἄλλου· ἡ σήλης ἄρα ἀερώδης, χώρα τινὶ ἀντιστοιχέ-
σης, θερμότης αἰεὶ προχωρεῖ, πρῶτον μὲν αὖξισα, εἴτα
μειυμένη, ἐπὶ τῷ ὥρῳ 24 χρονικῇ διαστήματος· ἐντεῦθεν
ἄρα, α'. ἡ τῆς ἀτμοσφαίρας ἐπιφάνεια ὑδέπεται κυρτῇ
ἀκριβῶς εἶναι δύναται, καθὰ δὴ ἢ ἡ τῷ ἀναζέοντος ὕδα-
τος· β'. τῶν κατὰ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν αἶρα σήλῶν αἰεὶ
τῆς ἀντιρρόπιας ἐκπιπτησῶν, αἰεὶ κίνησιν ἐν αὐταῖς εἰκὸς
διεγείρεσθαι, ἥτοι ὅτι ἐκαστὴ σήλη, κυφωτέρα γινομένη,
ἀνεισι, ἢ τρίβει τὰς ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κατιύσας προσ-
εχεῖς οἱ σήλας, ἢ ὅτι ἡ κορυφὴ αὐτῆς, ὑψηλοτέρα γι-
νομένη, ῥέει ἐπὶ τῶν προσεχῶν οἱ ταπεινότερων σήλῶν, τῶν
ἐκείνην συνεχῶς αἰρυσῶν· ἢ τελευταίων, ὅτι τὰ κατὰ
τὰς προσεχεῖς σήλας μόρια κινεῦνται εἰς τὸ καταρχεῖν τὸν
χωρὸν τῶν ἀνιόντων, ὥσπερ ἀμέλει συμβαίνει τῇ ἐκτὸς
ΑΒ σήλῃ, ἣτις σπενδύει ἀντικατασταθῆναι τῶν ἀεραρχμέ-

νων μαρίων τῆς ἐν τῇ καμίνῳ ΔΓ σήλης, πυρὸς ἀναπτο-
μένῳ· γ'. ἄνεμον ἀποτελεσθῆναι εἰκὸς, εἴτ' ὅν μετάβασι
ἀέρος ἀπὸ τόπου εἰς τόπον, ἐν τῇ ἀτμοσφαίρᾳ, ὥσπερ ἀπο-
τελείται ἔντε τῇ Ε Δυρίδι, καὶ τῇ καμίνῳ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ τῆς ἀπὸ τῶν δοχείων, οἷς ἔνεστιν, ἐκρεύ-
σεως τῶν ὑγρῶν.

53. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐὰν δοχεῖον, ὁποῖον ἐν τῷ σχῆμα,
τὸ $\Psi\text{Β}\tau\upsilon$ (σχ. 89), ὅπου πότε ἂν διατρηθῇ, εἴτε ἐν τῇ βί-
σει κατὰ τὸ Δ, εἴτε ἐν τῇ πλευρᾷ κατὰ τὸ Κ, ἢ ο,
ὅσον ἂν εἴη τὸ τῆς ὀπῆς μέγεθος, τὸ ποσὸν τῆς τῷ ἐκ τῆς
ὀπῆς ἐξιόντος ὑγρῷ κινήσεως, εἶσαι αἰεὶ ἴσον τῷ γινομένῳ
ὑπὸ τῷ τῇ ὀπῇ συσφιχέντος ὕψους, καὶ τῆς τῷ ὑγρῷ πυκνό-
τητος, καὶ τῆς κατὰ τὴν ὀπὴν ἐπιφανείας.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ ἐφ' ἐκάστῳ τῶν κατὰ τὰς ἐσωτε-
ρικὰς ἐπιφανείας τῷ δοχεῖν σημείων ὑπὸ τῷ ὑγρῷ τελευ-
μένη κατάθλιψις ἰσθῆται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς καθέτου τῆς
ἀπὸ τῆς τῷ ὑγρῷ ἐπιφανείας ἐπὶ τὸ σημεῖον τῷτο ἀγο-
μένης, καὶ τῆς τῷ ὑγρῷ πυκνότητος (39). ἄρα δύναται ἡ
κατάθλιψις αὕτη τὸ γινόμενον ὑπὸ τῷ τῷ σημείῳ τῷτῳ
ἀντισφικέντος ὕψους, καὶ τῆς τῷ ὑγρῷ πυκνότητος, καὶ τῷ
ἀριθμῷ τῶν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ὀπῆς συντιθέντων σημείων,
εἴτ' ἐν τῇ κατὰ ὀπὴν ἐπιφανείᾳ· ἀλλὰ μὴν ποσὸν κινή-
σεως ὑγρῷ, ἐξ ὀπῆς τῆς Θ ἐξιόντος, ἢ τῆς κατάθλιψως
ἐστὶν ἐνέργεια, ἣπερ δῆλον· ἄρα τὸ ποσὸν τῆς κινήσεως
κατὰ, Ο. Ε. Δ.

54. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Η' ποσότης τῆς κινήσεως ὑγρῶ, ὃ δοχεῖον ἐκρέει, ἐν λόγῳ ἐστὶ συνθέτω ἐκ τῆ ὕψους τῆ τῇ ὀπῇ ἀντιστοιχούντος, καὶ τῆς τῆ ὑγρῶ πυκνότητος, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς ὀπῆς· ἐστὶ γὰρ, ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τέτων τῶν τρῶν ποιητῶν (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α').

55. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐὰν μὲν τὰ ὕψη καὶ αἱ πυκνότητες ᾖσιν αἱ αὐταί, αἱ ποσότητες τῶν κινήσεων εἰσὶν αἱ αὐταί· ἐὰν δὲ τὰ ὕψη καὶ αἱ ὀπαί, ὡς αἱ πυκνότητες· ἐὰν δὲ αἱ ὀπαί καὶ αἱ πυκνότητες, ὡς τὰ ὕψη· δυνάμει γὰρ ἐκ τριῶν ποιητῶν γινόμενα, ἐὰν, πλὴν ἐνός, ἰσάληται ᾖσιν οἱ ποιηταί, εἰσὶν ὡς οἱ ἀνισοὶ ποιηταί· καὶ γὰρ ααβ : ααβ :: δ : β (Συμβ. Λογ. 233, 307. Τόμ. Α').

56. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν τὰ δοχεῖα ἀκριβῶς ᾖσι πεπληρωμένα ὁμογενῆς ὑγρῶ, ἡ ποσότης τῆ ἐκρέοντος, ἐν λόγῳ ἐστὶ συνθέτω ἐκ τῆ τῶν ὀπῶν, καὶ τῆ ὑποδιπλασιασίου τῶν ὑψῶν, καὶ τῆ τῶν χρόνων.

α'. Η' ποσότης τῆ ἐκρέοντος ὑγρῶ εἰσὶν ὡς ἡ ὀπή· τὸ γὰρ ὑγρὸν ἐκ ἐκρέει τάχιον δι' ὀπῆς μείζονος, ἢ δι' ἐλάττωτος, ὅτι ἡ ταχυτής ἐκάστου τῶν ἐκ τῆς ὀπῆς ἐξιόντων μολίων ἀποτελεσματὶ ἐστὶ τῆς τῇ ὀπῇ ἐπιδρωμένης καταστάσεως· ὅσῳ ἄρα μείζων ἡ ὀπή, τοσούτω ἀναλόγως ἐκρέουσι μόρια πλείω ὑδατώδη· τῶν ἄλλων ἢ τῶν αὐτῶν μενόντων, τὰ ἐκδιαφόριον ὀπῶν ἐκρέοντα τῶν ὑγρῶν ποσὰ εἰσὶν ὡς αἱ ὀπαί.

β'. Τὰ ποσὰ τῶν ἐν διαφόροις ὕψεσιν ἐκρέοντων ὑγρῶν, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ἐν ὑποδιπλασιασμίᾳ εἰσὶ λόγῳ τῶν ὑψῶν· εἶδομεν γὰρ, ὅτι τὸ ποσὸν τῆς κινήσεως ὑγρῶ, ἐκρέοντος ὀπῆς δεδομένης, ἀνάλογον εἶναι τοῖς ὕψεσι (53)· ἐντεῦθεν ἄρα τὸ ποσὸν τῆ ὑγρῶ ἀναγκαίως εἶναι ἀνάλογον, τοῖς μὲν ὕψεσιν ὑπὸ, ταῖς δὲ

τοι τετραγωνικαῖς τῶν ὑψῶν ρίζαις· πάνυ εἰκότως· καὶ γὰρ τὸ ποσὸν τῆς τῷ ὑγρῷ κινήσεως γίνεται ὑπὸ τῆς μάζης, εἴτ' ἐν τῆς ποσότητος τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ, ἢ τῆς αὐτῇ ταχύτητος· τὸ ἄρα ποσὸν τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ ἔστιν ὡς ἡ ποσότης τῆς κινήσεως, ἢ τὸ ἐπομένως ὡς ἡ κκ. τάβλιψις, ἢ τὸ ὕψος τῆς σήλης, ἀλλ' ὡς τὸ πηλίπον, τὸ πρὸν διαιρέσει τῷ τῆς κινήσεως ποσῷ διὰ τῆς ταχύτητος (Α'ριθμ. 108)· α'. ἄρα ἔδεν ξένον, εἰ τὸ ποσὸν τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ μὴ εἴη ἀνάλογον τοῖς ὑψεσι· β'. ἀριθμὸς ὁ ἐμφαινὼν τὴν τῷ ἐν χρόνῳ δεδομένῳ ἐξ ὅπῃς τῆς αὐ. τῆς ἐκρέοντος ὑγρῷ ποσότητα, ἢ τὴν αὐτῇ ταχύτητα, ἔσται ρίζα τῷ ὕψος τετραγωνικῇ· ἔσω γὰρ τὸ ὕψος 4ρβ = Θβ· ἡ τοίνυν ποσότης τῆς κινήσεως τῷ τῆς β ὅπῃς ἐξίοντος ὑγρῷ κατὰ τὴν βρ κατὰβλιψιν τετραπλάσιος ἔσται, προαγομένης ὑπὸ τῆς Θβ κατὰβλίψεως· φημί ἔν, ὅτι ἡ τῷ τῆς β ὅπῃς ἐκρεῖσοντος ὑγρῷ ποσότης ἔσται διπλάσια, ὡσαύτως δὲ ἢ ἡ ταχύτης αὐτῇ διπλάσια, ἐκατέρωτε ὡς ἡ τετραγωνικῇ τῷ 4 ρίζα· ἐν γὰρ ἡ κατὰβλιψις Θβ ἐξάγη διὰ τῆς β ὅπῃς λίτραν φέρε ὕδατος μίαν εἰ ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, ἵνα ἡ ρβ κατὰβλιψις ἐξαγάγῃ δύο λίτρας ἐν ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ, ἀνάγκη τὰς δύο ταύτας λίτρας τῆς ὅπῃς ἐκρεῖσθαι τὴν ἑτέραν μετὰ τὴν ἑτέραν· ἀλλὰ μὴν λίτρας δύο τῆς αὐτῆς ὅπῃς ἐκρεῖσθαι τὴν ἑτέραν μετὰ τὴν ἑτέραν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ἢ λίτρα μία, ἀδύνατον, εἰ μὴ ἔχουσιν ταχύτητα διπλάσιαν τῆς, ἣν ἔχει λίτρα μία· ἢ λίτραι δύο, πολλαπλασιαζόμεναι ἐπὶ ταχύτητα διπλάσιαν, παρέχουσι ποσότητα τετραπλάσιαν τῆς, ἣν παρέχει λίτρα μία, πολλαπλασιαζόμενῃ ἐπὶ ταχύτητα ὑποδιπλάσιαν, εἴτ' ἐν 1· ὅγλιν ἄρα ὅτι ὁ ἀριθμὸς 2, ὁ τῆς ποσότητος τῷ ὑγρῷ ἐκφαστορικὸς,

ἐν ὁ 2, ὁ τῆς ταχυτῆτος, τετραγωνικαὶ εἰσι ρίζαι τῆ ὕψους 4.

Ἐφόδω δὲ ὁμοίᾳ συλλογισμῷ πεισόμεθα, ὡς εἶπερ εἴη $\beta\rho = \rho\Theta$, τὸ πρὸν τῆ τῆς β ὅπῃς ἐκρεύσαντος ὕγρῳ ἐν δεδομένῳ χρόνῳ κατὰ τὴν κατάθλιψιν $\beta\rho$, ἔσαι τριπλάσιον τῷ ἐκρέοντος τῆς αὐτῆς ὅπῃς β ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ κατὰ τὴν κατάθλιψιν $\Theta\beta$. ἢ γὰρ ἐκρεύσειεν ἂν τῆς β ἐκτὸς ὕδωρ λιτρῶν τριῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ἐκρέει ἢ μίᾳ μόνῃ, εἰ μὴ ἐκάσῃ τῶν τριῶν λιτρῶν βαίνοι ταχυτῆτι τριπλασίᾳ τῆς, ἢ περ ἐξέρρυσεν ἢ μία· ὅθεν δῆλον, ὅτι ἥτε ποσότης τῆ ὕγρῳ ἢ ἡ ταχυτῆς εἰσὶν ὡς ἢ τῆ ὕψους τετραγωνικὴ ρίζα· ὡσαύτως δὲ δείκνυται ἢ περὶ ἄλλων ὕψων, ἐχόντων πρὸς ἀλλήλα τὸν τυχόντα λόγον· τὲρ εἰσὶν ἐν γένει, ἢ ποσότης τῆ ὅπῃς τινος ἐκρέοντος ὕγρῳ, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μειόντων, εἰσὶν ὡς ἢ τετραγωνικὴ ρίζα τῶν ὕψων.

Ἐὰν ἄρα δοχεῖον τὸ $\rho\beta\Delta\Xi$, αἰεὶ πλήρες ὕγρῳ, τετραμένον ἢ ἐν διαφόροις ὕψεσι $\beta\rho$, $\Theta\rho$, $\Lambda\rho$, ἔσι πρὸς ἀλλήλα, ὡς οἱ ἀριθμοὶ 9, 4, 1, ὡς εἶναι $\rho\Theta = 4\Lambda\rho$, ἢ $\rho\beta = 9\Lambda\rho$, τῶν ὁπῶν ἰσαλλήλων ὑποτιθεμένων, εἶπερ ἐκ τῆς ὅπῃς Λ λίτρα ὕδατος ἐκρεύσειε, ἐκ μὲν τῆς Θ ἐκρεύσειε δύο, ἐκ δὲ τῆς β τρεῖς.

γ. Ἡ ποσότης τῆ ἐκρέοντος ὕγρῳ εἴσι, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μειόντων, ὡς οἱ χρόνοι· εἰάν γὰρ τὸ δοχεῖον $\rho\beta\Delta\Xi$ αἰεὶ πλήρες ὑποτεθῇ, εἶπερ ἐν ἐνὶ λεπτῷ ἐκρεύσει τῆς ὅπῃς Θ ὕδωρ λιτρῶν 10, ἐν μὲν δισιν ἐκρεύσει 20, ἐν δὲ τρισὶ, 30, κτλ.

Ἐκ τούτων ἄμα καταφανές, ὅτι αἱ ποσότητες τῶν ἐκρεύντων ὁμογενῶν ὕγρῳ ἐκ διαφόρων δοχείων, ἀκριβῶς πεπληρωμένῳ, ἐν λόγῳ εἰσὶ συνθέντῳ ἐκ τῶν τῶν ὁπῶν,

ἢ τῆ ὑποδιπλασίου τῶν ὑψῶν, εἴτ' ἐν τῇ τῶν κατὰ τὰ ὕψη τετραγωνικῶν ῥιζῶν, ἢ τῇ τῶν χρόνων.

57. Πᾶσα ἐντεῦθεν συνάγεται ὅτι χρὴ ποιεῖν, ἵνα τῶν τεσσάρων τέτων· α'. τῶν ὀπῶν, β'. τῶν ὑψῶν, ἢ ἐπομένως τῶν κατ' αὐτὰ τετραγωνικῶν ῥιζῶν, γ'. τῶν χρόνων, δ'. τῆς ποσότητος τῆ ἐκρέοντος ὕδατος, τριῶν δοθέντων, εὕρωμεν τὸ τέταρτον.

Ἐςωσαν ἕν δοχεῖα δύο ΨΒΡΞ, ΔΚρ, αἱ πλήρη ὑγρᾷ ὁμογενῆς, ὕδατος φέρε, ἢ ἔσω ἢ ἐν τῷ Β ὅπῃ διπλασία τῆς ἐν τῷ τ, ἢ τὸ ὕψος ρΒ ἐκκαίδεκαπλάσιον τῷ ὕψει ΙΔ, ἢ ἐν μὲν τῷ Β ὑποτεθήτω δεξαμενὴ ἐν τρισὶ λεπτοῖς, ἐν δὲ τῷ τ ὑποτεθήτω ἑτέρα ἐν ἐνὶ μόνῳ λεπτῷ· εἰάν ἕν τὸ ἐν τῇ τ ὅπῃ δέξηται δέκα λίτρων ὕδατος, συναχθήσεται, ὅτι ἢ ἐν τῇ Β ἐν τρισὶ λεπτοῖς δέξεται $10 \times 2 \times \sqrt{16} \times 3 = 140$ λίτρας.

58. ΠΟΡΙΣΜΑ. Αἱ ταχύτητες τῶν δι' ὅπῃς τινος ἐκρέοντων ὁμογενῶν ὑγρῶν εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ῥίζαι· εἶδομεν γάρ, ὅτι ἐξ ἴσων ὑψῶν ἢ ἐκάστου τῶν σημείου ἐκάστου τῆς ὅπῃς ἐκρέοντων ὑγρῶν μορίων εἴη ἢ αὐτῇ, καὶ μικρὰ, καὶ μεγάλη ἢ ὅπῃ γένηται· ἢ ἐν γένει δέδεικται, ὅτι τὸ ποσὸν τῆ ἐκρέοντος ὑγροῦ ἐκ τῶν αὐτῶν ὑψῶν ἐν λόγῳ εἴη συνθέντῳ τῇ τῶν ὀπῶν ἢ τῇ τῶν χρόνων (56)· ὅπερ ἐκ αὐτοῦ εἴχε γίνεσθαι, εἰ μὴ ταχυτῆς εἴη ἢ αὐτῇ ἔντε διαφορᾷ χρόνου, ἢ ἐν διαφορᾷ οὐκ αἰσθητῇ· εἰδὲν ἄρα, ἀλλ' ἢ μόνον τὰ διαφέροντα ὕψη ποικίλλουσι τὴν ταχύτητα τῶν ἐκρέοντων ὁμογενῶν ὑγρῶν· ἀλλὰ μὲν αἱ ἐκ διαφορῶν ὑψῶν ταχύτητες τῶν ἐκρέοντων ὁμογενῶν ὑγρῶν, ἢ δὴ ἢ αἱ ποσότητες αὐτῶν, εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν ὑψῶν (56. β'). ἄρα κτλ.

Εἰάν ἕν παραβιλή γρηφῇ ἢ ΕΙΘ (χ. 91), ἔχουσιν

ἄξονα μὲν τὸν τῷ δοχείῳ ZE, κορυφὴν δὲ τὴν ὀπὴν E, αἱ τε ταχυτήτες, ἢ τὰ ποσὰ τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ ἀφ' ὑψῶν τῶν ZE, KE, HE, κτλ. δηλωθήσονται ὑπὸ τῶν τῆς παραβολῆς τεταγμένων ZO, KA, HI· ἢ γὰρ EZ : EK :: ZO² : KA² (ΤΨ. Γεωμ. 14. Τόμ. Γ'). ὅθεν $\sqrt{EZ} : \sqrt{EK} :: ZO : KA$ · ἀλλὰ $\sqrt{EZ} : \sqrt{EK} :: T : \tau :: \Pi : \pi$ (τῶν T, τ, ἢ Π, π τὰς ταχυτήτας ἐμφαινόντων ἢ τὰ ὑγρὰ τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ) (56. β'). ἄρα T : τ :: Π : π :: ZO : HI.

59. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐν τοῖς ἐς δεῦρο εἰρημένοις ἢ τῶν ὑγρῶν κατάβλψις ὡς αἰτία ἐξείληπται, ἐπ' εὐθείας διαφοροῖς σημείοις τῶν δοχείων ἐπιδρώσα· ἀλλὰ πολλὰ γὰρ εἰσι ἢ ἄλλα, ἃ ποικίλλει ἐν τῇ πράξει τὴν ἀποδεδομένην ἡμῖν θεωρίαν.

α'. Τποτέθεται γὰρ τὰ ἐκ διαφορῶν ὀπῆς σημείων ἐκρέοντα μόρια, ἢ τὰ κατὰ πλευρὰν, τάχει τῷ αὐτῷ ἐξίεναι· ἀλλ' ὕδατος ἀκριβῶς ἀληθεύει τὸτο λεγόμενον, ἢ τοσούτῳ ἦττον, ὅσῳ μείζων ἐστὶν ἡ ὀπή· κειώωσαν γὰρ πρὸς σαφήνειαν τρία μόρια, ἐκρέοντα διὰ τῆς κατὰ κάθετον διαμέτρου ὀπῆς, κατὰ τὴν πλευρὰν τῷ δοχείῳ ὕψους· ταῦτα τοίνυν ἀντιστοιχίσει τρισὶ διαφέρουσιν ὕψεσι· ἢ τὸ μὲν ἔχατον τάχιον, ἢ ἄλλα δύο, χωρήσει, τὸ δὲ μέσον μέσως· ἢ τὸ μὲν ἔχατον μόριον, τάχιον ἢ τὸ μέσον χωρῶν, ἐπιβραδυνθήσεται ὑπὸ τῷ μέσῳ, πρὸς ἐκεῖνα τριβόμενον· τὸ δὲ μέσον κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ὑπὸ τῷ πρώτῳ· ἢ ἄρα ταχύτης, ἢ ἐπομένως ἡ ποσότης τῷ ἐκρέυσαντος ὑγρῷ, ἀναγκαίως ἐλάττων εἶναι τῆς, ἣτις αὐτὴν ἐξέρρευσεν κατὰ τὴν προεκτεθείσαν θεωρίαν.

β'. Αἱ κατιῦσαι σῆλαι τρίβονται ὑπὸ τῶν σφίσι προσεχῶν· ὅπερ ἐπιβραδύνει αὐταῖς τὸ τάχος κατὰ τὸ μᾶλ-

λον εἴητον, ὡς ἂν ἦτον ἢ μᾶλλον ἔχει σφαιροειδῶς τὰ τῷ ὕγρῳ μόρια.

γ'. Τὰ τῆς ὀπῆς ἐξίοντα μόρια τριβὴν ὑπομένει ἐκ τῶν τῆς ὀπῆς ἐπιφανειῶν· α'. ὅρα τὰ πρὸς τῇ περιφερείᾳ τῆς ὀπῆς ἐξίοντα, βραδύτερον, ἢ τὰ διὰ τῷ κέντρῳ, ἐξέρχεται· β'. ἡ ποσότης τῷ ἐκρέοντος ὕγρῳ, εἰ δὲ εἰς ἢ αὐτῷ ταχύτης, ἐλάττω καθίστανται, ἢ ὡς ἀποδεδεικται ἐν τῇ προπετθειμένη θεωρίᾳ.

δ'. Τοῖς ἐξῴσι μορίοις ἐφελκυσμένα τὰ ἐκρέοντα, βραδύτερά τε καθίστανται, εἰ ἐλάττω τῇ ποσότητι ἐξίασι.

ε'. Αἱ κατὰ πλευρὰν σῆλαι, πλαγίως καταβλίβουσι τὰ ἐξίοντα μόρια, δυσὶν αὐτῶν ἐκ τῶν κατὰ διάμετρον σημείων τῆς ὀπῆς ἐξίῃσι παρέχονται φορὰς συγκληνύσας· ὅθεν α'. αἱ φοραὶ ἀλλήλας μετὰ διάσημά τι ὠρισμένην διατέμνουσι· β'. τὸ σπειρόν, τὸ ὑφ' ὅλης τῆς ποσότητος τῷ ὀπῆς κυκλικῆς ἐκρέοντος ὕγρῳ συνιστάμενον, ἐκ ἐπὶ κύλινδρος, ἀλλὰ περὶ ὑφίσταται πρῶτον· ὁ δὲ μέγας Νεύτων διὰ πειραμάτων εὗρατο τὴν πεπεσμένην ταύτην διάμετρον λόγον ἔχουσιν πρὸς τὴν τῆς ὀπῆς, ἐγγύς περὶ :: $5\frac{1}{2} : 6\frac{1}{2}$, εἰ τὸ πρὸν τῷ ἐκρέοντος ὕγρῳ ἐκτιμᾶν δειν ἐκ τῆς πεπεσμένης ταύτης διαμέτρου, εἰ τῷ μήκει τῆς καθέτου, τῆς ἀπὸ τῆς τῷ ὕγρῳ ἐπιφανείας ἀρχομένης, εἰ τελευτώσης εἰς τὴν εἰρημένην διάμετρον.

60. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὸ ἄσπασιν τῶν ἀποτελεσμάτων τούτων ὁ Μαρσίος συνιδὼν, πειράματα πολλὰ ἐκτελέσαι, εἰ πίνακα αὐτῶν ἐκθέσθαι, ἀνεβάλετο· ἀλλὰ γὰρ τῷ σωλῆτος πρῶτος ὄντος, ἢ μακροτέρῳ, ἢ γωνιώδους, πλατυτέρῳ, ἢ στενωτέρῳ, ἢ τῷ ὕδατος ταχύτης, εἰ ἐπομένως ἢ ποσότης αὐτοῦ, ἐλάττω ἐγίνετο, ἢ ὡς βαρύνει δύνασθαι τὸν Μαρσίον Πίνακα· ὅσῳ μὲν γὰρ ἐπιμηκέτερος,

ἡ σενώτερος ὁ σωλὴν, τοσέτω μᾶλλον ἐπιβραδύνει ἢ τριβῇ τὸ ὑγρὸν (Φυσ. 389). γωνιώδης δ' ὄντος τῆ σωλῆ-
νος, τὸ ὕδωρ, προπαράσσηται γωνίαις, ἀπόλλυσί τι τῆς
ἐαυτῇ κινήσεως· τὰ δὲ ἀερώδη μόρια, τὰ τῷ ὕδατι συνα-
ναμειγμένα, ἀγειρόμενα κατὰ βραχὺ ἐν τοῖς γωνιώδεσι
χωρίοις, ἡ διὰ τὸ ἐλασικὸν ἀντέφραλλόμενα τῷ ὕδατι,
σειῶσιν αὐτῇ τὴν ἐξόδον, πολλάκις δὲ ἡ ἐπιπωματιζέσιν
ὅλως τὸν σωλῆνα, εἴπερ εἴη λίαν σενός. Οἱ δὲ Κούπλε-
τος ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν τῆς Βερσαιλλίας χαρίεντα διέ-
πραξε πειράματα, ὧν ἡμῖν ἀναμνησέον εἶναι ἐνίων ἔδο-
ξεν, ἵνα φανείη, ὅσον αἱ ἡδὴ εἰρημέναι αἰτίαι τῆς γενι-
κῆς θεωρίας ἀποτείνουσai, τὴν τῶν ὑγρῶν ἐλαττώσι κί-
νησιν.

Διὰ σιδηρῆ σωλῆνος, διάμετρον μὲν ἔχοντος = 4
δακτύλοις, μήκος δὲ = 1800 ποσὶ, ἡ πολλαχῇ κεκαμ-
πυλωμένη, τῇ δὲ ὕδατος ὑπὲρ τὴν ὀπὴν τῆ σωλῆνος εἰς
ὑψος 9 δακτύλων ἐν τῷ δοχείῳ ἀναβαίνοντος, δακτύλοι
κυβικαὶ δύο ἡ γραμμαὶ τρεῖς ἡ ἐξήκοντα ὕδατος ἐξέρ-
ξεον ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ τῇ σωλῆνος μικρῇ ἡ εὐθέ-
ος ὄντος κατὰ τὸν Μαρριότειον πίνακα, ἐρρέυσεν ἂν ὕδωρ
ἐνός ἡ ἐξήκοντα κυβικῶν δακτύλων, ὅ ἐστι, τριακοντα-
πλάσιον. Δι' ἑτέρῃ αὐτῆς σωλῆνος, διάμετρον μὲν ἔχοντος
ἴσην πέντε δακτύλοις, μήκος δὲ = 7014 ποσὶ, τῇ ὕδα-
τος ἐν τῷ δοχείῳ ὑπὲρ τὴν ὀπὴν αἰρῶμεν εἰς ὑψος = 25
δακτύλοις, ἐξέρρευσεν ὕδωρ 9 δακτύλων κυβικῶν ἡ 115
γραμμῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ ὁ Μαρριότειος πίναξ
ἐξῆγε δακτύλους κυβικοὺς 160, τῷτ' ἔστιν ὕδωρ ἐκκαίδε-
καπλάσιον.

Τελευταίῳ δὲ παρατήρησεν, ὅτι διὰ μολιβδίνῃ σω-
λῆνος, ἔχοντος διάμετρον μὲν = 8 δακτύλοις, μήκος δὲ

= 11400 ποσὶ, πολλαχῇ μέντοι κεκαμπυλωμένῃ, τὸ ὕδωρ ἐκρεῦσαι ἔδύναται, ὅτι μὴ δι' ἡμερῶν 10· ἔδῃ τὸν αἶρα ἡτιάσατο, ἐμβάλλοντα τοῖς γωνιώδεσι χωρίοις, καὶ τὴν τῷ ὕδατος κίνησιν ἐκ ὀλίγου ἐπικωλύοντα· διὸ δὴ ἐν ταῖς καμπαῖς τῶν ὑδραγωγῶν ἐπιστόμιόν τι ὑπανεωγμένον οἱ Μηχανουργοὶ κατασκευάζουσιν, ἵν' ἐκεῖθεν ἐξίῃ ὁ συν. ἀγειρόμενος αἷρ.

61. ΘΕΩΡΗΜΑ. Τὰ μήκη τῷ κρηνῷ, τῷ ῥέοντι· ἐκ τῆς ὀπῆς Δ τῷ σωλῆνος ΚΔ, τῷ πλαγίῳ ἢ παραλλήλῳ πρὸς τὸν ὀρίζοντα, ἐν ὑποδιπλασίῳ λόγῳ εἰσὶ τῶν ὑψῶν τῷ ἐν τῷ δοχείῳ ῥευτῷ (α. 92).

ΔΕΙΞΙΣ. Μενέτω γὰρ πλήρες τὸ δοχεῖον ΖΑ, προσθεμένῃ ἀμέλει ὑγρῷ, ὅσον ἐκρεῖ τῆς ὀπῆς· καὶ ὁ κρηνὸς, κινούμενος ὑπὸ τῷ ἐν τῷ δοχείῳ ὑγρῷ, τῷ ὕψος ἔχοντι τὸ ΘΑ, ἐκτενέσθω μέχρι τῷ Σ, καὶ ἤχθῃ ἀπὸ τῷ Δ ἢ ΔΙ πρὸς ὀρθὰς τῇ τῷ σωλῆνος πλευρᾷ ΚΔ, καὶ εἰλήφθῃ ἡ μὲν ΔΙ = ΑΘ, ἡ δὲ Δδ = ΑΒ, καὶ ἐπεξεύχθῃ ἡ ΣΙ, ἡ ἤχθῃ παράλληλος ἡ δε, τέμνισα τὸν κρηνὸν κατὰ τὸ ε, καὶ πεπληρώσθω τὰ παραλληλόγραμμα ΙΦ, δε· ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑγρὸν δισσωπὲς κινεῖται δυνάμεσι, τῇ καταθλίψει τῷ ὑγρῷ, καὶ τῇ ἰδίᾳ βαρύτητι, ὣν ἡ μὲν αὐτὸ κινεῖ ἰσομερῶς (πεπληρωμένοι γὰρ μένει τὸ δοχεῖον), ἡ δὲ ἰσοσταχῶς, παραβολὴν καταγράφει, τὴν ἐμφαινομένην τῷ ΔΣ κρηνῷ (Φυσικ. 230)· ἄρα ΙΣ^² : δε^² :: ΔΙ : Δδ (Γ' ψ. Γεωμ. 14. Τόμ. Γ.)· ἀλλὰ ΔΙ = ΑΘ, καὶ Δδ = ΑΒ· ἄρα ΙΣ^² : δε^² :: ΑΘ : ΑΒ· καὶ ΙΣ : δε :: √ΑΘ : √ΑΒ· ἀλλ' αἱ ΙΣ, δε τὰ μήκη τῷ κρηνῷ ἐμφαίνουσιν· ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

62. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν ἄρα δυοῖν σκευῶν, τῷ αὐτῷ πεπληρωμένων ὑγρῷ, τὸ μὲν ὕψος ἔχῃ τοῦτων 16, 94.

τερον δέ, 4, σωλήνων ἰσαλλήλων ἑκατέρω ὑποτιθεμένων, τὸ μῆκος τῷ κατὰ τὸ πρῶτον κρηνῷ διπλάσιον εἶναι τῷ κατὰ τὸ δεύτερον· ἀλλὰ γὰρ τῶν δοχείων κατὰ βραχυὶ ἐποικνευμένων, ἢ τῶν καταβλίψεων συνεχῶς ἀπομεινμένων διὰ τὴν ὕψους ἐλάττωσιν, οἱ μὲν κρηνοὶ εἰς τὸ εὐθεὲς ἐκ τῷ καμπύλῳ ἀποκλίνουσι· τὰ δὲ μῆκη αὐτῶν ἐνδελεχῶς συζέλλεται.

63 ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν τοῖς ἀποικνευμένοις ἐκ τῆς τῷ ὑγρῷ ἀπορρέουσας δοχείοις, τὰ ποσὰ τῷ ρέοντος ὑγρῷ ἐν τοῖς ἀλληλοδιαδόχοις χρόνοις ἀπομεινῶνται κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν πρόοδον $\div 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$.

ΔΕΙΞΙΣ. Δέδεικται γὰρ ἂν ὅτι αἱ ταχύτητες ἴσαι εἶεν τοῖς τῷ ἐκ διαφορῶν ὑψῶν ἐκρέοντος ὑγρῷ ποσὶς (36. β'). δυνατόν ἄρα ἀντικαταστήσαι τὰς ταχύτητας τῶν τῷ ὑγρῷ ποσοτήτων· β'. αἱ τοῖς ὑψέσιν ἀντιστοιχῶσαι ταχύτητες ἀνάλογον ἔχουσι ταῖς τετραγωνικαῖς αὐτῶν ρίζαις (αὐτ.). τὰ δὲ διάφορα ὑψη εἰσὶ τὰ διανύμενα διαστήματα· ἀλλαμὴν αἱ ταχύτητες, ἀνάλογον ἔχουσαι τοῖς διανυμένοις χωρίοις, ἀπομεινῶνται, ἐν κινήσει ἰσοβραδεῖ, κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν πρόοδον $\div 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$ (Φις. 157)· ἄρα αἱ ἀλληλοδιαδοχαὶ ταχύτητες τῷ ἐκ δοχείου ἀποικνευμένῳ ἐκρέοντος ὑγρῷ ἐν ἀλληλοδιαδόχοις χρόνοις ἀπομεινῶνται κατὰ ταύτην τὴν πρόοδον· ὡσαύτως ἄρα ἀπομεινῶνται ἢ αἱ ἀλληλοδιαδοχοὶ ποσότητες τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ. Ο. Ε. Δ.

64. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐντεῦθεν ἄρα τοῖς πάλαι ἢ τῆς κλεψύδρας μεμηχανῆται κατασκευῇ· εἰλήφθω γὰρ κυλινδρικὸν δοχεῖον τὸ ΑΒΓΔ, ὅπερ ὅλον ἀποικνεῖται τῷ ὕδατος ἐν 12 ὥραις· ἢ τετμήσω τὸ ὕψος ΑΒ εἰς μόριμ ἰσάλληλα 144, ὥς εἰν ἀριθμὸς τετράγωνος ἀπὸ τῷ

Τόμ. Ε'.

§

12 ἀριθμῷ τῷ χρόνῳ· εἰ μὲν ὅν ἡ κίνησις ἐπεταχύνεται, τὰ διακινούμενα διαστήματα ἐν ἐκάστῃ τῶν ἀλληλοδιαδόχων ὥρῶν ἐδηλῶντ' ἂν ὑπὸ τῆς ἀριθμητικῆς προόδου $\div 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23$ · ἐπεὶ μέντοι ἡ τῶν σῆλων κατάβλιψις συνεχῶς ἀπομεινύεται, ἡ πρόοδος μειωθήσεται· ὁ ἄρα δωδέκατος ὥρος 23 (Συμβ. Λογ. 210. Τόμ. Α΄) ἐμφαίνει, ὅτι τὸ ἐν τῇ πρώτῃ ὥρᾳ διακινούμενον χωρίον, ἢ τὸ μέρος τῷ κυλίνδρῳ τὸ κενωθὲν, ἐστὶ $\frac{1}{23}$ τῷ κατὰ τὸ δοχεῖον ὕψος AB· γεγραφθῶ ἄρα ἡ πρώτη ὥρα ἐπὶ τῆς 23 κατατομῆς· ὁ ἐνδέκατος ὥρος 21 τῆς προόδου ἐμφαίνει, ὅτι ἐξέρρεισε τὸ $\frac{1}{23}$ τῷ ὅλῳ ὕψει, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῷ ὕδατος κατήχθη εἰς τὸ $\frac{1}{23}$ τῷ AB ὕψος· ἐγχαράχθων ἔν ἐπὶ τῆς κατατομῆς 23 + 21 = 44 αἱ 2 ὥραι· διὰ δὲ τὴν αὐτὸν λόγον ἐγχαράχθησαν ὥραι 3 ἐπὶ τῆς 63 κατατομῆς, καὶ 4 ἐπὶ τῆς 80, καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως· τελευταίαν δὲ ἐπὶ τῆς 144 ἐγχαράχθησεται ἡ δωδεκάτη ὥρα (*).

65. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐν δοχείοις κυλινδρικοῖς ἀποκεννωμένοις οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ὕγρων ὁμογενῶν λόγον πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι σὺνθετον ἕκ τε τῷ ἀντιστρόφῳ τῶν ὀπῶν, καὶ τῷ ὀρθῷ τῶν βάσεων, καὶ τῷ τῶν κατὰ τὸ ὕψος τετραγωνικῶν ῥιζῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. α. Οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ἀντιπε-

(*) Κλεψύδρα δὲ ἔκαστον ἕως κρύπτειν, καὶ οἷον ἐκλίπτειν, τὸν χρόνον τῆς ἀποκένωσης· ὁ γὰρ ἰδὼν, ὅτι μετὰ τὴν πρώτην ὥραν ἀποκένωθαι 23 κατατομὰς, ἠγεῖται καὶ μετ' ἐκείνην τὴν ἐξῆς 23 κενώσασθαι, καὶ μετ' ὥρας 6 λιπ. 15 καὶ λιπ. δευτ. κενώσασθαι 39 ὅλον ἐκρίναι τὸ μετὰ 12 ὥρας ἀποκενωθῆσθαι.

πολυτόως εἰσὶν ὡς αἱ ὀπαί· ἰσαλλήλων γὰρ ὑποτιθεμένων τῶν τε ὑψῶν καὶ τῶν βάσεων τῶν κατὰ τὰς κυλίνδρους, τὰ ποσὰ τῷ ἐκρέοντος ὑγρῷ ἔσονται ὡς αἱ ὀπαί (36. α.). ἐκρεύσει ἄρα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ δι' ὅπῃς διπλῆς, τριπλῆς, τετραπλῆς κτλ., ποτὸν ὑγρῷ διπλῶν, τριπλῶν, τετραπλῶν, κτλ.· ἄρα τὸ ὅλον ὑγρὸν, εἴτ' ἐν 1, ἐξ ἴσων δοχείων ἐκρεύσει ταχυτῆσι διπλῇ, τριπλῇ, τετραπλῇ κτλ.· οἱ χρόνοι ἄρα τῶν κενώσεων ἔσονται ἀντιπε-
τονδύτως ὡς αἱ ὀπαί.

β'. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, οἱ χρόνοι τῶν ἀποκενώσεων ἔσονται καὶ ἐν ὁρθῷ λόγῳ τῶν κατὰ τὰς κυλίνδρους βάσεων· ἰσοῦψων γὰρ ὄντων τῶν κυλίνδρων, αἱ τῶν αὐτοῖς ἐμπεριεχόμενων ὑγρῶν ποσότητες ἔσονται ὡς αἱ βάσεις· ἔσω ἢ πατέρω ἢ βάσις τῆς πατέρω τριπλάσιος· ὑγρὸν ἢν τριπλάσιον τῷ πρώτῳ, ἢ τῷ δευτέρῳ, ἐμπεριχεθήσεται· ἀλλὰ διὰ τὰ ἴσα ὕψη, καὶ τὰς ἴσας ὀπάς, ἴσαι ποσότητες ὑγρῶν ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἐκρεύσονται· ἢν ἂρ' ὅλον τὸ ἐν τῷ τριπλασίῳ δοχείῳ ὑγρὸν ἐκρεύσῃ, δεῖξεται χρόνῳ τριπλασίῳ· οἱ ἄρα τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι ἔσονται ὡς αἱ βάσεις.

γ'. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, οἱ τῶν ἀποκενώσεων χρόνοι εἰσὶν ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ρίζαι· τῶν γὰρ βάσεων ἰσαλλήλων ἔσων, τὰ ἐμπεριεχόμενα ὑγρὰ ἔσονται ὡς αἱ βάσεις (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α.). ὑποτιθεμένων δὲ ἰσαλλήλων τῶν ὀπῶν, αἱ ποσότητες τῶν ἐκρέοντων ὑγρῶν ἔσονται ὡς αἱ τετραγωνικαὶ τῶν ὑψῶν ρίζαι (36. β.). δεῖξει ἄρα πρὸς τὸ πᾶν τὸ ὑγρὸν, ὃ ἐστὶν ὡς τὸ ὕψος, ἐκρεῦσαι χρόνῳ ἐμφαινόμενῳ ἀριθμῷ τοιῷδε, ὅς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸ ῥεον ὑγρὸν ἐν χρόνῳ δεδομένῳ, καὶ ἐπομένως ἐπὶ τὴν τῷ ὕψους τετραγωνικὴν

ρίζαν (56. β'), ποιεῖ τὸ ὕψος· ὁ δὲ ἀριθμὸς ὕτος ὕδεις
 ἂν εἴη, ὅτι μὴ αὐτὴ πάλιν ἢ τῷ ὕψει τετραγωνικὴ ρί-
 ζι, ὡς καὶ εἰς αὐτὸ ὑπάρχει πρόδηλον. Ἐὰν φέρε ἰσά-
 ληλοι μὲν ὡσιν αἱ βάσεις, τὸ δ' ὕψος ἐννεαπλάσιον, ἢ
 ποσότῃς τῷ ὕγρῳ εἶσαι ἐννεαπλάσιος· ἀλλ' ἐν τῷ αὐτῷ χρό-
 νῳ τριπλὴν ὕγρὸν ἐκρεῦσει· τριπλασίῳ ἄρα χρόνῳ δεή-
 σεται πρὸς τὸ ὅλον ἐκρεῦσαι, εἴτ' ἐν χρόνῳ ἐμφαινόμενε
 ἀριθμῷ, ὅς ἂν εἴη τῷ 9 ὕψος ἢ ρίζα ἢ τετραγώνιος. Ο. Ε. Δ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ τῆς τοῦ ὕδατος ἀναπηδήσεως.

66. Ἐῶς δοχεῖον τὸ ψρΑΒΕ (χ. 89), ὕδατος πλη-
 ρες, κοίτωνται τῷ σίφωνος Δι διὰ τῷ μεταξὺ κειμένῳ ΒΔ·
 ἢ πρὸς τῷ ἰσχυρῶς σίφων ἄλλος, ὃ διάμετρος εἴη
 πολὺ ἐλάττω τῆς ΡΔ διαμέτρου τῷ ΡΔι σίφωνος, ἐς ὡς
 πρὸς ὀρθὰς, ἢ βραχίτι πλαγίως τῷ ὀρίζοντι ΘΚ· τὸ
 τοῖνον ὕγρὸν, ἐκ τῷ ρ κατιόν διὰ τῆς σήλης ρΒ, προση-
 σεται ταχύτητα, δι' ἧς ἂν ἀνέλθῃ εἰς τὸ ὕψος ΔΞ = ρΒ
 (Φυσ. 190)· ἢ, εἰ ἢ τῷ βεβλόμεθα, ἢ τῆς Δι ὑψηλο-
 τέρα σήλη ρΒ κατιῶσα ἀνυψώσει τὴν Δι μέχρι τῷ Ξ (41)·
 ὑποθεμένῳ δὲ φεῖ πλήρες τῷ δοχεῖο ψρΒΕ, τὴν μέχρι
 τῷ Ξ ἀνελθῆσαν σήλην, πεσεῖσαν κατὰ πλευρὰν, μετὰ τὸ
 ἀπολέσαι πᾶσαν τὴν ταχύτητα, διαδέχεται σήλη ἄλλη,
 ἢ ταύτην ἄλλη, ἢ ἐφεξῆς ὡσαύτως· τετὶ τοῖνον τὸ ἐν τῷ
 ἀέρι ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω ἀλλόμενον ὕδωρ, ἀνα-
 πηδήμα τῷ ὕδατος ὀνομάζεται· ἢ δ' ὅπῃ τῷ μικρῷ σί-
 φωνος, ὅθεν ἀράσσεται, σόμιον τῷ ἀναπηδήματι.

67. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Παντὸς ἐξαίρουμένου κωλύματος, τὸ ὕψος τῆ κατὰ τὸ ὕδωρ ἀναπηδήματος ἔσται τὸ $\Delta\xi = \rho B$ ὕψει τῆ δοχείου, ἥτοι ὅτι ἡ ρB σήλη ἀνυψοῖ τὴν Δι μέχρι τῆς ὀριζουμένη γραμμῆς $\rho\xi$ (41), ἢ ὅτι τὸ ὑγρὸν κατιὸν προσκτᾶται ταχύτητά, δι' ἧς ἂν ἀνέλθῃ μέχρι τῆ ξ (Φυσ. 190).

68. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τῆ μικρῆ σίφωνος πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι ἐφισταμένου, τὸ πρῶτον ἀναπηδήμα ὑψηλότερον τῶν ἐφεξῆς ἀναβήσεται· εἰ τὸ πρῶτον φέρ' εἰπεῖν ἀφ' ἑαυτοῦ εἰς τὸ ξ , τὸ δεύτερον ἐνερθεὶν τῆ ξ , ἀφίξεται φέρ' εἰπεῖν εἰς τὸ Γ· τὰ γὰρ πρῶτα ὑδατώδη μέρη, ἀνερχόμενα δὲ εἰπεῖν εἰς τὸ ξ , μηδεμίαν ἐτι ἐκεῖ πρὸς τὰ ἄνω διασώζοντα ταχύτητα, ἐπικαταπίπτοντα τοῖς ἐφεξῆς ἀναβαίνουσι μέρουσιν, ἐπιβραδύνουσιν αὐτοῖς τὴν κίνησιν· ὅθεν ἐκ εἰς τὸ ξ , ἀλλ' εἰς τὸ Γ ἀνίσταται.

Εἰς δ' ἐκκλίσιν τέτε τῆ ἐλαττώματος, βραχύτι πλαγιάζουσι τὸν σωλήνα, ὅθεν ἀναπηδᾷ τὸ ὕδωρ.

69. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἡ' τῆς τριβῆς ἀντίστασις τὸ ὕδωρ κωλύει τῆ ἀναπηδᾶν εἰς ὕψος τὸ $\Delta\xi = B\rho$ ὕψει τῆ δοχείου· τὸ γὰρ ὑγρὸν, ὡς βαρύτερον σώμα ἐκλαμβανόμενον, ἐκ ἀνείσιν εἰς τὸ $\Delta\xi$, εἰ μὴ κατιὸν κτήσεται ταχύτητα, δι' ἧς ἂν ἀνέλθῃ εἰς τὸ $\Delta\xi$ · ἐδὲν ἔν δει ταχύτητος ἀπολέσαι, ἐδ' ἀπόλλουσιν ὅλως, παρ' ὅσον ἀπαιτεῖ ὁ λόγος τῆς αὐτῆ βαρύτητος· ἐλάττωσις ἔν τῆς ταχύτητος ἐξωθεν ἐπιγινωμένη, φέρ' εἰπεῖν ἐκ τῆς τριβῆς, ἀναγκάως αὐτὸ κωλύσει τῆ ἀνελθεῖν, εἰς ὃ ἔδει κατὰ τὴν αὐτῆ βαρύτητα· ἀλλὰ μὴν τὸ ὑγρὸν, κατιὸν τε ἢ ἀνιόν, τριβεται πρὸς ταῖς ἐπιφανείαις τῆ σίφωνος· τὸ ἀναπηδήμα ἄρα τῆ ὕδατος διὰ τὴν τριβὴν ἢ δύναται ἀνελθεῖν εἰς τὸ αὐτὸ τῷ τῆ δοχείου ὕψος.

70. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Εἶδομεν δὲ, ὡς ἡ ὑγρὴ πρὸς ταῖς σίφωνος ἐπιφανείαις τριβὴ ἀνάλογός ἐστι ταῖς ἀνωμαλίαις τῆς τῆ σίφωνος ἐπιφανείας, τῷ ὀριζοντίῳ μήκει, ταῖς ἐν αὐτῷ καμπαῖς, καὶ τῷ ἐν αὐταῖς ἀγειρομένῳ ἄερι κτλ.· ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται α'. ὅτι τὸ ὕψος τῆ κατὰ τὸ ὕδωρ ἀναπηδήματος ἔσαι αἰεὶ ἑλαττον, ἢ τὸ τῆ δοχείου· β'. δύναται ἀσυγκρίτως ὑπάρχειν ἑλαττον, τριακσὸν φέρ' εἶπειν μέρος, τῆ κατὰ τὸ δοχεῖον ὕψους (60).

71. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Τὸ ἀναπηδήμα τοσούτου αἰετὶς ἐν ὑψηλότερον, ὅσον α'. τὸ ὕδωρ ἐξ ὑψηλότερον τόπου κίττεισι· β'. ὁ σίφων μείζονα ἔχει διάμετρον, λειότερόν τε καὶ ὀμαλώτερον ὑπάρχει· καὶ γὰρ ἡ τῆς τριβῆς ἀντίστασις, καὶ ἐκτομέως ἡ τῆς ταχυτήτος τῆ ὑγρῆ ἐπιβραδύνσις, συναιεῖται τῇτε ἀνωμαλίᾳ καὶ τῇ σινοότητι τῆ σίφωνος.

72. ΠΟΡΙΣΜΑ ς'. Ἀλλὰ καὶ ἡ τῆ ἀέρος ἀντίστασις ἑλαττοῦ τὸ ὕψος τῆ ἀναπηδήματος· αὐτίκα μὲν γὰρ κατὰ δὴλον, ὅτι ὁ αἶρ ἐπιβραδύνει τὴν τῆ ἀναπηδήματος ταχυτήτα· διχερῶς δ' αὖτις συνειρησόμεν, ὅσον· εἶδομεν γὰρ ἐπὶ τῶν σερρῶν τὴν τῆ ἀέρος ἀντίστασιν ἀνάλογον ἔσθαι (Φυσ. 391) ταῖς αὐτῷ παρισταμέναις ἀμέσως ἐπιφανείαις τῶν σερρῶν, καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώναις.

Ἀλλὰ γὰρ τάτω τὰ σερρὰ διαφέρει τῶν ὑγρῶν, τῆ ὕδατος φέρε, ὅτι τῆς ταχυτήτος αὐτῆς μεγάλης ἔσης, τὰ ἀερώδη μόρια ἀντίστανται ἰσχυρῶς τοῖς ὕδατιώδεσι, καὶ ταῦτ' ἀλλήλων διαζεύγνυσιν· ὅθεν ἡ ὕδατιώδης σήλη, ἐν τῷ κατιέναι κατακερματιζομένη ὥσπερ εἰς ἀπειραριθμους ἐστὶ βριθῶς, προτιθῆσι τῷ αἶρι πολλῷ μείζον ἐπιφάνειαν· καὶ ὕτως ἀπὸ τῆς ἐαυτῆς κινήσεως ἀναχαιτίζεται.

Τὸτι τὸ ἐκ τῆς ἀντιστάσεως τῆ ἀέρος γεννώμενον κώ.

λυμα ὥσπερ ἀκατανίκητόν ἐστιν, ὅταν ὑγρὰ εἰς ὠρισμένον τι ὕψος μετεωρίσαι βεβλώμεθα· τὸ δὲ μέγιστον, ὡς εἶπεν, τῷ ὕψει, εἰς ὃ τὸ ὕδωρ ἀναπηδῶν ἀνελθεῖν δύναται, ἐν ὅπῃ δυσχερέστατα ἀνέεισι, κατὰ τὴν ἀπάντων τῶν φυσιολο- γόντων ὁμολογίαν, ἐστὶν = 100 ποσί.

73. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Ἐὰν τὸ σόμιον 1, δι' ἧς ἄλλεται τὸ ὕδωρ, ἴσον ἢ τῷ τῷ σίφωνος ΔΡ, τὸ ὕδωρ ἀνελείσεται εἰς ἑλάττω ὕψος, ἢ εἴπερ ἢ τῷ σόμιον διάμετρος εἴη ἐλάττω τῆς τῷ σίφωνος· ἐπεὶ γὰρ, ὅταν ἢ τὸ σόμιον μικρόν, ὅλον τὸ ἐν τῷ δοχείῳ ὕδωρ, τὸ μικρὸν ἑαυτῷ παύσῃ ἐκρεῖσθαι δι' ὅπῃς σενωτάτης καταπνευγάζον, βραχέως κινέμενον, βραχύ τι τριβεται πρὸς ταῖς τῷ δοχείῳ ἐπιφανείαις.

Ἀλλ' ἐμπης α'. Ἐὰν ὁ σίφων μακρότατος ἢ ἐ σενω- τatos, τῆς τριβῆς μεγάλης γινομένης, τὸ ὕψος τῷ ἀνα- πηδήματος ἀναγκάτως ἐλάττω ἀποκαθίσταται· ὥστε καὶ ἀληθεύῃ, τὸ ὕψος τῷ ἀναπηδήματος τοσούτω γίνεσθαι μείζον, ὅσῳ ἢ τῷ σόμιον διάμετρος ὑπερέχει τὴν τῷ μα- γάλῃ σίφωνος, τετὶ μὲντοι μέχρι τινὸς ἀληθευόν ἐστιν· ἀ- νάγκη ἄρα, ἥα τὸ ἀναπήδημα εὐτυχῶς γίνηται, ἀνα- λογεῖν τὴν τῷ σόμιον πρὸς τὴν τῷ σίφωνος διάμετρον, ἐπὶ αὐτὴν τέτε πρὸς τὸ τῷ δοχείῳ ὕψος· β'. ὅταν ἢ λίαν μικρὸν τὸ σόμιον, ἔσαι μικρὰ ἐπὶ ἢ τῷ ἀναπηδήματος διά- μετρος· τὸ ἀναπήδημα ἄρα ἀπαντᾷ ἐκ τῷ αἵρος ἀντιστά- σει πλείονι ἀναλόγως τῇ ἑαυτῷ μάξῃ, ἐπὶ ἐπομένως τῇ ἰσχύϊ (Φυσ. 389)· ἦττω ἄρα ἀνελθεῖν ἀνάγκη, ἐπὶ τά- χισιν εἰς ῥαυιδὰς ἀναλυθῆναι· γ'. ὅταν ὁ μικρὸς σίφων ἢ κωνωσιδής, ὥσπερ πολλάκις αὐτὸν κατασκευάζουσιν, ἢ πᾶσι τῶν κατὰ πλευρὰν ὑδατωδῶν μορίων κίνησις, συγ- κλινετα γίνεται, τῶν κατὰ τὸ μέσον μόνων ἀνιόντων διὰ

τῷ κατὰ τὸν κῶνον ἄξονος· ἐντεῦθεν ἄρα ταρταχῶδης τις ἀποτελεῖται ἐν τοῖς μορίοις κινήσις, ὑπ' ἀλλήλων ἀντικρυσσόμενοις, μηδ' αἰρομένοις εἰς μέγα ὕψος· τότε ἀποτελέμενον ἐντεῦθεν οὐχ ἓς διαφανές, ἔς εἰς αἶρα ἀρθὲν μᾶλλον ὑπόκειται τῇ εἰς ῥανίδας συγκαταθραύσει· προκρίνεται τοιγαρῶν τῷ κωνοειδῶς, ἔς μάλιστα πρὸς ὑπομείωσιν τῆς τριβῆς, κυλινδρικούς σίφων, ἢ μέντοι ἢ διάμετρος πρὸς τὴν τῷ σφίμβι τηροίῃ λόγον τινὰ κατάλληλον, ὥς περ εἴρηται.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Περὶ Κυμάτων.

74. Ἐὰν ἐξωτερικῇ τινι αἰτίᾳ ἢ καταβλήψει, ἢ ἢ βαρύτητι, ὑδατώδης τινὸς σήλης αὐξηθῇ, λιθε φέρ' εἴπειν ἐμβολῇ, ἢ σήλη, διὰ τὸ τῷ λιθε βάρους βαρυτέρᾳ καθιζαμένη τῶν περὶ αὐτὴν, κάτεισι μὲν αὐτὴ, ἀναδιβάζει δὲ τὰς ἄλλας· ἐκ δὲ τῶν προτεχῶν σήλῶν καμπυλότης οἷον συσπλήσεται περὶ κέντρον τὴν ταπεινωθεῖσαν πρώτην σήλην, τῷτ' ἔστι λόφος κυκλῶειδῆς βάσιν ἔχων ὀριζόντιον τοσούτω πλατυτέραν, ὅσῳ μείζων εἴη ἢ διάμετρος τῆς συνταρταχθείσης τὴν ἀντιρρόπιαν σήλης· ἔτος δὲ ὁ λόφος, εἴτ' ἐν τὸ ἀθροισμα τῶν κυκλῶειδῶς διατεταγμένων σήλῶν, ὑψηλότερος γενόμενος τῶν οἱ προτεχῶν σήλῶν, τῶν μᾶλλον ἢ αὐτὸς τῆς πρώτης συνταρταχθείσης σήλης ἀπεχυσῶν, αὐτὸς μὲν ταπεινῆται, ἐκείνας δ' ἀνυψοῖ· καὶ τότε καινὸς τις ἀπογεννᾶται κυκλῶειδῆς λόφος, διάμετρον ἔχων μείζω τῆς τῷ προτέρῳ· ἔς πάλιν ἄλλος ἔς ἄλ-

λος· ταῦτα τοίνυν εἰν, ἃ καλεῖται κύματα, ἢ κυματώδης κίνησις.

75. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ταῖς ἀλλήλοις παραχωρῶντα διάφορα κύματα εἰσονται ὡς κύκλοι ὁμόκεντροι· ἢ γὰρ ἀνισότης τῆς καταβλίψεως, ἢ τῆς βαρύτητος, μεταδίδεται ἐφεξῆς ἐκτίσης ἀπάσαις ταῖς περὶ τὴν, ἢ τὸ ἀντιρροπον συνετάραξε, σήλαις· ἀλλὰ ἐκ περὶ αὐτὸ τῶν ἐμπεδοί.

76. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐὰν ἡ ἀντιρροπία ὑπὸ δύο διαφερουσῶν σήλων συνταρχθῇ, ὡς εἰ ἕνα φέρε δύο λίθοι τῷ ὕδατι ἐμβληθεῖν, ἑκατέρα τῶν σήλων ἀπογεννήσει διακριδὸν τὴν εαυτῆς κυματισμὸς, ὡς εἰ μόνῃ ἐκινεῖ τὸ ὕδωρ· ἑκατέρα γὰρ τὰς οἱ προστεχεῖς ταπεινωμένη ἀνυψώσει, κακείναι τὰς περὶ αὐτάς· διὸ δὲ εἰ ἐκ ὁχθῆς λίμνης τινὸς πολλὰς ἅμα ἐκ πολλὰς λίθους ἐμβάλαμεν, πολλοὶ κυματισμοὶ κυκλοειδεῖς συσπῆνται, ἐκτεταμένοι, ἀλλήλοις διατεμνόμενοι, ἐκ ἐν ἀκαρεῖ τῆς λίμνης τὴν ἐπιφάνειαν λόφων ἐκ πυκλικῶν κυρτοτήτων ἀνακιμῶντες.

77. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν δὲ κύματί τινι κώλυμα προστεθῇ, οἷον σκόπελος, τὸ κύμα ἐνεχθήσεται ἐπέκεινα τῆς κωλύματος, ἄλλως γὰρ αἱ αἰρόμεναι πρὸς τὴν ὀπίθεν τῆς κωλύματος σήλαι ταύτῃ ἢ κίς· ἀντιρροπήσειαν.

78. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐὰν μέντοι τὸ κώλυμα τοιοῦδε ᾗ, ὡς μὴ δύνασθαι ἐπέκεινα τὸ κύμα μεταβῆναι, τελεχος φέρει εἶπεῖν, ἢ ὅρος, ἀνακλασθήσεται, ταῦτα ποιῶν, ὡς εἰ ἐκ μηδενὶ συνήντα κωλύματι· ἀναχαιτιζόμενον γὰρ ἐπισπῶνται, ἐκ εἰς λόφον μετεωρισθήσεται, ἐκ ἄλλην πρὸς τὰ ἐμπρὶθεν ἄραι σήλην μὴ ἔχον, ἀρεῖ τὴν ὁ.

πιπθῇ τῇ αὐτῇ ἰαχίῃ, δι' ἧς ἂν ἦρε τὴν ἔμπροσθεν, εἴπερ εἴη· ἀκκένη ἄλλην ἢ ἄλλην κατὰ τάξιν ἀντίστροφον.

79. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐς δὲ ἢ εἶδος ἄλλο κυματισμῷ οἶσιν περιπλανωμένον· ἄνεμος γὰρ ἄφνω ἐπιπνεύσας, κατὰ φορὰν τῷ ὀρίζοντι πλαγιοτέρην, μέρει τινὶ τῷ ὑγρῷ πρὸς τὴν φορὰν καθέτω, αἶρων κατὰ τὴν φορὰν ταύτην ποσότητά τινα ὑγρῷ, κοιλότητά συνίστησι κατ' εὐθείαν σχεδὸν γραμμὴν, ἢ κατὰ πλευρὰν αὐτῆς κυρτότητα, ἢ ἐξοχὴν, ἢ ταύτην κατ' εὐθείαν ὡσαύτως γραμμὴν· ἢ δὲ, τὰς ἐφεξῆς αὐτῆς κατὰ πλευρὰν ἀντιφασίας, ἢ ἐφεξῆς ὡσαύτως· ὅσοι δὲ οἱ κυματισμοὶ τοῖς αὐτοῖς, οἷς ἢ οἱ πρότερον, ὑπόκεινται νόμοις, καὶ ὅσον ἐκ εἰσὶ κυκλικαί.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ.

Περὶ τῆς τῶν σεῖσῶν ἐν τοῖς ῥευσοῖς καταδύσεως.

80. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Στερεῶς ῥευστὶ ἐμβαπτιζομένη, ἢ, ἐφ' ἧς βάσει, ῥαώδης σήλη ταπεινωθήσεται, μέχρις ἢ τὸ βάρος αὐτῆς ἰσωθείη ἀκριβῶς τῷ σήλῳ ἄλλων, τὴν αὐτὴν ἐχούσῳ βάσει.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ ῥαώδης σήλη, ἐφ' ἧς τίθεται σεῖσόν τι, ταῖς ἄλλαις ἀντιρροπεί, ἢν ἢ αὐτῆς κατὰ βλίστις ἴση ἢ τῇ τῶν περὶ αὐτὴν (15)· ἢ δὲ κατὰ βλίστις, ἀποτέλεσμα ὅσα τῶν ἀνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω πρὸς ὀρθὰς κατιόντων μορίων, ἀνάλογον ἔχει τῷ αὐτῶν ἀριθμῷ· ἐπεὶ ταύτων ἢ, ἐφ' ἧς τίθεται τὸ σεῖσόν, σήλη ἀντερρόπει ταῖς ἄλλαις πρότερον, γινήσεται τῶν ἄλλων βαρυτέρα τῇ ποσότητι

ὅλῃ τῇ βάρει τῇ ἐπιτελήςτος ὑπὸ τῆς δι' ἀνθευ ἐπὶ τῇ κάρῳ καταβλήψας ἰχθυόταρῶς, ἢ αἱ τῶν ἀλλων, γυναικῶν, ταπεινότης, ἰψυμένων τῶν ἀλλων, μέχθῃς αὐτὸς αὐτῆς βίβλος ἀκρίβειᾳ ἰσχυρῶς τῷ ὑψίῳ ἀλλῆς, τῇ αὐτῇ βίβλῳ ἐχέσῃς.

Ἀλλὰ εὖ παρὰ τῷ αὐτῷ κέρει· ἔστω γὰρ πᾶσι βίβλῃς καθεστῆμενος τὸ ῥέον, εὖ ἐπιτελής λήθῃ· ἔκκῃ ἢ ὑψίῳ, ἢ ἐπιτελής αὐτῶν λήθῃ, ταπεινότης, ἔστω αὐτῶν παρὰ αὐτῇ γυναικὶ αὐτῶν ἰψυότος· ἐμὲ λήθῃ τὸ εὖ εὖ ὑψίῳ, ἢ ὑψίῳ ἐστῆς, ὅπως πᾶσι δι' αὐτῶν ἢ μὲν εὖ ὑψίῳ, ἢ ἐπιτελής τὸ ὑψίῳ, κέρει, αἱ δὲ ἀλλῶν ἀκρίβειαι, μέχθῃς αὐτῶν ἀκρίβειας αὐτῶν γυναικῶν· ὅπως ἔκκῃ αὐτῶν, παρὰ ἢ τὸ αὐτῆς βίβλος ἰσχυρῶς τῷ κέρει τῶν ἀλλων. Ο. Ε. Δ.

81. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Εἰς τὸ ὑψίῳ τῇ αὐτῇ ἐχέσῃ ὑψίῳ βίβλῳ τῷ ῥέον· ἀ. ἐμὲ παρὰ αὐτῶν ὅλῃ αὐτῇ· β. ἐμὲ παρὰ αὐτῶν ἀκρίβειαι, ὅπως αὐτῶν τῇ ὑψίῳ ἐπιτελής· γ. ῥέον παρὰ αὐτῶν ἐχέσῃς.

ἀ. Εἰς παρὰ αὐτῶν ὅλῃ τῷ ὑψίῳ· ἢ γὰρ, ἐφ' ἣς βίβλῃς, ὑψίῳ βίβλῳ τῶν γυναικῶν, ταπεινότης, μέχθῃς αὐτῶν ἰσχυρῶς κατὰ αὐτῶν τῶν ἀλλων· ἐπὶ δὲ ἰσχυρῶς ὑψίῳ τῇ ὑψίῳ, ὅς ἰσχυρῶς τῷ κέρει, ἢ ὑψίῳ ταπεινότης, μέχθῃς αὐτῶν ἀκρίβειαι ἐπὶ τῇ ἐπιτελής ὑψίῳ, ὅπως αὐτῶν ὅλῃ, ἰσχυρῶς εὖ ὑψίῳ ἔστω τῶν ἀλλων· ἔκκῃ ἢ αὐτῶν τῇ ὑψίῳ ἐπιτελής ἐπὶ τῇ αὐτῇ γυναικὶ ἐπιτελής τῇ ἀλλῇ τῇ ὑψίῳ ἐπιτελής, εὖ ὑψίῳ ἐμὲ παρὰ αὐτῶν τῷ ὑψίῳ ὅλῃ.

β. Ἀπὸ ἐμὲ παρὰ αὐτῶν παρὰ αὐτῶν ἀκρίβειαι· ἐν ἢ γὰρ αὐτῶν τῇ ὑψίῳ, ὅπως αὐτῶν ἀκρίβειαι τῇ ὑψίῳ ὅλῃ.

σιν τῷ ἑαυτῷ· ἡ ἄρα σήλη ἔτε βαρύτερα ἔτε μὴν κυ-
φοτέρα τῶν ἄλλων γινόμενη, ἀντιρροπῆσαι ἐς σήτεται.

γ'. Τὸ σερρόν εὐμαρῶς πάνυ πανταχῷ ἐνεχθήσε-
ται· ἐπεὶ γὰρ τῆς βαρύτητος αὐτῆς ἡ κτεάθλιψις ὑπὸ
τῶν περὶ αὐτὸ τῷ ὑγρῷ μερῶν, οἷς ἀντιρροπῆται, ἀφαιρεί-
ται, μικρᾷτιν ἰσχύϊ, καὶ ἡντινῶν ἐπιδρωμένη φορὰν,
τὴν ἀδράνειαν αὐτῆς ἐς τὴν τριβὴν ὑπερβαλλέσει, κινή-
θῆσεται.

82. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐντεῦθεν ἄρα μαθαίνομεν, διὰ
τί τὸ σερρόν, ὑγρῷ, τὴν αὐτὴν ἔχοντι εἰδικὴν βαρύτη-
τα, ἐμβαπτίζομενον, ἅπαν τὸ ἑαυτῷ βάρος ἀποτιθῆσι,
ὡς εἴπερ ἐν τῷ ζυγῷ ἀντιρροπῆται ἢ σαλμῷ = 10 φέρει.
πεῖν λίτραις, λίαν προσδεθὲν, ἐς τὴν πλάσιγγι προπα-
τήθεν διὰ τῆς λίαν, μηδεὶς βάρους ἐν θατέρῳ πλάσιγγι
προδεῖσθαι εἰς ἀντιρροπῆτην· πανταχῶθεν γὰρ αὐτῷ σαλ-
μῷ περιέσκηκεν, ἴσα ἕκαστον τῷ 10 λίτρων, εἴτ' ἐν ὄγκῳ
ὑγρῷ ἴσος τῷ ἑαυτῷ· ἀδύνατον μὲντοι ἐντεῦθεν μετὰ
τῶν πάλαι συναγαγεῖν, ὅτι τὰ ὑγρά ἐκ εἰσὶν ὅλως καὶ
ἑαυτὰ βαρεῖα, ὥσπερ καὶ τὸ σαλμιζόμενον ὕδρον, ἐς τὸ
σαλμὸν, ἐντιθέμενα ἐν ταῖς πλάσιγγι ἐς ἰσορροπῆντα,
ἑδενὸς μετέχει βάρους, ὅτι βάρος τὸ τυχόν, θατέρῳ προ-
σιθέμενον, ἑκάτερα κινεῖ.

83. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τῶν ἄλλων αἰτιῶν ἐξαιρεμέ-
νων, ὑγρὸν εἰδικῶς βαρύτερον ἐπιπολάζει ὑγρῷ εἰδικῶς
κυφοτέρῳ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τὸ ἀποτέλεσμα ἀναλογεῖ τῇ αἰτίᾳ· ἐ-
ὰν ἄρα μῶριον ὑγρῷ βαρύτερον ἢ, ἢ μῶριον ἄλλῳ, ἐκείνῳ
ὑφιστάμενον, τείνῃ εἰς τὸ κτελεῖν ἐν ἰσχύϊ μείζον, τὸ
ἐνεργεῖν εἰς τὰ ἄνω ὑψώσει, ἐς ὑπὲρ ἑαυτὸ ποιήσεται· ὡ-
ς πάντα τὰ μῶρια τῷ βαρύτερῳ ῥευστῷ ἀνυψώσιν πάντα

τὰ τῷ κυφοτέρῳ, ἢ τῷτο ἐκείνῳ ἐπιπολάσει· ἀλλὰ ἢ ἡ πείρα τῆτ' αὐτὸ δείκνυσιν· ὕδωρ γὰρ ἐγχυθέν ἄγγει ὑδραργύρου περιεκτικῷ, ἐπιπολάζει τῷ ὑδραργύρῳ, ἔδολως αὐτῷ συναναμγνύμενον· ὡσαύτως ἢ ἔλαιον ὕδατι κτλ. Ο. Ε. Δ.

84. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Εἰάν ἄρα διάφορα ὑγρά διαφίσει ειδικῆς βαρύτητος δοχείῳ τῷ αὐτῷ ἐμβληθῶσιν, ἄλλο ἐπ' ἄλλο διαταχθήσεται ἐν σιβάδων τῷ ὀρίζοντι παραλλήλων χήματι· τὰ γὰρ τῷ βαρυτέρῳ μόρια πρὸς τῷ πυθμένι σήσονται, ἢ αἱ αὐτὲ σήλαι ἀντιῤροπῆσαι, ἐπὶ τῆς αὐτῆς γενήσονται ἐπιφανείας· τὰ δὲ τῷ μικρῷ κυφοτέρῳ, ἢ τὸ πρὸς τῷ πυθμένι, διαταχθήσεται τῷ ὀρίζοντι παραλλήλως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῷ βαρυτέρῳ ὑγρῷ· ἐπ' αὐτῆς δὲ τὰ τῷ ἑτι κυφτέρῳ, ἢ ἐφεξῆς ὡσαύτως· ἀλλὰ ἢ πείρα τῆτ' αὐτὸ ἐμπεδοί· τῷ αὐτῷ γὰρ δοχείῳ, ὑδραργύρου, ὕδατος, ἔλαιου κτλ. ἐγχυομένων, ὁ μὲν ὑδραργύρος τὸν κάτω πληρῆται χώρον, τῶν δ' ἄλλων ἑκάστω ἄλλῳ ἐφίσταται κατὰ τὴν ἑκάστου τῆς ειδικῆς βαρύτητος τάξιν.

85. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐντεῦθεν ἄρα πολλὰ φαινόμενα ἀναπτύσσεται· πῶς τὰ τῷ ὕδατος ειδικῶς κυφότερα σώματα ἐπιπολάζει αὐτῷ· τὸ πιαρ τῷ γάλακτι, σιβάδα ὀρίζοντιον συναπαρτίζον· τὰ παχυμερέστερα μέρη τῷ κρέατος τῷ ζωμῷ κτλ. τῇ ἐπιφανείᾳ τῶν ἀκινήτων ὑδάτων ἐλακώδης ὕλη ἐπιπολάζει πολύχρους· ἢ ἄλλα τέτοιαι ἐνικότα καθ' ἑκάστην ὀρώμεν.

86. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Ἐρῆται ἐν τῷ θεωρήματι (83), ἐξαιρουμένων τῶν ἄλλων αἰτιῶν· συμβαίνει γὰρ πολλάκις ὑγρὸν ειδικῶς κυφότερον βαρυτέρῳ συναναμίγνυσθαι, ἢ τοι, ὅτι ἡ τῶν τῷ βαρυτέρῳ μορίων ἐφέλκισις ἢκ' εἰς ἀποξευχθῆναι τὰ τῷ κυφοτέρῳ, ἢ μάλιστα διὰ τὴν τριβὴν.

ἢν ὑπερπικρῶσαι ὀφείλεται τὰ κυφότερα, ἵνα διακριθῶσι τῶν βαρυτέρων, οἷς ἀναμέμικται· ὅσῳ γὰρ μᾶλλον τὸ εἶδι, κῶς κυφότερον διαιρείται, τοσούτῳ μᾶλλον αὖξαι αὐτῇ ἢ ἐπιφάνεια, καὶ ἐπομένως ἢ τῆς τριβῆς ἀντίστασις (Φυσ. 388)· διὰ ταῦτ' ἄρα, καὶ ὑγρὸν εἰδικῶς ἢ βαρύτερον ἑτέρῃ, συνταρχθέντα μέντοι σφοδρῶς ἐν τῷ αὐτῷ δι. χεῖω, ἀνάμικτα μένουσιν· ἔτω γὰρ τῷ εἰδικῶς κυφότερον λίαν διαιρημένῳ, τὰ μόρια αὐτῇ ἀλλήλων ἀποχωριζόμενα πολλὴν συνισῶσιν ἐπιφάνειαν· ἕκαστον ἔν ἀποχωριζόμενον τῶν ἄλλων, καὶ τοῖς ὁπότερον ὑγρῷ ἀναμιγνύμενον, ἐκ ἔτι δύναται ἀπαλλαγῆναι. Ἐάν γὰρ ἡρέμα ἐρυθρὸς οἶνος ἀγγεὶ πλήρῃ ὕδατος ἐγχυθῇ, ὁρῶμεν αὐτὸν, μετὰ τὸ κατελθεῖν εἰς ὠρισμένον βάθος, διὰ τὴν, ἢν πίπτων ἐκτῆσται, ταχυτῆτα, αὐλόντα εἶτα εἰς τὴν τῷ ὕδατος ἐπιφάνειαν, καὶ ταύτῃ ἐπιπολάζοντα· ὡσαύτως ἐάν λαγύνῃ, ἐρυθρὸς οἶνος πλήρῃ, λαγύνῃς ὕδατος ἐπιτεθῇ, ὡς προσεαρμοζέσθαι αὐτῶν τὰ εἴματα, ὁρῶμεν αὐτίκα σήλην ἐρυθρὰν διήκεσαν τὴν τῷ ὕδατος λαγύνῃν κάτωθεν εἰς τὰ ἄνω, καὶ τὸν οἶνον ὅλον τῆς ἐνεργείας εἰς τὴν κορυφὴν τῆς ὕδατος πλήρης λαγύνῃς ὀριζοντίως διατασσόμενον· καὶ ὅτως ἢ μὲν τὸ ὕδωρ ἔχουσα ἐμπληθῆσεται οἶνος, ὕδατος δὲ ἢ τὸν οἶνον τ' ἀνάπαλιν· ἐν ἑκατέρῳ τῶν δυοῖν πειραμάτων τέτων, ὁ μὲν οἶνος τὸν ἄνω, τὸ δὲ ὕδωρ τὸν κάτω κληρεῖται χωρὶν, ὅτι βραχύτι ὁ οἶνος διαιρείται, καὶ ἐπομένως βραχύτι τὰ αὐτῇ μεριδιὰ τοῖς τῷ ὕδατος ἀναμίγνυται· ἀλλὰ γὰρ σφοδρότερον συγκληπθέντα τὰ ὑγρά, ἐπὶ πολὺ διαιρέμενα, ἀναποσπᾶσως ἀλλήλων συνεχεται.

87. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Διὰ τὰς εἰρημένας αἰτίας, καὶ ἄλλας ἐτι ταύταις συνερχομένης, ὅ,τε αἷρ καὶ τὸ πῦρ,

καίτοι ειδικῶς κηφότερα ὑγρῶν ἄλλων, τῷ ὕδατος φέρειπειν, διεσκορπισμένα τοῖς αὐτῶν μορίοις ἐνυπομένεσι.

88. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Στερρόν ειδικῶς κηφότερον ὑγρῷ, τῇ τε ὑγρῷ ἐπιφανείᾳ ἐπιτιθέμενον, ἐμβαπτιζέσεται τῷ ὑγρῷ, ἐς ὃ τοσῦτον αὐτῷ μέρος ἐμβαπτιζείη, ὅσον ἂν εἴη ἴσον ὀγκῷ ὑγρῷ, ὅς ἐστιν ἰσοβαρὴς τῷ ὅλῳ τῷ σερρῷ ὀγκῷ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ σῆλη, ἐφ' ἧς τίθεται τὸ σερρόν, κάτεισιν ἀναβιάζεσα τὰς ἄλλας, ἐς ὃ τὸ βάρος αὐτῆς ἀκριβῶς ἰσώθει τῷ βάρει ἐκάστης τῶν ἄλλων, τὴν αὐτὴν ἐχέσης βᾶσιν (80). ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται, ὅτι σερρόν, τὴν αὐτὴν ὑγρῷ ἔχον ἐδικὴν βαρύτητα, τῷ ὑγρῷ ἐπιτιθέμενον, ἐπὶ τῆς αὐτῆς γενήσονται ἐπιφανείας· ἢ ἄρα ἡ, ἐφ' ἧς τὸ ειδικῶς κηφότερον σερρόν τίθεται, σῆλη κατιέσα παύσεται, ἢ ταῖς ἄλλαις ἀντιρρόπήσῃ, ἀνάγκη τὸ βυθιζόμενον μέρος, ὅπερ ἀνέχει ὅλον τὸ τῷ σερρῷ βάρος, ἐκ συν ᾧ ἡ ὑποκειμένη σῆλη ἐπὶ τῆς αὐτῆς ταῖς ἄλλαις γίνεταί ἐπιφανείας, ἔχειν τὴν αὐτὴν ἐπιφάνειαν ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ἐφ' ἧς ἐκ αἱ ἄλλαι σῆλαι· ἐντεῦθεν ἄρα τὸ σερρόν καταδύσεται, μέχρις ὅ το καταδύμενον αὐτῷ μέρος τὸν χῆρον κατὰσχῇ ὀγκῷ ὑγρῷ, τῷ ὅλῳ σερρῷ ἰσοβαρὴς. Ο. Ε. Δ.

89. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἄπαν ἄρα σερρόν σώμα, ειδικῶς κηφότερον ὑγρῷ, τῷ ὑγρῷ ἐν μέρει ἐπιπολάζει.

91. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐὰν σερρόν, ὑγρῷ ειδικῶς κηφότερον, κατελθεῖν ἀναγκασθῇ εἰς τὸ βάθος τῷ ὑγρῷ, ἀναπηδήσει αὐτὸς εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ταχυτῇ ἴσῃ τῇ ὑπερσῇ, ἢ ὑπερέχει ἢ τῷ ὑγρῷ ἐδικὴ βαρύτης τὴν τῷ σερρῷ· ἀλλ' ἀναβαῖνον, ἐπιταχύνει τὴν αὐτῇ ταχυτῇ, διὰ τὴν τοιαύδε κατὰβασιν τῆς πλησίον αὐτῷ ὕδατος σῆ-

λης· ἀνακηδήσει μὲν ἔν πρῶτον ἐν τῷ αέρι, καθηρεμήσει δ' εἴτα, ὅταν μέρος αὐτῷ ἐμβυθιδῇ, ἰσοβαρὲς τῷ ὄγκῳ τῷ ὑγρῷ· ἐντεῦθεν ἄρα κατὰδηλον, ὅτι ἡ ἀναγκασία ἰχὺς εἰς τὸ καταβυθίσαι ὅλον τὸ σερρὸν ἐν τῷ ὑγρῷ, ἢ ἡ εἰς τὸ καταχεῖν αὐτὸ ὅλον ἐμβεβυθισμένον, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπερσχηῇ, ἢ ὑπερέχει ἢ τῷ ὑγρῷ τὴν τῷ σερρῷ εἰδικὴν βαρύτητα. εἰάν ἄρα τὸ αὐτὸ σερρὸν ὑγροῖς, διάφορον μὲν ἔχῃ τὴν εἰδικὴν βαρύτητα, πᾶσι δὲ εἰδικῶς αὐτῷ βαρυτέροις, ἐμβαπτισθῇ, ἀνελείσεται εἰς τὰς ἐπιφανείας αὐτῶν διὰ διαφερέσης ταχυτήτος.

92. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τὸ μὲν ἐμβυθιζόμενον μέρος τῷ σερρῷ ἐμφαίνει τὴν ὅλην αὐτῷ βαρύτητα· τὸ δ' ἐπιπλάζον, τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερέχει ἢ τῷ ὑγρῷ τὴν τῷ σερρῷ εἰδικὴν βαρύτητα· ὅθεν ἀποφέρεται ἡ ἐφεξῆς ἀναλογία: ἡ εἰδικὴ τῷ ὑγρῷ βαρύτης πρὸς τὴν τῷ σερρῷ λόγῳ ἔχει, ὅν ὁ ὅλος ὄγκος τῷ σερρῷ πρὸς τὸ τῷ ὑγρῷ ἐμβυθιζόμενον αὐτῷ μέρος, τὸτ' εἰν ὁ ὅλος ὄγκος τῷ σερρῷ πρὸς τὸ μέρος αὐτῷ τὸ ἐμβυθιζόμενον ἐν ἀντιστρόφῳ ἐστὶ λόγῳ τῆς εἰδικῆς τῷ σερρῷ βαρύτητος πρὸς τὴν τῷ ὑγρῷ.

93. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Εἰάν σερρὸν ὑγροῖς διαφόρῃ εἰδικῆς βαρύτητος ἐμβληθῇ, πλείον μὲν καταδύσεται ἐν τῷ κυφτέρῳ, ἥττον δὲ ἐν τῷ βαρυτέρῳ· αἱ ἄρα εἰδικαὶ βαρύτητες τῶν διαφόρων τέτων ὑγρῶν ἔσονται ἐν λόγῳ ἀντιστρόφῳ τῶν καταδυσμένων τῷ σερρῷ μερῶν· ὥςτε αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες διαφόρων ὑγρῶν ὀρισθήσονται δι' ἐνὸς σερρῷ σώματος· εἰάν γὰρ κύλινδρος ἐμβληθῇ διαφόροις ὑγροῖς, καὶ τὰ καταδύμενα μέρη τῷ κυλίνδρῳ σημειωθῇ, αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες ἔσονται ἀντιστρόφως ὡς τὰ καταδύμενα μέρη· ἐντεῦθεν ἄρα κατασκευάζεται ὄργα-

νον ὑδροσκόπιον καλέμενον, ἢ αἱ διάφοροι καταδύσεις ἐμφαίνουσι τὰς διαφορὰς εἰδικὰς βαρύτητας τῶν ὑγρῶν, οἷς ἐμβαπτίζεται.

Εἰλήφθω σφαιρίδιον ὑέλινον τὸ βγ (χ. 93), ἡ προσ-
ηρμόσθω κυλίνδρῳ τῷ αε, ἢ ἡ διάμετρος ἡττων εἴη τῆς
τῷ σφαιριδίου, ὑέλινῳ ἢ αὐτῷ, ἢ μήκος ἔχοντι τριῶν,
ἢ τεσσάρων, ἢ πέντε δακτύλων, ἢ τῷ σφαιρίδιῳ βγ
προσκολληθήτω σφαιρίδιον ἡττον τὸ δ, ὃ πληρωθήτω ὑ-
δροργύρου, ἵνα τὸ ὑδροσκόπιον, τοῖς ὑγροῖς ἐπιτιθέμενον,
πρὸς ὁρθὰς ἰσᾶται τῷ ὀρίζοντι· ἢ κατατετμήσθω ὁ κύλιν-
δρος εἰς ἰσαλλήλους κατατομὰς· ἔτις ἐν κατασκευαθὲν
τὸ ὑδροσκόπιον, ἐμβληθὲν διαφοροῖς ὑγροῖς, διὰ τῶν κατα-
τομῶν ἐμφανεῖ αὐτῶν τὰς εἰδικὰς βαρύτητας· ἢ μὲν γὰρ
μειζων ἢ βαρίτης, ἐλάττω κατατομαὶ καταδύσονται, ἢ ὅ-
ἡττων, πλείους· γνώριμον δ' ἦν τὸ ὄργανον τῆτο ἢ τοῖς
πάλαι, ὡς δῆλον ἐκ τῆς 16 τῇ Συνεσίᾳ ἐπιστολῆς· ἢ
μόνον δὲ τῶν ὑδάτων, ἀλλὰ ἢ παντοίων ὑγρῶν αἱ εἰδι-
καὶ βαρίτητες δι' αὐτῷ ἐξετάζεσθαι δύνανται· τὸ δ' ὄνο-
μα αὐτῷ ἐκ τῇ κυριωτέρῃ, τῇ ὕδατος, ἀφωσίωται.

94. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Δυνατὸν σεῖρῶν βαρύτερα ἐπι-
πολάζειν παρασκευάσαι ὑγροῖς εἰδικῶς κυφότεροις· πρὸς
ὃ ἐτὶ ἐπεκτείνειν χρὴ τὸ σεῖρῶν, μεθ' ὃ ἔτι χηματί-
σαι, ὡς ἐμπεριέχειν κοιλότητα τοσαύτην, ὥστε ὄγκος ὑ-
γρῷ ἴσος τῷ τῷ σεῖρῶ κενῷ σερεῶ χημάτι συνάμα τῷ
σεῖρῶ μείζων ἔλκειν αὐτῷ βάρος· δῆλον γάρ, ὅτι πᾶς
κυβικὸς ἀργύρου, λεπτότατος τὰς ἐκτὸς ἐπιφανείας, καὶ
τὰ ἐντὸς κενός, ἐπιπολάσει τῷ ὕδατι· διὰ γὰρ τὸ πολὺ
κενὸν ἡττοβαρὺς εἶναι ποδὸς κυβικῷ ὕδατος· ἐντεῦθεν ἀρχ-
πλοιάρια χαλκῷ κατασκευαθῆναι δύνανται, ὡς ἢ φορ-
τίς φέρειν.

Ἀλλὰ γὰρ ἡ σώματα βαρέα μετεωρισθῆναι εἰς αἴ-
ρα δύνανται, ὑπὸ τῷ βάρει τῷ αἵρος ἀναγόμενα· ἤδη δὲ
ἡ μηχανὰς αἵροςαιτικὰς κατεσκευάσαν ἄνθρωποι ἐκλεπτῷ
ὑφάσματος, παρὰ πολὺ εἰδικῶς κυφότερα, ἢ ὁ αἶρ· ἡ
μόνοι δὲ αὐταὶ εἰς τὸν αἶρα ἵπτανται, ἀλλ' εἴπερ ἡ διά-
μετρος αὐτῶν εἴη μεγάλη, ἡ βάρη μεγάλα συνεπιφέρει-
ται, οἷον ἄνθρωπος μετὰ τῶν ἀναγκαίων αὐτῶν ἐφοδίων·
πληρῆμεναι γὰρ αἱ μηχαναὶ τῷ καλυμένῳ φλογιστῷ αἵ-
ρος, ἢ ὑδρογόνῳ, ἕτινος ἢ εἰδικῇ βαρύτης πρὸς τὴν τῷ
ἀτμοσφαιρικῷ αἵρῳ λόγον ἔχει :: 1 : 15, κατὰ τὰ
πειράματα τῶν σοφῶν χημικῶν, ἡ τῷ ἐλασικῷ καλυμέ-
νῳ κόμμι ἀλειφόμεναι ἐξωθεν, ἵνα μὴ ὁ ἐκτὸς αἶρ εἰσέλ-
θῃ, εἰδικῶς κυφότεραι τῷ ἀτμοσφαιρικῷ αἵρῳ καθίστανται.

Κυβικὸς πῆξ αἵρος βάρει ὡς ἐγγιστα ἔλκει δραχ-
μῶν 7 (Ἀ' ριβ. 162)· εὐχερῶς ἔν κατανοεῖται· α'. ὅτι
ὁγκος αἵρος ἴσος τῷ τῷ ἐν τῇ μηχανῇ, ἡ τὴν μηχανὴν
περικυκλῶν, τῷ βάρει ἐς δεκαπενταπλάσιος τῷ ἐν τῇ μη-
χανῇ, ἐξαιρεμένῳ τῷ ὑφάσματος· β'. αὐξομένης τῆς κα-
τὰ τὴν αἵρομηχανὴν διαμέτρου, ἡ ἐπομένως τῷ ἀριθμῷ
τῶν αἱ ἐμπεριεχομένων κυβικῶν ποδῶν, ἔσται ὅτε ἡ μη-
χανὴ σὺν τῷ ἐν αὐτῇ ὑδρογονικῷ αἵρῳ ἰσοβαρὴς ἔσται τῷ
ἀτμοσφαιρικῷ αἵρῳ· ἡ τηρικῶντα, αἱ βραχὺ ἐξαρθείη ἡ
μηχανὴ εἰς τὸν αἶρα, ἐκεῖθι μενεῖ ἀπηωρημένη· τῆς δὲ
διαμέτρου κατὰ μικρὸν αὐξομένης, ἡ μηχανὴ, τὸ τῷ ὑφά-
σματος βάρει ὑπερνικῶσα, ἀρθήσεται εἰς, τὸν αἶρα, ἡ το-
σούτῳ τάχισ, ὅσον ἂν εἴη μείζων ἢ αὐτῆς διάμετρος· αἱ
γὰρ ὅγκοι τῷ περὶ αὐτὴν αἵρος αἱ ἴσοι τῷ τῷ ἐν τῇ μη-
χανῇ, βαρύτερα γινόμενα τῷ ἐν αὐτῇ, τὰς αἱρώδεις αἱ-
τῶν σήλας βαρυτέρας ἀπεργάζονται τῶν τῷ ἐν τῇ μηχαν-
ῇ· ὅθεν αὐταὶ κατιῦσαι, ἐκεῖνας ἀνελθεῖν καταναγκάζουσι.

95. Ἰσέον μέντοι, ὅτι ἡ μηχανὴ ἐκ ἀνεισιν εἰς τὴν τῆς ἀτμοσφαίρας κορυφὴν, ὥσπερ τὰ σερῶν εἰς τὴν ἀνωτάτῳ ἐπιφάνειαν τῶν εἰδικῶς βαρυτέων ὑγρῶν· ἡ μὲν γὰρ εἰδικὴ βαρύτης τῶν ἄλλων ὑγρῶν, ἐξ ελασικῆς δυνάμεως ὁπωσὲν ἀμοίρων, οἷον τὸ ὕδατος, ἡ αὐτὴ ἐστὶ δι' ὅλη τὴν ὕψος, πυκνότητά ἐχόντων τὴν αὐτὴν· ἡ δὲ τὸ αἶρος ποικίλλεται· ἡ γὰρ αὐτὴ πυκνότης, ὡς ὕπερον εἰσόμεθα, ἐκ τῆ ὀριζοντος μέχρι τῆς κατὰ τὴν ἀτμοσφαίραν κορυφῆς ὅσῳ πρόεισιν, ἀπομειῦται· ὥστε τῆς εἰδικῆς βαρύτητος, ἀναλόγου ὕψους πρὸς τὴν πυκνότητα (47), τῶν κατὰ διαδοχὴν περικυκλύντων τὴν μηχανὴν ἀερωδῶν ὀγκῶν, τῶν ἐκάστῳ ἰσχυμένων τῷ τῆ ἐν τῇ μηχανῇ, αἰετῶν μᾶλλον ἐξ ὧν ἀπομεινένης, ἀφίξεται τελευταῖον ἡ μηχανὴ εἰς ὕψος ὠρισμένον, ἐνθα ὀγκος τῆ τὴν μηχανὴν περιέχοντος αἶρος, ἴσος τῷ τῆς μηχανῆς, ἰσοβαρὴς αὐτῇ παθίσεται· ἀναλινθηθεῖσα δὲ πολλάκις ὑπὲρ τῆτο τὸ ὕψος διὰ τὴν, ἣν ἀνιῶσα ἐκτῆσατο, ταχύτητα, τῶν ἀνελκυσέων αὐτῇ διὰ τὴν τριβὴν ἐλαττωμένων, τελευταῖον σῆσεται, εἴτ' ἐν ἀντιρρόσῃ τῷ ἐκείθι αἶρι· ἐντεῦθεν δὲ ἐξ τῆτο καταφαίνεται, τὴν τῆς σφαίρας ταχύτητα ἐπαύξειν αἰετῶν, μέχρις ἂν ἀφίκηται, ὅπου τῷ ἀτμοσφαιρικῷ αἶρι ἀντιρρόσῃ, μὴ μέντοι ἰσοταχῶς, καθὰ συμβαίνει τοῖς κατιῦσι σώμασιν· ἵνα γὰρ ἰσοταχῶς αὐξή ἡ ταχύτης, ἴσοις χρόνοις ἴσαις προοθήκαις ἐπαύξειν αὐτὴν χρή· ἀλλὰ μὲν ἐνταῦθα αἱ αὐξήσεις προῖσσαι ἀπομειῦνται, ὡς ἀποτελέσματα διαφορῶν εἰδικῶν βαρυτήτων τῶν τῇ περικυκλύντος αἶρος ὀγκῶν, τῶν αἰετῶν ὑπελαττωμένων· ἄρα κτ.

Τὸ δὲ ὕψος, εἰς ὅπερ ἀρθῆσεται ἡ μηχανὴ, πρὶν ἢ τῷ αἶρι ἀντιρρόσῃ, συμποικιλεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς

μηχανῆς, τῇ αὐτῇ βάρει, ἢ τῶν σὺν αὐτῇ· ἢ ἐν γένει συναγαγεῖν δυνατόν, ὅτι τὰ ὑψηλὰ διαφορῶν μηχανῶν ἐν λόγῳ εἰσὶ συνθέντες ἐκ τε τῆ ὀρθῆς λόγου τῶν ἀπὸ τῶν διαμέτρων κύβων, καὶ ἐκ τῆ ἀντιστρόφου τῶν κατὰ τὰς μηχανὰς βάρων. Ἐκ δὲ τῶν εἰρημένων εἶχε· ῥῶς κατανοεῖται, ὅτι ἔχ' ὅπως ἐκ χάρτε, ἢ ὑφάσματος λεπτῆ, κατασκευάσαι δυνάμεθα ἀεροστατικὰς μηχανὰς, ἀλλὰ ἢ ἐκ σωμάτων ἄλλων, πολλῶν εἰδικῶς βαρυντέρων.

96. Πῶς γὰρ χαλκῷ ἐπισηθήτω πρῶτον μὲν εἰς ὑπερφύην λεπτότητα διὰ σφυρηλασίας, ἢ ἐκ τούτου κατασκευασμένη σφαῖρα, μεγάλην ἔχουσα διάμετρον· ἢ πληρωθήτω ὑδρογονικῷ αἵρεσι, ἢ ἡ εἰδικὴ βαρύτης πρὸς τὴν τῆ ἀτμοσφαιρικῆς λόγον ἔχει :: 1 : 15· ἐντεῦθεν ἄρα ἀεροστατικῇ κατασκευάσεται μηχανή, τῆς ἐξ ὑφασμάτων διαφέρειν, ὅτι ἡ ταύτης περιουχὴ, χαλκῇ ὕστει, βαρυτέρᾳ ὑπάρχει τῆς κατ' ἐκείνην· δεήσει ἄρα, ἵν' ἄμφω εἰς τὸ αὐτὸ μετewριθῶσιν ὕψος, πόδας κυβικὰς πλείους περιέχονταίτην τῶν ἐκείνης· ὥστε τῆ τῶν κυβικῶν ποδῶν, οἷς οἱ ἐν τῇ χαλκίνῃ ὑπερέχουσι τῶν ἐν τῇ ἐξ ὑφάσματος, ἐξίσθῃ· ὡς αὖ τῇ ὑπερσυχῇ τῆ βάρους, ἢ ὑπερέχει ἡ χαλκίνη περιουχὴ τῆς ἐξ ὑφάσματος· δεῖ ἄρα τῆς χαλκίνης τὴν διάμετρον τοσούτῳ μείζω ὑπάρχειν τῆς κατὰ τὴν ἐξ ὑφάσματος, ὥς τὴν σφαιρότητα ἐκείνης ὑπερέχειν τῆς κατὰ ταύτην τῷ ζητούμενῳ ἀριθμῷ τῶν κυβικῶν ποδῶν· ὥς ἄρα ἄμφω εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας ἀρῆσονται, ἢ τὸ αὐτὸ ἀνέξουσι βάρος.

97. ΠΟΡΙΣΜΑ 5'. Αὐξηθέντων τῶν ἐν νηὶ φορτίων ποσότητέ τινι λόγῳ ἀξία, ἢ ναὺς εἰς πλείον ὕδατος βάρος κάτευσιν· κληρώσεται γὰρ χωρίον ἴσον ὅγκῳ ὕδα-

τος, ὃ ἡ βαρύτης ἰσθται τῷ τῆς νηὸς βάρει, συναμα τῷ τῶν ἐν αὐτῇ φορτίων.

98. ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ'. Γνωσθὲ ὄντος τῷ βάρες τῶν νηὶ ἐντεθῆσομένων φορτίων, εὐρεθῆσεται ἡ σερεότης τῷ ἐμβα. πτιωθσομέ:ε τῆς νηὸς μέρης· ἐλκέτωσαν γὰρ τὰ φορ-
τία βάρος κινταλίων $100 = 10000$ λίτραις (Α'ριθ. 157)·
ἢ ἐπεὶ πῶς κυβικὸς ὕδατος βάρος ἔλκει λιτρῶν 54 (Α'ριθ.
160)· ἄρα $1^{\circ} \frac{1}{2} = 185 \frac{1}{2}$ · ἄρα λίτραι 10000 ἰσθν-
ται τῷ βάρει $185 \frac{1}{2}$ κυβικῶν ποδῶν ὕδατος· ἄρα τὸ ἐμ-
βαπτιωθσόμενον μέρος τῆς νηὸς ἔσαι κυβικῶν ποδῶν
 $185 \frac{1}{2}$.

99. ΠΟΡΙΣΜΑ Η'. Τῶναντίον δὲ, τῆς κατὰ τὴν
ναῦν σερεότητος γνωσῆς ἔσης, εὐρεθῆσεται, πόση βάρες
αὐτῇ ἐντεθέντος, τὰ χεῖλη τῆς νηὸς ἐπὶ τῆς αὐτῆς τῷ ὕ-
δατι γενήσονται ἐπιφανείας· ἔσω γὰρ ἡ τῆς νηὸς σερεό-
της $= 1000$ κυβικοῖς ποσίν· ἔταν ἄρα τὰ χεῖλη τῆς νηὸς
τῷ ὕδατι ἐπὶ τῆς αὐτῆς γένωνται ἐπιφανείας, ἡ ναὺς
εἰσχωρήσει εἰς βάθος ἴσον τῷ ὄγκῳ 1000 κυβικῶν ποδῶν
ἕδατος· ἄρα $1000 \times 57 = 57000$ λίτραις $= 570$ κιν-
ταλίοις ἐντεθῆσεται φόρτος τῇ νηὶ, ἢ τὰ χεῖλη τῆς νηὸς
ἐπὶ τῆς αὐτῆς τῷ ὕδατι ἐπιφανείας γενήσεται.

100. ΠΟΡΙΣΜΑ Θ'. Τῶναντίον δὲ, τῷ ἐν τῇ νηὶ
βάρες ποσῷ τινι ἐλαττωθέντος, ἀρθῆσεται ἡ ναὺς μικρὸν
πρὸς τὰ ἄνω· κατέχει γὰρ ἐν τῷ ὕδατι χώρον ἴσον ὄγκῳ
ἕδατος ἰσοβαρεῖς τῷ πρὶν τῆς νηὸς βάρει, πλὴν τῷ κατὰ
τὸ ἐξαιρεθὲν σῶμα.

Εὐντεῦθεν ἄρα μαθαίνομεν, ὅπως ἐκ τῷ βιβθῷ τῶν ὕ-
δάτων βάρος μέγα, οἷον κώδων, κίων, κανόνιον, κτλ.
ἀνελκυθήσεται· εἰάν γὰρ ναὺς πρῶτον μὲν ὕτως ἐμπλη-
σθῇ βαρέων φορτίων, ἔστ' ἂν γένωνται τὰ χεῖλη αὐτῆς

ἐπὶ τῆς αὐτῆς τῷ ὕδατι ἐπιφανείας, εἴτα αλύσεων ἢ καλφιδίων τῆς νηὸς ἐξημμένων, ἢ τοῖς εἰρημένοις σώμασι προσδεδεμένων, ἢ ἐνὼν τῶν φορτίων, ἀναδύσεται ἰσχυρὴ ἐμφανισμένη ὑπὸ τῷ βάρει τῶν φορτίων, ἢ τὸ βαρὺ σώμα ἀνασπάσεται· τῆς δὲ χρείας ἀπατέσης, ἢ δυοὶ ἢ πλείοσι ναυσὶ πρὸς τὸτο δυνάμεθα χρῆσασθαι.

101. ΠΟΡΙΣΜΑ Ι'. Ἐπειπερ τὰ ἐμβαπτόμενα μέρη τῶν σερρῶν ἀντιστρόφως εἰσιν ὡς αἱ εἰδικαὶ βαρύτητες τῶν ὑγρῶν (95), τῷ θαλασσίῳ ὕδατι, διὰ τὰ ἐν αὐτῷ ἅλατα, βαρυτέρη εἴντος, ἢ τὸ ποτάμιον, τὸ λιμναῖον κτλ. ναὺς ἐμπεπλησμένη τῷ αὐτῷ βάρει μάλλον ἐγκαταδύει τῷ ποταμίῳ, ἢ τῷ θαλασσίῳ ὕδατι· καὶ ἔπειπερ τῷ ποταμίῳ τῆς βαρύτητος ἀντὶ μονάδος ληφθείσης, ἢ τῷ θαλασσίῳ εἰν ὡς ἐγγίσις = 1,03· τὸ τῆς νηὸς μέρος, τὸ ἐκαταδύομενον ποταμίῳ ὕδατι, πρὸς τὸ θαλασσίῳ, εἰν :: 1,03 : 1· ἐντεῦθεν ἄρα εὐπετέστερον ἅντις ἐπινήχοιτο τῇ θαλάσσῃ, ἢ τοῖς ποταμίσι ὕδασι.

102. ΣΧΟΛΙΟΝ. Εἶδομεν ἤδη, ὅτι, δοθέντων τῆς κατὰ τὴν ἀεροστατικὴν μηχανὴν σερείτητος, ἢ τῷ λόγῳ τῆς τῷ ἐν αὐτῇ ἀέρος εἰδικῆς κυφότητος, δυνατόν εὖρεῖν (Ἀριθμ. 217. Τ'κόδ. Δ'), ὅσον βάρος ἐν τῷ ἀέρι ἀνέξει ἡ μηχανή· ἐντεῦθεν ἔπεται ἐν γένει, ὅτι τῶν τριῶν τέτων, τῆς κατὰ τὴν ἀερομηχανὴν σερείτητος, τῷ λόγῳ τῆς τῷ ἐν αὐτῇ ἀέρος εἰδικῆς κυφότητος, ἢ τῷ τῇ μηχανῇ ἀκριβῶς ἀνεχομένῳ βάρει, δυοῖν δοθέντων, εὐπετῶς τὸ τρίτον εὖρίσκεται, εἰ μόνον γινώσκαιτο ἢ τὸ βάρος αὐτῆς τῆς μηχανῆς, ὅπερ ἅντις συνπολογίσαιτο τῷ τῶν ἀνεχομένων πραγμάτων.

103. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Στερρῶν εἰδικῶς βαρυτέρων, ὑγρῷ εἰδικῶς κυφτέρῳ ἐμβαπτόμενον, καταδύσεται εἰς

τὸν πυθμένα ταχυτῇτι ταχυνομένη δι' ἰσχύος ἴσης τῇ ὑπερ-
ρχῇ, ἢ ὑπερέχει ἢ εἰδικὴ τῷ σερρῷ βαρύτης τὴν τῷ ὑγρῷ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ σήλη, ἢ ἐπιβάλλεται τὸ σερρὸν, ταπεινωθήσεται, εἰς ὃ τὸ αὐτῆς βάρος ἰσωθείη τῷ τῶν ἄλ-
λων σηλῶν (80). ἀλλὰ γὰρ αὕτη τῶν λοιπῶν αἰεὶ ἔσαι βαρυτέρα, μέχρις ἂν τὸ σερρὸν εἰς τὸν πυθμένα γένηται. τῷ γὰρ σερρῷ ἐγκαταδύοντος, εἰς τὸν κοῖλον χώρον, ὃν ἢ σήλη κατιῶσα εἶ, ἐπιρρέουσιν τῶν ἄλλων σηλῶν, αὐτῇ βαρυτέρα αὐτῇ ἀποτελεῖται. ἄρα ἢ παύσεται κατιῶ-
σα, ἢ τὰς ἄλλας ἀνυψῶσα σήλας, ἕως ὅτ' ἂν τὸ σερρὸν, τῶν μερῶν αὐτῆς ἄλλο μετ' ἄλλο ὑποχωρύντων, ἢ εἰς τὰς προσεχείς σήλας τὰς ἀνιῶσας μεθισαμένων, ἐφάφηται τῷ πυθμένος. ἄρα τὸ α'.

Πάντα τὰ σώματα, τῇ ἰδίᾳ αὐτῶν βαρύτητι κατα-
βαίνοντα, ταχυτῇτι ταχυνομένη κατὰσιν (Φυσ. 173. Τόμ. Δ'). ὑπὸν ἢ τὸ τῷ ὑγρῷ ἐμβυθιζόμενον. ἄρα τὸ β'.

Τῆς εἰδικῆς τῷ σερρῷ βαρύτητος ἰσχυμένης τῇ τῷ ὑ-
γρῷ, τὸ σερρὸν πᾶσαν αὐτῇ ἀποτιθῆσι τὴν βαρύτητα (81). ἢ ταύτη ἡρεμήσει, ὅτε ἂν τεθεῖη ὑπὸ τὴν τῷ ὑ-
γρῷ ἐπιφανείαν. κινηθήσεται ἄρα τῇ ὑπερρχῇ, ἢ ὑπερ-
έχει ἢ εἰδικὴ αὐτῇ βαρύτης τῆς τῷ ὑγρῷ. ἄρα ἢ τὸ γ'.
Ο. Ε. Δ.

104. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τὸ σερρὸν τοσούτῳ τάχιον ἐγκαταδύσεται, ὅσῳ μείζων ἐστὶν ἢ αὐτῇ τῆς τῷ ὑγρῷ εἰδικῆς βαρύτητος, ἢ εἰάν ἐφεξῆς ἐμβληθῇ τὴν εἰδικὴν βαρύτητα διαφέρουσιν ὑγροῖς, τοσούτῳ τάχιον καταδύσε-
ται, ὅσῳ μᾶλλον εἴη ἡττοβαρὲς τὸ ὑγρὸν. διὸ λιθὸς τά-
χιον ἐν τῷ αἵρι, ἢ ἐν τῷ ὕδατι, κάτεισι, ἢ τάχιον δὲ πάντως καταδύσεται ἐν τοῖς ποταμικοῖς ὕδασι, ἢ ἐν τῷ θαλασσίῳ.

105. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τὸ σεῖρρον, ὑγροῖς ἐγκυατα-
 δύομενον, μόνον ἐνδιασώζει τὴν ὑπερσχήν τῆς ἐαυτῆ εἰδι-
 κῆς βαρύτητος· πείρα δὲ μόνιμῳ καὶ ἀμεταβλήτῳ τυτῇ
 ἐμπεδῆται· ποσὸν γὰρ ὑδραργύρου, ἐν αἰερί σαθμῇ, ἐν-
 εῦρηται ἀντιβρόπον λίτραις 14· τυτ' αὐτὸ δὲ, ζυγῷ ἐν
 ὕδατι σαθμώμενον (χ. 94), ἀντιβρόπον εὐρέθη 13 λιτρῶν
 σαθμῷ τεθέντι ἐπὶ τῆς ἐν τῷ αἰερί πλάσιγγος Α· χρυ-
 σῆ τμήμα, ἐν μὲν αἰερί σαθμῇ, εὔρηται ἀντιβρόπον 19
 λίτραις· ἰπκείαις δὲ θριξὶ προσδεθέν, καὶ τῷ ζυγῷ προσ-
 αφέν διὰ τῶν τριχῶν, καὶ ὕδατι τῷ ἐν τῇ φιάλῃ Γ ἐμ-
 βαπτισθέν, εὐρέθη ἀντιβρόπον 18 λίτραις· ὥστε ὁ μὲν
 χρυσὸς ἐν τῷ ὕδατι ἀποτιθῆσιν $\frac{1}{10}$ τῆς ἐαυτῆ βαρύτητος,
 ὁ δ' ὑδραργύρος, $\frac{1}{11}$ · ὅθεν κατὰδηλον, ὅτι ὁ μὲν χρυ-
 σὸς ἐνδιασώζει τὴν ὑπερσχήν τῆς ἐαυτῆ ὑπὲρ τὴν τῷ ὕδα-
 τος εἰδικὴν βαρύτητα, εἴτ' ἐν 18, ὁ δ' ὑδραργύρος τὴν
 ἐαυτῆ ὑπερσχήν 13· ὡσαύτως δὲ καὶ ἄλλα σεῖρρα, ὑγροῖς
 ἐαυτῶν εἰδικῶς κυφότεροις ἐμβαπτόμενα.

106. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ἐὰν σχετικὴ βαρύτης
 σώματος κλυθῇ ἢ ὑπερσχή, ἢ περ ἢ εἰδικὴ αὐτῆ βαρύτης
 ὑπερέχει τὴν ἐτέρε σώματος, τὸ βίτρις, ὃ σεῖρρον εἰδι-
 κῶς βαρύτερον, ὑγρῷ εἰδικῶς κυφότερῳ ἐμβαπτόμενον, ἐν-
 διασώζει, ἔσαι ἐκ τῶν ἤδη εἰρημένων ἢ σχετικὴ αὐτῆ βα-
 ρύτης· ἔκέν τε μὲν ὑδραργύρου πρὸς τὸ ὕδωρ σχετικὴ
 βαρύτης ἐστὶν ὡς 13, τε δὲ χρυσοῦ πρὸς τὸ ὕδωρ, ὡς 18.

107. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Ἐὰν τὸ αὐτὸ σεῖρρον διαφέ-
 ρουσι τὴν εἰδικὴν βαρύτητα ὑγροῖς ἐμβληθῇ, τσοῦτω
 πλεῖον ἀποθήσει τε ἐαυτῆ βάρος, ὅσω πλεῖον ἂν εἴη τῆ
 ὑγρῆ ἢ εἰδικῆ βαρύτης, καὶ ἢ εἰδικὴ βαρύτης τῶν ὑγρῶν
 δηλωθῇσεται διὰ τῆ ἀποτιθεμένου μέρους τῆς κατὰ τὸ σεῖ-
 ρρον βαρύτητος· ὁ τοίνυν χρυσὸς, ὕδατι μὲν ἐμβαπτιζόμενος,

† $\frac{1}{9}$ τῷ εἰαυτῷ βάρος ἀποτίθεται· ὅθεν ἡ εἰδικὴ τῷ ὕδατος βαρύτητι πρὸς τὴν τῷ χρυσοῦ ἐστίν :: 1 : 19· ὑδραργύρου δὲ, † $\frac{1}{9}$ · ὅθεν ἡ εἰδικὴ τῷ ὑδραργύρου βαρύτητι πρὸς τὴν τῷ χρυσοῦ λόγον ἔχει :: 14 : 19· ἐντεῦθεν ἄρα συνάγεται, ὅτι ἡ εἰδικὴ τῷ ὕδατος βαρύτητι πρὸς τὴν τῷ ὑδραργύρου λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἐν τῷ ὕδατι ἀποτεθεὶν βάρος τῷ χρυσοῦ, πρὸς τὸ ἀποτεθεὶν αὐτῷ ἐν τῷ ὑδραργύρῳ, εἴτ' ἐν :: † $\frac{1}{9}$: † $\frac{1}{9}$, ἢ ἐπομένως :: 1 : 14.

108. ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'. Εἰς τὴν ἀρὰ τὰς εἰδικὰς βαρύτητας, ὅσων ἂν βέλῃ, ὑγρῶν εὔρειν δυνήσῃ· σῶμα γὰρ σεβρόν τὸ Δ'. (χ. 94) θριξίν ἵππε προσδέσας, ἢ τῷ Ε βραχίσαι τῷ ζυγῷ προσαρθήσας, ἀντιβρόσκον τε τῷ εαθμῷ Α κατασῆσας, διαφόροις ὑγροῖς, ὧν τὴν εἰδικὴν βαρύτητα ζητεῖς, ἐγκαταβύθιζε· τὰ δ' ἀποτεθέντα βάρη τῷ βυθιζομένῳ σώματος, ἃ προδεῖναι ἐπάναγκες τῇ πλάσιγγι Α, ἢ ὑπάρχει ἀντιβρόσκια, ἐμφανῶσι τὰς εἰδικὰς τῶν ὑγρῶν βαρύτητας· ταύτην ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον οἱ φιλοσοφῆσαντες τὴν ὁδὸν περιπατήσαντες, διώρισαν τὰς εἰδικὰς βαρύτητας παντοίων ρευστῶν, ὧν (τῶν γυν κυριωτέρων) περιεκτικὸς ἐστὶν ὁ ἐφεξῆς πίναξ, ἐν ᾧ, ὡσαύτως δὲ καὶ τῷ ἐφεξῆς, τῷ ὑπὲρ ὕδατος ἢ βαρύτητι ὡς ὅρος ὑποτίθεται παραδέσεως· διὸ τίθεται ἴσος 1, ἢ = 1,000 (Α'ριθ. 232).

109. Πίναξ τῶν κατὰ τὰ κυριώτερα ρευστὰ εἰδικῶν βαρυτήτων.

Αἴρ ἀτμοσφαιρικός	0,001	Γάλα	
Αἷμα		δαμάλεως . .	1,030
ἀνθρώπειον . .	1,040	ὄνη	1,021
πυκνότερον . .	1,056	γάλακτος ὀρέβος	1,016
Αἵματος ὀρέβος .	1,027		

Ἐλαίω		Πνεῦμα.	
ἀμυγδαλίων	0,926	νίτρου κοινῷ	1,315
λίω	0,932	νίτρου κεκαθαρμένον	1,610
μοχλοκαρύων	0,948	ἄλατος θαλασσίον	1,130
ἐλαίων	0,913	θαίον	1,019
τερεβινθίνης	0,792	ταρτάρου	1,073
βιτριολίον	1,700	τερεβινθίνης	0,874
Οἶνος.		οἶνου κεκαθαρμένον	0,866
Βουργυντιακός	0,953	βιτριολίον	1,203
τῆς Καμπανίας	0,962	Τῶν.	
Οἶνος.		ὑέταιον	1,000
ζύθος	1,034	διεξαλαγμένον	0,993
οἶνον	1,011	ποτάμιον	1,009
διεξαλαγμένον	1,030	θαλάσσιον	1,030
Πνεῦμα.		βασιλικόν	1,234
ἀμβάριον	1,031	δρακικόν	1,300
		φρεάτειον	0,999

110. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐὰν δὲ τὴν πάντων διάφορα εἰρήσῃ ἐν τῷ αὐτῷ ῥεύσῃ, ὃ ὡς ὅρος παραθέσεως παραλαμβάνεται, οἷον τῷ ὕδατι, ὑπερδιὰ τὸ τοῦ ἰδιώτικῃ βαρύτητος καλεῖται 1, ἐμβαπτισθῶσι, ἢ ἐν αὐτῷ, ὡς εἴρηται ἀνωτέρω, εὐμεγεθῶσι, ἢ ἐκαστὴ ἰδιώτικῃ βαρύτητος δηλωθήσεται διὰ τῆς ἀποτεθέντος αὐτῶν ἐν τῷ ὕδατι βάρους· τὸ δὲ πρᾶγμα τοῖς προεκτεθείσι διαλυκανῶμεν ὑποδείγμασι· τμήμα χρυσοῦ, ἐν αἵρι μὲν ἀντιβέσκει 19 ὑγγραίαι· ἐν ὕδατι δὲ, 18· ἀποτίθῃσιν ἄρα τῇ τῷ αὐτῷ βάρους· ὑδραργύρου ποσόν, ἐν μὲν αἵρι ἀντιβέσκει 14 λίτραις, ἐν ὕδατι δὲ, 13· συνάγεται ἄρα τὸν ὑδραργύρου ἀποθέσθαι τῇ τῷ οἰκείῃ βάρους, ἢ τὴν μὲν τῷ χρυσοῦ ἰδιώτικὴν βαρύτητα ὑπάρχειν 19, τὴν δὲ τῷ ὑδραργύρου 14, τὴν

δὲ τῷ ὕδατος 1· διὰ γὰρ τέττε τῷ πειράματος, ὄγκος μὲν χρυσῷ ἴσος ὄγκῳ ὕδατος ἐννεακαιδεκαπλάσιος τῷ βά-
ρει τῷ ὕδατος ἐξελέγχεται· ὑδρογύρε δὲ, τετραδεκα-
πλάσιος τῷ αὐτῷ ὕδατος.

111. Καὶ ἔτω μὲν εὐρίσκεται ἡ εἰδικὴ βαρύτης πάντων τῶν τῷ ὕδατος βαρυτέρων σερρῶν· ἡ δὲ τῶν ὕ-
δατος ἡττοβαρῶν εὐρίσκεται διάτινος τῶν τῷ ὕδατος βα-
ρυτέρων ἔτω· α'. καθμνήτω ἐν τῷ αέρι τὸ ὕδατος ἡττο-
βαρὲς σῶμα, ὡσαύτως ἔστω σῶμα τῷ ὕδατος βαρύτερον,
δὸς εἶπειν, μόλιθδ· ἔστω εἰλήφθω τὸ ἄθροισμα τῶν δυοῖν
βαρυτήτων· ἔστω μὲν ἡ τῷ βαρυτέρῳ, τῷ μόλιθδ φέ-
ρε, εἰδικὴ βαρύτης ἀγνωστος ἡ, εὐρεθῇτω, ὡς ἀνωτέρω
εἴρηται, διὰ τῆς ἐν τῷ ὕδατι καθμνήσεως· β'. συναφθέντα
τὰ δύο ταῦτα σώματα καθμνήτωσαν ἐν τῷ ὕδατι· ὁ δ'
ἀποθήσεται βάρος τὰ δύο ὁμῶς σώματα, ἔσαι ἴσον τῷ
βάρει ὄγκῳ ὕδατῶδους ἴση τῷ ἄθροισματι τῶν κατὰ τὰ
δύο σώματα ὄγκων· ἀφελόντες ἄρα ἀπὸ τῷ ἄθροισμα-
τος τῶν δυοῖν ἀποτεθέντων βάρων τὸ ἀποτιθέμενον ὑπὸ
τῷ μειζοβαρὲς σώματος βάρος, ἔξομεν τὴν εἰδικὴν τῷ
ἡττοβαρὲς βαρύτητα· δῆλον γὰρ, ὅτι τὸ βάρος τοιούτου
ὄγκῳ ὕδατῶδους πρὸς τὸ βάρος τῷ ἴσῳ τῷ ὕδατος ὄγ-
κῳ τῷ κυφότερου σώματος λόγον ἔχει, ὅν ἡ εἰδικὴ τῷ ὕ-
δατος βαρύτης, πρὸς τὴν τῷ κυφότερου ζητευμένην εἰδικὴν
βαρύτητα.

112. Πίναξ τῆς διαφορῶν εἰδῶν σερρῶν σωμάτων
εἰδικῆς βαρύτητος.

Αἰδάμας . . .	3,517	Αἰλας ὀρυκτὸν . .	2,143
Αἰλάβατρον . .	1,892	τῷ Γλαβερέν . .	2,246
Αἰλας ἀμμωνιακὸν		βιτριολίον . .	1,900
καθαρόν . .	1,453		

χάλυβος . . .	1,830	ῥινοκέρωτος . .	1,241
Αμίαντος . . .	2,913	Κηρός ὠχρὸς . .	0,955
Ἀμμος ποτάμιος .	1,900	Κινάβαρις φυσικὴ .	7,300
Ἀντιμώνιον ὠμὸν .	4,000	κατασκευασὴ . .	8,200
Οὐγγαρικὸν . . .	4,700	Κόμμι ἀραβικὸν . .	1,375
Ἀφροδίτης . . .	7,500	τραγακίνθης . .	1,333
κιναβάρεως . . .	6,044	Κοράλλιον ἐρυθρὸν .	2,689
Ἀργίλλος . . .	1,929	Κοράλλιον λευκὸν .	2,500
Ἀργυρος καθαρὸς .	11,091	Λιθάνθραξ . . .	1,240
Ὀμανδικὸς . . .	10,535	Λιθάργυρος χρυσεῖα	6,000
Ἀσφαλτος σερβὰ		ἀργυρεῖα . . .	6,044
καθαρά . . .	1,283	Λίθος καδμεία . .	5,000
Ἀχάτης . . .	2,592	αἱματίτης . . .	4,960
Βάλαμον . . .	0,896	πυρίτης . . .	2,600
Βιτρίολιον Βρετανι-		κρυσταλλίτης ἀ-	
κὸν . . .	1,880	πότομος . . .	2,650
Δαντισκανικὸν . .	1,715	γρανίτης ὄρυ-	
Ηλεκτρον διαφαν-		κτὸς . . .	3,100
νὲς . . .	1,065	ἱασπης . . .	2,666
Θεῖον καθαρὸν . .	2,000	τοτάζιν . . .	3,450
καινὸν . . .	1,800	μαγνήτης . . .	4,585
Γ'χθυοκόλλα . . .	1,111	Μάρμαρον μέλαν	
Κασσίτερος καθαρ-		τῆς Ἰταλίας . . .	2,704
ρὸς . . .	7,320	λευκὸν . . .	2,704
Κασσίτερος Βρε-		Μολιβδος τῆς Γερ-	
τανικὸς . . .	7,471	μανίας . . .	11,310
Βρετανικὸς καθ-		τῆς Βρετανίας . .	11,325
αρὸς . . .	7,295	Νίτρον . . .	1,900
Κέρας βροῦς . . .	1,840	Ξύλιν κλήθρας . .	0,530
ἐλάφου . . .	1,875	ἀλός . . .	1,177

πηξῆ . . .	1,030	Πυρίτις κόνις . .	0,914
βρασιλιανόν .	1,030	Ρ'ητήνη τῆς καϊάκης	1,224
κέδρε . . .	1,613	Σίδηρος . . .	7,645
πρίνυ . . .	1,143	χωνευθεῖς . . .	7,114
πρίνυ ξηρῷ . .	0,854	σφυρήλατος . .	8,286
ἐθένυ . . .	1,177	Στυπτηρία . . .	1,714
σφενδάμνυ . .	0,755	Ο'σέα βοῶς ξηρᾷ .	1,656
μελίας . . .	0,845	προβάτω πρόσ-	
καϊάκης . . .	1,337	φατα . . .	2,222
ἀρκεύθυ . . .	0,556	Τ'δράργυρος Γερ-	
φηγῷ . . .	0,854	μανικὸς . . .	14,000
ἰσσωπε . . .	0,986	Βρετανικὸς . . .	13,593
πτελέας . . .	0,600	Τ'ελος λευκῇ . .	3,150
καρύας . . .	0,600	Χάλυξ . . .	2,542
λίγυ . . .	9,543	Χάλυψ . . .	
κακκυμηλέας .	0,663	ἀπαλὸς . . .	7,738
ἐλάτης . . .	0,550	σκληρὸς . . .	7,704
Ο'δὲς ἐλεφάντι-		Χλωρὸν τῷ χαλ-	
νος . . .	1,825	κῷ . . .	1,714
Ο'ρεῖχαλκος χλω-		Χῆς . . .	1,630
ρὸς . . .	7,829	Χρυσόκωμα . . .	1,702
ερυθρῷς . . .	9,300	Χρυσὸς καθαρώτα-	
Πίσσα . . .	1,150	τος . . .	19,640
Πλήθος . . .	1,357		

113. ΣΧΟΛΙΟΝ Α'. Βυλόμενοις διὰ τῷ πρῶ-
 θέντος πίνακος εὑρεῖν τὸ βάρος κυβικῷ ποδὸς παντὸς σῶ-
 ματος τῶν ἐν τῷ πίνακι σεσημειωμένων, ἐν λίτραις,
 πολλαπλασιασέον τὸν ἐν τῷ πίνακι τὴν εἰδικὴν βαρύτη-
 τα τῷ προκειμένῳ σώματος ἐμφαίνοντα ἀριθμὸν ἐπὶ 70·
 εἴγε πῶς κυβικὸς ὕδατος ἀντιρρόπος ἐστὶν 70 λίτραις·

κείδω εὔρειν, ὅποσαις λίτραις ἀντιβροπεί πῦς κυβικὸς καθαρεῖ χρυσῷ· ἐν ἣν τῷ πίνακι, ἐπεὶ παράκειται τῷ καθαρεῖ χρυσῷ ὁ ἀριθμὸς 19,640· πολλαπλασιασθήτω 19,640 ἐπὶ 70· καὶ δὴ εὔρεθήσεται ὁ κυβικὸς χρυσῷ πῦς ἀντιβροπῶν λίτραις 1374 καὶ ὑγγίαις 9.

114. ΣΧΟΛΙΟΝ Β'. Τῷ εἰρημένῳ πίνακι χρήσασθαι δυνάμεθα καὶ πρὸς τὸ διαγινώσκειν τῶν κιβδηλῶν τὰ καθαρὰ μέταλλα· χρυσοχόος γὰρ δείκνυσίμῳ χρυσὸν ἀκατέργασον, καθαρὸν αὐτὸν εἶναι διατεινόμενος· εὐθὺς γὰρ τῷ τῷ ὕδατι, καὶ ἣν ἀποβάλλῃ ἐν τῷ ὕδατι πλεῖν ἢ

$\frac{1}{19,640}$ τῷ αὐτῷ βάρει, ἐν φέρῃ εἰπεῖν δεκαοκτημόριον, νόβος ἐστίν.

Εἰνταῦθα μέντοι ἐπιλυτέον ἂν εἴη καὶ τὸ, ὅπως ὄγκοι τινὸς μικτοῦ ἐκ δυοῖν μετάλλων δοθέντος, εὔρηστομεν διὰ τῶν εἰδικῶν βαρυτήτων τὸ βάρος ἑκάτερου τῶν μετάλλων, ἐξ ἧν ὁ μικτὸς συγκείται· α'. γὰρ εὐμετρήτω ὁ σύνθετος ὄγκος ἐν τῷ ὕδατι, καὶ σημειωθήτω, ὅσον ἀπέθετο τῷ ἰδίῳ αὐτοῦ βάρει· β'. ζητηθήτω, ὅσον ἀποτιθέασιν ὄγκοι ἀπλοὶ ἑκάτερου τῶν δύο συνθετικῶν μετάλλων, καὶ διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὔρεθήτω, ὅσον βάρος ἀποτιθέσιν ἑκάτερον ἐν τῷ μικτῷ ὄγκῳ· γ'. αἱ τύποι τῶν δύο ἀποτεθέντων βάρων συναφθείωσαν· ὅθεν ἐξίσωσις ἀποτελεῖται, καὶ ἡ ἀγνώστος ποσότης, εἴτ' ἢν τὸ πρὸςθεῖν μέταλλον, εὔρισκεται· ἔσω ὁ ὅλος ὄγκος = Π, καὶ ἡ ποσότης πατέρου τῶν μετάλλων, = χ· ἡ τῷ ἑτέρῳ ἄρα ἐστὶ = Π — χ· καὶ ἡ μὲν πρώτη ὠρισμένη ποσότης τῷ μέτῳ γ ἀπολεσάτω βάρος = α· ἡ δὲ δευτέρα δ ἀπολεσάτω = β· ὁ δ' ὅλος σύνθετος ὄγκος Π ἀπολεσάτω βάρος = π·

$$\text{ὅθεν } \gamma : \alpha :: \chi : \frac{\chi\alpha}{\gamma}, \text{ ἢ } \delta : \beta :: \Pi - \chi : \frac{\beta\Pi - \beta\chi}{\delta}$$

$$\text{ἢ } \frac{\chi\alpha}{\gamma} + \frac{\beta\Pi - \beta\chi}{\delta} = \pi, \text{ ἢ } \chi\alpha\delta + \beta\Pi\gamma - \beta\gamma\chi = \pi\gamma\delta, \text{ ἢ } \beta\Pi\gamma - \pi\gamma\delta = \chi\alpha\delta - \beta\gamma\chi, \text{ ἢ } \chi = \frac{\beta\Pi\gamma - \pi\gamma\delta}{\alpha\delta - \beta\gamma}.$$

ἀπολεισάτω ἔν τὸ μὲν $\gamma = 37$ μέταλλον ἐν τῷ ὕδατι βάρος $= \alpha = 5$, τὸ δὲ $\delta = 23$, βάρος $\beta = 2$, ἢ ὁ ὅλος ὄγκος $\Pi = 120$, $\pi = 14$. ὅθεν $37 : 5 :: \chi :$

$$\frac{5\chi}{35}, \text{ ἢ } 23 : 2 :: 120 - \chi : \frac{240 - 2\chi}{23}. \text{ ἄρα } \frac{5\chi}{35} +$$

$$\frac{240 - 2\chi}{23} = 14, \text{ καὶ } 115\chi + 8820 - 74\chi =$$

11914 , ἢ $41\chi = 3034$, ἢ $\chi = 74$, ἢ $\Pi - \chi = 46$. Τῷ αὐτῷ δὴ τρόπῳ ἢ Ἀρχιμήδης εὔρατο τὸ πρὸς τῷ ἀργύρῳ, ὃ συνέμικξε τῷ χρυσῷ ὁ δόλιος τεχνίτης εἰς κατασκευὴν τῷ διαδήματος Ἰέρωνος τῷ τῶν Συρακουσῶν βασιλέως.

115. ΣΧΟΛΙΟΝ Γ'. Ἀδάμαντα βασανίζοντες, ὁρῶμεν ἐν τῷ πίνακι τὴν εἰδικὴν αὐτῷ βαρύτητα ἔσαν περιπερὶ 3,517· εἰς ἀριθμὸν ἔν, πρῶτον μὲν ἐν αἰέρι, εἴτα δ'

ἐν ὕδατι, ἢ εἴπερ ἐν τῷ ὕδατι ἀποτίθῃσιν $\frac{1}{3,517}$ τῷ οἷ.

κεῖσε βάρος ὡς ἐγγίσα, ἀληθῶς ἢ λιθὸς εἰς ἀδάμαντα· Συχνάκις δὲ συμβαίνει τὰ βασανιζόμενα σώματα καθαρὰ δοκεῖν, πράγματι ὄντα σύνθετα ἐκ πολλῶν μετάλλων· λιθὸν ἔν βασανίσαι βυλόμενοι, εἰ περιέχει μέρη ἐν αὐτῷ ἑτερογενῇ, εὐθὺς αὐτὸν ἔντε τῷ αἰέρι, καὶ τῷ ὕδατι· ὁ δὲ πίναξ μὴ δεῖν ἀπολέσαι αὐτὸν φησὶν, εἰ μὴ

τὸ $\frac{1}{2,5}$ τῷ ἑαυτοῦ βάρει, εἴπερ εἴη ἀπλῶς· εἰ μὲν ὦν εἰ-

λαττον ἀποτιθῇσιν, ἢ $\frac{1}{2,5}$, περιέχει μέρη ἑτερογενῆ,

εἰδικῶς αὐτῷ ὄντα βαρύτερα· εἰ δὲ πλεον ἢ $\frac{1}{2,5}$, εἰδι-

κῶς αὐτῷ κεφώτερα, γαίην φέρε, ἢ χωρία αἲροι πλήρη.

116. ΣΧΟΛΙΟΝ Δ'. Ἡ εἰδικὴ τῶν σωμάτων βι-
ρύτης μεταβάλλεται ὑπὸ διαφορῆς θερμότητος, ἥτις ἔ-
κατὰ μόνιμον λόγον ἀραιῶι τὰ παντοῖα τῶν σωμάτων εἶδη.

117. ΠΟΡΙΣΜΑ. Οὐκ ἄρα τὰς διὰ τῶ πῖνακι
γινόμενες ὑπολογισμὸς ἀκριβεῖς ὑπεληπτέον, ἀλλ' ὅτι
ἔγγιστα τῆς ἀκριβείας· ὁψόμεθα γάρ, ὅτι ἡ θερμότης,
ἢ τὸ ψύχος, ἢ ζύμωσις, ἢ ἄλλαι αἰτίαι, νῦν μὲν δυοῖν
ἑτεροειδέσι σώμασι τὴν αὐτὴν ἐναιπεργάζονται εἰδικὴν βι-
ρύτητα, καί περ ἔχουσι διάφορον, νῦν δὲ σῶμα κεφώτερον
εἰδικῶς βαρύτερον ἀποτελεῖσι, ἢ τειχαιόν, βαρύτερον
τὸ κεφώτερον.

Κ α θ ο λ ι κ ὸ ν Π ὁ ρ ι σ μ α .

118. Ἐκ τῶν τριῶν προτεθέντων θεωρημάτων ἡ
πειρα μυστικῶς φαινόμενα ἀναπτύσσονται.

119. Ἐπισημῆτω γάρ εἰδωλον ἀθρόωυ μικρὸν ἐξ
ἑλέυ κοίτης, ὃ ἂν εἴη μικρῶ κεφώτερον ὅγκω ὕδατος οἱ ἴσοι
(χ. 95)· ἢ ἔσω τετραμένον, ἢ τὴν ὁπὴν ἐμπεφυγαμένην
δι' ὑμένος εὐκνήτου, ἢ βύρσης λεπτῆς, χαλαρᾶς διὰ πε-
ρυσίαν, ὥς ἔχειν ἐγκαταδύεσθαι τῇ κοιλότητι, ἢ ἀνα-
δύεσθαι κατὰ τὴν ἐξωθεν γινομένην κατάβληψιν τῷ ὑγρῷ,
ᾧ ἐμβαπτίζεται τὸ εἰδωλον· κληθεῖη ἂν τὸ εἰδωλον τῷ

το Τ'δροσᾶτικὸς ναύτης, ἐξ διὰ τῶν διαφορῶν αὐ-
τῆ κινήσεων ἐρμηνεύσειε τὰ ἐν τῇ φύσει φαινόμενα· ἐμ-
βαπτιωθήτω ἔν ὁ ναύτης λαγύνῃ ὑελίνῃ, πλήρει ὕδατος·
ἐπεὶ εἰδικῶς τῆ ὕδατος ἐστὶ κυφότερος, ἀναδύσεται εἰς
τὴν ἐπιφάνειαν· ἐξ διὰ τῆ δακτύλου καταθλίβειν τὸ ὕδωρ
ἐν τῷ τῆς λαγύνῃ σφίγι· αὕτη τοῖσιν ἡ κατάθλιψις τὸν
ὑμένα ἀναγκάσει καταδύεσθαι εἰς τὴν κοιλότητα, ὅπου ἐξ
ὕδωρ πλεῖν ἢ πρότερον ἐπεγχυθήσεται· ὅσῳ τοίνυν αἰ-
ξεται ἡ κατάθλιψις, ὁ ναύτης τὸν ὄγκον αὐτῷ ἀπομει-
ῶν, ἔχι δὲ ἐπὶ τὴν βαρύτητα, πρῶτον μὲν εἰδικῶς εἰσο-
βραχὺς τῷ ὕδατι γενήσεται, εἴτα βαρύτερος, ἐξ δὲ κα-
ταβήσεται εἰς τὸν τῆ δοχεῖς πυθμένα· ἡλαττεύειν εἴτα
ἡ κατάθλιψις· ὁ τῇ κοιλότητι ἔν τῷ εἰδῶλι ἐμπεριεχο-
μενος αἷρ, ἐξ διὰ τῷ ὑμένος κατιόντος πιεσθεὶς, ἀντεξωθεὶ
διὰ τῆς ἐλασικότητος τὸν ὑμένα ἔξω τῆς κοιλότητος· τὸν
ὄγκον ἔν ὁ ναύτης μεγαλυθήσεται, ἔχι δὲ ἐπὶ τὴν βαρύ-
τητα· ἐλαττεμένης δὲ μᾶλλον ἐξ μᾶλλον τῆς τῆ δακτύ-
λου καταθλίψεως, τὸ εἰδῶλον κατὰ βραχὺ τῷ ὕδατος κυ-
φότερον ἀποβήσεται, ὡς ἐξ πρότερον, ἐξ δὲ ἀναδύσεται.

Εἰντεῖθεν ἄρα κατάδηλον, ὅτι α'. τὸν ναύτην ἀναλι-
κτεῖναι πρὸς τὰ ἄνω ἐξ κάτω ποιῆσαι δυνάμεθα· β'. τῆς
καταθλίψεως ποικιλομένης, παρεκτρέπεσθαι ἐν ἀκαρεὶ τῆς
ἐαυτῷ ὁδοῦ· γ'. ἐπεὶ ἡ βαρύτης τῷ εἰδῶλι, ἀπανοῖσιν
ὄντος, ἔκ ἐστὶ πανταχῶς ἡ αὕτη, ἐξ μάλιστα ἡ εἰδικὴ βα-
ρύτης τῷ μέρει, ὅπου ὁ ὑμὴν ἀνείσιντε ἐξ κάτεισι, συνε-
χῶς μεταβάλλει, τὸ σχῆμα περιεσχυθήσεται περὶ τὸν ἐ-
αυτῷ ἄξονα, ἐξ κινήσεις ἡμῖν παραστήσει παντοίας, τυ-
χαίας μὲν, ἐκυσίας δὲ δοκίμας· ἐφ' ἡμετέρας ἔν τῇ ἐ-
ναῖς τῶν ἐν τῇ φύσει ὑποδειγμάτων.

120. α'. Οἱ ἀεροναῦται, τὰς ἀεροβατικὰς μηχανὰς

Τόμ. Ε'.

Υ

ἐπινοήσαντες, μιμῶνται ἐν αὐταῖς ἀκριβῶς ἐν τῷ ἀτμοσφαιρικῷ ῥευσμῷ πάσας τὰς κινήσεις τῆ ὑδροστατικῆ ναύτης, φερόμεναι, ὡς ἂν αὐτοῖς εἴη σύμφορον, ἢ κατὰ τὴν ποσότητα τῆ ἐνόντος ὑδρογονικῆ ἀέρος, ἐμφυσῶντες μᾶλλον ἢ ἦττον τὴν μηχανήν· ἢ ἐπειδὴ, τῷ βάρει αὐτῶν μένοντος τῆ αὐτῆ, ὁ ὄγκος ποικιλλεται, γίνονται ἐκ διαδοχῆς, ἢ κατὰ τὸ δοκῶν αὐτοῖς, νῦν μὲν εἰδικῶς βαρύτερα τῆ, ἐν ᾧ εἰσιν, ἀέρος, νῦν δὲ κυφότερα· ὅθεν ἀνέρχονται μὲν, ἐφ' ὅσον βύλωνται, ὅταν δ' αὐταῖς δόξη, κατέρχονται.

β'. Τῷ ὕδατι ἢ ἄλλοις ὑγροῖς σώματα εἰδικῶς κυφότερα ἐπιτιθέμενα, οἷον χάρτης, πάμβαξ, κτλ., πρῶτον μὲν αὐτοῖς ἐπιπνέχεται· μετὰ βραχὺ δὲ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας τῷ ὑγρῷ γίνονται· τελευταῖον δὲ εἰς τὸν βυθὸν τῆ ὑγρῆ καταδύονται· α'. γὰρ τὰ σώματα ταῦτα εἰδικῶς εἰς κυφότερα τῶν ὑγρῶν· διὸ αὐτοῖς ἐπιπνέχεται· β'. τὰ μέρη τῶν ὑγρῶν, ἐνδιδύοντα τοῖς πύρρως τῶν ἐπικειμένων σωμάτων, προσθέασιν αὐτοῖς κακὴν βαρύτητα, ἴσην τῇ ὑπεροχῇ, ἣ περ ἡ εἰδικὴ τῆ ὑγρῆ βαρύτης ὑπερέχει τῇ τῆ εὐρῆ· ἄρα, γινόμενα ἀντίρροπα, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἴσανται ἐπιφανείας· γ'. τὰ μέρη τῆ ὑγρῆ, μᾶλλον ἢ μᾶλλον ἐπιστρέοντα τοῖς τῶν ἐπικειμένων πόροις, προσθέασιν αὐτοῖς ἢ βαρύτητα ἄλλην· ὅθεν, εἰδικῶς ἀποκαθιστάμενα βαρύτερα τῶν ὑγρῶν, κατέρχονται εἰς τὸν βυθόν· διὸ δὴ τὰ ἱμάτια τῆ ἐν τοῖς ὕδασι πνιγόμενα, πρῶτον μὲν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῶν ὑδάτων ἰσάμενα, κατὰ βραχὺ ὑδάτων πληρῦμενα, κατανεχθῆναι εἰς τὸν βυθὸν τὸν πνιγόμενον τὸ ἐπ' αὐτοῖς συντελεῖσι.

γ'. Ναῦς, ἡ κατὰ μικρὸν ὑδάτων ἐμπιμπλαμένη,

ἐ τελευταῖον καταβυθισμένη, ἀδελφόντι τοῖς εἰρημένοις ἰφίσταται.

δ'. Καταπίπτουσιν ἐξ ὑπόθεσεως εἰς τὴν θάλασσαν ἄνθρωπος ἅμα ἐ λίθος· ὅτος μὲν ὅν ἐκ ἐστὶ ἐν τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ καθορᾷται· τῷ δ' ἀνθρώπῳ πολλάκις συμβαίνει, κατὰ τὸ συνεχὲς ἀναδυομένῳ ἐ καταδυομένῳ, ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας φαίνεσθαι, ὃ μὴν ἀλλὰ ἐ διὰ πολλῶν ἡμερῶν, ἐκ μέντοι διαλειμμάτων μακροτέρων, ἢ ὅτε κατέπεσεν· ὁ μὲν γὰρ λίθος, ὡν εἰδικῶς πολλῷ τῷ ὕδατος βαρύτερος, μικρὰν ἐπιφάνειαν τῷ βυθῷ τῷ ὕδατος παρισᾷς, ὡς πρὸς ἣν ἐκτῆσατο κατιῶν μεγάλην ταχύτητα, ἐγκλύνεται τῷ βυθῷ, ἐ πρὸς τὰ ἄνω ἐκ ἔχει ἀντεφάλλεσθαι· ὁ δὲ ἄνθρωπος, βραχεῖαν ἔχων πρὸς τὸ ὕδωρ τὴν σχετικὴν βαρύτητα, ἣν δεκατημόριον πε τῆς αὐτῆ βαρύτητος ἐκλογίζονται, εἰ μὴ γλιχορῶδης εἴη ὁ βυθὸς λίαν, προσβίλλων αὐτῷ, δι' ἧς κατιῶν ἐκτῆσατο ταχυτήτος, ἀντεκάνεισι διὰ τῆς ἐαυτοῦ ἐλασικότητος, ἢ διὰ τῆς τῷ βυθῷ, ἢ ἐ ἀμφοτέρων· ἐ ἐπεὶ περ ὀλίγης αὐτῷ δεῖ τῆς ἰσχύος πρὸς ἀνάδυσιν, τῆς αὐτῆ πρὸς τὸ ὕδωρ σχετικῆς βαρυτήτος ὕψους μικρᾶς, ἄλλως τε ἣν τύχη πεσὼν ἀφ' ὕψους μετειωροτέρου τῆς τῷ ὕδατος ἐπιφανείας, συμβαίνει τρεῖς ἐ τετράκις ἀναλινηθῆναι μέχρι τῆς ἐπιφανείας· τελευταῖον δὲ τῶν ἀναλινησέων κατὰ μικρὸν ἀπομεινόμενων, σῆσεται πρὸς τῷ τῷ ὕδατος βυθῷ· εἰ δὲ ὁ βυθὸς στεγανώτερος ἢ, ὁ ἄνθρωπος, βραχυτί προσκρίων αὐτῷ διὰ τῶν ποδῶν ἢ τῶν χειρῶν, ἀνέρχεται τάχις εἰς τὴν τῷ ὕδατος ἐπιφάνειαν. Μετ' ἡμέρας δὲ τινος ὁ νεκρὸς ζυμᾷται, τῶν ἐν αὐτῷ ἀερωδῶν μορίων ἐξιόντων, ἐ τὸν ὄγκον τῷ σώματι ἐν τῷ ἐξίῃναι μεγεθυόντων· τῷτ' αὐτὸ νεχτέον ἐ περὶ τῶν πυρωδῶν μορί-

ων· ὅτως ἐν εἰδικῶς τῷ ὕδατος ἀποκαθιστάμενος κυφότερος, ἀναδίσεται, μετ' ὃ καταδίσεται, τῷτε αἶρος ἐκ τῆ πυρὸς, τῶν ἐν τῷ σώματι, εἰς τὴν ἀτμοσφαῖραν ἤδη μεταστάντων, ἐκ αὐθις ἀναδίσεται μετὰ δευτέραν ζύμωσιν.

121. ε. Οἱ ἰχθύς ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον κύσιν ἑαυτοῖς ἔχουσιν, αἶρος πλήρη· ἢν, εἰ μὲν ἐκ τῆ τῶν ὑδάτων βυθῷ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ἀνελθεῖν βυληθῶσι, διασέλωσιν· ὅθεν, τῷ μὲν αὐτῶν ὄγκῳ ὅπως αὐξομένῳ, τῷ δὲ βάρει μένοντος τῷ αὐτῷ, εἰδικῶς ἀποκαθιστάμενοι τῷ ὕδατος κυφότεροι, ἀναβιβάζονται ὅθεν σὺν ἔργῳ· βυλόμενοι δὲ ἐκ τῆς ἐπιφανείας κατελθεῖν εἰς τὸν βυθὸν τῶν ὑδάτων, τὴν εἰρημένην κύσιν συσέλωσι, ἐκ τῆ μὲν ὄγκῳ αὐτῶν ἀπομεινόμενῳ, τῷ δὲ βάρει τῷ αὐτῷ μένοντος, εἰδικῶς ἀποκαθιστάμενοι τῷ ὕδατος βαρύτεροι, κατίσιν εὐμαρέςατα· κατὰ δὲ ἡλῶν δὲ, ὡς ὁ ἰχθύς, μᾶλλον ἢ ἥττον τὴν κύσιν συσέλων κατὰ τὸ αὐτῷ δοκεῖν, δύναται, νῦν μὲν ἀντίβροτος γινόμενος τῷ ὕδατι, ἴσασθαι ὅπου ἂν θέλῃ, νῦν δ' ἀνιέναι, κατιέναι δ' ἄλλοτε, παρεκτρέπεσθαι ἄφω τῆς ὑδῆς, ἐκ συνελόντι φᾶναι, πάσας τὰς κινήσεις τῷ ὑδροστατικῇ ναύτι ἀπεργάζεσθαι.

122. Εἰμπαγόντες μέντοι αἱ ἰχθύες, ἥ δελεάζουσιν αὐτὰς τῶν ἀλιέων τινὲς, τὸ φάρμακον, εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ζῶντες ἀνέρχονται, ὅπου ῥᾶτα τοῖς ἀλιεῦσι συλλαμβάνονται· τυχὸν δὲ τῷτο γίνεσθαι, ὅτι τὴν κύσιν συσεῖλαι ἐπιλαθάνονται διὰ τὸ βρωθὲν φάρμακον, ἐκ ἀνεπαίδῃτως εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ἀναβαίνουσιν· ἀλλὰ γὰρ τῆς κύσidos διατρηθείσης, ἐκ ζῶν ὁ ἰχθύς, πρὸς τῷ βυθῷ αἰετῶ καθηρεμῶν, ἀκίνητος σήσεται.

123. ζ. Τῷ δ' ἀνθρώπῳ, ἐκτὸς τῶν ὑδάτων διαιτῆσθαι μέλλοντι, τὴν κύσιν ταύτην ἢ φύσις ἐκ ἐδωρήσα-

το· ἀλλὰ α'. τὸ ὕδωρ ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω πλήττων, ἀναβιβάζεται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν, ἢ ἐπ' αὐτῆς ἀναβιβάζεται· συσέλλων δὲ τὸ σῶμα, ἡρέμα καταδύσται, ἔπειτα ταχὺ φέρεται, ὥσπερ ὁ ἰχθύς διὰ τῆς κύσιδος· ἡ αὕτη εἰς τὴν ἢ τῆ κολυμβῶν καλυμένη τέχνη, ἣν ἄνθρωπος μαθεῖν χρήζει, ἔχ' ἥττον, ἢ περ οἱ ἰχθύες ἐθίσασθαι συσέλλειν ἢ διασέλλειν τὴν κύσιν· β'. διὰ τῆτο οἱ τῆ κολυμβῶν ἐτι ἄπειροι κατὰ τῶν νώτων αὐτῶν κύσεις ἢ κολικύνθας προσαρτῶσι.

ζ'. Ὡς περ οἱ ἰχθύς ἢ οἱ ἄνθρωποι, οἱ μὲν τῇ συστολῇ ἢ διαστολῇ τῆς κύσιδος, οἱ δὲ κινήσει παντοῖα χειρῶν τε ἢ ποδῶν, νῦν μὲν εἰδικῶς ἰσοβαρεῖς τῷ ὕδατι καθίστανται, νῦν δὲ βαρύτεροι, νῦν δὲ κυφότεροι, πρὸς τὸ κολυμβῶν δύνανται· ὅτω τὰ ἐν αἰέρι νηχόμενα πτηνὰ, ἅμα τῷ τῆς καλίας ἐξελθεῖν, σπυδαῖσι διαφόρως κινεῖν τὸ ἐαυτῶν σῶμα, ὥς νῦν μὲν ἰσοβαρῇ, νῦν δὲ μειζοβαρῇ, νῦν δ' ἡτοβαρῇ, εἰδικῶς τῷ αἰέρι ἀποκαθίστασθαι, ὡς ἂν ἦτοι εἰσσεως, ἢ καταβάσεως, ἢ ἀναβάσεως δύναντο.

Κύσεις δ' αὐτοῖς αἱ πτέρυγες αὐτῶν εἰσιν, ἐπιφάνειαν ἔχουσαι ἀνάλογον τῷ τῆ σώματος βάρει· αἱ δὲ δυάμεις αἱ κινεῖσαι τὰς πτέρυγας ἰσχυρῶς ἔχουσι μεγάλην καὶ εὐκαμψίαν· τὸ μὲν ὅν ἰσχυρῶς ταῖς πτέρυξι πλήττει τὸν αἶρα, ὁ δ', ἀντιστάμενος αὐταῖς κατὰ λόγον σύνθετον τῆ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνου ἢ τῆς τῶν πτερύγων ἐπιφανείας (Φυσ. 391), ὑποσφίγγεται τῷ πτηνῷ γίνεται, ἐφ' ᾧ ἐπεριδόμενον, ὡς ἂν αὐτῷ δόξειε, φέρεται.

124. Ἰσχυρῶς μὲν τοὺς ἄνθρωπον παρεσκευασμένους τὴν φύσιν, ὅθεν εἰς ὅλως σημείον, ὅθεν ἂν τεκμηριῶσαι δυνήσκειν· αἱ μὲν γὰρ ἀεροστατικαὶ μηχαναί, δι

ἂν εἰς ποσόντι ὕψος ἀνεισι, πρὸ ἐνιαυτῶν ἐνίων ἀνευρέθησαν (*)· τὰ δὲ θαλάσσια πλοῖα πρὸ αἰώνων ἢ ὀλίγων· ὁ ἄνθρωπος δυσχερῶς ἵπταται, ἔτις εἰπεῖν, ἐν τῇ ὕδατι, εἴτ' ἐν δεκατημόριον τῆ ἐαυτῆ βάρους μεταβιβάσει διὰ τῶν, ὧν ἔλαχε, πτερύγων, τῶν ποδῶν φημι ἔ τῶν χειρῶν, καίτοι τῆ ὕδατος ἀντίστασιν αὐτῷ ὑποβάλλοντος ὡς μόνιμον ὑποστήριγμα ὀκτακοσιοσπειτηκονταπλάσιον, ἢ ὅσῃν ὑποβάλλει ὁ ἀήρ· ἡ γὰρ ἀντίστασις τῆ ὑγρῆ ἀνάλογός ἐστι τῇ πυκνότητι, εἴτ' ἐν τῇ εἰδικῇ αὐτῆ βαρύτητι· πῶς ἐν αὐ ὑπὸ θείῃ ὁ ἄνθρωπος ἵπταται; ἔχι γὰρ δεκατημόριον βεβάσαι, ἀλλὰ $\frac{1}{10}$ τῆ ἐαυτῆ βάρους, ἀπαιτεῖται ἐν ταῦθα, ταῦτόν εἰπεῖν ὅλον τὸ ἐαυτῆ βάρους πλὴν $\frac{1}{10}$, ἔ μάλιστα ἐφ' ὑγρῆ ὑποβάλλοντος αὐτῷ ἀντίστασιν ὑποκτακοσιοσπειτηκονταπλάσιον, ἢ ὅσῃν ὑποβάλλει τὸ ὕδωρ.

123. Ἰν' αὐ ἡδύνατο ἄνθρωπος ἵπτασθαι, πτέρυγας τεχνητάς ἐαυτῷ περιάψει ἐκάναγες ἦν, τοσῶτον ἐχέσας μήκος, ὡς ἔχουν πρὸς τὰς τῆς περισερῆς φέρε, ὡς τὸ ἀνθρώπιν σῶμα πρὸς τὸ ἐκείνης· ἀλλ' ἐμπης ἀδύνατον ὅλως ἐμποιεῖν αὐταῖς τῆς τῶν τῆ ἀνθρώπου βραχυόνων μῦς ταχύτητα τοιαύτην, ὥς τὸν αἶρα, ἢ ἡ πυκνότης χιλισημόριον ἐστὶ τῆς τῆ ὕδατος, ὑποβληθῆναι αὐτῷ ὡς μόνιμον ὑποστήριγμα.

Οὕτως ἄρα τὰ τρία διαβόητα προβλήματα, εἴτ' ἐν τὸ περὶ τῆς αἰδίδι κινήσεως (Φυσ. 100), τὸ περὶ τῆς πτήσεως τῆ ἀνθρώπου, ἔ τὸ περὶ τῆ ἀπολύτου τετραγῶ.

(*) Εἰς ἔτει 1783 κατὰ τὴν 3 Γ' αἰὶν πρώτοι εἶδον οἱ Γαλλοὶ ἀνιπταμένῃ τὴν τοῖς ἡύσι τῷ Μοισγολαίρῃ κατασκευασθῆσαν ἀεροβατικὴν μηχανήν.

νισμῷ τῷ κύκλῳ, τὰ αἰέποτε ὑπὸ μεγάλων ἀνδρῶν κινη-
θέντα, τῆς τῶν σοφῶν περιεργίας ἢ ἐτι δοκῶσιν ἀξία·
καὶ τὸ ἔχοντος προσοχῆς ἀξιώτερον, ἢ τὰλλα, κρίνεται,
περὶ ὃ ἡμῖν εἴρηται (Γεωμ. 393. Τόμ. Β'), ἢ (Τ'ψ.
Γεωμ. 326. Τόμ. Γ'), ἢ (Ἀπειρ. 246. Τόμ. Δ').

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Περὶ τῶν κατὰ τὴς ποταμῶν ῥοῶν.

126. Τὰ ἐν τῇ Μηχανικῇ εἰρημένα, ἢ ἐν τοῖς προ-
εκτεθείσι κεφαλαίοις τῆς Τ'δρυστικῆς, ἱκανὰ δοκῶσιν ἀνα-
πτύξασθαι πάνθ', ὅσα ζητεῖσθαι εἰωθεν ἐν ταῖς τῶν ποτα-
μῶν ῥοαῖς· ἵνα δὲ τὸ ἐκείνων μάθωμεν χρήσιμον, ὑποθε-
σωμεν ἐνταῦθα ἐννοίας, ὧν αἱ πλείους ὡς πορίσματα ἐσύν-
ται, ἐκείθεν ἀναπηγάζοντα.

127. ΟΡΙΣΜΟΣ Α'. Ποταμῷ κοίτη, ἢ ὄχε-
τός, ἐστὶν ὅλον τὸ χωρίον, δι' ὃ ῥέει· ἐστὶ δὲ, ἢτοι κανονι-
κῇ, εἴτ' ἐν ὁμοοχημάτων, ὅπερ μόνον συμβαίνει, ὅταν ἡ
χειρὶ ἀνθρώπου κατεργασμένη, ἢ ἀκαίνιστος· ὑποθησά-
μεθα δὲ πρῶτον κανονικὴν τὴν κοίτην, τῷτ' ἐστὶν ἐχυσαν
οἰκῆμα ὀρθογωνίου πρίσματος, ἢ τῷ ὀρίζονται εἴτε παράλλη-
λων, εἴτε κεκλιμένων· τοιοῦτο οἰκῆμα αἰέποτε ἀπονέμεται
τεχνητῇ κοίτῃ, δι' ἧς ὕδωρ διχχετεύεται ἐπὶ μυλίκων
τροχῶν κτλ.

128. ΟΡΙΣΜΟΣ Β'. Ἐὰν ὁ ὕψος ὑποθεθεὶς ὀχε-
τὸς ἐπινοηθῇ διηρημένος εἰς ἄπειρα παραλληλόγραμμα,
ὧν ἕκαστον, πᾶχος μὲν ἔχει ἐλάχιστον, τὴν δ' ἐπιφάνειαν

τῷ βυθῷ τῷ ὀχετῷ παράλληλον, πάντα τὰ παραλληλόγραμμα ταῦτα καλῶνται στιβάδες.

129. ΟΡΙΣΜΟΣ Γ'. Κοπή καλεῖται παραλληλόγραμμοι, ἃ τὸ μὲν ἐπίπεδον εἰς κάθετον τῆτε ἐπιφανείᾳ τῷ ὕδατος, ἢ τῷ τῷ ὀχετῷ βυθῷ, παράλληλοι δὲ πλευραὶ εἶναι α'. τὸ πλάτος τῷ κατὰ τὸν ὀχετὸν βυθῷ, ἢ τῷ ὕδατος ἢ ἐπιφάνειᾳ· β'. ὕψος δὲ αὐτῶν ἢ ἐκ τῆς τῆς ὕδατος ἐπιφανείας τῷ πλάτει τῷ βυθῷ ἀγομένη κάθετος.

130. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ τῷ ὕδατος ταχυτὴς πρὸς τῇ πηγῇ τῷ ὀχετῷ, ἐξίοντος τῆς ὑδροθήκης κατὰ φεραν πρὸς τὸν ὀχετὸν τείνουν, ἔστιν ὡς ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τῷ ὕψους, ἐς ὃ αἶρεται τὸ ὕδωρ ἐν τῇ ὑδροθήκῃ (56. β').

131. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐὰν ὁ ὀχετὸς παράλληλος ἢ τῷ ὀρίζοντι, τῇ αὐτῇ ταχυτῇ, ἢ περ εἴηεν ἐν τῇ πηγῇ, ῥεῖσει τὸ ὕδωρ δι' ὅλην τῷ ὀχετῷ, ἐξτιρυσμένων μὲν τῶν ἄλλων αἰτιῶν· ἢ γὰρ α'. ἢ τῷ αἶρος ἀντίστασις, ἢ ἡ πρὸς τῇ κοίτῃ γνομένη τριβὴ, συνεχῶς ὑπομειῖσι τὴν ἐν τῇ ὀριζοντίῳ κοίτῃ ταχυτῆτα· β'. ὥστερ τὰ διάφορα ὑδατῶδη μέρη, τὰ ἐκ τῆς αὐτῆς ἐκρέοντα ὀπῆς, ἐκ δεδομένου ὕψους ἐκ ἴσῳ τάχει ἐξέλθουσιν, ἢ ταῦτα τῆς ὀπῆς μείζονος ὕψους, ἀλλὰ, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μερόντων, τὰ ὑποβεβηκότα τάχισιν τῶν μεταξὺ, ἢ ταῦτα τῶν ὑπερκειμένων, ταῦτ' ὅν δῆπερ ἢ κατὰ λόγον μείζονα νοητέον ἢ περὶ τῷ ἐν κοίτῃ ῥέοντος ὕδατος· αὐτίκα γὰρ ἐν τῇ πηγῇ τῷ ποταμῷ τὴν ὑποβεβηκυῖαν σιβάδα τοσούτω τάχισιν τῆς ὑπερκειμένης ἐκάνανγκες ῥεῖειν, ὅσω ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τῷ ἐν τῇ ὑδροθήκῃ τῇ ὑποβεβηκυῖᾳ σιβάδι ἀντιστοιχῶντος ὕψους μείζων ἔστιν, ἢ ἡ τῷ ἀντιστοιχῶντος τῇ ὑπερκειμένῃ· χωρεῖ δὲ τὸ τῷ τάχει ἀνισσιν δι' ὅλης τῆς κοίτης· ἐπεὶ γὰρ ἐκάστη ὑπερκειμένη σιβάς, τὴν ὑπερκειμέ-

γην καταβλίβουσα, κατιέναι ἀναγκάζει διὰ τῆ ἐπιπέδου, εἴπερ εἴη πρηνὲς, συναγείν δὲ περὶ τῶν προχωρευσῶν ἐξῆς ταχυτήτων τῶν διαφορῶν σιβάδων, ὅπερ ἔστι περὶ τῶν ταχυτήτων ὑγρῆς, δοχεῖω ἐμπεριεχομένῃ, ἢ ἐξ ὧν, ἐν διαφέρουσι τοῖς ὕψεσι τετραμένων, ἐκρέοντος (58). τὴν ἔσιν ὕδατος ἐν ὀχετῷ ρέοντος αἱ τῶν διαφορῶν σιβάδων ταχύτητες αὖξιν ἀνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω ὡς αἱ τετραγωνικαὶ ῥίζαι τῶν ὕψων, εἴτ' ἐν τῶν καθέτων, τῶν ἀπὸ τῆς τῆς ὕδατος ἐπιφανείας ἐκάστη σιβάδι καθισμένων· ὥστε τὸ ὕδωρ τάχισιν ρεῖ ἐν τῷ βυθῷ, ἢ ἐν τῷ μέσῳ, ἢ ἐν ταῖθι τάχισιν, ἢ ἐν τῇ ἀνωτάτῃ ἐπιφανείᾳ.

Πολλὰκις μέντοι κύμα, κινούμενον ἐπὶ τῆς τῆς ὕδατος ἐπιφανείας, παραβαλλόμενον σώματι, κινουμένῳ πρὸς τῷ βυθῷ, ἢ ταῦτα τῷ ὕδατος βάθος ἔχοντος ἱκανόν, ἢ διὰ κωνικῆς ὀχετῆς ρέοντος, τάχισιν φέρεσθαι τῷτο ἐκείνῳ δοκεῖ· κρίνει γὰρ ὁ ὀφθαλμὸς τὰ οἱ προσεχέστερα τῶν ἀπωτέρω ταχύτερα, καὶ εἰς βραδύτερα.

132. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τὸ ὕδωρ, δι' ὀχετῆς τῷ ὀρίζοντι παραλλήλῃ ρεῖν, τὴν αὐτὴν αἰὲν τηρεῖν ταχύτητα λέγοντες, ὡς σιβάδα τῷτο ἐξεδεχόμεθα, ἀπειροσὸν ἔχουσαν πᾶχος· ἀλλ' αἰὲν πράγματι ἐκ πλείονων σύγκειται πεπερασμένων σιβάδων· ἢ τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων αἰξί καὶ αὐτῇ τὴν τῶν ὑποβεβηκυῖων σιβάδων ταχύτητα.

Ἡ τῆς ὕδατος ταχυτὴς τοσούτῳ πλείων γίνεται διὰ πρηνὲς ἐπιπέδου, ὅσῳ μείζω λόγον ἔχει τὸ ὕψος πρὸς τὸ μήκος τῆς ἐπιπέδου· μόνῃ γὰρ ἡ βαρύτης τῆς ὕδατος αἰξί τὴν ταχύτητα· ἡ δ' ἀπόλυτος βαρύτης τῆς ὕδατος, ὡς ἢ ἡ τῶν ἄλλων σωμάτων, ἀναλύεται ἐπὶ τῷ πρηνὲς ἐπιπέδου· ἐνδιασώζεται ἄρα αὐτῷ βαρότης σχετικῇ, πρὸς τὴν ἀπόλυτον ἔχουσα λόγον, ὅν τὸ ὕψος πρὸς τὸ μήκος

τῷ ἐπιπέδῳ (Φυσ. 193), ἢ ὡς τὸ ἡμίτονον τῆς κατὰ τὴν κλίσει γωνίας πρὸς τὸ ὅλον ἡμίτονον· κατανοεῖται ἄρα ἐντεῦθεν, διὰ τί ποταμοί τινες ἄλλων εἰσὶν ὀρμητικώτεροι· πολλὰ γὰρ ἔχουσιν οἱ, δι' ὧν ἐκεῖνοι ῥέουσιν, τόποι τὰ κατάντη.

133. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ὁμολογητέον ἅλλ' ἔν τὴν τῶν σιβιδῶν πρὸς ἀλλήλας τριβὴν, ἢ τὴν τῶν αὐτῶν πρὸς τε τὰ χεῖλη ἢ τὸν βυθὸν τῷ ὀχετῷ, ἐξαλλοῦεν τὸν τῶν ταχυτήτων ἐπί τε τῷ πρᾶντι ἐπιπέδῳ ἢ ἐπ' ἀλλήλων λόγῳ· πολλάκις δὲ ἢ βραδύτερον ῥεῖ ἢ ὑποβεβηκῆα τῆς ὑπερκειμένης σιβάδος, ὅταν ὁ βυθὸς γωνιωδὴς ἢ παρὰ πολὺ τύχη ἀνώμαλος ὢν.

Τὴν δὲ ποικίλειαν τῆς ταχυτήτος κατὰ λόγῳ μείζονα ἐκληπτέον ἐπὶ ποταμῶν, χειμάρρων τε ἢ ρυάκων, ῥεόντων ἐν κοίταις, ἃς αὐτοὶ σφίσι ἐξεργάσαντο· αἱ γὰρ κατὰ τὸν βυθὸν διάφοροι γωνίαι, ἢ παρεκτροπαί, ἢ λίθοι, ἢ λόφοι, ἢ κύτῃ, ἀδιαλείπτως συγχέουσι τὴν τῷ ὕδατος κίνησιν· ὁ μόνον γὰρ μέρος τῷ ὕδατος, προσκείμεσι προσάρασσι, ἀνακάμπτει, ἢ τὴν πρὶν διαφθεῖρει ταχύτητα, ἢ τοῖς ὅτιναι αὐτῶν προσκρῖον ὕδασι ἐπανέρχεται κατὰ δύναις εἰς τὴν ὁδὸν αὐτῷ· ἀλλὰ ἢ μάζα ὅλη, τάχει ἐξαισίῳ φερομένη, κύτει μεγάλῳ ἐμβάλλουσα, πᾶσιν αὐτῆς ἀποτίθῃσι τὴν ταχύτητα, ἢ οἷον ἀκίνητος ἀποκαθίσταται· ἀμήχανον ἄρα μικρῷ δεῖν ἀκριβεῖ ὑπολογισμῷ λαμβαναγαγεῖν τὴν τῶν ποταμῶν ταχύτητα· κοινῇ μὲντοι πάντες τὴν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὑπολογίζονται οὕτω.

α'. Εἰσπαγγήτωσαν δίῳ βάθυσιν αἱ Α, Β (χ. 96) ἐν θατέρῳ τῶν χειλέων ἐπὶ φορᾶς ταῖς τῶν ὑδάτων ῥοαῖς παραλλήλῃ, ἀπέχεσθαι ἀλλήλων ἐγνωσμένον τι διάστημα, ὁδὸς εἶπείν 100 πόδας· β'. τῇ τῷ ὕδατος ἐπιφανείᾳ σῶμα

τεθήτω τὸ α, ὅπερ, ἰσοβαρές ὃν εἰδικῶς τῷ ὕδατι, βραχύτι τῆς αὐτοῦ ἐπιφανείας ἐκτὸς ἔχει τὴν ὕδατος, ὡς ὁραῖσθαι μέντοι εὐμαρῶς ἐκ τῆ χειλὸς· ὀλίγων δὲ δεῖ εἶναι τὸν τῷ ἐπινηχομένῳ μέρος ὄγκον, ἵνα, διὰ τῆ ὕδατος κινέμενον, βραχεία ἢ μονονεκ ἀνεπαιδιήτῳ ἐντυγχάνῃ τῇ ἐκ τῆ αἰέρος ἀντιστάσει· τὰ δὲ περὶ τῆ ὑδροστατικῆς ναῦτα εἰρημένα διαβιβάζουσιν, ὅτι δυνατόν δι' ἱελίνου δοχεῖν, ἐπισόμῃ ἔχοντος σῶμα εἰδικῶς καφώτερον, βαρύτερον, ἢ ἰσοβαρές, ἐτέρῳ σώματι, τῷ ὕδατι φέρ' εἰπεῖν, ἀπεργασθῆναι, ἐμβάλλοντας τοσὸν ἀνάλογον ὕδατος τῷ δοχεῖν, ἢ ἐ ὑδροργίρε, ἐ τὸ σόμιον εἴτα ἐπεμφράσσοντας· γ'. τῷ σώματι τέτε αἰω τῶν πεπηγιμῶν βάθων τῷ ὕδατι εἰτεθέντος, ὑπολογιζέων τὰ δεύτερα λεπτά τῆς ὥρας, ἃ παρῆλθον, ἐξ' ἧ τῇ πρώτῃ βάθῳ ἀντιστοιχῆσαν τὸ σῶμα κατ' εὐθείαν ταῖς ῥοαῖς κἀέτον, ἀφίκετο μέχρι τῆς δευτέρας· δ'. διηρήθω τὸ μεταξὺ τῶν δυεῖν βάθων διάστημα, εἴτ' ἔν οἱ 100 πόδες, διὰ τῆ ἀριθμῆ τῶν παρελόντων δευτέρων λεπτῶν· εἰ φέρε παρῆλθον 20 δεύτερα λεπτά, διηρήθω 100 διὰ 20· τῆ δὲ πηλίку ὄντος 5, ἢ τῆ ὕδατος ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ταχύτης τόση εἶναι, ὡς 5 πόδας διαίειν διὰ λεπτῷ δευτέρῳ· ἢ γὰρ ταχύτης ἴση εἰς τῷ διαστήματι, διαιρεθέντι διὰ τῆ χρόνου (Φιλοσ. 108. Τόμ. Δ').

134. Ὡς καταμετρεῖται ἀκρι βῶς· τῆ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ὕδατος ταχύτης· εἰάν ἔν ἤτε τριθὴ ἢ τῷ ὀχετῷ τὸ ἀκανόνισον μὴ ποιῇ δυσεπίκριτα τὰ τῆς θεωρίας ἀποτελέσματα, ἢ τὴν πρὸς τῷ βυθῷ μετρήσασθαι δυναθῶμεν, διορίσαι δυναθόμεθα ἢ τὴν τῷ μεσαιτάτῃ ὕδατος ταχύτητα· αἱ γὰρ ταχύτητες αὖξουσιν ἀνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω, καθ' ἃπερ αἱ τῶν κατὰ τὰ ὕψη τετραγωνικῶν ῥι-

ζῶν· δυνατόν ἄρ' ἐκδέχασθαι τὸ ἄθροισμα πάντων τῶν ὑψῶν ὡς σχεδόντι συνιστῶν ἀριθμητικὴν πρόοδον, ἥς ὅτε πρῶτος καὶ ὁ ἔσχατος ὅρος γινώσκεται· ἕκῃς δὲ μέσης, εἴτ' ἐν ἡ μέση ταχυτῆς, ἐκληθῆναι δύναται ὡς τὸ ἡμίθροισμα τῶν ἄκρων, εἴτ' ἐν τῆς πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ καὶ τῆς πρὸς τῷ βυθῷ τῶν ταχυτήτων (Συμβ. Λογ. 212. Τόμ. Α').

Αἱ μὲν γὰρ κατὰ ταύτην τὴν θεωρίαν τῆς ἀληθείας κατὰ πολὺ ἐκπίπτουσι, τὰς ἄλλας αἰτίας ἐξαίρωντες· διὰ γὰρ τὴν τριβὴν, καὶ ἄλλα συχνὰ κωλύεται, ἡ πρὸς τῷ βυθῷ εἰς τὰς πολλὰς χωρεῖ τῶν ἄλλων βραδύτερον.

135. Διὸ δὴ πρὸς διορισμὸν ὕδατος, ἐν δεδομένῳ χρόνῳ διαρρέοντος χωρὸν τινα, ὑπολογιστέον τὸ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τάχος· ἡ γὰρ σῶμα εἰδικῶς ἰσοβαρὲς τῷ ὕδατι, ὡς εἴρηται (133), ἀπεργασάμενοι, ἐμβαπτίζομεν τῷ μέσῳ ὕδατι, καὶ τὴν αὐτῇ ταχύτητα, ὡς πειρήται, τηρεῖμεθα (133). Τῆς δὲ μέσης ταχυτῆτος εὐρεθείσης, καὶ τῇ μέσῃ πλάτει καὶ βάθει ποταμοῦ τίνος, εἰς εὐρεσιν τῆς τοῦ διένοντος τόπου τινὰ ἐν χρόνῳ ὀρισμένῳ ὕδατος ποσότητος, κατὰ τε τὴν αὐτὴν σερεότητα καὶ τὸ βάρος, ἕδεν ἐστὶ λαμβάνειν ἢ ποιῆσαι, ὃ εἴρηται ἐν τῇ Ἀριθμητικῇ (Ἀριθ. 217. Τ' ποδ. 5'). ἐντεῦθεν ἀπαιτούμεθα τὰ ἑξῆς.

α'. Τῶν κατὰ δύο ποταμὸς καπῶν ἰσαλλήλων ὑψῶν, καὶ τῶν ταχυτήτων ὡσαύτως, αἱ μάζαι τῶν ρέοντων ἰδίων ἀνίλογαι εἰσονται τοῖς χρόνοις· β'. τῶν δὲ καπῶν καὶ τῶν χρόνων ἰσαλλήλων ὄντων, αἱ μάζαι ἀνάλογον ἔξωσι ταῖς ταχυτήσι· γ'. τῶν δὲ χρόνων καὶ τῶν ταχυτήτων ἰσαλλήλων ὄντων, αἱ μάζαι ἀνίλογαι εἰσονται ταῖς καπαῖς· δ'. ἐν γένει τὰ ρέοντα ἐν δυοῖν ποταμοῖς ὕδατα ἐν λόγῳ εἰσονται συθέτω ἕκ τε τῇ τῶν καπῶν καὶ τῶν ταχυτήτων καὶ τῶν χρόνων.

Ἡ ἐπιφάνεια τῷ ῥέοντος ὕδατος ἐκ εἰν ὁμόσθμους δι' ὅλης τῆς ροῆς (Γεωμ. 588. Τόμ. Γ'). · πρόσδηλον δὲ τῷτο ἐπὶ τῷ διὰ πρᾶνῆς ἐπιπέδῳ ῥέοντος ὕδατος· ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τῷ πρὸς τὰ ταπεινότερα τῷ ἐπιπέδῳ ὕδατος ἀναγκαιῶς ἐστὶ ταπεινότερα τῆς τῷ πρὸς τὰ ὑψηλότερα· ἀλλ' ἐδὲν ἤττον ἀληθὲς καὶ πὶ τῷ ἐν ὀριζωντίῳ ῥέοντος ἐπιπέδῳ· ῥέον γὰρ τὸ ὕδωρ ταπεινότερόν ἐστι πρὸς ἅ ρεῖ, ἢ ἐξ ὧν.

Ἀλλ' ἐδ' ἐκ τῷ πλάτῃς ἐξεταζομένη ἡ ἐπιφάνεια τῷ ὕδατος ἐξελέγχεται ὁμόσθμους· ποταμῷ γὰρ διὰ ῥαγδαίαν καταρραγέντα ὑπὸν τὰ μέσα τῶν πρὸς τοῖς χειλέσιν ὑψηλότερά ἐῖσι περίκυ τρεῖς πόδας, ἢ τέσσαρας· ἡ γὰρ μεγάλη τῷ ὕδατος μάζα, ἥς ἄφῳ πληρεται ὁ ποταμὸς, εἰμαρέσειρον πρὸς τὰ μέσα, ὅπῃ μηδεμία ἀντίστασις, ἢ πρὸς τὰ ἄκρα, ἐν οἷς τὰ χεῖλη ἐπέσκηκε, ρεῖ· διελθῆσα δὲ ἅπαντα τὸν ὀχετὸν κατὰ βραχὺ βλέπει πρὸς ὁμοστάθμησιν, ἢ μετὰ χρόνον τινα ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὀχεδὸν γίνεται ἐπιφανείας.

136. Τεναντίον δὲ, ποταμῷ εἰς θάλασσαν ἐκβάλλωντος, ἢ παλῆρροις συνεπενεργέσης τῇ τῷ ποταμῷ ροῇ, ταπεινότερα συμβαίνει τὰ κατὰ τὸ μέσον ὕδατα γίνεσθαι, ἢ τὰ πρὸς τοῖς χειλέσιν· τὰ γὰρ κατὰ τὸ μέσον, τριβῇ τῇ ἐκ τῶν χειλέων ἤκιστα ἐπιβραδυνόμενα, ἢ τῇ παλῆρροι συνεφελευνόμενα, τάχιον φέρεται, ἢ τὰ ἐν τοῖς χειλέσιν.

137. Εἰ δὲ ῥύαξ, ὑδραγωγῷ τινος ἐκρέων ὑψηλότερον, ἐπὶ τὰ κατάντη φέρεται ἐλευθέρως, εὐπετῶς τὸ τῆς ὅλης ὕδατος μάζης ὄψμα εὐρήσομεν· ἐς γὰρ κοίτη ἡ ΗΚΕΒ (χ. 97), ἢ ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῷ ὕδραγωγῷ τῆς ἀνωτάτω ἤχθῳ πρὸς ὀρθὰς τῷ πλαγιαζομένῳ τῷ ὕδατος βυθῷ (ἐν γὰρ τῇ ἐκρεύσει ὁ βυθὸς ΚΒ

ἐξ ὀριζοντίου καθίσταται τῷ ὀρίζοντι πλάγιος, οἷον ΗΒΥ
 ἢ ΑΒ· ἐπεὶ δὲ τὰ τῶν σιβάδων τάχῃ εἰσὶν ὡς αἱ τετρα-
 γωνικαὶ ῥίζαι τῶν σφίσις ἀντιστοιχούντων ὑψών (130),
 ἔστιν ἡ ἐν τῷ Β ταχύτης πρὸς τὴν ἐν τῷ Γ :: $\sqrt{BE} :$
 $\sqrt{GZ}$, εἴτ' ἔν ΒΔ : ΓΘ :: $\sqrt{BE} : \sqrt{GZ}$, ἢ ΒΔ' :
 ΓΘ' :: BE : GZ· ἐπεὶ δὲ τὰ τρίγωνα ΑΓΖ, ΑΒΕ
 εἰσὶν ὁμοία, διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΓΖ τῇ ΚΒ
 (Γεωμ. 318. Τόμ. Β'), ἔστι BE : GZ :: AB : ΑΓ·
 ὅθεν ΒΔ' : ΓΘ' :: AB : ΑΓ· ἀλλὰ μὲν ΑΓ, ἢ ΑΒ
 εἰσὶν ἀποτετμημέναι, ἢ ΓΘ, ΒΔ τεταγμέναι ἐν τῇ
 ΓΘΔ καμπύλῃ· ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν τεταγμένων τετρί-
 γωνα ἀνάλογον ἔχουσι ταῖς συστοιχέσαις ἀποτετμημέναις·
 ἰδιότης δὲ αὕτη τῆς παραβολῆς (Τ' ψ. Γεωμ. 14. Τόμ.
 Γ')· ἄρα ῥῖαξ, ἐλευθέρως ὑδραγωγῆ ἐκρέων, ἢ ἐπὶ τὴν
 κατάντη καταφερόμενος, καταγράφει παραβολὴν.

138. Ἐὰν δὲ δύο ταχύτητες τῷ ἐκρέοντος ὑδατὸς
 δοῦναι, εὐρεῖν τὸν τῆς παραβολῆς ἄξονα ΑΒ· ἔστω γὰρ
 ἡ κατὰ τὸ Γ ταχύτης = ΓΘ, ἢ ἡ κατὰ τὸ Β, = ΒΔ·
 ἐντεῦθεν ἔν γωνιάσεται ἢ ἡ ΓΒ· ἐπεὶ γὰρ ἔστι ΒΔ' :
 ΓΘ' :: ΒΑ : ΓΑ, ἔσθις ΒΑ = ΒΓ + ΑΓ, τὐτ' ἔστι
 = ΒΓ + χ, ἔστι ΒΔ' : ΓΘ' :: ΒΓ + χ : χ· ὅθεν
 ΒΔ' — ΓΘ' : ΓΘ' :: ΒΓ + χ — χ : χ (Συμβ. Λγ.
 245. Τόμ. Α'), ἢ ΒΔ' — ΓΘ' : ΓΘ' :: ΒΓ : χ·
 ἄρα $\chi = \frac{\Gamma\Theta' \times \text{ΒΓ}}{\text{ΒΔ}' - \Gamma\Theta'}$, ὅπου σωμαθέντος τῷ γνωστῷ

ΒΓ, ποριθήσεται ἡ ζητούμενη διάμετρος ΑΒ.

139. Δοθέντων δὲ τῶν ταχυτήτων ΓΘ, ΒΔ, εὐρεῖν
 δυνάμει τῆς παραβολῆς τὴν παράμετρον· ἐπεὶ γὰρ ἐν
 ἀπόσῃ παραβολῇ ἔστιν $\nu^2 = \pi \chi$ (Τ' ψ. Γεωμ. 246. Τόμ.
 Γ'), ἔστι ΒΔ' = $\pi \times \text{ΒΑ}$, ἢ ΓΘ' = $\pi \times \text{ΓΑ}$ · ἀφ.

αιρεθείσης δὲ ἀπὸ τῆς πρώτης τῆς δευτέρας ἐξισώσεως, ποριώησεται $ΒΔ - ΓΘ = (ΒΑ - ΓΑ) \cdot \pi$. ἄλλα- μὴν ἢ δυοῖν τετραγώνων διαφορὰ ἰσῆται τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆ ἀθροίσματος καὶ τῆς διαφορᾶς τῶν κατ' αὐτὰ ρι- ζῶν (ὃ δὴ καταφαίνεται πολλαπλασιάσασιν $\alpha + \beta$ ἐπὶ $\alpha - \beta$). ἄρα $(ΒΔ + ΓΘ) \times (ΒΔ - ΓΘ) = (ΒΑ - ΓΑ) \cdot \pi$. ἄλλα μὴν $ΒΔ - ΓΘ = ΙΔ$, καὶ $ΒΑ - ΓΑ = ΒΓ$. ἄρα $(ΒΔ + ΓΘ) ΙΔ = ΒΓ \times \pi$, ὅθεν $ΒΓ : ΙΔ :: ΒΔ + ΓΘ : \pi$, καὶ $\pi = \frac{ΙΔ \times (ΒΔ + ΓΘ)}{ΒΓ}$,

ἢ ζητούμενη παράμετρος.

140. Τὰ δὲ περὶ τῆς τῷ ὕδατος κατὰ τῶν θερρῶν ἐνεργείας, συναχθήσεται ἐκ τῶν προειρημένων ἐν τῇ Φυ- σικῇ. ἢ μὲν γὰρ τῷ ὕδατος κατὰ θερρῶ γινομένη ἐνέρ- γεια ἰση ἐστὶ τῇ ὕδατος καθ' ὑγρῷ ἐνεργείᾳ. ἢ δὲ, ἴση τῇ ἐκ τῷ ὑγρῷ κατὰ τῷ ὕδατος ἀντίστασι. ἢ γὰρ ἀντί- στασις, ἢ, ὡς εἰώθασι λέγειν οἱ φυσιολογῶντες, ἢ ἀντί- δρασις, ἰσῆται τῇ δράσει. ἄλλα μὴν ἢ τῷ μέσῳ ἀντίστασις ἐν λόγῳ ἐστὶ συνθέτῳ ἕκτε τῆς ἐπιφανείας, καθ' ἣν πλῆτ- ται τὸ κινητὸν, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνῳ, καὶ τῆς πυκνότητος (Φυσ. 391). ἄρα καὶ ἢ τῷ ὕδατος κατὰ θερρῶ γινομένη ἐνέργεια ἐν τῷ λόγῳ τῷδε ἔσαι, εἴτ' ἐν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῆς ἐπιφανείας, καθ' ἣν προσ- θέλλει εὐθείᾳ τῷ θερρῷ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τε- τραγώνῳ, καὶ τῆς τῷ ὕδατος πυκνότητος. παρὰ τούτους δὲ ὁ ἔχματος ὕτος λόγος, εἴτ' ἢν ὁ τῆς πυκνότητος ὡς $= \frac{1}{4}$, εἰ μήτις τὴν ὕδατος ἐνέργειαν παραβάλλειν ἐθέλοι τῇ ὑ- γρῷ ἄλλῃ ἀνισοπύκνῳ.

141. Ἐντεῦθεν ἄρα συνάγονται οἱ διάφοροι λόγοι τῆς τῷ ὕδατος κατὰ σωμάτων ἄλλων συγκρίσεως, ἢ

ἐπιδράσεως, ἢ ἐνεργείας, ἢ, ὅπως ἄντις καλεῖν ἄξιον·
σειεν, α'. ἐκ τῶν ἐπιφανειῶν, καθ' ἃς πρὸς ὁρθὰς τοῖς
σώμασι προσβάλλουσι· β'. ἐκ τῶν ἴσων, ἢ ἀνίσων τα-
χυτήτων.

142. ΣΧΟΛΙΟΝ. Διακριτέον δὲ ἐπὶ τῶν ὑγρῶν
τὴν σύγκρυσιν, ἢ ἐπίδρασιν τῆς καταθλίψεως· α'. ἢ
μὲν γὰρ σύγκρυσις ἀποτελεσμά ἐστι τῆς πραγματικῆς
κινήσεως· ἢ δὲ κατάθλιψις, ἢ πρὸς κίνησιν ἐπειξίς· β'.
διὰ μὲν τῆς συγκρύσεως τὸ ὑγρὸν κατὰ μόνην τὴν, ἣ ῥεῖ,
φορὰν προσβάλλει τοῖς σώμασι, διανεμόμενον ἐαυτῷ τε ἔν
τῷ συγκρυσταμένῳ σώματι τὴν κίνησιν κατὰ λόγον τῶν μαζῶν
(Φυσ. 329)· διὰ δὲ τῆς καταθλίψεως, κατὰ πάσας ἐκ-
νεργεῖ τὰς φορὰς, μή τε διανεμὸν, ἢ ἀπομειν, τὴν κα-
τάθλιψιν, ὡς εἴρηται (29)· ὕδωρ φερόειπεν ποταμῷ
ῥεῖ διὰ τῆς καίτης συν ἐκ ὀλίγη τῇ ὀρμῇ· προσκρούει δὲ
κωλύματί τινα κατὰ κᾶθετον, οἷον σερρόφ τῆς αὐτῆς εἰδι-
κῆς βρύτης κατὰ τὸ προειρημένον (130) τὸ ἔν ἐμ-
βληζόμενον τῷ ποταμῷ· τὰ τοῖνον ὑδατώδη μίρια, προσ-
βάλλον τὰ τοῖς πρώτοις τῷ σώματος μορίοις, διανεμόνται ὅλ-
λήλας τὴν κίνησιν κατὰ λόγον τὸν τῶν μαζῶν, ἔν ταῦ-
τα βραχύτι κινῶσι κατὰ τὴν τῶν ποταμίων ῥαὼν φορὰν·
τύτοις δὲ ἐκατέρωθεν τῷ σώματι διαρρέουσας ἐπισ-
έρχονται ἄλλα, ἃ διανέμει τῷ σερρόφ τὴν ὑπερσχήν, ἢ
ἢ αὐτῶν κινήσις ὑπερέχει τῆς ἐκείνου (Φυσ. 312), ἔν ἡ-
τως ἐξῆς, μέχρις ἂν τὸ σερρόν ἰσχυρὸς γένηται ταῖς
τῶν ὑδάτων ῥοαῖς· ἔν αὕτη μὲν ἐστὶν ἢ ἐνέργεια, ἢ ἐκ τῆς
αὐτῆς πραγματικῆς ἀποτελεσμένη κινήσεως· ἢ δὲ κατά-
θλιψις ἐκ ἐστὶ τριαύτη· αὕτη γὰρ διὰ τὸ πάσας τὰς
ὑδατώδεις σήλας ὁμοσθμίαν ζητεῖν ἀποτελεῖται· ἐνε-
ειν ἄρα τῷ ὕδατι, καὶ ἐν γένει ταιτὶ ὑγρῷ, ὅθεν ἦττω

ἀκινήτῃ, ἢ ῥέοντι· διὰ μὲν ἔν τῃς πραγματικῆς κινήσεως μόνον ἐπενεργεῖ καθ' ἣν ῥεῖ φορᾶν· διὰ δὲ τῆς καταβλήσεως, πανταχῶ ἐπίσης ἐκτεταμένης (15), σπεύδει τὰ χεῖλη καταρῥῆξαι, τὸν βυθὸν διακοιλᾶναι, καὶ πανταχῶτι ἀποτελέσαι οἰκίσαν.

143. Ὡς ἡ τῷ ὕδατος κατὰ τῶν ἐξῆς κειμένων πτερυγίων μυλικῶ τροχῷ ἐνέργεια εἶσαι ἐν λόγῳ συνθετῇ ἐκτε τῆς ἐπιφανείας, καθ' ἣν προσβάλλει τῷ πτερυγίῳ, εἴτ' ἔν τῆς τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῇ ἐπιφανείας, ἢ τῷ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνῳ.

Διὰ ταῦτ' ἄρα, ὅτε πολὺ ὕδωρ παραλλήλως ῥεῖ τῷ ὀρίζοντι, καθάπερ ἀμίλει ἥνικα τὸ ἐνερθεῖν μέρος μυλικῶ τροχῷ ποταμῷ ἐμβαπτίζεται, τὰ ἐπίπεδα τῷ τροχῷ ἐπιμήκητε ἢ πλατεί ἐργάζονται, ἵν' ἀναπληρωθεῖν ἐκ τῆς ἐπιφανείας τὸ ἐλλείπον ἐκ τῆς τῷ ὕδατος ταχύτητος· τῆς δὲ μεγάλης ἐπιφανείας, ἢ ἐπιδρᾶ τὸ ὕδωρ, αὐξήσεως τὴν τῷ ὕδατος ἐπιδρασιν κατὰ τῆς τῷ μύλωνος ἀντιστάσεως, ἔχι δὲ ἢ τὴν τῷ ὕδατος ταχύτητα, ὁ μύλων ἢ ἔτω βραδέως κινεῖται· βραχείας ἀλλ' ἔν ὕδατος δι' ὅχετῳ μεγάλῳ καταρρέοντος ἐπὶ μικρᾷ ἐπιφανείᾳ τῷ μυλικῷ τροχῷ, ἢ κατὰ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος αὐτῇ τετράγωνον ἐπενεργῶντος, ἔχ' ὅπως ἡ ἀντίστασις τῷ μύλωνος διαφθείρεται, ἀλλὰ ἢ τάχιον ὁ μύλων, ἢ ἐν τῷ ποταμῷ, περιφέρεται.

144. Νῦν δὲ βυλομένοις ἐπιτιμήσασθαι τὴν ἀληθῆ ἰσχὺν τῷ ὕδατος, τὴν τῇ ἀντίστασει ἐπιδρῶσαν τῷ μύλωνος, πολλαπλασιασέον τὴν ἐπιφάνειαν τῆς τῷ τροχῷ πτερυγίας ἐπὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τῷ ὕδατος· τὸ δὲ προκείμενον ἐπιπολλαπλασιασέον ἐπὶ τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ τῷ τροχῷ ἀκτίς πρὸς τὴν τῷ κυλίνδρῳ· ἡ γὰρ ἀ-

ληθὲς τῷ ὕδατος ἰχύος, ἐκλαμβανομένη ὡς δύναμις ἐνεργῶσα, ἐστὶ πρῶτον ἴση τῷ γινομένῳ ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς τῷ τροχῷ πτέρυγος, ἢ τῷ ἀπὸ τῆς τῷ ὕδατος ταχυτήτος τετραγώνῳ, ὡς ἤδη εἶδομεν· ἀλλὰ μὲν ἐν ἅπασιν τροχῷ ἡ ταχύτης τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως λόγον ἔχει, ὃν ἡ τῷ τροχῷ ἀκτὶς πρὸς τὴν τῷ κυλίνδρῳ (55)· ἢ ἄρα εὐρωμεν τὴν ἀληθῆ τῆς δυνάμεως ἰχὺν, πολλαπλασιασέν τὸ τὴν δύναμιν ἐμφαῖνον προκύπτει ἐπὶ τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ τῷ τροχῷ ἀκτὶς πρὸς τὴν τῷ κυλίνδρῳ.

145. ΠΟΡΙΣΜΑ. Τῆς ὅλης ἰχύος τῷ ὕδατος, τῆς τὴν ἀπαντῶσαν διαφθειρῶσης ἀντίστασιν, οἷον μυλκὸν τροχὸν, ὑπὸ τριῶν παραγομένης ποιητῶν, δῆλον, ὅτι, εἰπερ εἰς ἡ δὲ τῶν ταιητῶν εἶεν παρὰ πολὺ μικροί, ἀναπληρῶσαι δεῖ τὴν ἔλλειψιν ἐκ τῶν δυοῖν ἄλλων, ἡ τῷ τρίτῳ· διὸ δὴ ὀλίγου παρόντος ὕδατος, α'. τὸ ὕψος, ἀφ' ἧ καταπίπτει, μέγα δεῖ ποιεῖν· β'. μακρὰς δὲ τὰς τῷ τροχῷ ἀκτίας· γ'. ἀναπληρῶν ἔξω τὴν τῷ ὕδατος ποσότητα, ἐφ' ἐκείνης πτέρυγος τῶν τῷ τροχῷ ἄγγος προσαρμύζοντας, ἢ ἐγγλύφοντας. τῷ ὅν ὕδατος τῷ τροχῷ ἐπικαταπίπτουτος, πάντων μὲν τῶν τὴν ῥοὴν τῷ ὕδατος βλέπόντων ἀγγέων ὄντων κειῶν, πάντων δὲ τῶν ἐπὶ τῆς ἐτέρας ἡμιπεριφερείας πεπληρωμένων, τὸ τῷ ἐν τέτοις ὕδατος βάρος συνάμα τῇ κατὰ τῆς πτέρυγος συγκρῆσει παριάγουσι τὸν τροχόν· πολλὰ δὲ παρόντος ὕδατος, βραδέως μέντοι φερόμενα, ἀποχωρίζειν εἰώθασι τῶν τῷ ποταμῷ ρεῖθρων ἴσῳ ἰσκιόν, ἧ δὲ ἀγωγῷ ἐπίτηδες κατεσκευασμένε, παραλληλῶς μέντοι τῷ ὀρίζοντι, ἡ ὁ ποταμός, διεξάγειν, ἵνα καταπίπτειν εἴτα δι' ἀγωγῷ ἄλλῳ τῷ ὀρίζοντι σχεδὸν πρὸς ὀρθὰς ἰσαμένε ἐπὶ τῶν τῷ τροχῷ πτερύγων, εὐμαρῶς παριάγῃ τὴν μύλην.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Περὶ ἀρχῆς πηγῶν καὶ ποταμῶν.

146. Πᾶσαι αἱ τῆς θαλάσσης ἀπέχουσαι ἀναδόσεις τῶν ποταμῶν καὶ πηγῶν ὑψηλότεραί εἰσι τῆς κατὰ τὴν θάλασσαν ἐπιφανείας· ἐφ' ᾧ καὶ διαζέιντι ὅλως ἐκρή· πᾶσαι μὲν γὰρ πηγαί, πάντες δὲν ποταμοί, ἐξίσιν εἰς τὴν θάλασσαν· ἐπεὶ τοίνυν ἐν ἅπαντι ὀχετῷ, ὃν ἂν τις ὑποθεῖη κοινωνεῖν τῆς θαλάσσης, τὸ ὕδωρ τείνει ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας τῇ θαλάσσει γενέσθαι, ὡς δεδεικται (41)· τὸ ὕδωρ τὸ εὐθέως ἐκ τῆς θαλάσσης ἐρχόμενον πηγὴν ἂν ἢ ποταμὸν ποιήσκειν ἀναγκαίως ἐνδρῆεν τῆς κατὰ τὴν θάλασσαν ὁμοταθμίας.

147. Πᾶσαι ἄρα αἱ τῆς θαλάσσης ἀπέχουσαι ἀναδύσεις τῶν πηγῶν καὶ τῶν ποταμῶν, ἅτε ὑπερβῆν τῆς κατὰ τὴν θάλασσαν ὁμοταθμίας γινόμεναι, δῆλον, ὅτι ἐκ τῆς θαλάσσης εὐθείως ἐκ ἐρχονται· φημὶ δέ: αἱ τῆς θαλάσσης ἀπέχουσαι· δυνατόν γάρ ἐγγυὲς τῆς θαλάσσης ἐν χώρῃς ὑποβεβηκόσι τὴν ἐκείνης ὁμοταθμίαν πηγὰς ἐκ τοῦ εὐθείως ἐκείθεν ἀναδιδούσαι, καὶ ταῦτα τοῦ ὕδατος ἀλμυρῷ καὶ ὑποπικρῷ κατὰ τὰ θαλάσσια ὄντος.

Ἀλλ' ἔμψης πάντες μὲν ποταμοί, πηγαὶ δὲ πᾶσαι, ἐμμέσως ἐκ τῆς θαλάσσης ἀπυγενῶνται· τὸ ἥμισυ γὰρ τῆς γῆνης σφαίρας μικρῷ δειν ταῖς θαλάσσαις καλύπτεται· πλείων δὲ ποσὸν αἰμῶν ἐντελεῖ ἀδιαλείπτως εἰς τὸν αἶρα ἐξάρεται, εἴγε ἐκάστης ἢ ἑρας ἐκ τετραγωνικῆς λεύκης τῆς γῆς ὕδωρ ἀνιμᾷται καθὼν 6914 κα-

τὰ τὸν ὑπολογισμόν τῇ Ἀλλεῖᾳ, συμπαραλαμβανομένων
 ἃ τῶν, οἱ ποταμῶν ἃ λιμνῶν καὶ ῥυάκων καὶ αὐτῆς
 τῆς γῆνις ἐπιφανείας ἐξεγείρεται· ὅτοι δὲ τὴν ἀτμο-
 σφαῖραν πληρῶσαντες, ἀντιπνοαῖαι ἀνέμων, ἢ ἄλλαις αἰ-
 τίαις, εἰς ὑετὸν ἢ χιόνι τρεπόμενοι, εἰς γῆν κατέρχου-
 νται· τῶν δ' ὑετίων ὑδάτων, ὀλίγα μὲν τὴν γῆν ἀρδεύουσι,
 πλὴν ἃ αὐτοῖς ἐξατμιζόμενα, ἄλλα δὲ εἰς τὰς ποταμὸς συρ-
 ρέουσι, τινὰ δὲ ὅπως ἀπαιτῶντα τῆς γῆς καταρρέουσιν
 εἰς αἰτὰς, ἢ διὰ μικρῶν ὀχετῶν ὀρίων ἢ πλαγίων φέ-
 ρονται εἰς τὰ φύσει κατασκευαζόμενα ὑπόγεια ἄντρα.
 Διὰ ταῦτ' ἄρα πηγαὶ μὲν ἃ ῥυάκες ἐν ὑπωρείαις τὰ
 πολλὰ βυθῶν ἀναβλύουσι· ποταμοὶ δὲ μεγάλοι, ἐν ταῖς
 τῶν ὀρίων· Ῥοδανὸς μὲν γὰρ ἢ Ῥήνος ἢ Δανέβιος, ἐκ
 τῶν κατὰ τὰς Ἀλπεῖς ὑπερρείων ἀναπηγάζουσιν, ὡσαύ-
 τως ἢ Παῖδος· Πηγεῖος δὲ ὁ Θεσσαλικὸς ἐκ τῶν τῆς Πίν-
 δος· τὰ γὰρ ὑετία ὑδάτα ἢ ἡ χιών, ἐπὶ τῆς ὑψηλῆς τῆς
 δε χώρας καταφερόμενα, ἢ διὰ φυσικῶν σωλήνων εἰς
 τὰς ὑπογείας συρρέοντα διώρυχας, καὶ ἐξιδῶ περὶ τὸν
 βυθὸν τῶν διωρύχων ἀπαιτῶντα, ἢ αὐτὰ διὰ τὴν ἐκ τῆ
 ἰδίας βάρους καταβλῆψιν ἀπεργαζόμενα, ἀναπηδῶσιν ἐκ
 τῶν ὑπωρείων, ἢ εἰς πηγὴν, ἢ ῥυάκα, ἢ ποταμὸν, ὡς
 ἔχουσιν ἕκαστα ποσότητος, μετασχηματίζεται· πολλάκις
 δὲ ὁ ποταμὸς, ἐν μὲν ταῖς ἐπιτε πηγαῖς μικρὸς ὑπάρχει,
 συνεχῶς δ' ἐξογκῆται ἢ μεγεθύνεται, πηγῶν ἄλλων καὶ
 ῥυάκων αὐτῷ συνεπιρρέοντων· ὥς ποταμὸς πελαγίζων,
 ἢ βάθει τε ἢ πλάτει ὡν ὑπερφυῆς ἐν ἀκροτήματι λευγῶν
 τινῶν ἀπὸ τῶν Πηγῶν, ἐν ταῖς πηγαῖς τὰ πολλὰ ὑπάρ-
 χει ῥυάκισιν· ἢ Πηγεῖος ὁ ἡμέτερος ἐν μὲν ταῖς ὑπωρείαις
 τῆς Πίνδου ἢ ἀξίως ἐς ποταμὸς ὀνομάζεσθαι· μετὰ δὲ,
 πολλῶν ἢ ἄλλων αὐτῷ συνεπιτερηχόμενων ῥυάκων, πόρ-

ῥωπυ τῶν πηγῶν, οἷον ἐν Λαμίσσῃ, ποταμὸς ἀποκαθίσταται μέγας, ἔξω δὲ τῶν Τέμπεων διαρρέων, ἀφθόνῳ ἔκκαλλιρρόῳ ρεῖθρῳ εἰς θάλασσαν ἐκδίδωσι.

148. Δι' ὑπολογισμῶν τοῖς φιλοσοφῶσι γενομένων δέδεικται α'. ὅτι ὁ ὑετός ἔξω ἢ χιὼν, ἐν διαφόροις χώραις καταφερόμενα, χορηγεῖν ἐξαρκῆσιν, ὅσον ὑδάτων ἐπιφάνεται οἱ τὲς χώρας τούτας ἀρδεύοντες ποταμοὶ ἔξω πηγαί· β'. ἐπομένως ὁ ὑετός ἔξω ἢ χιὼν, ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς καταπίπτουσα, ἀφθόνως χορηγῆσιν, ὅσον ὑδὼρ οἱ ποταμοὶ ἔξω αἱ πηγαὶ ἐκβάλλουσιν εἰς τὴν θάλασσαν· γ'. οἱ τῆς θαλάσσης ἐξεγυριόμενοι ἄτμοι ἱκανοὶ εἰσι παρέχειν, ὅσον ὑδὼρ εἰς ῥανίδας ὁμβροῦ ἔξω χιόνος νιφάδας ἐπὶ τῆς γῆς καταφέρεται, ἔξω ἐπομένως ἐξαντλῆσαι, ὅσον ἡ θάλασσα ἐκ τῶν συρρέοντων εἰς αὐτὴν ποταμῶν ἔξω πηγῶν ἔξω ῥυάκων ἐδέξατο.

Τελευταίον δὲ, ἀφθόνων μὲν καταπιπτόντων ὑετῶν, αἶτε πηγαὶ ἔξω οἱ ποταμοὶ ἔξω τὰ φρέατα θαφιλῆς παρέχονται τὸ νῆμα· ἡμῖν ἀλλὰ ἔξω καινὰς πηγὰς εἰσι ἢ ἀναδιδάσιν· ἀνομβρίας δὲ ἐφ' ἱκανὸν παρατεινομένης, πηγαί τε ἔξω φρέατα ἔξω ποταμοὶ ἐλαττῶνται· ἡμῖν ἀλλὰ συχνοὶ ἔξω ἄρδην ἐκλείψουσιν ἀποξηρανόμενοι.

149. Ἐκ πάντων τούτων ἔγω διανοησόμεθα· αἱ πηγαὶ ἔξω οἱ ποταμοὶ ἀμέσως ἐκ τῆς θαλάσσης ἐκ ἀπονάουσι (141)· οἱ δὲ θαλάσσιοι ἄτμοι εἰς ὑετὸν ἔξω χιόνα μεταβαλλόμενοι τούτων ὑδάτος ἐπὶ τῆς γῆς καταφέρουσιν, ὅσον συγκροτεῖν ἔξω ἔγω φᾶναι, τρέφειν πάντας τὲς ποταμὸς ἔξω πάσας τὰς πηγὰς· τελευταίον δὲ οἱ ποταμοὶ ἔξω αἱ πηγαὶ ταῖς ἀρθνοῖαις ἔξω ἐλλείψει τῶν ὁμβρῶν συμπερισεύεσσι τε ἔξω συνελλείψουσιν· ἀναγκαιῶς ἄρα ἐκ τούτων συνάγεται· α'. ὅτι οἱ πλεῖς τῶν ποταμῶν ἔξω πηγῶν

ἐξ ὑετῶ ἢ χιόνος ἀπογεννῶνται· β'. τῷ μὲν ὑετῷ ἐξ ἀτμῶν, τῶν δ' ἀτμῶν ἐκ τῆς θαλάσσης συνισαμένων, αἶτε πηγαὶ ἢ οἱ ποταμοὶ ἐμμέσως ἐκ τῆς θαλάσσης ἀπονάσσι.

150. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐντεῦθεν ἄρξ συνάγεται ἅ. διὰ τί τὸ τῆς θαλάσσης ὕψος ὡς πρὸς αἰώθησιν τὸ αὐτὸ μὲν δι' ὅλου τῷ ἐνιαυτῷ, ὅσῳ γὰρ ἐξατμίσαι ἀπόλλυσι, τοσούτῳ σχεδὸν προσκτᾶται ἐκ τῶν εἰς αὐτὴν ἐξιόντων ποταμῶν ἢ ῥυάκων ἢ πηγῶν· β'. τὰ ὕδατα τῆς θαλάσσης ἢ μετὰ πολλῶν αἰώνων σχεδὸν παρέλευσιν ἢ ἐλαττωθήσεται· ὁ γὰρ τῶν ὑδάτων ἑαυτῆς ἀπόλλυσιν ἢ θαλάσσα ὑδὲν ἔστιν, ἀλλ' ἢ ἀτμοὶ, εἰς τὴν ἀτμοσφαιραν ἐξεγείρονται, ἢ εἰς ὕψος ὃ πλεον ἢ λευγῶν περίεστι 20 αἰ. ῥόμενοι· τῷ δ' ἀτμοσφαιρικῷ αἵρος ἀτμῶν πληρωθέντος μέχρις ὀρίων τινῶν, ἢ ἐπέκεινα σέγειν μὴ δυναμένα, ὑετὸς καταρρέγγυται· ἢ πάλιν οἱ ἀτμοὶ εἰς τὴν θαλάσσαν ἐπανίσσι.

151. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὰ δὲ περὶ τῶν παντοίων τῷ ὕδατος ποιότητων, ἢ τῶν διαφορῶν ἐξατμήσει τε ἢ συμπήξει αὐτῷ μετασχηματισμῶν, ἀποταμιεύσομεν ἐν τῇ κατ' εἶδος Φυσικῇ.

ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ Β'. ΤΟΜΟΥ.



ΠΙΝΑΞ ΚΕΦΑΛΑΙΩΔΗΣ.

Τῶν ἐν τῷ Ε'. Τόμῳ περιεχομένῳ.

ΤΗΣ ΕΝ ΓΡΗΘΙ ΦΤΙΚΗΣ.

ΣΤΑ.

Κεφάλαιον ΚΒ. Περὶ αὐτοῦ τοῦ θυμίου.	1
— ΚΒ. Περὶ αὐτοῦ τοῦ θυμίου τῶν ἐν τῷ πύλῳ.	12
— ΚΖ. Περὶ τῆς ἐν ταῖς Κασταῖς τοῦ αἵματος κρήνης.	19
— ΚΗ. Περὶ τοῦ νόμου τῆς συγκαύσεως.	29
— ΚΘ. Περὶ διατάξεως κρήνης.	61
— Α'. Περὶ τῆς θυσίας κρήνης.	66
— ΑΔ. Περὶ τῆς κατὰ ἄλλα κρήνης.	70
— ΑΒ. Περὶ τῆς διακρίσεως ἀντικρίσεως κρήνης.	73
— ΑΓ. Περὶ τοῦ αἵματος τῆς τῶν σφαιρῶν βαρύνσεως.	86
— ΑΔ. Περὶ τοῦ αἵματος τῆς βαρύνσεως. τῶν ἐν τοῖς σφαιρῶν.	95
— ΑΒ. Περὶ τοῦ αἵματος τῆς βαρύνσεως τῶν ἐν τοῖς σφαιρῶν.	109

ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.

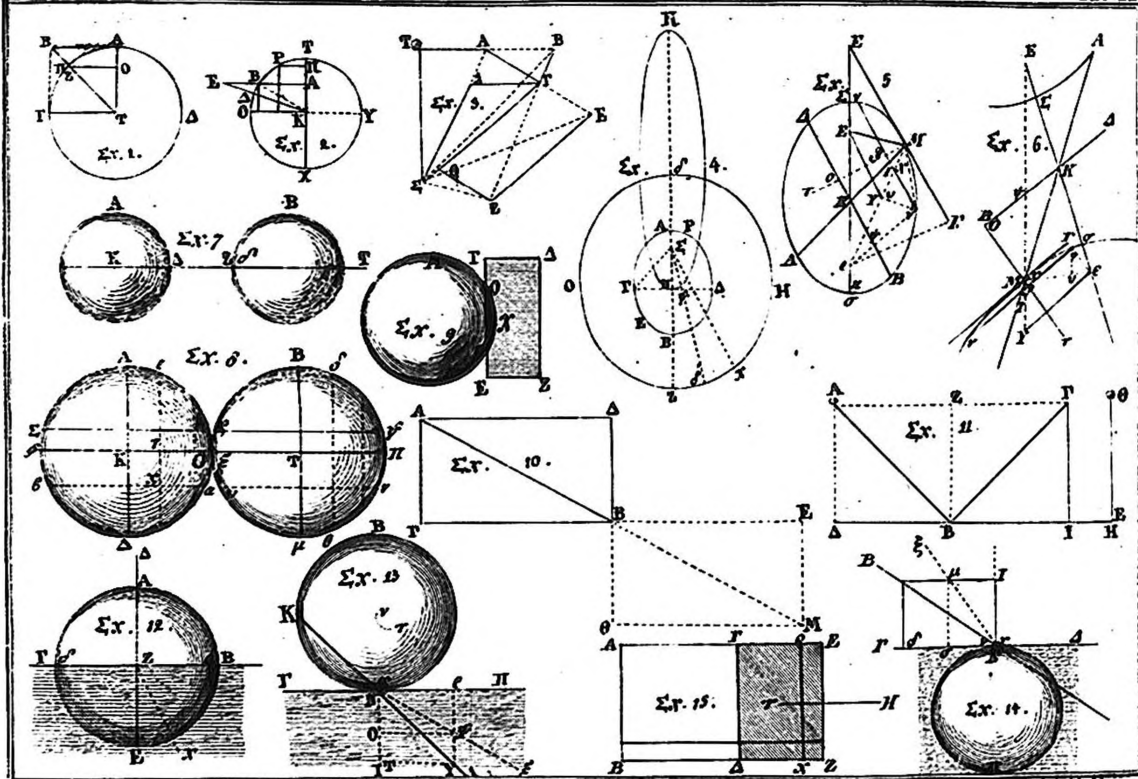
Κεφάλαιον Α'. Προλογισμοί.	119
— Β. Περὶ Μοχλῶν.	123
— Γ. Περὶ τοῦ ὀριζήσαντος μοχλῶν.	140
— Δ. Περὶ τοῦ Ζυγῆ.	144
— Ε. Περὶ Φάλαγγος.	151
— ς. Περὶ αὐτοῦ τοῦ αἵματος τῆς ἐν τῇ γῆρας.	154
— Ζ. Περὶ Τροχῶν.	162
— Η. Περὶ αὐτοῦ τοῦ αἵματος.	167
— Θ. Περὶ Κοχλῶν.	169
— Ι. Περὶ Σφαιρῶν.	182
— ΙΑ. Περὶ αὐτοῦ τοῦ αἵματος τῆς ἐν τῇ Πόλυστασι.	186
— ΙΒ. Περὶ Πυλῶν.	190
— ΙΓ. Περὶ ὀριζήσαντος.	201
— ΙΔ. Περὶ ὀριζήσαντος.	211
— ΙΕ. Περὶ Μοχλῶν τῆς Σφαιρῶν.	221
— Ις. Περὶ Τριβῶν.	224

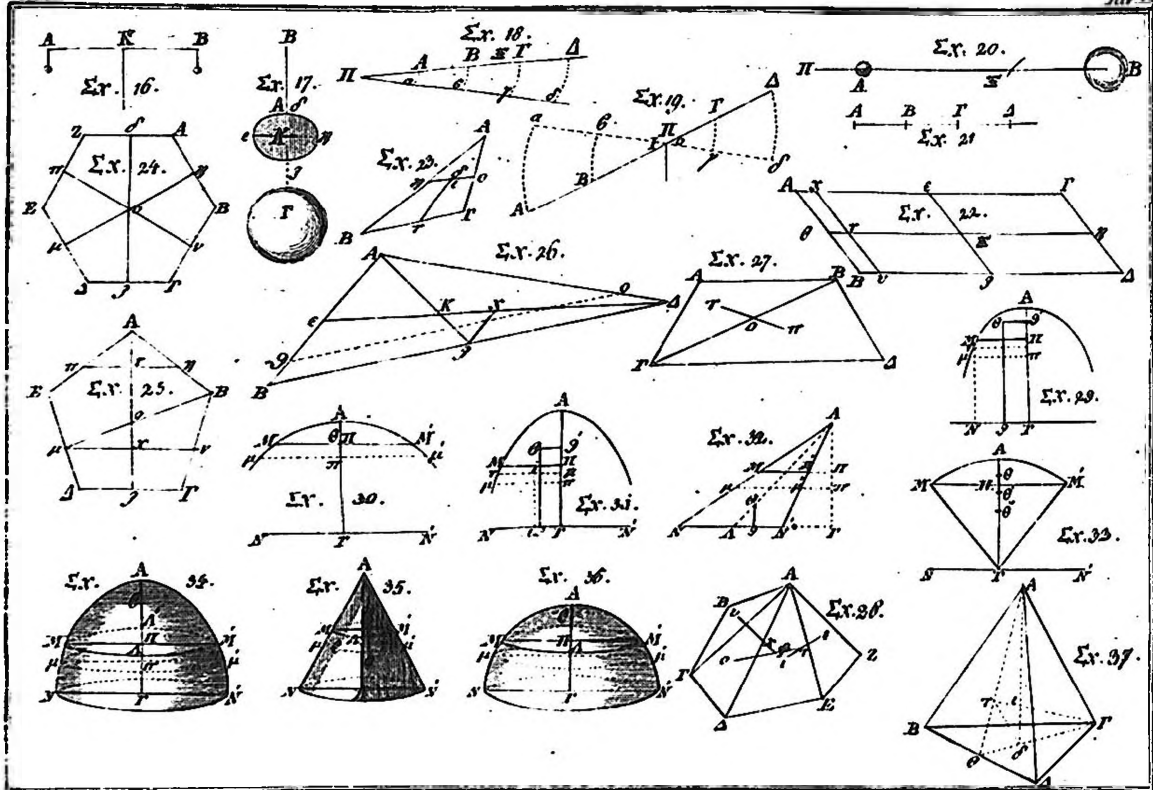
ΤΑΠΟΥΣΤΑΤΙΚΗΣ.

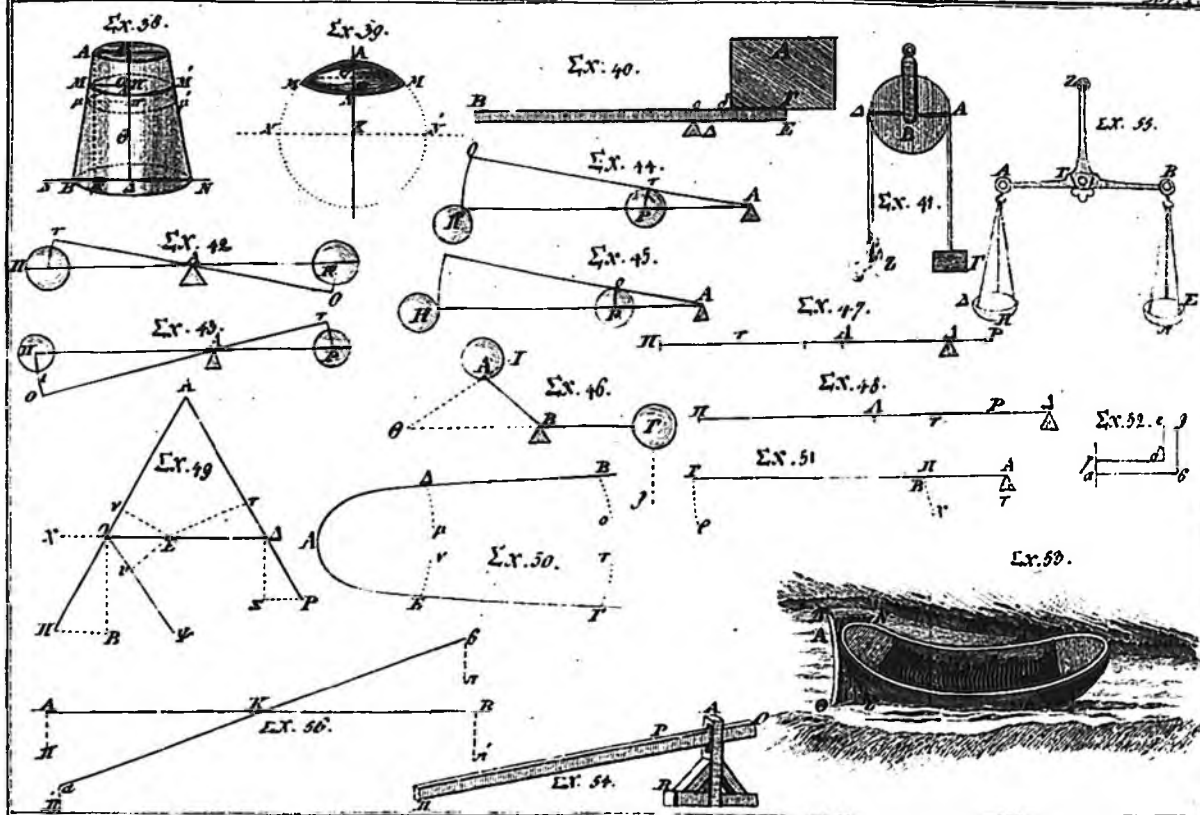
Κεφάλαιον Α'. Περὶ Ἑνός.	232
— Β. Περὶ ὀριζήσαντος ὕψους.	238
— Γ. Περὶ ὀριζήσαντος ὕψους.	259
— Δ. Περὶ τῆς αὐτοῦ τοῦ ὀριζήσαντος ἐκκρίσεως τῶν ὕψους.	264
— Ε. Περὶ τῆς αὐτοῦ τοῦ ὀριζήσαντος ἐκκρίσεως.	270
— ς. Περὶ Κυμάτων.	280
— Ζ. Περὶ τῆς αὐτοῦ τοῦ ὀριζήσαντος ἐκκρίσεως κατὰ τὸ ὕψος.	282
— Η. Περὶ τῶν κατὰ τῆς ποταμῶν ὀριζήσαντος.	311
— Θ. Περὶ αὐτοῦ τοῦ ὀριζήσαντος.	323

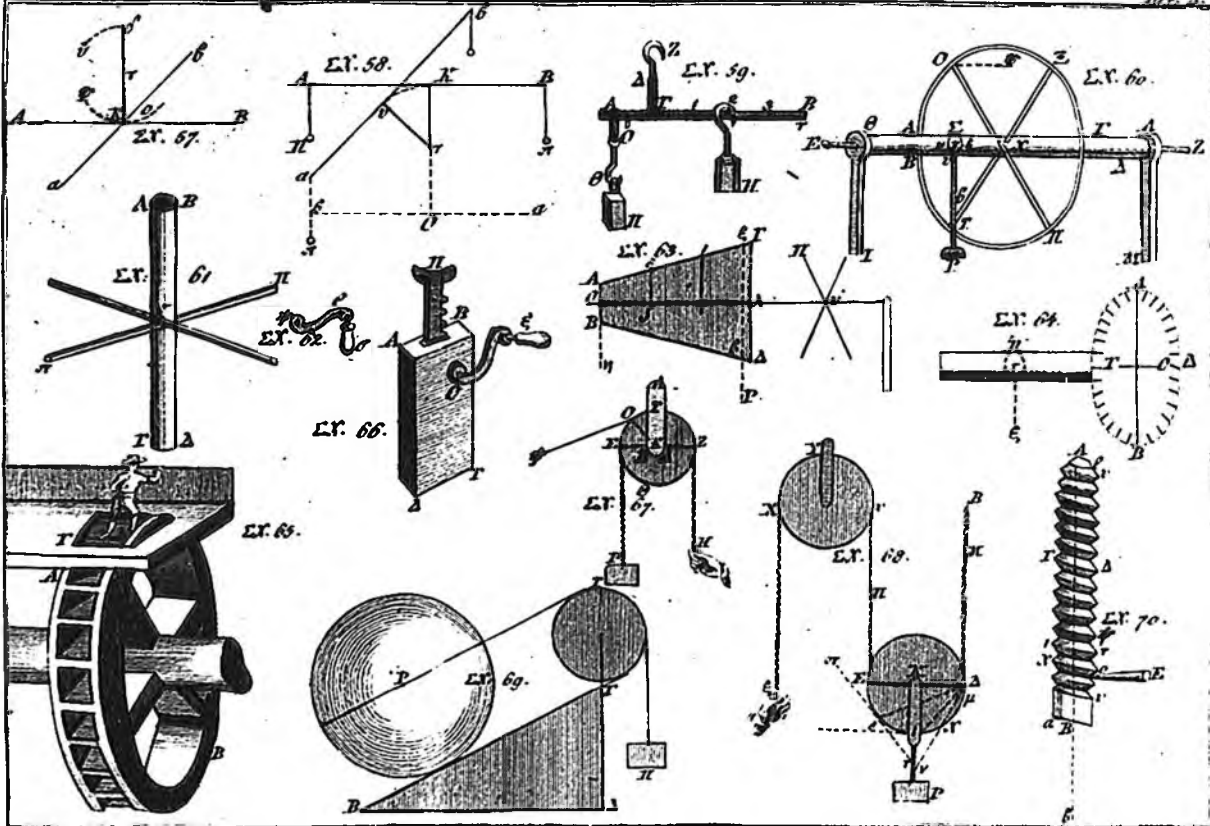
ΔΙΟΡΘΩΣΙΣ ΤΩΝ ΗΜΑΡΤΗΜΕΝΩΝ.

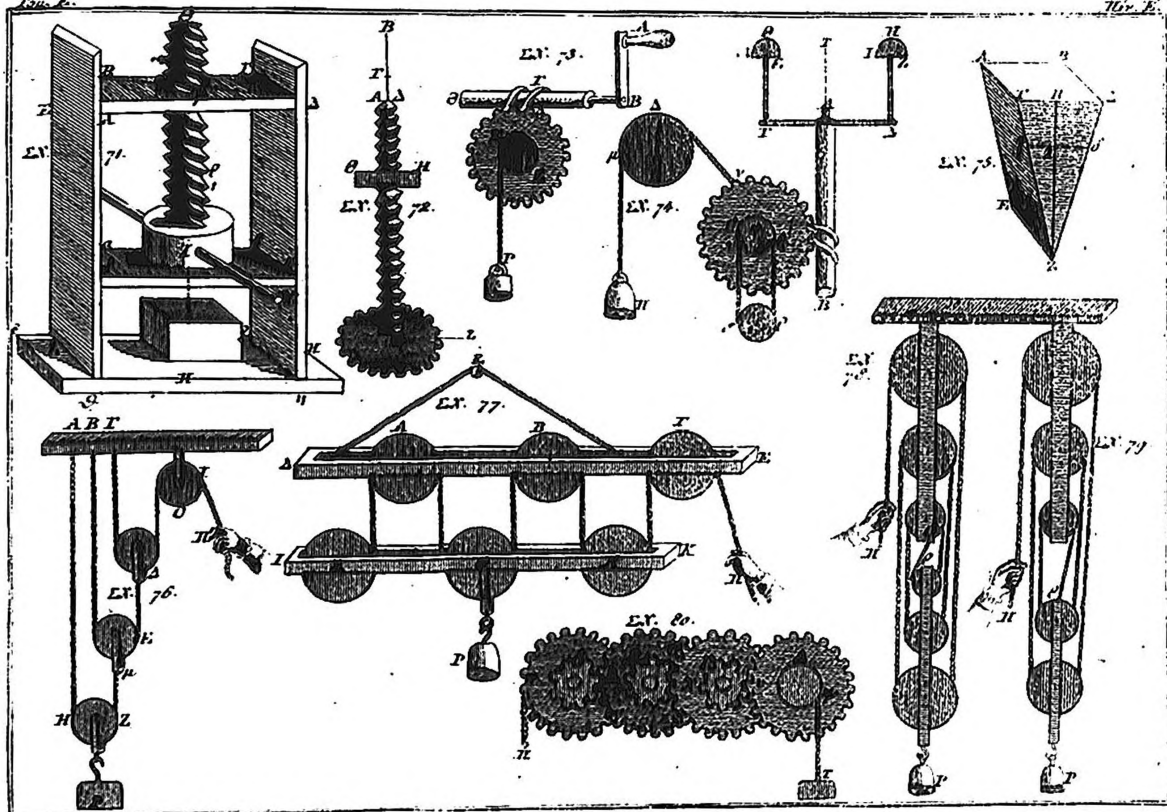
Σελ. 10. εἶχ. 3. Τοῦ, Γρ. Τοῦ. — Σελ. 17. εἶχ. 2 (266), Γρ. (269). — Σελ. 18. εἶχ. 9. Δ', Γρ. Δ. εἶχ. 20. 2X, Γρ. 2Δ. — Σελ. 24. εἶχ. 23. (84), Γρ. (7Ψ. Γεωμ. 84). — Σελ. 27. εἶχ. 19. (282), Γρ. (285). — Σελ. 28. εἶχ. 16. 297, Γρ. Καὶ ἐνταῦθα 297. — Σελ. 30. εἶχ. 25. (131), Γρ. (121). — Σελ. 42. εἶχ. 6. (X. 117), Γρ. (X. 8). — Σελ. 45. εἶχ. 20. Τῆς ἡμίσεως, Γρ. Τῆ ἡμίσεως. — Σελ. 56. εἶχ. 3. 357, Γρ. 350. — Σελ. 59. εἶχ. 3. 494, Γρ. 496. — Σελ. 63. εἶχ. 13. Πορώδα, Γρ. Πυρώδα. — Σελ. 70. εἶχ. 13. Καθ' ὃ, Γρ. Μεθ' ὃ. — Σελ. 71. εἶχ. 12. (306), Γρ. (303). — Σελ. 74. εἶχ. 13. Εἰλάσσονος, Γρ. Τῷ εἰλάσσονος. — Σελ. 84. εἶχ. 23. Αἶμα, Γρ. Αἷμα. — Σελ. 120. εἶχ. 15. Εἰλάττος, Γρ. Εἰλάττοισ. — Σελ. 125. εἶχ. 3. Τῆς ἀντιέκτασης Ρ ἢ δύναμει Π, Γρ. Τῆς δυνάμεως Π ἢ ἀντιέκτασις Ρ. — Σελ. 147. εἶχ. 30. Οὐ, Γρ. Οὐν. — Σελ. 159. εἶχ. 22. εἶ, Γρ. εἶ. — Σελ. 166. εἶχ. 23. 352, Γρ. 252. — Σελ. 169. εἶχ. 19. λαμβανόμεν., Γρ. ἀπολαμβάνομεν. — Σελ. 172. εἶχ. 10. Περιάγουσα, Γρ. Δύναμις περιάγει. — Σελ. 181. εἶχ. 27. (390), Γρ. (391). — Σελ. 189. εἶχ. 11. 39, Γρ. 79. — Σελ. 206. εἶχ. 20. Ἀπόδος, Γρ. Ἀποδοῦς. εἶχ. 27. Διό,τι, Γρ. Δι' ὅ,τι. — Σελ. 215. εἶχ. 7. (X. 40), Γρ. (X. 80). — Σελ. 222. εἶχ. 11. Φέρεται, Γρ. Φέρεται'. — Σελ. 235. εἶχ. 9. Δύεται, Γρ. Δύεται. — Σελ. 235. εἶχ. 18. Ηἰλάττε, Γρ. Ηἰλάττε. — Σελ. 239. εἶχ. 14. Εἰ, Γρ. Εἰς. — Σελ. 242. εἶχ. 5. ΑΓΟΘΙΚ, Γρ. ΔΓΟ,ΘΙΚ. — εἶχ. 8. 488, Γρ. 588. — Σελ. 259. εἶχ. 26. Τ'ποδιακατάσιος, Γρ. Τ'ποδιακατετραπλάσιος. — Σελ. 268. εἶχ. 11. Ἐν τρισὶ λεπτοῖς, Γρ. Ἐν τρισὶ λεπτοῖς πληρημένη. — εἶχ. 12. Τί ἐν τῇ τ, Γρ. Ἡ' ἐν τῇ τ. — Σελ. 273. εἶχ. 4. Ἐποικισμένην, Γρ. Ἀποικισμένην. — Σελ. 274. εἶχ. 13. Ἐγχαράχθαι, Γρ. Ἐγχαράχθαι. — Σελ. 282. εἶχ. 18. Προσιδῶ, Γρ. Προσιδῶ. — Σελ. 285. εἶχ. 26. Ἐρεται, Γρ. Εἰρηται. — Σελ. 294. εἶχ. 9. (95), Γρ. (93).

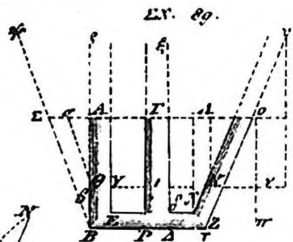
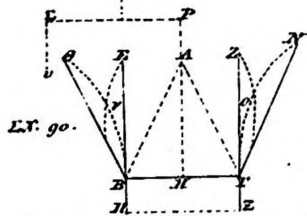
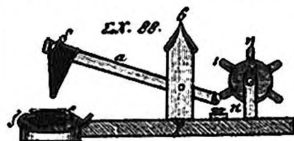
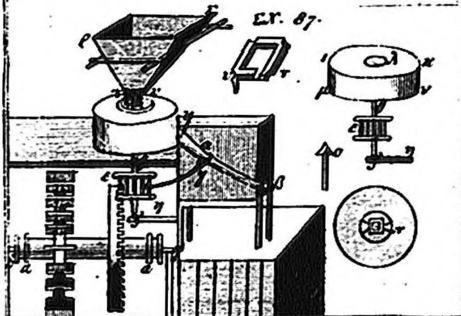
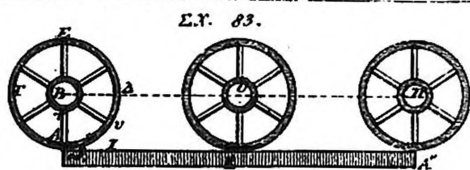
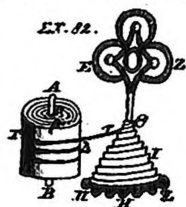
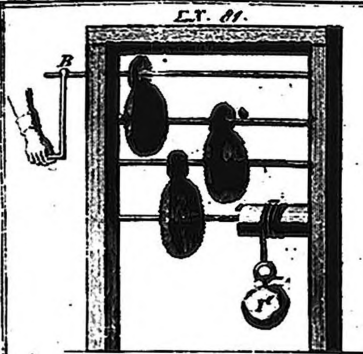


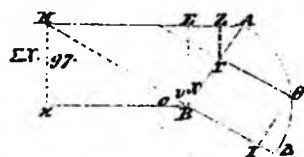
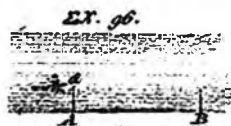
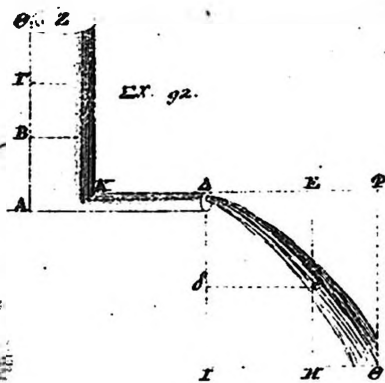
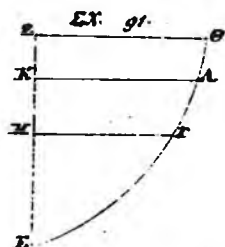




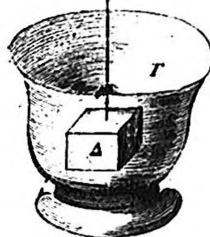








EX. 94



EX. 93

